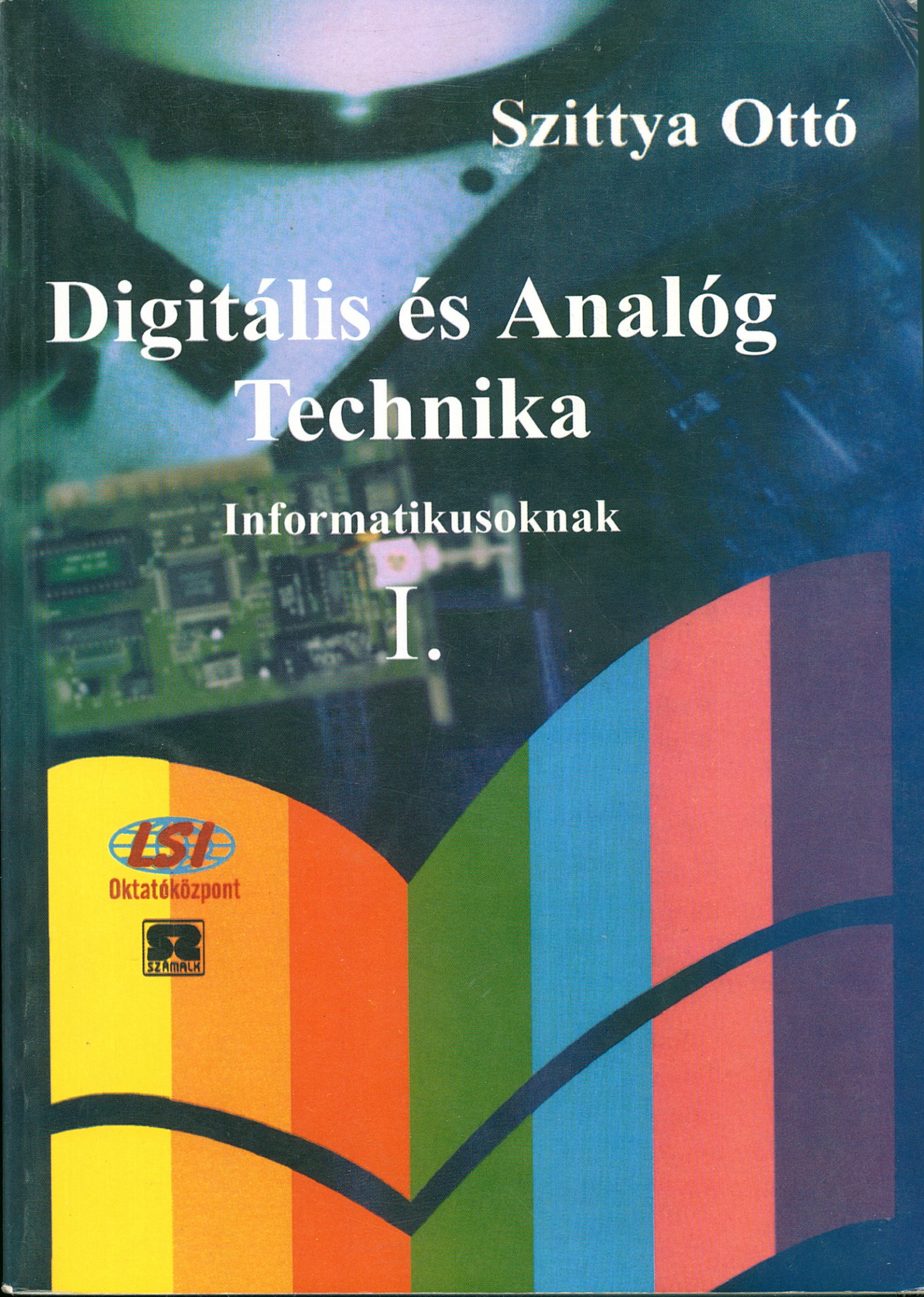


Szittya Ottó

Digitális és Analóg Technika

Informatikusoknak

I.

LSI Oktatóközpont

SZÁMALK

Dr. Szittya Ottó

DIGITÁLIS ÉS ANALÓG TECHNIKA

INFORMATIKUSOKNAK

I. kötet

Nyitott rendszerű képzés
– távoktatás – oktatási segédlete
Felsőoktatási tankönyv

Gábor Dénes Főiskola
Budapest, 2002

Készült az Oktatási Minisztérium támogatásával.

Lektorálta: **Dr. Kóczy T. László**
a műszaki tudományok doktora
egyetemi tanár

Dr. Flesch István
egyetemi adjunktus

Dr. Adamis Gusztáv
egyetemi adjunktus

ISBN 963 577 261 0 ö
ISBN 963 577 262 9 I.

Kiadó: **LSI Oktatóközpont**
Felelős vezető: **Dr. Kovács Magda**
Témafelelős: **Flier István**
Tördelés: **HEXACO GNH Kft.**

LIGATURA KFT – TEXT KFT

A könyv megrendelhető vagy megvásárolható:
LSI Oktatóközpont, 1037 Budapest, Bécsi út 324.
Tel./fax: 250-60-13

TARTALOMJEGYZÉK

JELMAGYARÁZAT · · ·

2.2.2. Egy-, két, és többváltozós függvények · · · · · · · · · · · · 111
2.2.3. Logikai műveletek, algebrák · · · · · · · · · · · · · · · · · · 119
2.2.4. V – K táblák · 125
2.2.5. Részben meghatározott függvények · · · · · · · · · · · · · 133
2.2.6. Emlékezési feladatok megoldása logikai módszerekkel · · 135
2.3. Digitális rendszerek kialakítása logikai modulok felhasználásával· · · 141
2.E. Ellenőrző kérdések és feladatok · · · · · · · · · · · · · · · · · · · 142

3. ELEKTRONIKUS ÁRAMKÖRÖK ÉPÍTŐELEMEI · · · · · · · · · · · · · 143

3.1. Alkatrészek és konstrukció · 143
3.2. Ellenállások · 145
3.2.1. Szabványos értéktáblázatok · · · · · · · · · · · · · · · · · 148
3.2.2. Teljesítményviszonyok, hőfokfüggés · · · · · · · · · · · · 151
3.2.3. Nagyfrekvenciás viselkedés · · · · · · · · · · · · · · · · · · 152
3.2.4. Lineáris–nemlineáris jelleggörbe· · · · · · · · · · · · · · · 153
3.2.5. Állandó és változtatható ellenállások· · · · · · · · · · · · 154
3.2.6. Külső hatás következtében változó ellenállások · · · · · · 156
3.3. Kondenzátorok · 160
3.3.1. Dielektromos állandó, átütési feszültség · · · · · · · · · · 160
3.3.2. Valóságos kondenzátor. Helyettesítő kapcsolások.· · · · · 162
3.3.3. Kondenzátorok hőmérsékletviszonyai · · · · · · · · · · · · 164
3.3.4. Kondenzátorok jellegzetes típusai · · · · · · · · · · · · · · 164
3.3.5. Feszültségviszonyok · 167
3.3.6. Szabványos értéktáblázatok · · · · · · · · · · · · · · · · · · 168
3.3.7. Változtatható kapacitású kondenzátorok · · · · · · · · · · 169
3.4. Tekercsek, induktivitás · 171
3.4.1. Tekercsek működési veszteségei · · · · · · · · · · · · · · · 171
3.4.2. Lágy- és keményvasmagos tekercsek · · · · · · · · · · · · · 173
3.5. Félvezető diódák · 176
3.5.1. Karakterisztika, főbb jellemzők · · · · · · · · · · · · · · · 176
3.5.2. Nagyfrekvenciás és dinamikus viselkedés · · · · · · · · · · 179
3.5.3. Teljesítménydiódák· 179
3.5.4. Különleges diódák · 180
3.6. Bipoláris tranzisztorok · 187
3.6.1. Karakterisztikák, főbb jellemzők· · · · · · · · · · · · · · · 187
3.6.2. Tranzisztorok, mint alkatrészek · · · · · · · · · · · · · · · 192
3.6.3. Tranzisztor alapkapcsolások · · · · · · · · · · · · · · · · · 195
3.6.4. Bipoláris tranzisztor, mint kapcsolóeszköz· · · · · · · · · 204
3.7. Térvezérlésű tranzisztorok · 206
3.7.1. JFET eszközök · 206
3.7.2. MOSFET eszközök · 208

3.7.3. Jellemzők, paraméterek · · ·

4.6.2. Monostabil billenőkörök · 284
4.6.3. Astabil billenőkörök · 286
4.6.4. Schmitt triggerek · 287
4.E. Ellenőrző kérdések és feladatok · 290

5. DIGITÁLIS ÁRAMKÖRÖK · 293

5.1. Kapcsolók és integrált áramkörök · 293
5.1.1. Áramlogikás hálózatok · 294
5.1.2. Feszültséglogikás hálózatok · 297
5.1.3. Integrált áramkörök általános kérdései · · · · · · · · · · · · · · · 305
5.2. Bipoláris integrált áramkörök · 312
5.2.1. A T^2L család · 312
5.2.2. Az ST^2L család · 315
5.2.3. Az ECL család · 316
5.3. MOS integrált áramkörök · 320
5.3.1. MOS inverterek és kapuáramkörök · · · · · · · · · · · · · · · · · · 320
5.3.2. CMOS inverterek és kapuáramkörök · · · · · · · · · · · · · · · · · 324
5.3.3. MOS elemek dinamikus tulajdonságai · · · · · · · · · · · · · · · · 329
5.4. Tároló áramkörök és jellemzőik · 331
5.4.1. A két alapáramkör · 331
5.4.2. Realizációs kérdések · 332
5.4.3. Vezérlési módok · 338
5.E. Ellenőrző kérdések és feladatok · 340

6. DIGITÁLIS HÁLÓZATOK · 341

6.1. Definíciók · 341
6.1.1. Digitális hálózatok jellemzése automataelméleti módszerekkel · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

6.3. Tárolóelemek, mint automaták · · ·

8.3.4. A bemeneti- és belső késleltetések, valamint a lényeges hazard hatása az állapotkódolásra 552
8.3.5. Realizációs kérdések 552
8.4. Mikroprogramozott és fázisregiszteres elven felépülő sorrendi hálózatok. 554
8.4.1. Mikroprogramozott rendszerek 555
8.4.2. Fázisregiszteres rendszerek 562
8.E. Ellenőrző kérdések 567

JELMAGYARÁZAT

Fontos kérdésekre hívja fel a figyelmet.

Súlyponti rész.

Aprólékos, figyelmes áttanulmányozást, önálló munkát igénylő ismeretanyag, fontos összefüggéseket tartalmazó logikai vázlat.

Magyarázat, ötlet.

Kiegészítő ismeretek.

Megoldandó, írásos feladat.

Ellenőrző kérdések.

1. VILLAMOSSÁGTANI ALAPOK ÖSSZEFOGLALÁSA

1.1. Sztatikus elektromos tér

1.1.1. Elektromos töltés

Az anyagot alkotó elemi részecskék elektromos töltéssel és mágneses nyomatékkal rendelkeznek. Az elektromos töltések pozitív vagy negatív tulajdonságúak lehetnek. *Negatív elemi töltése* van az atomi elektronnak, *pozitív elemi töltésű* a proton.

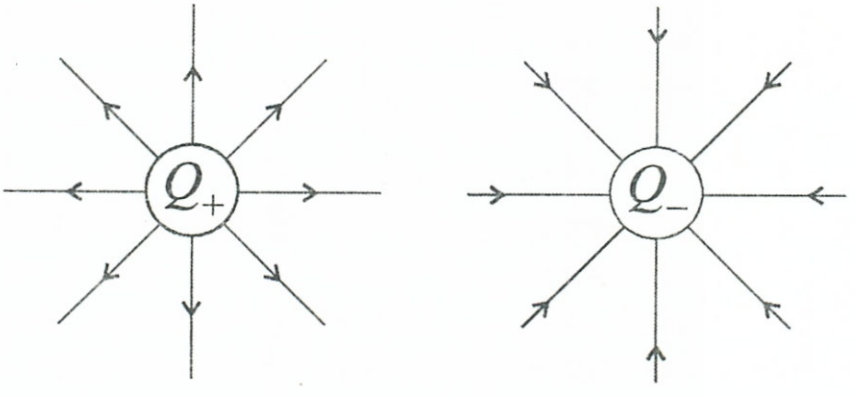
Valamely test kifelé mutatott töltését a benne felhalmozott elemi töltések eredője határozza meg, mely pontszerű-, vonali-, felületi vagy térfogati eloszlású lehet.

A töltés használatos egysége a *Coulomb.*

$$1 \text{ Coulomb} = 6{,}24 \cdot 10^{18} \text{ elemi töltés}$$

Erő, erőtér, térerősség.

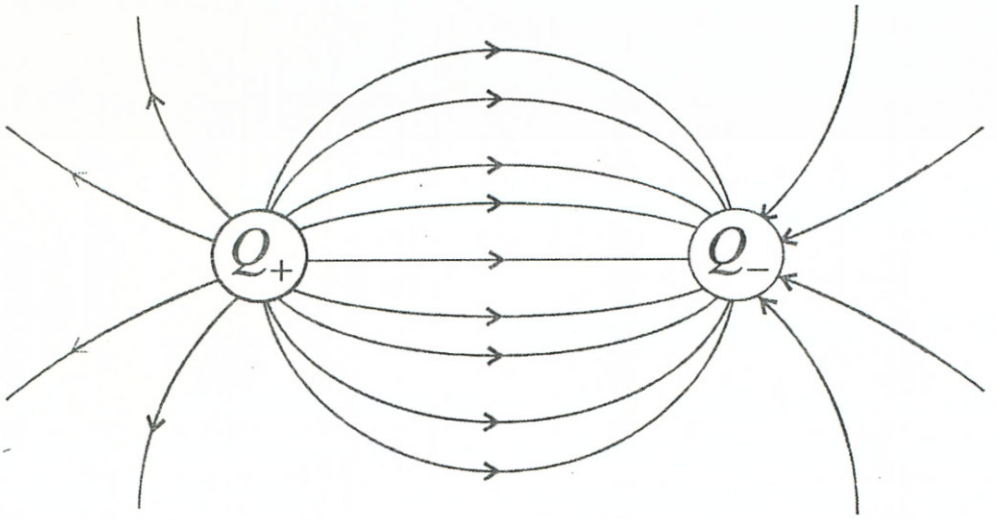
A töltéssel rendelkező test a körülötte levő térre hatást gyakorol, emiatt abban *elektromos erőtér* jön létre. Pozitív és negatív töltések erőtereit szemlélteti az 1–1. ábra, ahol az erőteret érzékeltető *erővonal*ak pozitív töltés esetén kifelé-, negatív töltés esetén befelé irányítottak a konvenciók szerint.



a.) b.)

1–1. ábra: *Töltések erővonalai*

Több töltés egymásra-hatásakor eredő erőtér alakul ki. Például két azonos nagyságú, de eltérő polaritású töltésnél az eredő erőtér az 1–2. ábra szerinti lesz.



1–2. ábra: *Két töltés eredő erőtere*

Két, egymáshoz képest el nem mozduló töltés között erőhatás észlelhető, mely a *Coulomb törvény*-nyel adható meg:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q_A Q_B}{l^2} \tag{1.1}$$

F – erőhatás (N – Newton)
Q_A, Q_B – töltések (Coulomb)
l – a töltések távolsága (m)
$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ – dielektromos állandó
$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ – vákuum dielektromos állandója $\left(\frac{\text{Coulomb}^2}{\text{m}^2\text{N}}\right)$
ε_r – anyagonként változó, relatív dielektromos állandó

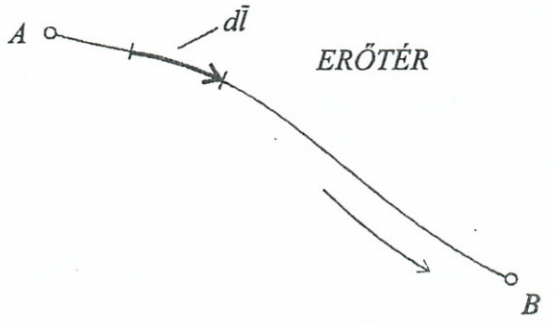
A dielektromos állandóra később egy célszerűbb dimenziót is bevezetünk. Az erőhatás azonos polaritású töltések esetén taszító, eltérő polaritásnál vonzó értelmű.

Valamely meglévő elektromos erőtérbe egy Q elektromos töltést juttatva, a töltést erőhatás éri, mely az erőtérre jellemző *elektromos térerősség* következménye. A térerősség vektormennyiség, iránya az erővonalak irányába mutat. Az erőhatás ugyancsak vektormennyiség, melynek iránya megegyezik a térerősség vektoráéval, nagysága pedig arányos a Q töltéssel:

$$\mathbf{F} = Q \cdot \mathbf{E} \tag{1.2}$$

1.1.2. Feszültség, potenciál

Amennyiben az előbbi Q töltés az erőhatás következtében az 1–3. ábra szerint, az erőtér A és B pontjai között elmozdul, akkor a térben munkavégzés történik, melynek nagysága (1.2) felhasználásával:



1–3. ábra: *Töltés elmozdulása erőtérben*

$$W_{AB} = \int_B^A \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = Q \cdot \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = Q \cdot U_{AB} \tag{1.3}$$

A végzett munka a töltéssel arányos.
Az arányossági tényező:

$$U_{AB} = \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \tag{1.4}$$

az A–B pontok közötti *elektromos feszültség,* mely független mind a töltés nagyságától, mind az A–B pontok közötti elmozdulás útvonalától.

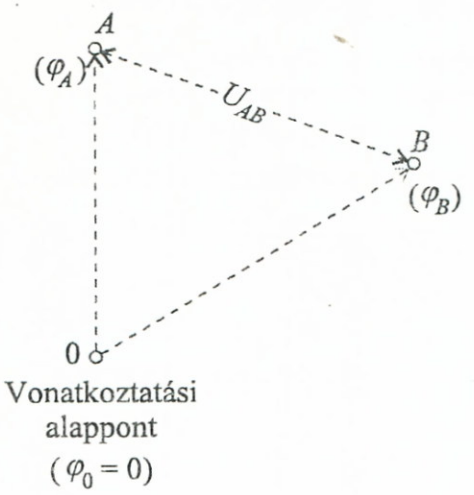
A feszültséget *Volt*-ban mérjük.

$$[\mathrm{U}] = \frac{[\mathrm{W}]}{[\mathrm{Q}]} = \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}} = \text{Volt} \tag{1.5}$$

Ezt követően már megadható a térerősség egysége is (1.4) átrendezésével és dimenziók szerinti értelmezésével:

$$[E] = \frac{[U]}{[l]} = \frac{\text{Volt}}{\text{méter}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \tag{1.6}$$

Az elektromos tér jellemzésével kapcsolatosan értelmezhető a tér egy vonatkoztatási alappontjaként kijelölt hely és ehhez viszonyítottan a tér bármely pontja között mérhető feszültség, melyet *elektromos potenciál*nak nevezünk.



1–4. ábra: *Potenciál és feszültség*

A potenciál bevezetésével a két pont között mérhető feszültséget kifejezhetjük az egyes pontokhoz rendelhető potenciálok különbségével

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B \tag{1.7}$$

Az elektromos erőtér azonos potenciálú pontjaira egy felület fektethető, melyet *ekvipotenciális felület*nek nevezünk. Az elektromos erővonalak az ekvipotenciális felületeket merőlegesen „döfik" át.

Az elemi töltések különféle anyagok belsejében történő elmozdulása az anyag összetételétől és szerkezetétől függően könnyebben vagy nehezebben alakulhat. Ennek megfelelően megkülönböztethetünk vezető- és szigetelőanyagokat.

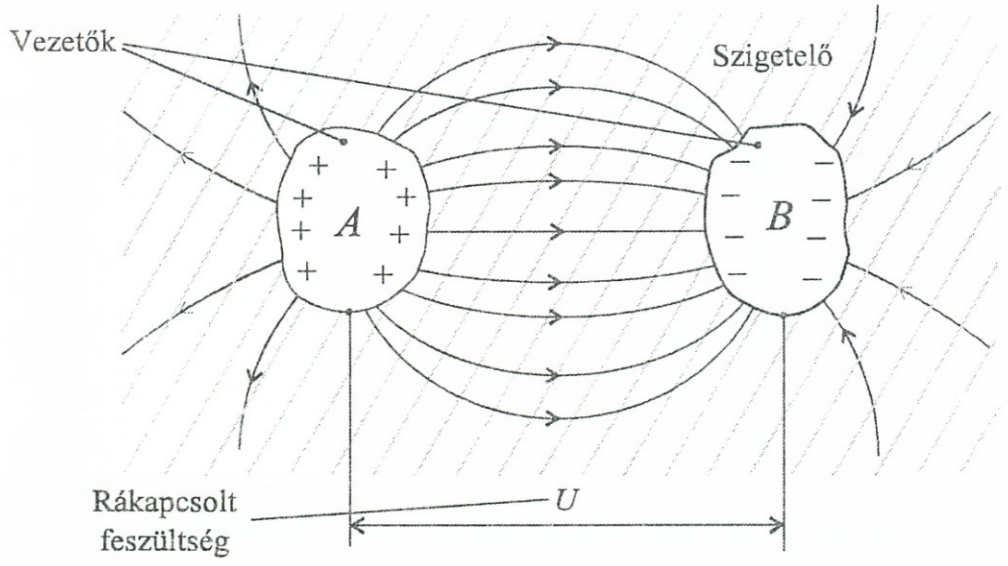
A *vezető anyagok*ban szabad töltések találhatók, melyek az elektromos tér hatására mozgásba jöhetnek. Például, ha egy vezetőt sztatikus elektromos térbe helyezünk, a töltések átmenetileg vándorlásnak indulnak és ez a mozgás addig tart, amíg a külső tér kölcsönhatása által kívánt töltéselosztás ki nem alakul.

*Szigetelő anyagok*ban a töltések nem mozoghatnak még külső tér befolyása esetén sem.

Fenti csoportosítás idealizált tulajdonságokra utal, valóságos esetekben jobban és kevésbé vezető, ill. -szigetelőanyagokkal találkozhatunk. Az anyagi összetételen túlmenően az anyagok szerkezete is befolyásolhatja a fenti tulajdonságokat. Például, kristályos szerkezetű (anizotróp) anyagoknál a vezetőképesség különböző irányokban nagyon eltérő lehet. *Félvezető anyagok*nál külső befolyásolás hatására a tulajdonságok vezető vagy szigetelő irányokban változtathatók.

1.1.3. Kapacitás, kondenzátor

Egymástól szigetelő anyaggal (dielektrikum) elválasztott elektromos vezető anyagokon (elektródákon) töltések halmozhatók fel, amennyiben az elektródákat feszültségre kapcsoljuk.



1–5. ábra: *Kondenzátor*

Ily módon elektromos töltések tárolására alkalmas eszközhöz ún. *kondenzátor*hoz jutunk, melynek tárolóképességét a *kapacitás*sal jellemezhetjük:

$$C=\frac{Q}{U} \tag{1.8}$$

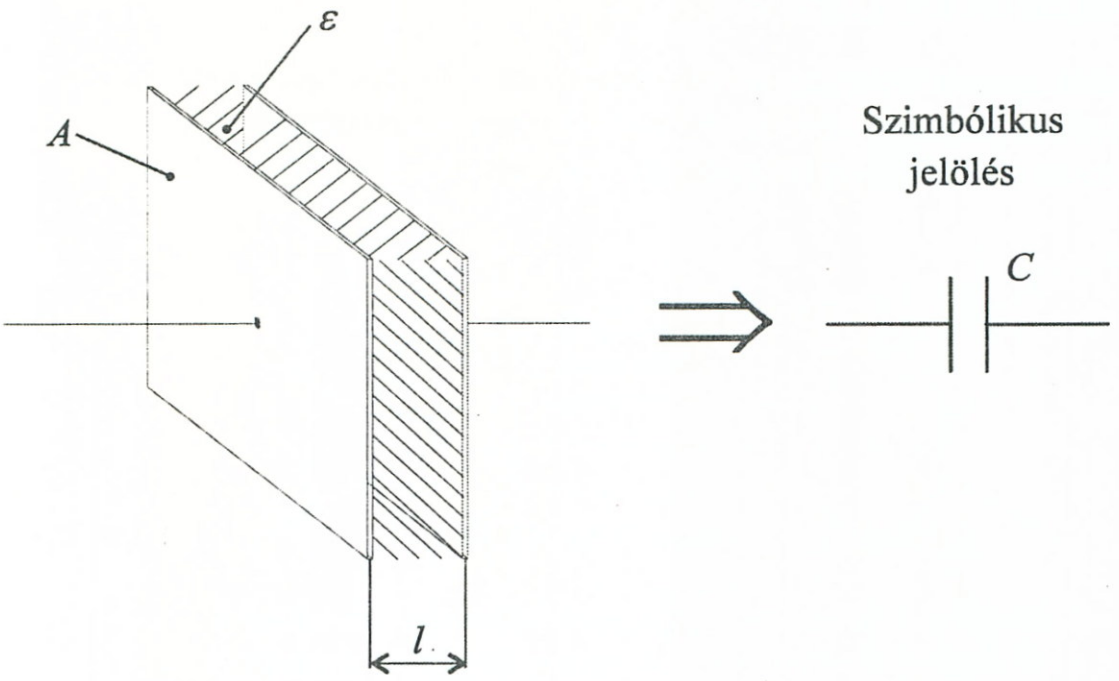
C – a kapacitás (F – Farad)
Q – tárolt töltés (Coulomb)
U – rákapcsolt feszültség (V)

A kapacitás egysége a *Farad:*

$$[\mathrm{C}]=\frac{[\mathrm{Q}]}{[\mathrm{U}]}=\frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}=\mathrm{F}$$

A kondenzátorok különféle változatait a gyakorlati elektronikában elterjedten alkalmazzák. Ezekre a későbbi fejezetekben még visszatérünk.

Két vezető anyagból készített sík lemez, a lemezek közé elhelyezett szigetelő dielektrikummal *sík-kondenzátort* képez (1–6. ábra), melynek kapacitása a lemezek egymástól való távolságából, felületükből és a dielektrikum anyagától függ:



1–6. ábra: *Síkkondenzátor*

$$C = \varepsilon \frac{A}{l} \tag{1.9}$$

C – kapacitás (F)
A – felület (m^2)
l – lemezek távolsága (m)
ε – dielektromos állandó $\left(\frac{C}{Vm}\right)$

Több kapacitás eredője

Több kondenzátor egyidejű összekapcsolása esetén az összetevők kapacitása egy *eredő kapacitás*sal helyettesíthető. Az összekapcsolásoknak két alapváltozata különíthető el:

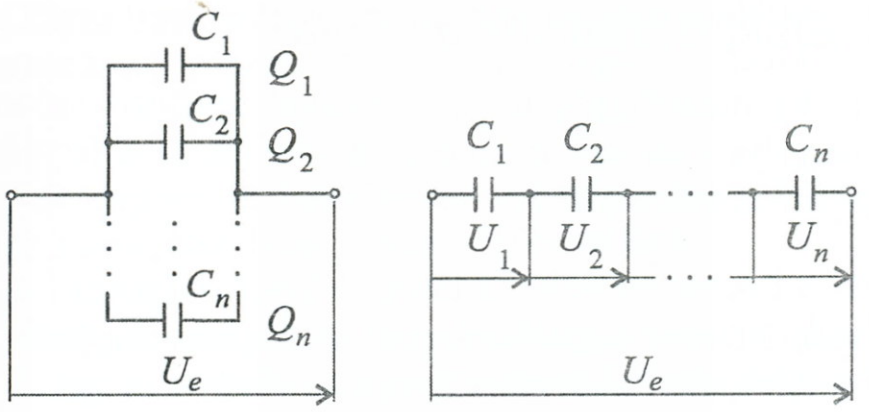
– párhuzamos összekapcsolás;

– soros összekapcsolás.

Az eredők meghatározásánál az eredő töltésből, illetve az eredő feszültségből célszerű kiindulni.

Az 1–7a. ábránál felírható (1.8.) segítségével és $U_e = U$ figyelembevételével:

$$Q_e = \sum_{i=1}^{n} Q_i = \sum_{i=1}^{n} U \cdot C_i = U \sum_{i=1}^{n} C_i$$



$$C_{ep} = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad \frac{1}{C_{es}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

a.) b.)

1–7.ábra: *Kondenzátorok összekapcsolódása*

átrendezés után:

$$\frac{Q_e}{U} = C_{ep} = \sum_{i=1}^{n} C_i \tag{1.10}$$

A párhuzamos eredő a kapacitások összege. Az 1–7b. ábránál ugyancsak (1.8.) segítségével és figyelembevéve, hogy minden kapacitáson ugyanakkora töltés van, azaz $Q_e = Q$

$$U_e = \frac{Q}{C_{es}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q}{C_i} = Q \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

ebből:

$$\frac{U_e}{Q} = \frac{1}{C_{es}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \tag{1.11}$$

A soros eredő reciproka egyenlő az egyes összetevők reciprokának összegével. A sorosan és párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok kombinálásával kialakított bonyolultabb együttesek eredő kapacitása az (1.10), (1.11) összefüggésekkel ugyancsak meghatározható.

1.1.4. Elektrosztatikus energia

Az (1.3.) összefüggés felhasználásával felírható valamely Q_i töltés energiája a tér egy φ_i potenciálú helyén, ha a feszültséget a helyre jellemző potenciállal helyettesítjük:

$$W_i = Q_i \cdot \varphi_i$$

„n" számú töltést magában foglaló elektromos tér *elektrosztatikus energiája* ezután a következőképpen alakul:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \varphi_i \qquad (1.12)$$

A kondenzátorok energia-tárolására jól felhasználhatók. A tárolt energia az (1.12.) összefüggés figyelembevételével.

$$W_c = \frac{1}{2}Q \cdot U = \frac{1}{2}C \cdot U^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad (1.13)$$

1.2. Stacionárius áramlási tér

1.2.1. Elektromos áram, ellenállás, vezetőképesség

Ha egy közegben előidézzük az elemi töltések mozgását, akkor *elektromos áram* (I) alakul ki. Az elektromos áram a töltések (többnyire valamilyen szempontból rendezett) áramlása, melyet az *áramerősség*gel, az adott helyen időegység alatt áthaladó töltések számával jellemezhetjük.

$$I = \frac{Q}{t} \qquad (1.14)$$

I – elektromos áram (A–Amper)
Q – áthaladó töltések száma (Coulomb)
t – idő (s–másodperc)

Az áramerősség egysége az *Amper*. 1 Amper erősségű áram folyik, ha 1 másodperc alatt 1 Coulomb töltés halad át.

$$[\mathrm{I}] = \frac{[\mathrm{Q}]}{[\mathrm{s}]} = \frac{\mathrm{Coulomb}}{\mathrm{s}} = \mathrm{A} \qquad (1.15)$$

Az Amper bevezetése után, további vizsgálatainkban gyakran a Coulombot is az Amperre vonatkoztatva fogjuk megadni:

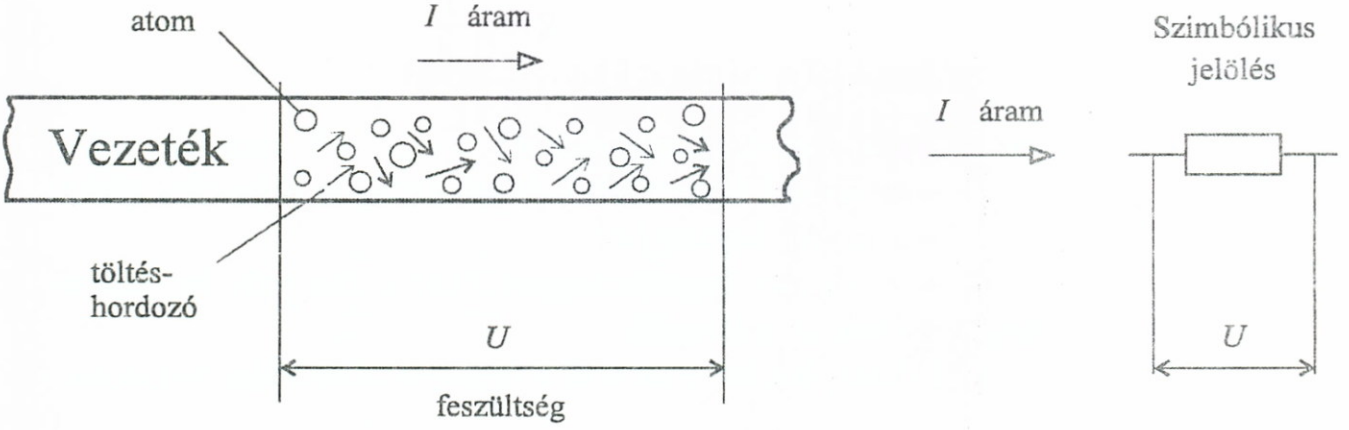
$$1 \text{ Coulomb} = 1 \text{ As} \tag{1.16}$$

Ha a közegben időben állandó erősségű áram folyik, akkor *stacionáris áramlás*ról (egyenáramról) beszélünk.

Vezető anyagban folyó áramnál a töltéseket anyagi töltéshordozók továbbítják, melyek az atomok közt áthaladva akadályokba ütköznek, így az áramlás az anyag fajtájától, szerkezetétől függően megnehezül. A vezető anyagnak ezt az „ellentartását" *elektromos ellenállás*nak nevezzük.

Áramlás állandó keresztmetszetű vezetőben

Vonalszerű állandó keresztmetszetű vezető esetén (például az 1–8. ábrán látható vezetékszakaszt tanulmányozva), az anyagok jelentős csoportjánál az tapasztalható, hogy az U feszültség arányos az átjutó árammal



1–8.ábra: *Ellenállás*

$$U = R \cdot I \tag{1.17}$$

Az *Ohm törvény*nek nevezett $U = f_R(I)$ összefüggésben szereplő R arányossági tényező a vezetékszakasz ellenállása.

R – ellenállás (Ω – Ohm)

U – feszültség (V)

I – áram (A)

Az ellenállás egysége:

$$[\mathrm{R}] = \frac{[\mathrm{U}]}{[\mathrm{I}]} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = \Omega \tag{1.18}$$

Gyakran célszerűbb az ellenállás reciprokával a *vezetőképességgel* számolni:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U} \tag{1.19}$$

A vezetőképesség egysége a *Siemens:*

$$[G] = \frac{1}{[R]} = \frac{[A]}{[V]} = S \tag{1.20}$$

Az ellenállások különféle típusait az alkalmazott elektronikában elterjedten alkalmazzák, ezekre a későbbiek során még visszatérünk.

Egy vezető tulajdonságú anyag ellenállása annak geometriai méreteitől és anyagi összetételétől függ:

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{1.21}$$

R – a kérdéses ellenállás (Ω)

ρ – az anyagi összetételtől függő *fajlagos ellenállás* (Ωm) (1.22)

l – a vezető hossza (m)

A – a vezető keresztmetszete (m^2), melyről itt feltételezzük, hogy az l hosszon állandó.

(1.19) alapján bevezethető a fajlagos ellenállás reciproka is:

$$\gamma \text{ – } \textit{fajlagos vezetőképesség} \left(\frac{1}{\Omega m}\right) \tag{1.23}$$

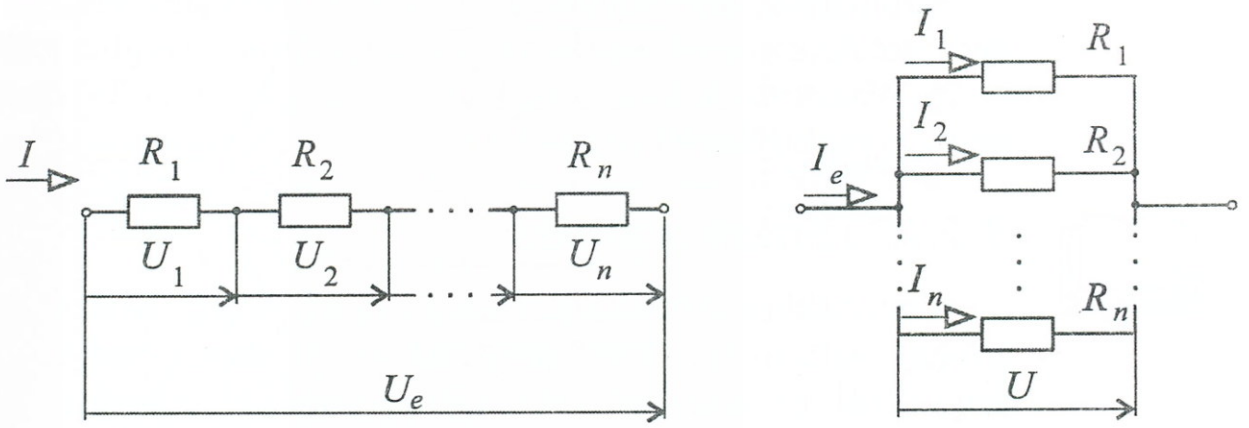
Több ellenállás eredője

Több ellenállás egyidejű összekapcsolása esetén az összetevők ellenállása egy eredő ellenállással helyettesíthető. Az összekapcsolásoknak két alapváltozata különíthető el:

– soros összekapcsolás;

– párhuzamos összekapcsolás.

Ezek eredőjének meghatározásánál az eredő feszültségből, illetve az eredő áramból célszerű kiindulni.



$$R_e = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad G_e = \sum_{i=1}^{n} G_i$$

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

a.) b.)

1–9. ábra: *Ellenállások összekapcsolása*

Az 1–9a. ábránál $I = I_e$ figyelembevételével felhasználva az (1–17.) Ohm törvényt:

$$U_e = \sum_{i=1}^{n} U_i = \sum_{i=1}^{n} I \cdot R_i = I \sum_{i=1}^{n} R_i$$

$$\frac{U_e}{I} = R_{es} = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad (1.24)$$

Az R_{es} soros eredő az ellenállások összege.

Az 1–9b. ábránál figyelembevéve, hogy $U = U_e$ és ugyancsak felhasználva az Ohm törvény (1.19.) vezetőképességet használó változatát:

$$I_e = \sum_{i=1}^{n} I_i = \sum_{i=1}^{n} U \cdot G_i = U \cdot \sum_{i=1}^{n} G_i = U \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

$$\frac{I_e}{U} = G_{ep} = \sum_{i=1}^{n} G_i = \frac{1}{R_{ep}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad (1.25)$$

Párhuzamos ellenállásoknál a vezetőképességek eredője azok összege. Az eredő ellenállás pedig egy reciprok összegből adódik.

Az összetettebb kapcsolások eredője az (1.24), (1.25) összefüggések kombinálásával tárgyalható.

1.2.2. Térbeli áramlás

A vezetékben történő áramlásnál a mozgó töltéseknek kitüntetett irányuk volt, melyet a vezeték jelölt ki. Általános esetben, térbeli áramlásnál az áramlást vektormennyiségekkel jellemezhetjük: a nagyság mellett az irányt is külön jellemeznünk kell. Miután a mennyiségek helyenként változnak, célszerű fajlagos mennyiségek bevezetésével felírni az összefüggéseket.

Az áramerősséget az *áramsűrűségi vektor*ral (**J**) helyettesítjük. Az áramsűrűség egyenlő egy felületre merőleges áramerősség és e felület hányadosának határértékével, iránya pedig megegyezik az illető pontban az áramerősség irányával:

$$\mathbf{J} = \frac{dI}{dA} \cdot \mathbf{e} \tag{1.26}$$

$\mathbf{J}$ – áramsűrűség vektora $\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}\right)$

$\mathbf{e}$ – az áramerősség irányába mutató egységvektor

I – az áramerősség (A)

A – a kérdéses felület (m^2)

$$[\mathrm{J}] = \frac{[\mathrm{I}]}{[\mathrm{A}]} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2} \tag{1.27}$$

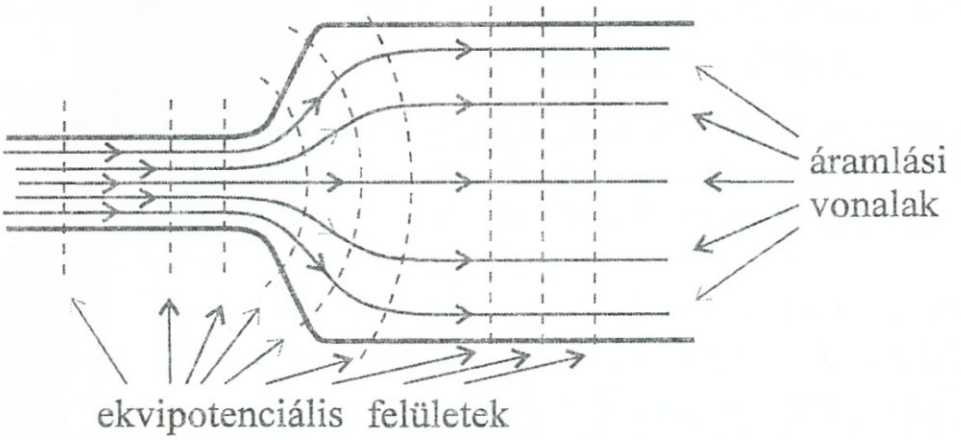
Az adott felületen átfolyó áramerősség az áramsűrűség integráljával számítható

$$I = \int_A \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \tag{1.28}$$

(1.28)-ból egyenletes árameloszlás esetén adódik:

$$I = J \cdot A \tag{1.29}$$

A térbeli áramlást célszerű az 1–10. ábra példáján látható „alakos" lemezben történő áramláson keresztül tanulmányozni.



1–10. ábra: *Térbeli áramlás*

Az áramot jellemző vonalak merőlegesek az ekvipotenciális felületekre. Az áramsűrűség vektora az áramlási vonalak érintőjébe esik, nagysága a vonalak sűrűségével arányos.

A feszültséget jellemző fajlagos érték úgy határozható meg, hogy valamilyen irányban a feszültség és a távolság hányadosának $\left(\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right)$ fajlagos értékét képezzük. Ez nem más, mint az illető pontbeli térerősség vektornak ($\mathbf{E}$) az adott irányba (l) eső komponense:

$$\left.\begin{aligned} |E_l| &= \left|\lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta l}\right| = \left|-\frac{\partial U}{\partial l}\right| \\ \mathbf{E} &= -\mathrm{grad}\, U \end{aligned}\right\} \qquad (1.30)$$

A negatív előjel azt jelenti, hogy az $\mathbf{E}$ a nagyobbik potenciálú helyről a kisebb potenciálú felé mutat.

A térerősség ismeretében adott két pont között a feszültség- vagy potenciálkülönbség meghatározható:

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \int_{r_A}^{r_B} \mathrm{grad}\, U d\mathbf{r} = \int_{r_A}^{r_B} \mathbf{E} d\mathbf{r} \qquad (1.31)$$

Ha izotróp (minden irányban azonos fajlagos vezetőképességű) anyagot tételezünk fel, akkor a fenti gondolatmenet alapján felírható a térbeli áramlásra vonatkozó, *általánosított Ohm-törvény:*

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \rho \cdot \mathbf{J} \\ \mathbf{J} &= \gamma \cdot \mathbf{E} \end{aligned} \qquad (1.32)$$

mely analóg a vezetékekre levezetett (1.17) Ohm törvénnyel.

1.2.3. Energia és teljesítmény stacionáris áramlás esetén

Korábban levezetett összefüggéseink alapján felírhatjuk:

$$W = Q \cdot U \qquad \text{(1.3)-ból}$$

$$I = \frac{Q}{t} \qquad \text{(1.14)-ből}$$

Ezekből a töltések áramoltatását végző *munka:*

$$W = U \cdot I \cdot t \qquad (1.33)$$

A *teljesítmény,* mint időegység alatt végzett munka összefüggései az (1.17) Ohm-törvényt is felhasználva:

$$P = \frac{W}{t} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \qquad (1.34)$$

A teljesítmény egysége a: Watt

$$[\mathrm{P}] = \frac{[\mathrm{W}]}{[\mathrm{t}]} = \frac{\mathrm{Joule}}{\mathrm{s}} = \mathrm{Watt} \qquad (1.35)$$

Gyakran a munka egységét is a teljesítmény egységére vonatkoztatva adjuk meg:

$$[\mathrm{W}] = [\mathrm{P}] \cdot [\mathrm{t}] = \mathrm{Watt} \cdot \mathrm{sec} = \mathrm{Ws} \qquad (1.36)$$

Térbeli áramlásnál a teljesítményt és munkát fajlagosan a térfogategységre kell vonatkoztatni, így (1.32), (1.34) felhasználásával felírhatók az összefüggések:

$$\text{Teljesítmény} : \frac{dP}{dV} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} = \mathrm{J}^2 \cdot \rho = \frac{E^2}{\rho}$$

$$\text{Munka} : \frac{dP}{dV} t = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \cdot t = \mathrm{J}^2 \cdot \rho \cdot t = \frac{E^2 t}{\rho} \qquad (1.37)$$

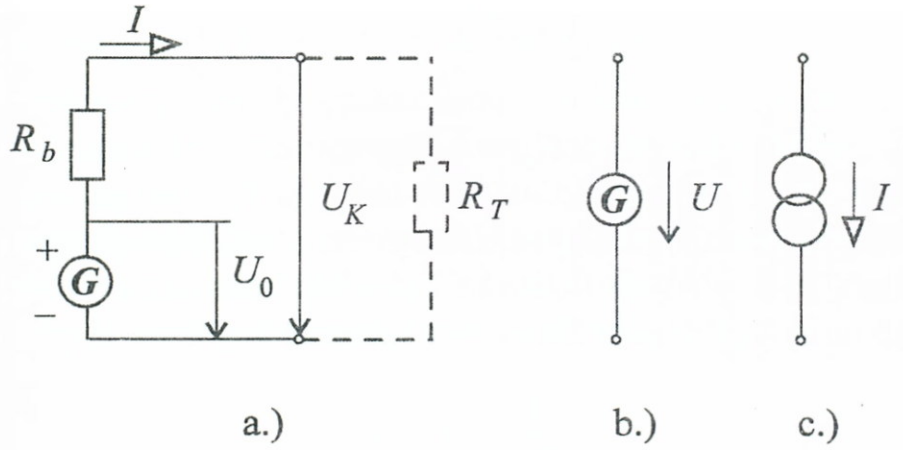
1.2.4. Energiaforrások, hálózatok

Generátorok

A pozitív és negatív töltések szétválasztásához, a töltések áramlásának előidézéséhez és fenntartásához energiára van szükség, melyet a *generátor*okból nyerhetünk.

A generátorok többféle elv alapján (kémiai, nukleáris, hőhatás, fényhatás, mechanikai, mágneses stb.) állíthatnak elő elektromos energiát, de elvontabb értelemben több egymáshoz kapcsolódó elektromos berendezésnél az energia-átadási láncolat korábbi (meghajtó) tagját is generátorként tekinthetjük a következő (meghajtott) fokozat szempontjából.

A generátor elvi felépítését az 1–11a. ábrán tanulmányozhatjuk.



1–11. ábra: *Generátor*

A töltések szétválasztását jelképező energiaforrást a G jelű elem jelképezi, mely az U_0 *belső feszültség*et vagy *üresjárási feszültség*et szolgáltatja. Mivel minden generátor belsejében keletkezik energiaveszteség, ezt az R_b *belső ellenállás*sal fejezzük ki. A generátorokból kivett I áramtól függően (mely az R_b *-n* is átfolyik) alakul a generátor kimeneti kapcsain jelentkező tényleges feszültség, az U_k *kapocsfeszültség.*

Amennyiben $I = 0$ I_0, akkor az R_b ellenálláson nincs Ohm-törvény értelmében feszültség és ($I_0 \cdot R_b = 0$), ilyenkor a generátor *üresjárat*ban van és $U_k = U_0$

A kimenetekre egy R_T *terhelő ellenállást,* vagy egy R_T eredő ellenállással helyettesített ellenállás-együttest kapcsolva *elektromos*

áramkör jön létre. A generátorból kivett áram nagysága, valamint a kapocsfeszültség is a terhelő ellenállás hatásától függ:

$$U_k = U_0 - I \cdot R_b \tag{1.38}$$

Bizonyos esetekben a generátorokat kihangsúlyozandó célzattal *áramgenerátor*oknak (1–11c. ábra), ill. *feszültség-generátor*oknak (1–11b. ábra) nevezik. Az áramgenerátorokról feltételezik, hogy nagy belső ellenállásúak, és állandó áramot a feszültséggenerátorokról, hogy kis belső ellenállásnak és állandó feszültséget szolgáltatnak .

A generátorok szükség szerint összekapcsolhatók.

a.) *Soros összekapcsolás* esetén az eredő feszültséget az összetevők belső feszültségeinek előjelhelyes összege, az eredő belső ellenállást az összetevők belső ellenállásainak összege adja meg:

$$U_{0e} = \sum_{i=1}^{n} \pm U_{0i}$$
$$R_{be} = \sum_{i=1}^{n} R_{bi} \tag{1.39}$$

b.) *Párhuzamos összekapcsolás* esetén a feszültség nem változik, de az eredő belső ellenállás csökkenthető, ami az eredő generátor külső terhelhetősége tekintetében lehet kedvező

$$\frac{1}{R_{be}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{bi}} \tag{1.40}$$

A generátorok összekapcsolásánál számos egyéb műszaki-áramköri feltételre is tekintettel kell lenni a konkrét esetekben. Ezért az (1.39), (1.40) összefüggések elsősorban elvi útmutatásul szolgálnak.

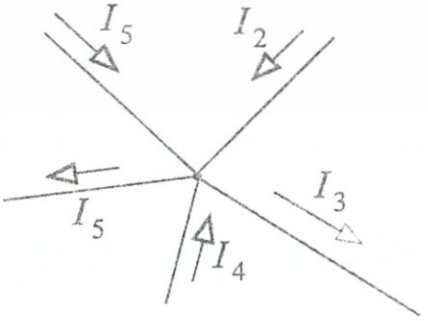
Elektromos hálózatok

Vonali áramlást feltételezve a generátorok és ellenállások kombinációiból felépülő együtteseket *elektromos hálózat*oknak nevezzük a továbbiakban. A hálózatok topológiailag csomópontok és hurkok rendszeréből épülnek fel, melyekkel kapcsolatosan megállapítások fogalmazhatók meg:

Csomóponti törvény (Kirchhoff első törvénye)

Stacionárius áramlás esetén valamely csomópontban töltések nem halmozódhatnak fel, ezért a befolyó és elfolyó áramok összege

egyenlő, illetve ha a befolyókat mínusz előjellel, ez elfolyókat plusz előjellel látjuk el a teljes áramösszeg nulla lesz (1–12. ábra).



Általánosítva n-re

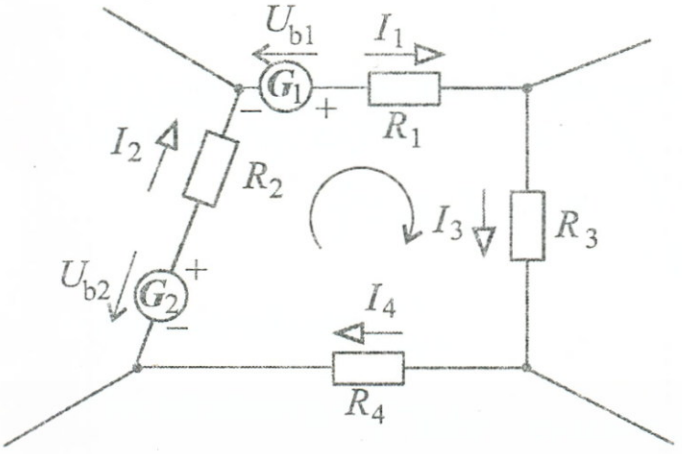
$$\sum I_{BE} = \sum I_{KI}$$

$$\sum_{k=1}^{n} I_K = 0 \tag{1.41}$$

1–12. ábra: *Csomóponti törvény*

Huroktörvény (Kirchhoff második törvénye)

Egy tetszőlegesen kiragadott áramhurokban a generátorok belső feszültségeinek összege egyenlő az ellenállásokon fellépő feszültségek összegével. A nullára redukált változatnál a generátorfeszültségnek a pozitívtól a negatív kapocs felé mutató irányt tulajdonítunk, míg az ellenállásokon fellépő feszültségnek a bejelölt áramiránnyal megegyező irányt (1–13. ábra).



Általánosítva m-re, p-re , r-re

$$\sum_{k=1}^{m} U_{genk} = \sum_{l=1}^{p} I_l \cdot R_l$$

$$\sum_{j=1}^{r} U_j = 0 \tag{1.42}$$

1–13. ábra: *Hurok törvény*

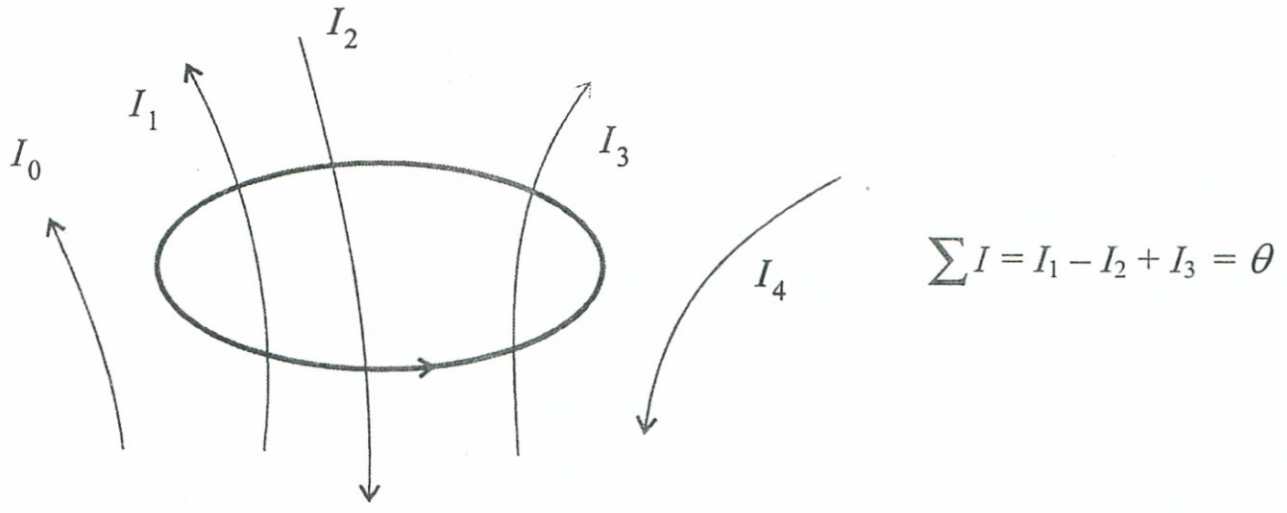
A csomóponti és huroktörvényeket valamely összetettebb hálózatokra felírva többismeretlenes egyenletrendszert kapunk. Az áramoknál és a feszültségeknél az említett irányítást bejelölve (pl. az 1–13. ábra szerinti módon) az eredmények pozitív vagy negatív előjele kiadja, hogy az adott helynél felvett irány helyes volt-e, avagy utólag felcserélendő.

1.3. Stacionárius és kvázistacionárius mágneses tér

1.3.1. Mágneses indukció, térerősség, gerjesztés

Tapasztalatok szerint a töltések áramlása maga körül mágneses teret gerjeszt. Ezt a *mágneses erőteret* (hasonlóan az elektromos erőtérhez) *mágneses erővonalak*kal ábrázolhatjuk.

A gerjesztő-áram és az általa előidézett mágneses erőtér kapcsolatát homogén közegben az (1.43.) formulával jellemezhetjük, mely szerint a mágneses tér erősségét jellemző *mágneses indukció* (**B**)



1–14. ábra: *Gerjesztés, indukció*

egy zárt görbe mentén vett körintegrálja egyenlő a görbe által körbefogott áramok összegével. Azok a görbén belüli áramok, melyek a körüljárás irányával jobbcsavar értelemben összehangolt irányba mutatnak pozitív-, az ellenkező nyilazásúak negatív előjellel szere-

pelnek az összegzéskor; a görbén kívüli áramok pedig nem jönnek számításba.

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu \sum I = \theta \tag{1.43}$$

$\mathbf{B}$ – mágneses indukció vektora (T)
$\mathbf{l}$ – zárt görbe paramétere (erővonal-hossz) (m)
I – áram (A)
μ – abszolút permeabilitás $\left(\frac{\text{Vs}}{\text{Am}}\right)$
θ – gerjesztés (A)

A mágneses indukció egysége a: Tesla

$$1\text{T} = 1\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \tag{1.44}$$

Az abszolút permeabilitás két komponensből áll:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \tag{1.45}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ – a vákuum permeabilitása

μ_r = anyagonként változó relatív permeabilitás

Ha bevezetjük a *mágneses térerősséget:*

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} \tag{1.46}$$

akkor (1.43.)-ba behelyettesítve, az inhomogén közegre is érvényes *gerjesztési törvényt* kapjuk:

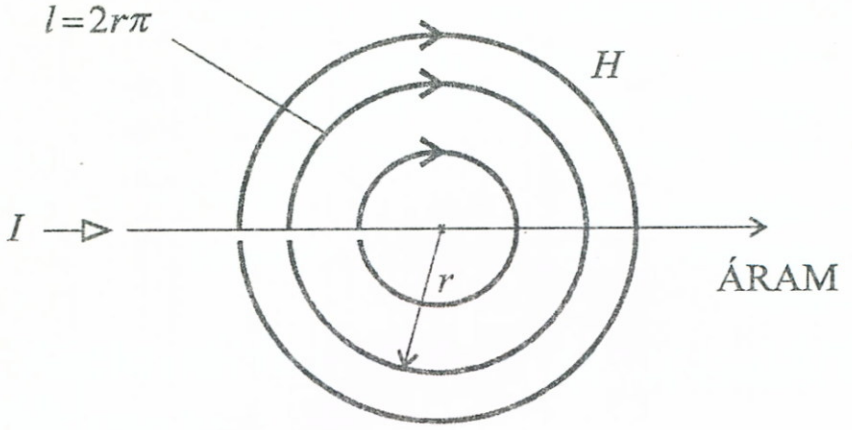
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I = \theta \tag{1.47}$$

H – mágneses térerősség $\left(\frac{\text{A}}{\text{m}}\right)$

A mágneses térerősség egysége:

$$[\text{H}] = \frac{[\text{I}]}{[\text{l}]} = \frac{\text{A}}{\text{m}} \tag{1.48}$$

A gerjesztési törvény a vezetékbeli áramlás eseteiben lényegesen leegyszerűsödik.



1–15. ábra: *Gerjesztés egyetlen vezetéknél*

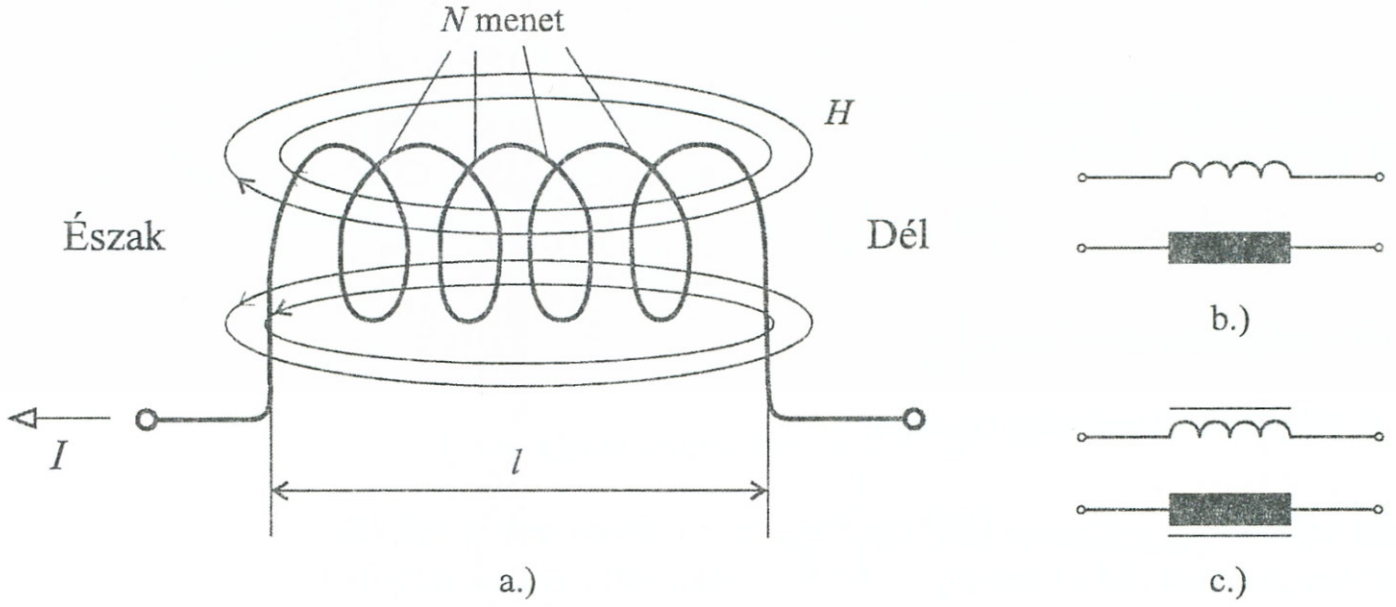
1.1. példa: Egyenes, végtelen vezetéknél (1–15. ábra) a gerjesztési törvény az alábbi egyszerű alakot veszi fel:

$$H \cdot l = I \tag{1.49}$$

1.2. példa: Az 1–16. ábrán látható N menetszámú tekercsbe rendezett vezető (szolenoid) esetében a gerjesztési törvény:

$$H \cdot l = N \cdot I \tag{1.50}$$

Tekercseknél az egyes menetek eredőjeként alakul ki a térerősség és a tekercs kifelé, Észak-Dél pólussal rendelkező „mágnesrúd"-hoz hasonlóan viselkedik.



1–16. ábra: *Szolenoid*

1.3.2. Fluxus, önindukció, kölcsönös indukció

Valamely felületen áthaladó mágneses indukció-vonalak számát *mágneses fluxus*nak nevezzük:

$$\phi = \oint_A \mathbf{B} d\mathbf{A} \tag{1.51}$$

ϕ – fluxus (Weber = Wb)

$\mathbf{B}$ – mágneses indukció vektora $\left(\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}\right)$

A – felület (m^2)

A fluxus egysége a Weber

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs} \tag{1.52}$$

A fluxussal kapcsolatosan megállapítható, hogy egy zárt felületnél ugyanannyi indukció-vonal lép be, mint ki, ezért a zárt felületre vonatkoztatott fluxus zérus

$$\oint_A \mathbf{B} d\mathbf{A} = 0 \tag{1.53}$$

Ebből következik, hogy a mágneses indukció forrásmentes és az indukció-vonalak mindig zártak.

Amennyiben több áramhurok vesz részt a mágneses jelenségek alakításában, akkor a keletkező *rész-fluxusok* egymással kapcsolódnak. Például egy N-menetű egyenes tekercs (szolenoid) esetén az eredő *tekercs-fluxus* a kapcsolódó rész-fluxusok összegeként alakul:

$$\psi = \sum_{i=1}^{n} \phi_i = N \cdot \phi \tag{1.54}$$

Több áramhurok esetén az i-edik áramkör I_i áramra által keltett mágneses tér áthatol a k-adik áramkör felületén, és ott ϕ_{ki} nagyságú fluxust eredményez, mely arányos az I_i árammal:

$$\phi_{ki} = L_{ki} \cdot I_i \tag{1.55}$$

Az L_{ki} (néha M-mel is jelöljük) arányossági tényező, melyre felírható: $L_{ik} = L_{ki}$ az i-edik és k-adik hurok *kölcsönös indukciós* együtthatója. Ha $i = k$, akkor *önindukciós* együtthatóról beszélünk.

Az indukciós együttható egysége:

$$[\mathrm{L}]=\frac{[\phi]}{[\mathrm{I}]}=\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}=\mathrm{Henry}=\mathrm{H} \tag{1.56}$$

A *k*-adik hurok fluxusa a rész-fluxusok összege:

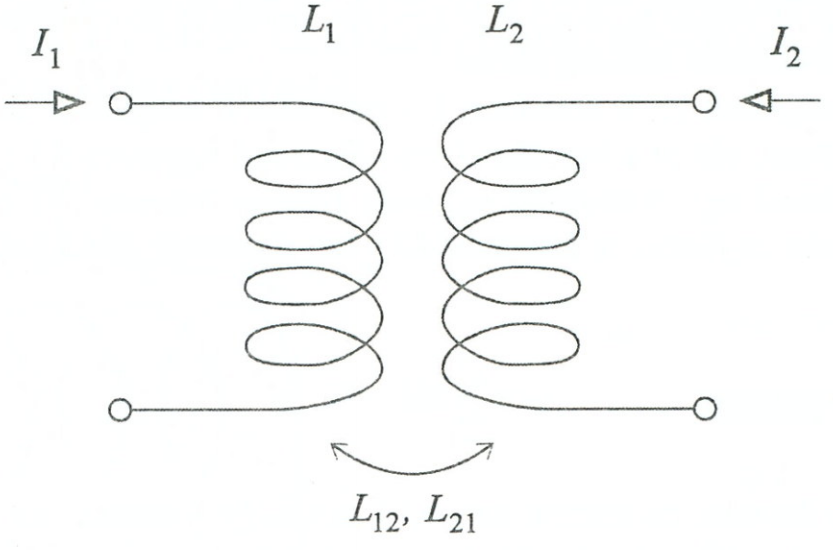
$$\phi_{ki}=\sum_{i=1}^{n}\phi_{ki}=\sum_{i=1}^{n}L_{ki}\cdot I_i \tag{1.57}$$

Az indukciós együttható kiszámításánál az (1.55) összefüggésből kiindulva felhasználhatjuk még az alábbi összefüggést:

$$\phi_{ki}=\int_{A_k}\mathbf{B}_i\cdot d\mathbf{A} \tag{1.58}$$

ahol $\mathbf{B}_i$ az *i*-edik vezetőben folyó áram által keltett mágneses indukciót jelenti. A számítás során fel kell tételeznünk, hogy a permeabilitás állandó.

A számítások a gyakorlati esetek egy részében rendkívül leegyszerűsödhetnek:



1–17. ábra: *Kölcsönös indukció*

1.3. példa: Az 1–16. ábra kapcsán már szerepelt szolenoid tekercs *önindukciós együtthatójának* meghatározása a következő lépésekben történhet:

Mivel többmenetes a tekercs, a tekercs-fluxussal kell számolni. Felírható:

egyrészt: $\psi = L \cdot I$ (1.55) alapján

másrészt: $\psi = N \cdot B \cdot A$ (1.54) és (1.51) alapján.

A másodikként felírt ψ-be egymás után behelyettesítve (1.46)-ból: $B = \mu H$-t, (1.50)-ből: $H = N \cdot \frac{I}{l}$-t, végül kapjuk a következőket:

$$\psi = \mu \cdot A \cdot \frac{N^2}{l} \cdot I$$

Ezt az elsőként felírt ψ-vel összehasonlítva I egyszerűsítése után adódik a szolenoid önindukciós tényezője:

$$L = \mu A \frac{N^2}{l} \quad (H) \qquad (1.59)$$

A korábbi 1–16b. ábrán feltüntettük annak az induktivitásnak az elvi jelölését is, melyet a mellette szereplő tekercs képvisel. Az 1–16c. ábrán egy vasmagos tekercs elvi jelölését is felrajzoltuk.

b.) Több összetevő esetén a fluxus-kapcsolódások lehetséges száma rohamosan növekszik.

1.4. példa: Az 1–17. ábrabeli két tekercsnél már négy esettel kell számolni:

$$\psi_1 = L_1 I_1 \qquad \psi_{12} = L_{12} I_2$$

$$\psi_2 = L_2 I_2 \qquad \psi_{21} = L_{21} I_1$$

A fluxus-kapcsolódások főként a tekercsek egymáshoz viszonyított elrendezési geometriájától függenek, melyek leggyakoribb típus-eseteit az irodalomban táblázatosan feldolgozták. Például a két-tekercses esetnél írható: $\psi_{12} = k_1 \psi_1$, $\psi_{21} = k_2 \psi_2$, itt k_1, k_2 a geometriától függő *csatolási faktor*ok és $L_{12} = k\sqrt{L_1 L_2}$, ahol $k = \sqrt{k_1 \cdot k_2}$, továbbá fennáll, hogy $k^2 < 1$. Például közös vasmagra és egymásra csévélve a tekercseket k közel elérheti az 1-et. A kölcsönös indukciós együttható értéke a tekercselési irányok egymáshoz viszonyított jellegének is függvénye.

1.3.3. Mágneses anyagok

μ_r alapján a mágneses anyagok három csoportba sorolhatók:

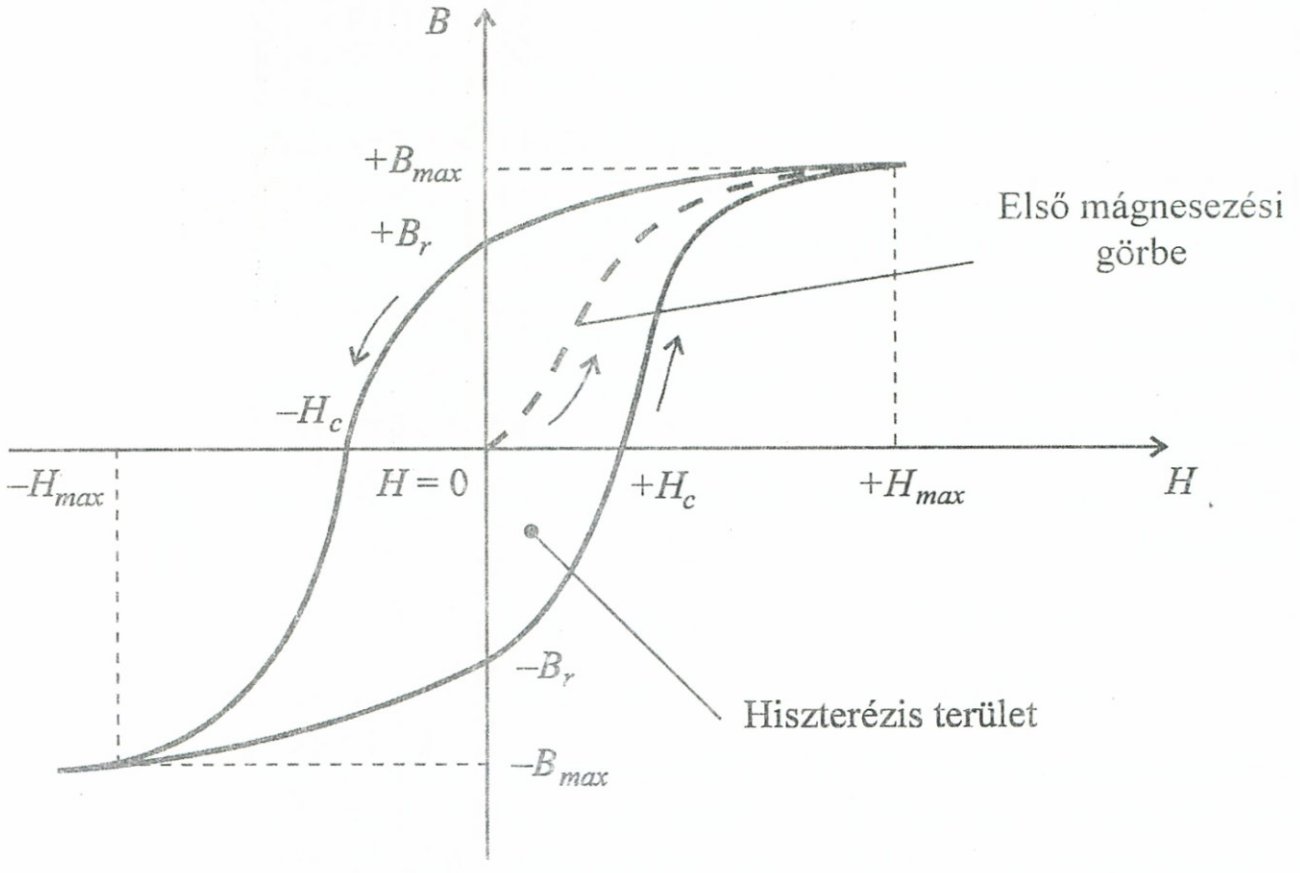
$\mu_r < 1$ diamágneses anyagok

$\mu_r > 1$ paramágneses anyagok

$\mu_r \gg 1$ ferromágneses anyagok.

Az első két csoportnál $\mu_r \approx 1$ és ezek az anyagok nem mágneses tulajdonságúak.

A ferromágneses anyagoknál a μ_r nem állandó érték, hanem függ a hőmérsékletétől és az anyag előzetes mágnesezettségétől. Az 1–18. ábrán látható mágnesezési görbe a μ_r-től befolyásolt $B = f(H)$ függvényt ábrázolja. Az origóból induló szaggatott görbe az *első*



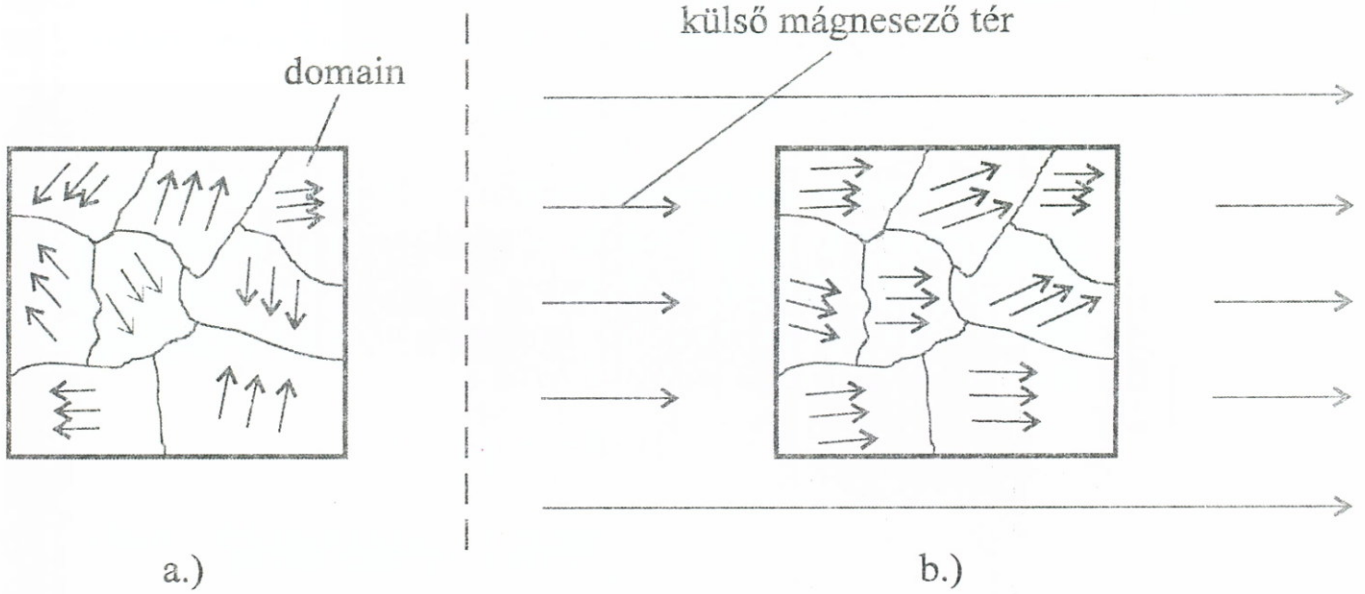
1–18. ábra: *Mágnesezési görbe*

felmágnesezés görbéje, mely $+B_{max}$ körül telítési szakaszba jut. Ha innen vissza, a lemágnesezési irányba mozgunk, akkor $H = 0$-nál a $+B_r$ *remanens indukció*hoz jutunk, majd $B = 0$-nál a $-H_c$ *koercitív erő* mérhető. Továbbhaladva, a $-B_{max}$ ismét telítést jelent, majd innen újra felmágnesezési irányba fordulva egy másik görbeágon

$-B_r$, $+H_c$, $+H_{max}$ pontok érintésével egy területet az ún. *hiszterézis területet* járjuk körül.

A ferromágneses tulajdonságok az anyagi összetételtől (Fe, Ni, Co, ötvözetek, oxidok stb.) az előállítási technológiától, hőkezelés-től stb. függenek. A ferromágnesezés viselkedés egy, az adott anyagra jellemző hőmérsékletnél a *Curie-pont*nál (pl. Fe: 769 °C) megszűnik és az anyag paramágneses tulajdonságúvá válik.

A mágneses anyagok elemi mágnesként viselkedő elemi tartományok ún. *domain*-ek együtteséből állnak. A domain-ek eredetileg rendezetlen irányítottsággal helyezkednek el az anyagban (1–19a. ábra), de külső mágnesező tér hatására azonos irányba rendeződnek (1–19b. ábra).



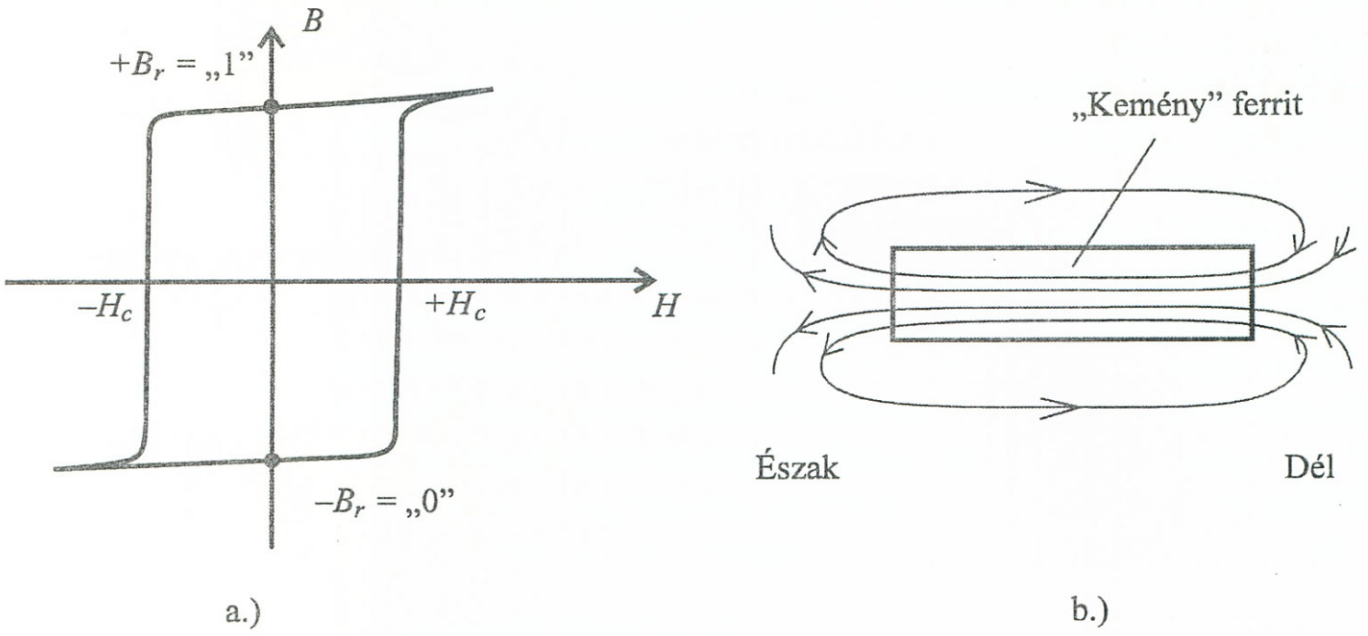
1–19. ábra: *Rendezetlen és rendezett domainek*

A ferromágneses anyagokat, ha a külső mágnesező hatás megszűnte után mágnességüket

megtartják : kemény,
ha elveszítik : lágy

mágneses anyagoknak nevezzük.

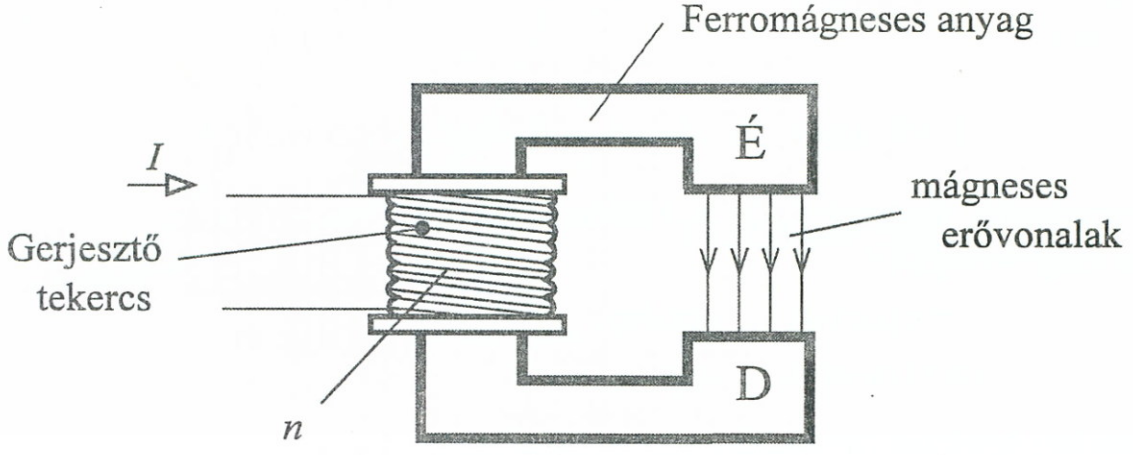
1.5. példa: Az 1–20a. ábrán egy kapcsolás-technikában használatos logikai állapotára belső, remanens mágneses állapotai ($+B_r$, $-B_r$) révén „emlékező" *négyszöghiszterézisű* „kemény" ferrít anyag hiszterézisgörbéje, az 1–20b. ábrán mágneses erővonalai láthatók.



1–20. ábra: *Kemény ferrit*

A ferromágneses anyagok mágneses állapotának megváltoztatása elvben történhet egy másik, állandó mágnes melléhelyezése révén, de gyakorlatilag legtöbbször az elektromos áram mágneses hatása terén valósul meg, egy *gerjesztő tekercs* közreműködésével. A mágnesezés fel- és le irányú lehet a

$$\theta = \pm n \cdot I$$



1–21. ábra: *Gerjesztett mágnes*

gerjesztés előjelének függvényében. Az előjel mind a tekercselés jobbos vagy balos iránya, mind a tekercsben folyó áram iránya révén változtatható (1-21. ábra).

A ferromágneses anyagok a mágneses erővonalakat jól vezetik, a mágneses térbe helyezett vasmag „magába gyűjti" az erővonalakat. A nem mágneses anyagok (pl. légrés) nagy *mágneses ellenállást* képviselnek.

1.3.4. Stacionárius mágneses tér energiaviszonyai

Ha egy zárt vezetőben I áram folyik és az aktuális felületen áthatoló külső fluxus ϕ, akkor az energia

$$W = \phi \cdot I \tag{1.60}$$

Ha a térben n darab zárt áramkört feltételezünk az i-edikben folyó áram erőssége I_i és rajta átmenő összes fluxus ϕ_i, akkor a rendszer együttes energiája az alábbi módon adható meg:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \phi_i \cdot I_i \tag{1.61}$$

Felhasználva korábbi ($B = \mu \cdot H$, $I = H \cdot l$, $\phi = BA$) összefüggéseinket felírhatjuk a mágneses tér térfogategységre vonatkoztatott *energiasűrűségét,* mely nem ferromágneses anyag esetén:

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2}\mu \cdot H^2$$

innen a teljes térfogatra számolt energia:

$$W = \frac{1}{2}\int_{v} \mu \cdot H^2 \, dV \tag{1.62}$$

Ferromágneses anyagnál μ nem lineáris volta miatt az energiasűrűség változása adható meg:

$$w_2 - w_1 = \Delta w = \int_{B_1}^{B_2} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} \tag{1.63}$$

A rendszer energiáját az *indukciós együtthatókkal* is kifejezhetjük.

Egyetlen kör esetén:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \tag{1.64}$$

Általános esetben:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} L_{ik} \cdot I_i \cdot I_k \tag{1.65}$$

Például két áramkör esetén ($n = 2$):

$$W = \frac{1}{2}L_{11} \cdot I_1^2 + \frac{1}{2}L_{12} \cdot I_1 \cdot I_2 + \frac{1}{2}L_{21} \cdot I_2 \cdot I_1 + \frac{1}{2}L_{22} I_2^2$$

1.3.5. Mágneses tér mechanikai erőhatása

A mágneses energia megváltozása mechanikai munkával is kifejezhető (erő · út, forgatónyomaték · elfordulás):

$$\begin{aligned} dW &= F_r \cdot dr \\ dW &= M_n \cdot d\varphi \end{aligned} \tag{1.66}$$

Merev testszerű elmozdulás esetén a k-adik áramkörre ható r irányú erőt kifejezhetjük az indukciós együtthatókkal (1.65) alapján:

$$F_{kr} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I_i \cdot I_j \frac{\partial L_{ij}}{\partial r_k} \tag{1.67}$$

Magányos vezető önmagára gyakorolt erőhatása felírható az alábbi formulával:

$$F = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \frac{\partial L}{\partial r} \tag{1.68}$$

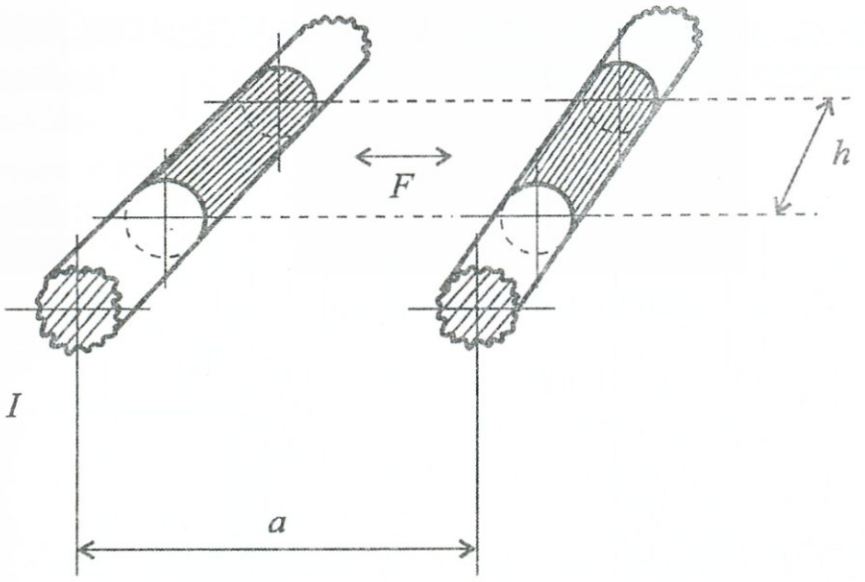
Az erőt felírhatjuk az áram és a mágneses indukció függvényében is. Ha a vezető egy elemi dh hosszúságú darabjára ható erő:

$$d\mathbf{F} = I \cdot d\mathbf{h} \times \mathbf{B}$$

akkor a vezető teljes hosszára összegezve kapjuk.

$$\mathbf{F} = I \oint_{l} d\mathbf{h} \times \mathbf{B} \tag{1.69}$$

1.6. példa: A felírt elvontnak tűnő összefüggések használhatóságának szemléltetésére határozzuk meg két egymás melletti (1–22. ábra szerinti elrendezésű), áram oda-visszavezetésére szolgáló párhuzamos vezeték-ág h hosszúságú szakaszára ható F erő nagyságát.



1–22. ábra: *Két vezeték közt ható erő*

A mágneses indukció a másik vezető helyén: a korábbi (1.46), (1.50) formulák felhasználásával:

$$B = \mu H = \mu \frac{I}{l} = \mu \frac{I}{2\pi a} \tag{1.70}$$

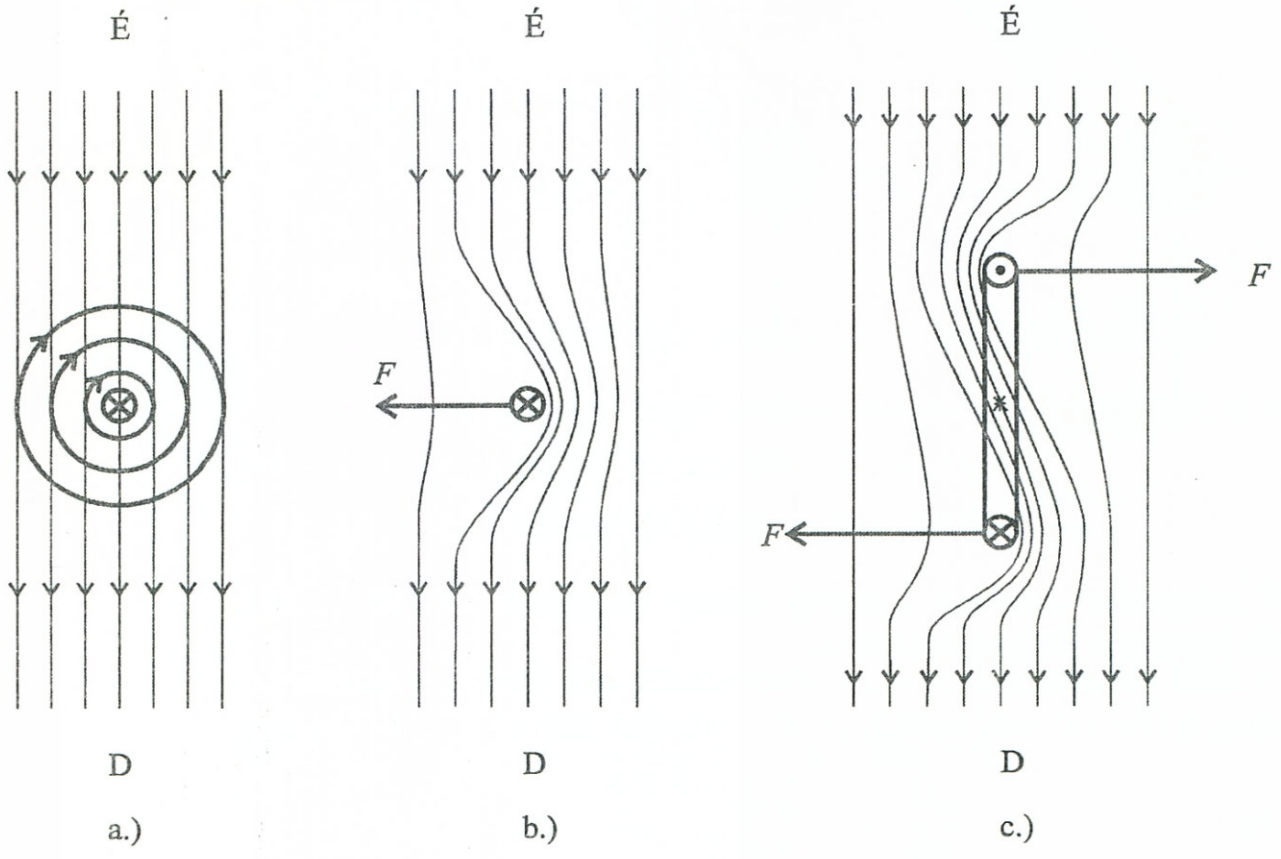
Ez a vezetőre merőleges és a vezető mentén állandó. (1.70)-et (1.69)-ba helyettesítne és erre az egyszerű elrendezésre alkalmazva kapjuk a h hosszúságú szakaszra ható erőt:

$$F = I \cdot H \cdot B = \mu \frac{h}{2\pi a} I^2 \tag{1.71}$$

1.7. példa: További szemléltető példaként vizsgáljuk meg az erőviszonyokat egy homogén állandó mágneses térbe helyezett, stacionárius árammal átfolyt vezető környezetében.

Az 1–23a. ábrán, mind a tőlünk távolodó irányú árammal átjárt vezető óramutató járásával megegyező irányítású mágneses erővonalai, mind az É–D irányítottságú külső mágneses tér párhuzamos erővonalait berajzoltuk. A két mező egymásrahatása következtében az ütköző erővonalak gyengítik vagy kioltják egymást, míg az egyirányúak összeadódnak, így az eredő mező az 1–23b. ábra szerinti lesz. Ha a minimális energiaszintre törekvő, hosszukat „csökkenteni akaró" erővonalakat „gumi szálaknak" képzeljük, akkor képiesen is érzékelhető a vezetőt balra elmozdítani kívánó F erő. A függőleges mágneses mező természetesen származhat állandó mágnesként mű-

ködő kemény mágneses anyagtól, de származhat gerjesztő tekercscsel mágnesezett lágy mágneses anyagtól is.



1–23. ábra: *Erőviszonyok homogén mágneses térbe helyezett vezetőknél*

Az 1–23c. ábrán egy visszahurkolódó vezetőkeret látható, melynek forgástengelye a középpontban a papírra merőleges. A keretet egy „egymenetű" tekercsnek is tekinthetjük, ahol a távolodó–közeledő áramok és a mágneses tér egymásraható erővonalai ellentétes erőhatásokat keltenek, melyek forgatónyomatékai a keretet elfordítják a tengely körül. Ha közben az áram- és mágneserővonalak relatív helyzete megváltozik (pl. vagy az áram vagy a mágneses tér iránya átvált) a keret a „holtponton" továbbfordul. Ily módon mechanikai forgómozgás (pl. villamos motor) állítható elő.

1.3.6. Kvázistacionárius elektromágneses tér, indukált feszültség

Az eddig tanulmányozott mágnesezéssel kapcsolatos jelenségeknél az időt állandónak tekintettük. Ha a mágneses térben egy vezető tartózkodik, akkor a mágneses tér fluxusának valamilyen okból bekövetkező időbeli változása a vezető sarkain feszültséget

eredményez (indukál), melynek értéke Faraday-indukció törvénye értelmében:

$$u_i = -\frac{\partial \Psi}{\partial t} \tag{1.72}$$

u_i – az indukált feszültség

$-\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ – a fluxus időbeli megváltozása, melyhez rendelt konvenciós térirány ellentétes a feszültség irányával

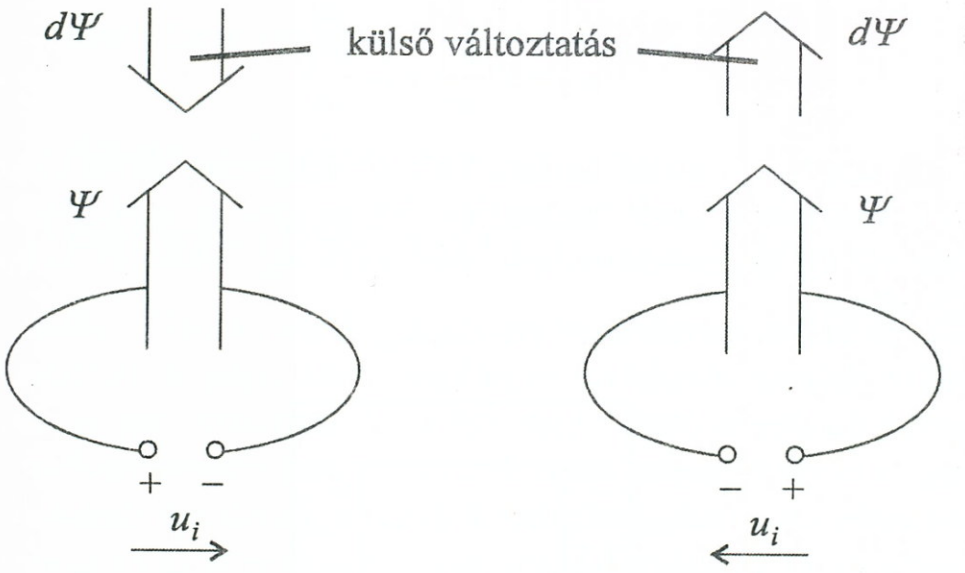
A fluxus időbeli megváltozása kétféle módon is előidézhető:

a.) Kívülről jövő hatásra változó mágneses térrel;

b.) Mágneses térben adott sebességgel mozgatott vezető révén.

a.) Változó mágneses tér hatása

Ennél a változatnál kívülről valamely időfüggvény szerint változtatjuk a mágneses teret és vele a fluxust (1–24. ábra) Felírható



1–24. ábra: *Változó fluxus és az indukált feszültség*

az indukció-törvény differenciális alakja, mely szerint a térerősség nem örvénymentes, ellentétben az elektrosztatikus térrel:

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Az itt is megjelenő negatív előjel Lenz törvénye értelmében azt jelenti, hogy az indukált feszültséggel kapcsolatos áram által gerjesztett mágneses tér, ellentétes a fluxusváltozás irányával, azaz: az őt előidéző hatást gátolni igyekszik.

Az indukált feszültséget a korábban bevezetett *indukciós együtthatókkal* is felírhatjuk. Ha a *k*-adik vezető fluxus-kapcsolódása:

$$\psi_k = \sum_{j=1}^{n} L_{kj} \cdot i_j$$

és ezt (1.72)-nél alkalmazzuk:

$$u_{ik} = -\frac{\partial \Psi_k}{\partial t} = -\sum_{j=1}^{n} L_{kj} \cdot \frac{di_j}{dt} \qquad (1.73)$$

vagy *egyetlen vezető* esetére felírva:

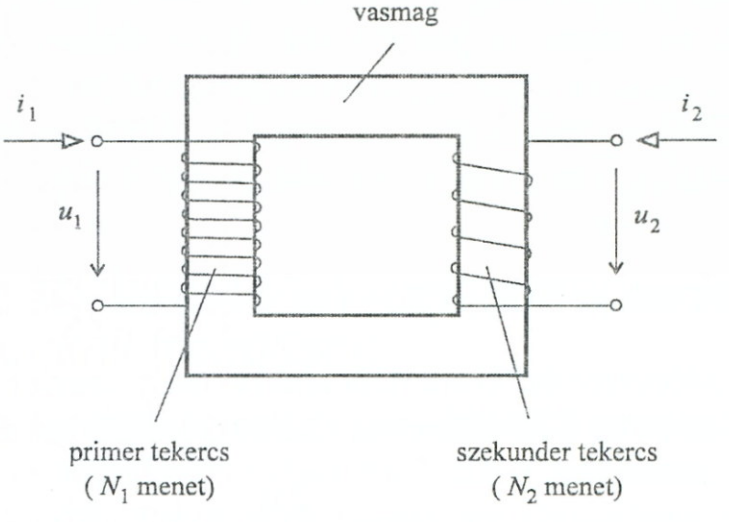
$$u_i = -L\frac{di}{dt} \qquad (1.74)$$

Ha *két vezető* szerepel (és $L_{12} = L_{21} = M$):

$$-u_{i1} = \mathrm{L}_1 \frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$$

$$-u_{i2} = \mathrm{M}\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt}$$

1.8. példa: A külső hatásra változó mágneses térrel előidézett fluxus-változtatás elvét használják fel, például a gyakorlatban alkalmazott *transzformátoroknál*, melyekre egy változat látható az 1–25. ábrán.



1–25. ábra: *Vasmagos transzformátor*

A példabeli esetnél két független, N_1, N_2 menetszámú tekercs a jobb mágneses csatolás érdekében közös vasmagon helyezkedik el. Az első, ún. *primer* tekercs időben változó i_1 árama, időben változó mágneses teret hoz létre a vasmagban. A második, ún. *szekunder* tekercsben ez az időben változó mágneses tér fluxus-változása feszültséget indukál. A primer és szekunder-oldali energiák egyenlősége alapján levezethető, hogy a szekunder-oldali indukált feszültség:

$$u_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot u_1 \tag{1.75}$$

b.) Mágneses térben mozgatott vezető

Feszültség indukálódik egy vezető sarkain olyan esetben is, ha egy mágneses térben a vezetőt adott sebességgel mozgatjuk. Itt az indukált feszültség nagysága a mozgás során metszett erővonalak számával lesz arányos. Más oldalról felírható:

$$u_i = \int_l \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_l (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) d\mathbf{l} \tag{1.76}$$

u_i – indukált feszültség (V)

$\mathbf{v}$ – vezető darab mozgási-sebesség vektora $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

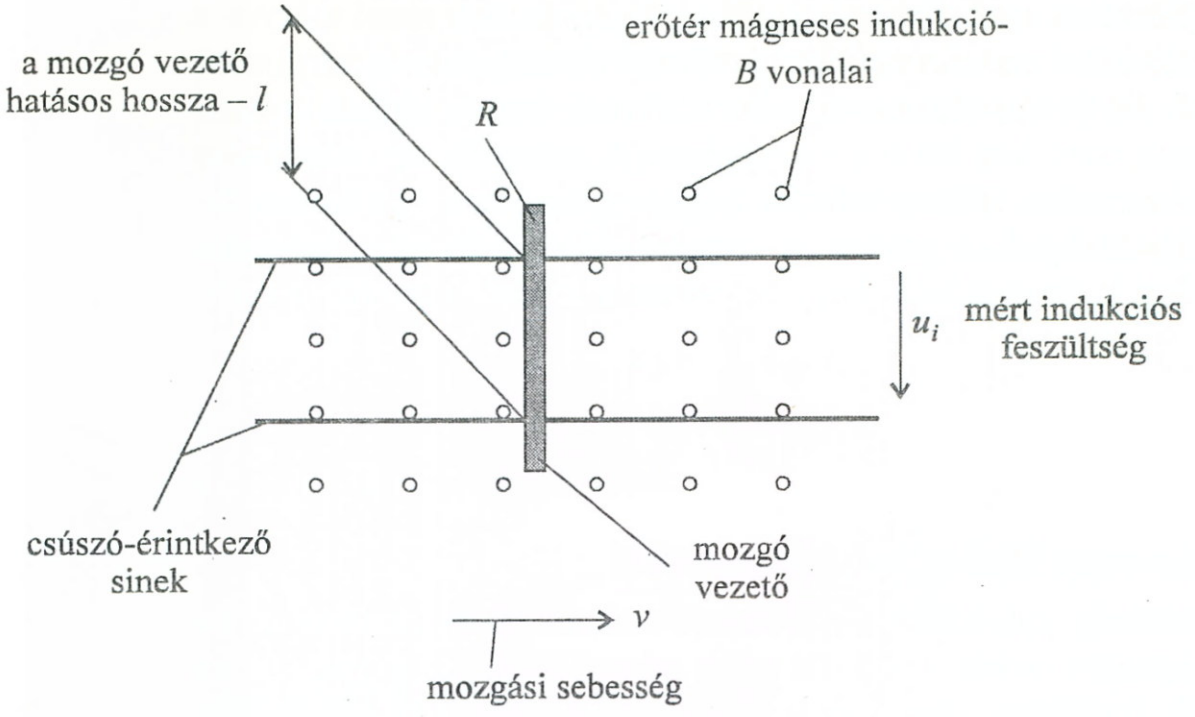
$\mathbf{B}$ – mágneses indukció vektora $\left(\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}\right)$

$d\mathbf{l}$ – vezető hossz egységvektora (m)

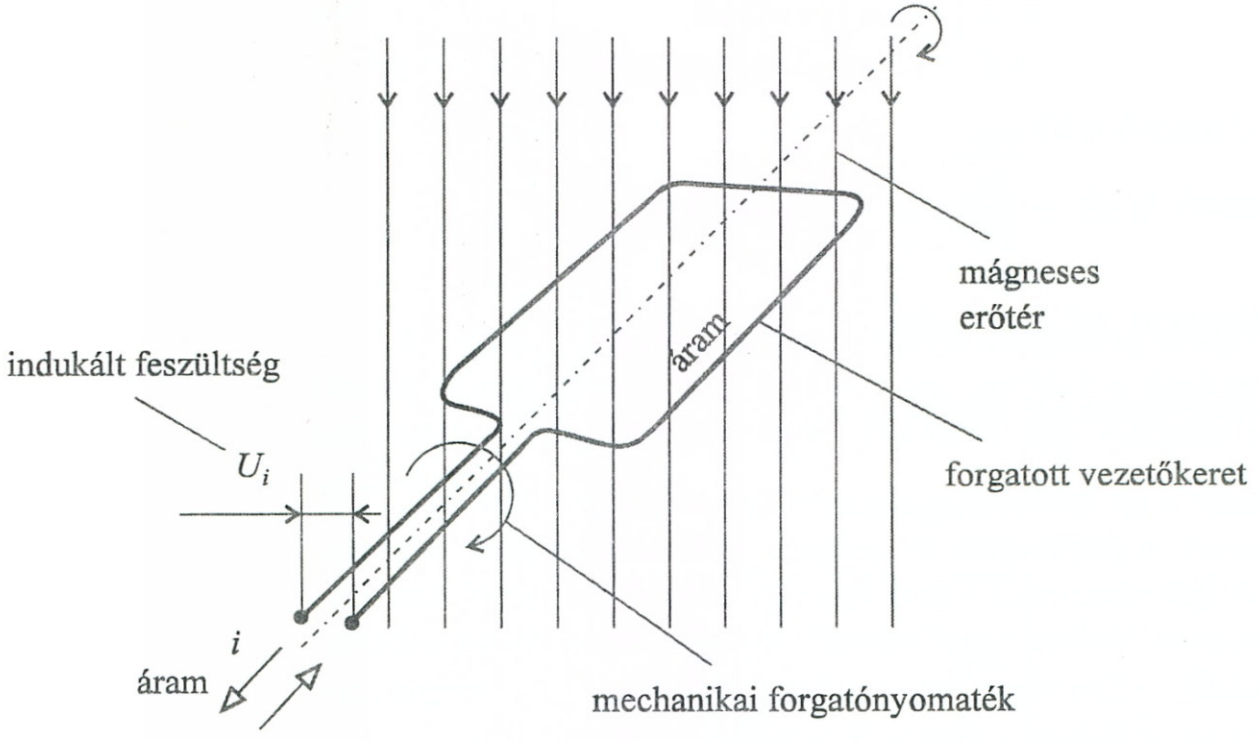
1.9. példa: Egy klasszikus kísérleti berendezést mutat az 1–26. ábra, melynél a papírlapra merőleges indukció-vonalak állandó irányúak. A két vízszintes vonal egy-egy csúszó érintkező sínt jelképez, melyen a v sebességgel mozgó vezetőanyagon R rúd csúszik. Az u_i indukált feszültség a sinek között lemérhető. Az elrendezés geometriája és az állandó irányú $\mathbf{B}$ vonalak miatt az (1.76.) összefüggés nagyon leegyszerűsödhet, és az indukált feszültség:

$$u_i = v \cdot B \cdot l \tag{1.77}$$

Mágneses erőtérben mozgatott vezető elvén működnek a mechanikai forgást elektromos energiává alakító generátorok, melyeknél a kívülről forgatott, visszahurkolt vezetőkeretekből álló „forgórész" sarkairól indukált feszültség vehető le (1–27. ábra).



1–26. ábra: *Mozgó vezető által indukált feszültség*



1–27. ábra: *Generátor*

Általános esetben mind az a.), mind a b.) típusú indukálási eset is előfordulhat: mozgatjuk a vezetőt, de a mágneses teret is változtatjuk. Ilyenkor az eredő indukált feszültség:

$$u_i = u_{ia} + u_{ib} = -\frac{d\Psi_a}{dt} + \int_l (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) d\mathbf{l} \qquad (1.78)$$

1.4. Hálózatok időfüggő áramjellemzők esetén

1.4.1. A klasszikus leírás

A stacionárius áramlásoknál bevezetett áramfeszültség összefüggéseket és Kirchhoff-törvényeket időben változó körülmények között is alkalmazhatjuk, ha azokat általánosítva értelmezzük.

Az időben változó, pillanatnyi értékeket kis betűkkel jelöljük a továbbiakban, a nagy betűk állandó értékekre utalnak.

Az áramkör egyes elemein fellépő áramfeszültség függvények a következőképpen írhatók fel:

- Ellenállás:
  Az Ohm-törvény (1.17.) alapján:

$$u_R = R \cdot i \tag{1.79}$$

- Induktivitás:
  Az önindukciós feszültség (1.74.) alapján:

$$u_L = L\frac{di}{dt} \tag{1.80}$$

  Kölcsönös indukciós feszültség

$$u_M = M\frac{di'}{dt} \tag{1.81}$$

- Kapacitás:
  Valójában a kondenzátoron keresztül nem folyhat áram, mivel az elektródák egymástól el vanak szigetelve a dielektrikum révén. Az elektródákon azonban a töltések felhalmozhatók és a felhalmozódás, ill. kiürülés során töltésáramlás keletkezik, mely kívülről úgy „tűnik", mintha a kondenzátoron az áram valóban átfolyna.

  Továbbmenőleg valamely vizsgált esetben a kondenzátoron feltételezhetünk egy korábbi kiindulótöltést (Q_0) is, melynek hatását a kondenzátor sarakin mért feszültség felírásánál figyelembe kell vennünk, mint egy második komponenst.

  A kondenzátor feszültsége (1.8.) alapján:

$$u_c = \frac{Q_0}{C} + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_1} i \cdot dt \tag{1.82}$$

mivel az elektródákra $t_0 - t_1$ időszakban áramió töltés:

$$q = \int_{t_0}^{t_1} i \cdot dt$$

– Generátor:
A belső feszültség:

$$u_b \tag{1.83}$$

A Kirchhoff-törvények új alakjai:

– Csomóponti törvény egy csomópontra

$$\sum i = 0 \tag{1.84}$$

– Hurok törvény egy hurokra:

$$\sum u = 0 \tag{1.85}$$

Az áramköri számításoknál ezután a következő algoritmus szerint járunk el:

– az áramköri rajzba berajzoljuk az áram és feszültség irányokat;
– felírunk a csomópontok számánál eggyel kevesebb csomóponti törvényt;
– felírunk annyi független huroktörvényt, hogy a kapott egyenletek száma az ágak (a megengedett ismeretlenek) számával legyen egyenlő. Ezeknél az (1.79), (1.80), (1.81), (1.82) feszültségeket alkalmazzuk;
– ily módon több integro-differenciálegyenletből álló egyenletrendszert kapunk, melyeket megoldjuk és így megkapjuk az ismeretlen paramétereket.

1.10. példa: Szemléltető példaként alkalmazzuk a fenti algoritmust az 1–28. ábrán felrajzolt áramkörre.

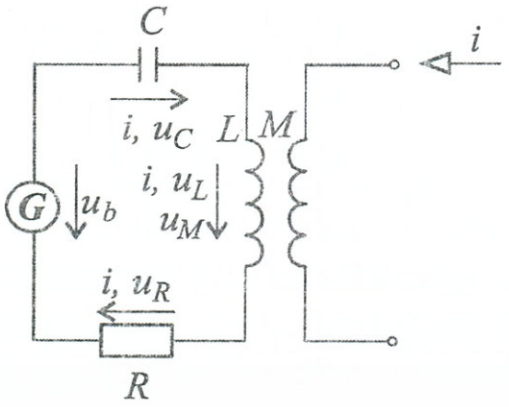
Az áramkörre csak egy huroktörvényt kell alkalmazni:

$$-u_b + u_R + u_L + u_M + u_C = 0$$

majd a behelyettesítésekkel felírható egy integro-differenciálegyenlet:

$$-u_b + R \cdot i + L\frac{di}{dt} + M\frac{di'}{dt} + \frac{Q_0}{C} + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_1} i \cdot dt = 0 \qquad (1.86)$$

melyet, ha megoldunk, akkor megkapjuk az áram-feszültség időfüggvényeket.



1–28. ábra

1.4.2. Energiaviszonyok időfüggő áramjellemzőknél

A teljesítmény általánosságban:

$$p = u \cdot i$$

Az egyes áramköri elemekre felírva a teljesítményeket, figyelembevéve (1.13), (1.33), (1.34), (1.64)-et:

$$\begin{aligned}
&\text{generátor} \quad : \quad p_G = u_b \cdot i \\
&\text{ellenállás} \quad : \quad p_R = u_R \cdot i = R \cdot i^2 \\
&\text{induktivitás} \quad : \quad p_L = u_L \cdot i = \mathrm{L} \cdot \frac{di}{dt} \cdot i \\
&\text{kondenzátor} \quad : \quad p_C = u_C \cdot i = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt}
\end{aligned} \qquad (1.87)$$

Az egyes áramköri elemeknél a felvett illetve leadott energiák

$$\text{generátor} \quad : \quad W_G = \int_{t_1}^{t_2} u_b \cdot i dt$$

$$\text{ellenállás} \quad : \quad W_R = R \cdot \int_{t_1}^{t_2} i^2 dt \tag{1.88}$$

$$\text{induktivitás} \quad : \quad W_L = \frac{1}{2} L i^2(t_2) - \frac{1}{2} L i^2(t_1)$$

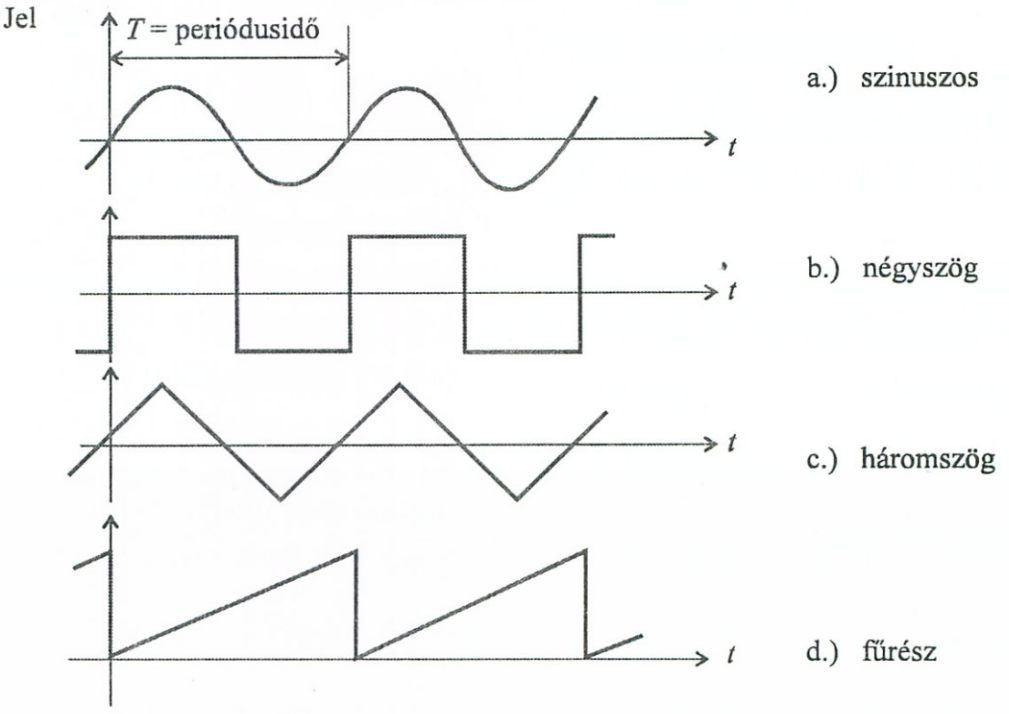
$$\text{kondenzátor} \quad : \quad W_C = \frac{q^2(t_2)}{2C} - \frac{q^2(t_1)}{2C} = \frac{1}{2} C u^2(t_2) - \frac{1}{2} C u^2(t_1)$$

Mint látható, az ellenállás mindig fogyaszt energiát, míg a többiek felvehetnek és leadhatnak az idő függvényében.

A felvett (fogyasztott) energia pozitív, míg a leadott negatív előjelű lesz.

1.4.3. Időben periodikusan változó mennyiségek jellemzői

A gyakorlati esetek tetemes részében a hálózatokat meghajtó generátorok periodikus (időben szabályosan ismétlődő) jeleket szolgáltatnak. Ilyen jelekre láthatók példák az 1–29. ábrán.



1–29. ábra: *Periódikus jelek*

A periodikus jelek általános jellemzői:

- Amplitúdó : A felvett legnagyobb érték
- Periódus : Az a jelszakasz, mely önmagát ismételi az időben
- Frekvencia: Az időegységre eső periódusok száma.

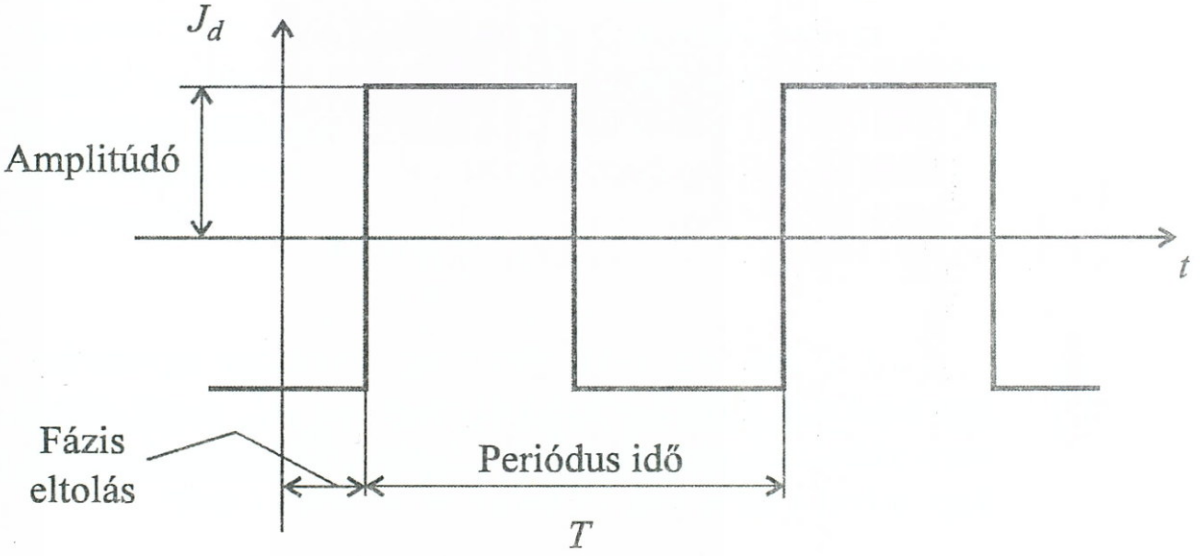
$$f = \frac{\text{per}}{T} \qquad \text{(Hz)}$$

A frekvencia egysége a Hertz (Hz):

$$[\mathrm{f}] = \frac{1}{[\mathrm{T}]} = \frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{s}^{-1} = 1\mathrm{Hz} \qquad (1.89)$$

- Fázis : A perióduskezdet időbeli eltolódása egy kijelölt időponthoz viszonyítva

1.11. példa: A felsoroltak egy négyszögjel kapcsán az 1–30. ábra példáján tanulmányozhatók.



1–30. ábra: *Periódikus négyszögjel jellemzői*

A szerteágazó leírási, felhasználási kívánalmaknak megfelelően, a periodikus jelekkel (áramok, feszültségek stb.) kapcsolatosan különféle mennyiségi jellemzőket célszerű bevezetni, melyek felhasználási jellegzetességeit az elektromos áram példáinál szemléltetjük:

- *Csúcsérték:* A felvett legnagyobb érték (amplitúdó)

$$I_m,\ \hat{I}$$

– *Effektív érték*: Négyzetes középérték egy periodusra számítva

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} \qquad (T = \text{egy periódus ideje}) \qquad (1.90)$$

Ez például elektromos áram esetén azzal az egyenárammal egyenértékű, mely a T idő alatt valamely R ellenálláson ugyanannyi hőt fejleszt, mint az adott áram.

– *Aritmetikai középérték:* Ugyancsak egy periódusra

$$I_k = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)dt \qquad (1.91)$$

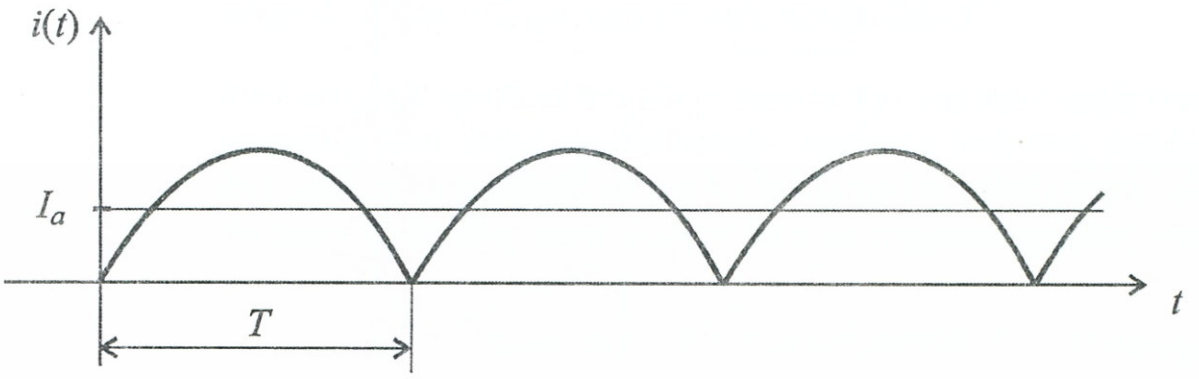
Szokták elektrolitikus középértéknek is nevezni, mivel például az elektrolízis során a szállított töltés: $Q = I_k \cdot t$ képlettel számítható.

Ha $I_k = 0$, akkor *váltakozó áramról* beszélünk. Az 1–29. ábra jelei váltakozó, periodikus jelek, az időtengelyre nem szimmetrikus d.) fűrészjel kivételével.

– *Abszolút középérték:* A mennyiség abszolút értékének egy periódusára számított középérték:

$$I_a = \frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|dt \qquad (1.92)$$

1.12. példa: Az 1–31. ábrán egy kétutasan egyenirányított szinuszos áram időbeli lefolyását rajzoltuk fel. A jel periódikus, de nem váltakozó, mert $I_k \neq 0$. Az I_a abszolút közép itt fontos szerepet kap, mivel a műszerek többsége ezt az értéket méri.



1–31. ábra: *Kétutasan egyenirányított szinusz jel*

A felsorolt jellemzők hányadosaiból a periodikus függvényre jellemző tényezők határozhatók meg:

Formatényező:

$$k_f = \frac{I_{eff}}{I_a} \geq 1 \qquad (1.93)$$

Csúcstényező:

$$k_{cs} = \frac{I_m}{I_{eff}} \geq 1$$

A különböző periodikus függvénytípusokra vonatkozó jellemző tényezőket kiszámították és a megfelelő szakkönyvek összefoglaló táblázataiból kikereshetők.

1.13. példa: Egy továbbiakban is felhasználandó, szemléltető példaként határozzuk meg az

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

periodikus áramfüggvény effektív értékét.

Meggondolva, hogy a szinuszfüggvény esetén az egy periódus folyamán megtett szögelfordulás 360° = 2π radián, az egy másodperc alatti szögelfordulás az ún. körfrekvencia (ω) a T periódus idővel kifejezhető:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

Ezután kiindulva az I_{eff} (1.90) definíciós formulájából, és a matematikából kikölcsönözve az alábbi integrálformulát:

$$\int \sin^2 \omega t dt = \frac{t}{2} - \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega t$$

majd mindezeket az (1.90)-be behelyettesítve, mindkét oldalt négyzetre emelve kapjuk:

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt =$$

$$= \frac{I_m^2}{T} \left[\frac{t}{2} - \frac{1}{4\omega} sin 2 \frac{2\pi}{T} t \right]_0^T$$

A második tag, mivel váltakozó áramot ír le $I_k = 0$ középértékű, ezért egy T periódusra értéke zérus, így a határok behelyettesítésekor kiesik, és a végeredmény:

$$I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot I_m \tag{1.94}$$

1.4.4. Szinuszos jelekkel működő hálózatok

Az 1–27. ábrán látható vezető-keretet ω szögsebességgel egyenletesen forgatva, a sarkain észlelt indukált feszültség (egy önkényesen megválasztott $t = 0$ kezdőpont mellett) az 1–32. ábrán látható szinusz görbe szerint alakul, mely felírható a következő összefüggésekkel:

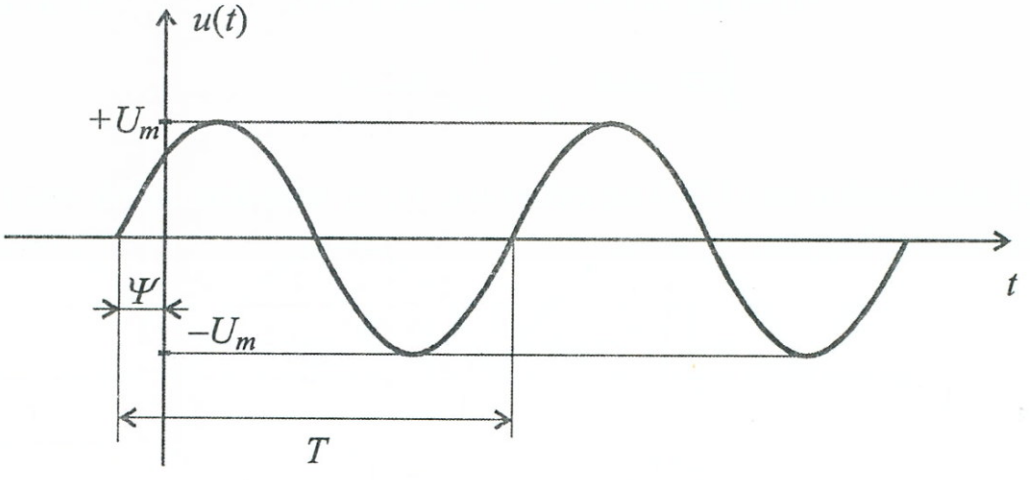
$$u(t) = Um \cdot \sin(\omega t + \psi)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \tag{1.95}$$

A szögsebességet itt *körfrekvencia*ként értelmezzük, mely, mint már láttuk, a frekvenciával és a periódus-idővel is felírható.

Egysége radiánban mért szögelfordulással kifejezve:

$$[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \text{s}^{-1} \tag{1.96}$$



1–32. ábra: *Általános szinusz jel*

Leírás komplex számokkal

Időben változó jellemzőkkel való számításoknál számos előnnyel jár a vektoros lelírásmód alkalmazása, mely a tématerületen a komplex mennyiségek bevezetését is jelenti.

Korábbi matematikai tanulmányokból már ismeretes, hogy a $j = \sqrt{-1}$ imaginárius (képzetes) számból kiindulva: komplex számok és ezekre építkezve komplex-algebra, ill. függvények származtathatók. További számításainkban a komplex számokat fogjuk hasznosítani, ezért röviden összefoglaljuk a felhasználandó összefüggéseket:

Egy komplex szám jellemezhető az 1–33. ábrán látható vektorral, mely ún. *kanonikus* alakban az alábbi formában is felírható (a komplex vektort felülvonással jelöljük a továbiakban):

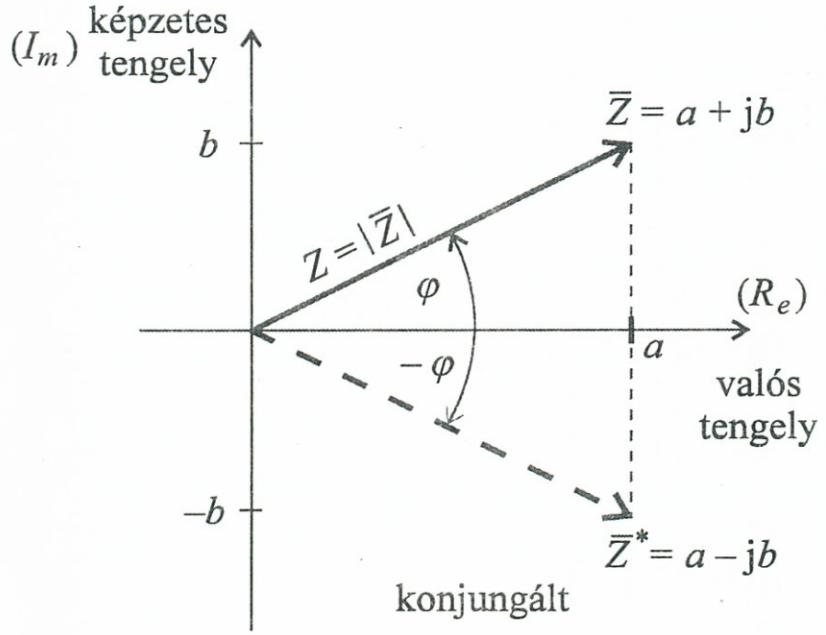
$$\bar{z} = a + j \cdot b \qquad (1.97)$$

ahol: a – valós (reális) komponens (*Re*)

b – képzetes (imaginárius) komponens (*Im*)

„a" csak a valós tengelyre, „b" csak a képzetes tengelyre mérhető fel, mivel irányukat két, egymásra merőleges egységvektor (1 és j) jelöli ki. A $\bar{z}$ vektor abszolút értéke egyben a vektor hossza. A valós tengelyre tükrözött $\bar{z}$-t *konjugált*-nak nevezzük:

$$\bar{z}^* = a - j \cdot b$$



$$z = |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$$

$$a = Re\,\bar{z} = z \cdot \cos\varphi$$

$$b = Im\,\bar{z} = z \cdot \sin\varphi$$

$$\bar{z} = z(\cos\varphi + j\sin\varphi)$$

$$\bar{z}^* = z(\cos\varphi - j\sin\varphi)$$

1–33. ábra: *Komplex szám vektoros ábrázolása*

Az ábrán szereplő *trigonometrikus alakot*, az *Euler-reláció* segítségével exponenciális formában is kifejezhetjük:

$$\left.\begin{aligned} \bar{z} &= z(\cos\varphi + \mathrm{j}\sin\varphi) = z \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\varphi} \\ &\text{amiből következik:} \\ \cos\varphi &= \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}}{2},\quad \sin\varphi = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}}{2\mathrm{j}} \end{aligned}\right\} \qquad (1.98)$$

1.14. példa: Helyettesítsünk $z = 1$-et és $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (1.98)-ba és mint látni fogjuk, megkapjuk a $\sqrt{-1}$ -et:

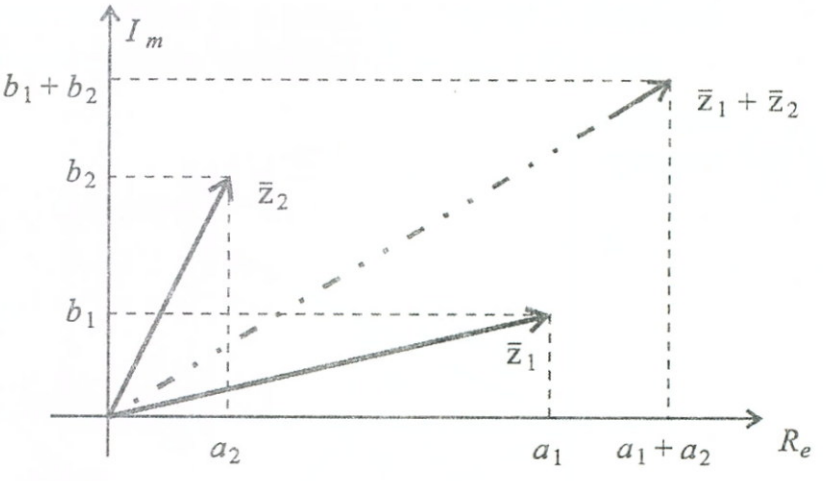
$$z \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = 1\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + \mathrm{j}\sin\frac{\pi}{2} = 0 + \mathrm{j}\cdot 1 = \mathrm{j} = \sqrt{-1}\,.$$

A komplex $\bar{z}_i$ vektorokkal műveleteket végezhetünk, melyeket az *Re–Im* koordináta-rendszerben grafikusan is szemléltethetünk (1–34. ábra).

$\bar{z}_1 = a_1 + \mathrm{j}b_1$

$\bar{z}_2 = a_2 + \mathrm{j}b_2$

$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = (a_1 + a_2) + \mathrm{j}(b_1 + b_2)$



1–34. ábra: *Két komplex vektor összege*

Néhány, továbbiak szempontjából fontosabb művelet összefoglalása:

Összegezés:

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

Szorzás:

$$\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = z_1 \cdot z_2 \, e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + j(a_1 b_2 + a_2 b_1)$$

Osztás:

$$\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{z_1}{z_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{(a_1 + jb_1)(a_2 - jb_2)}{a_2^2 + b_2^2}$$

Deriválás: $\bar{z} = e^{\bar{a}x + \bar{b}}$ függvényre x szerint

$$\frac{d}{dx} e^{\bar{a}x + \bar{b}} = \bar{a} \cdot e^{\bar{a}x + \bar{b}} = \bar{a} \cdot \bar{z}$$

Integrálás:

$$\int e^{\bar{a}x + \bar{b}} dx = \frac{1}{\bar{a}} e^{\bar{a}x + \bar{b}} + \bar{c} = \frac{\bar{z}}{\bar{a}} + \bar{c}$$

$\bar{c}$ – a határozatlan integrálból eredő állandó

(1.99)

Figyelemreméltó, hogy a deriválás egy *szorzási*, míg az integrálás egy *osztási* jellegű műveletté transzformálódott.

A komplex számokkal kapcsolatos összefoglalás után vizsgáljuk meg, miként hasznosíthatók azok, szinuszos időfüggvényekkel üzemelő hálózataink tárgyalásánál.

Induljunk ki például egy koszinuszos áramra vonatkozó valós időfüggvényből:

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \psi)$$

A felírt valós időfüggvényhez hozzárendelhető egy $\bar{i}(t)$ *komplex időfüggvény* oly módon, hogy ennek valós része feleljen meg a valós függvénynek $\left(i(t) = Re\, \bar{i}(t)\right)$. A teljes komplex függvény:

$$\bar{i}(t) = I_m \cdot e^{j(\omega t + \psi)} = (I_m \cdot e^{j\psi}) \cdot e^{j\omega t} = \bar{I}_m \cdot e^{j\omega t} \qquad (1.100)$$

ahol az $\bar{I}_m = I_m \cdot e^{j\psi}$ időfüggetlen faktort *komplex amplitúdónak* nevezzük.

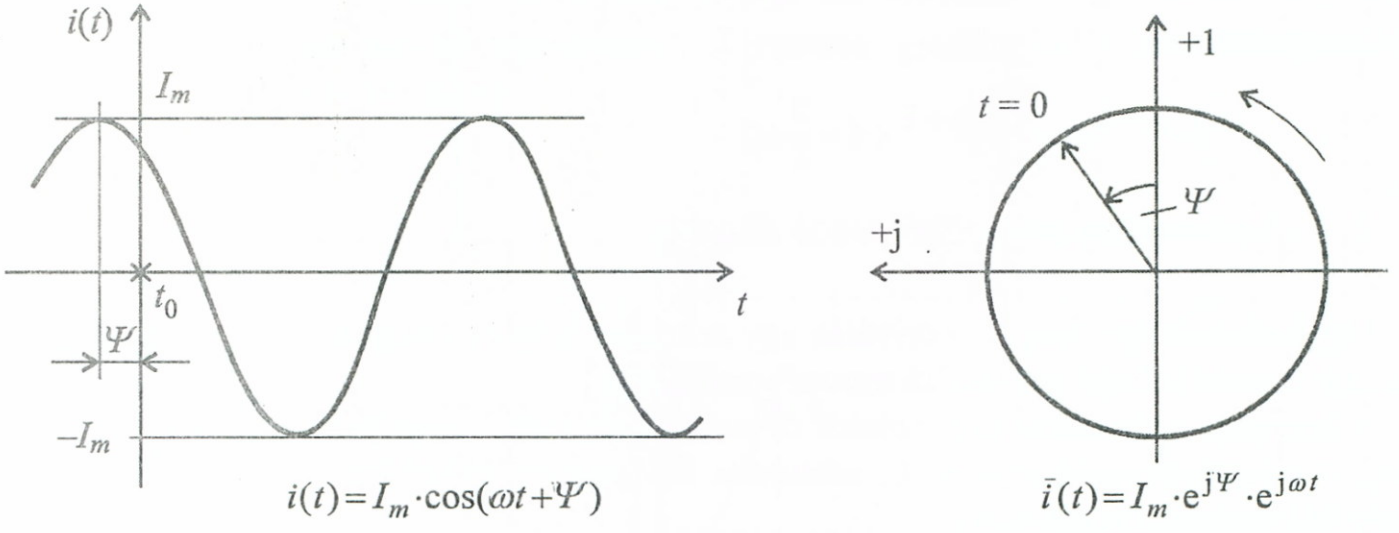
Felírható a *komplex effektív* érték is (1.94) felhasználásával:

$$\bar{I}_{eff} = I = \frac{\bar{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{\bar{i}(t)}{\sqrt{2}e^{j\omega t}} \tag{1.101}$$

A komplex effektív érték csak a $\sqrt{2}\, e^{j\omega t}$ faktorban különbözik a komplex időfüggvénytől, így az ω ismeretében a kapcsolat a valós időfüggvénnyel is egyértelmű lesz. A valós függvényből a komplex függvényre való áttérés matematikailag egy:

$$t \rightarrow j\omega$$

transzformációt jelent. Az 1–35a. ábrán a valós időfüggvény képe, az 1–35b. ábrán a komplex időfüggvényt ábrázoló, óramutató járásával szemben forgó vektor látható, melynek a valós tengelyre vetett vetülete a valós időfüggvényt adja meg.

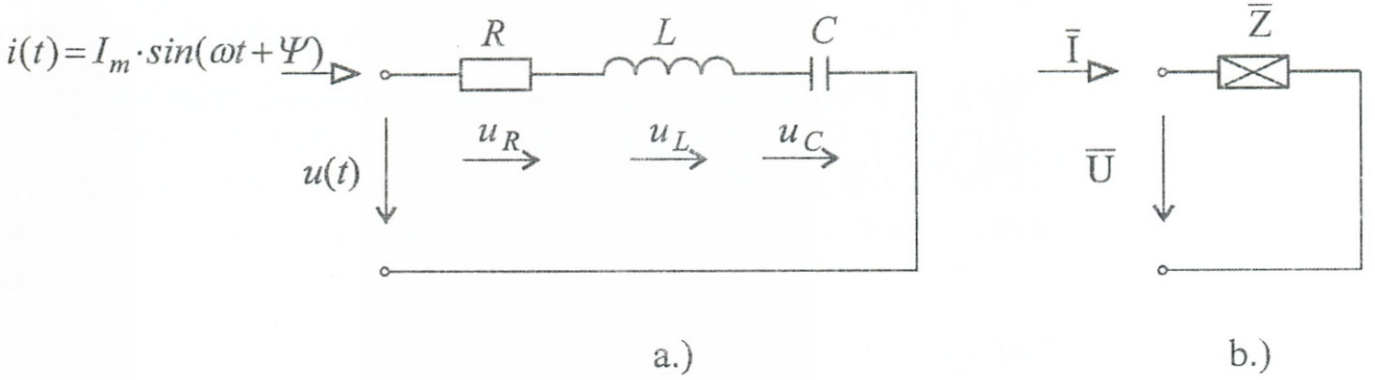


a.) b.)

1–35. ábra: *Időfüggvény és forgóvektor*

A komplex időfüggvényes leírásmód gyakorlati szemléltetésére vizsgáljuk meg az 1–36a. ábrán látható hálózatot, melynél a befolyó áram például egy szinuszos időfüggvénnyel jellemezhető:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$$



1–36. ábra: *Hálózat és impedancia*

Az 1.5 fejezetben levezetett integro-differenciálegyenlet itt is felírható a huroktörvény alapján (1.85) az 1–36a. ábra jelöléseivel:

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt \qquad (1.102)$$

A kapacitás kezdeti töltését zérusnak vettük ($Q_0 = 0$).

a.) Az (1.102)-ben felírt egyenletünkbe behelyettesítve az $i(t) = I_m\sin(\omega t + \psi)$ időfüggvényt, a deriválás és integrálás elvégzése után a feszültség $U(t)$ időfüggvényére a következő adódik:

$$u(t) = RI_m\sin(\omega t + \psi) + \omega L\, I_m\cos(\omega t + \psi) - \frac{1}{\omega C} I_m\cos(\omega t + \psi) \qquad (1.103)$$

b.) Ezután írjuk fel az (1.102)-ből újra, de most a komplex időfüggvény behelyettesítésével:

$$\bar{i}(t) = I_m \cdot e^{j(\omega t + \psi)}$$

A komplex számok műveletével kapcsolatosan (1.99)-ben összefoglaltakat figyelembevéve, a deriválást a kitevőben szereplő faktorral való *szorzással*, az integrálást *osztással* elvégezve a komplex $\bar{u}(t)$ időfüggvényre a következőket kapjuk:

$$u(t) = RI_m \cdot e^{j\psi} \cdot e^{j\omega t} + j\omega L \cdot I_m \cdot e^{j\psi} \cdot e^{j\omega t} + \frac{I_m}{j\omega C} \cdot e^{j\psi} \cdot e^{j\omega t} =$$

$$= \left(RI_m \cdot e^{j\psi} + j\omega L \cdot I_m \cdot e^{j\psi} + \frac{I_m}{j\omega C} \cdot e^{j\psi}\right) \cdot e^{j\omega t} =$$

$$= \left(\overline{U}_{Rm} + \overline{U}_{Lm} + \overline{U}_{Cm} \right) \cdot e^{j\omega t}$$

Az R, L, C áramköri elemek komplex feszültségeinek maximális értékei $\bar{I}_m = I_m \cdot e^{j\psi}$ bevezetésével:

$$\overline{U}_{Rm} = R \cdot \bar{I}_m$$

$$\overline{U}_{Lm} = j\omega L \cdot \bar{I}_m$$

$$\overline{U}_{Cm} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \bar{I}_m$$

$$\overline{U}_m = \overline{U}_{Rm} + \overline{U}_{Lm} + \overline{U}_{Cm}$$

Innen végül felírhatók a *komplex effektív értékek*, a maximális értékek $\sqrt{2}$ -vel való osztása után (1.94):

$$\left.\begin{aligned} \overline{U}_R &= R \cdot \bar{I} &&= \overline{Z}_R \bar{I} \\ \overline{U}_L &= j\omega L \cdot \bar{I} &&= \overline{Z}_L \bar{I} \\ \overline{U}_C &= \frac{1}{j\omega C} \cdot \bar{I} &&= \overline{Z}_C \bar{I} \\ \overline{U}_m &= \overline{U}_R + \overline{U}_L + \overline{U}_C \end{aligned}\right\} \qquad (1.104)$$

Az eredményekből látható, hogy a komplex feszültségek és áramok között az Ohm-törvénnyel rokon arányosság áll fenn, ahol az ohm dimenziójú $\overline{Z}$ arányossági tényezőt *komplex impedancia*nak nevezzük. $\overline{Z}_R$ az ohm-os ellenállás, $\overline{Z}_L$ az induktivitás, $\overline{Z}_C$ a kapacitás komplex impedanciái, melyekkel a kiinduló áramkör komplex feszültségét felírva az alábbi rendkívül egyszerű összefüggés adódik:

$$\overline{U} = \left(\overline{Z}_R + \overline{Z}_L + \overline{Z}_C \right) \bar{I} = \overline{Z} \cdot \bar{I} \qquad (1.105)$$

Az $\overline{Z}$ impedancia összetevői közül (1.104) szerint $\overline{Z}_R$ független, míg $\overline{Z}_L$, $\overline{Z}_C$ függenek a frekvenciától, ezért gyakran az alábbi változat is felírásra kerül:

$$\overline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + j(X_L - X_C) = R + jX \qquad (1.106)$$

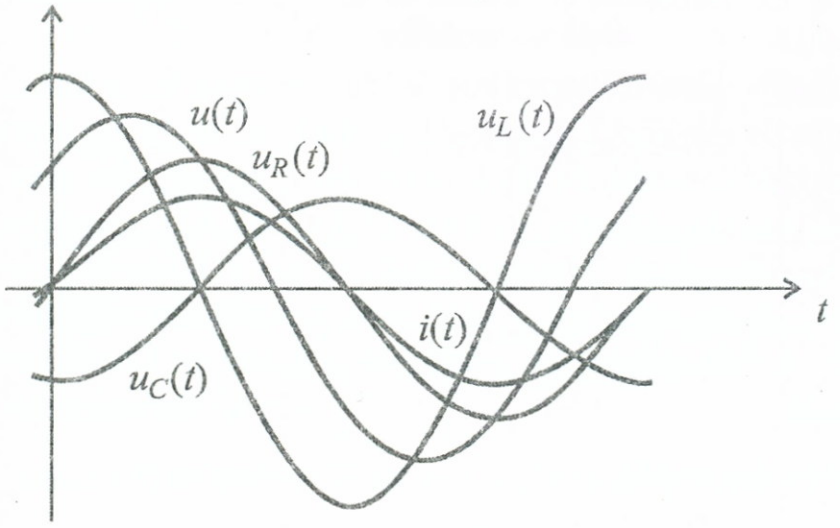
ahol R-t *rezisztenciának* (hatásos ellenállásnak), X-et *reaktanciának* (meddő ellenállásnak) nevezik.

A $\overline{Z}$ komplex impedancia szokásos rajz szimbóluma az 1–36b. ábrán látható. Az impedanciát gyakran *látszólagos ellenállás*nak is mondják. Hasonlóan az Ohm-törvény kapcsán bevezetett vezetőképességhez, itt is definiálható a *látszólagos vezetés* vagy *admittancia.*

$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} = G + jB \qquad (1.107)$$

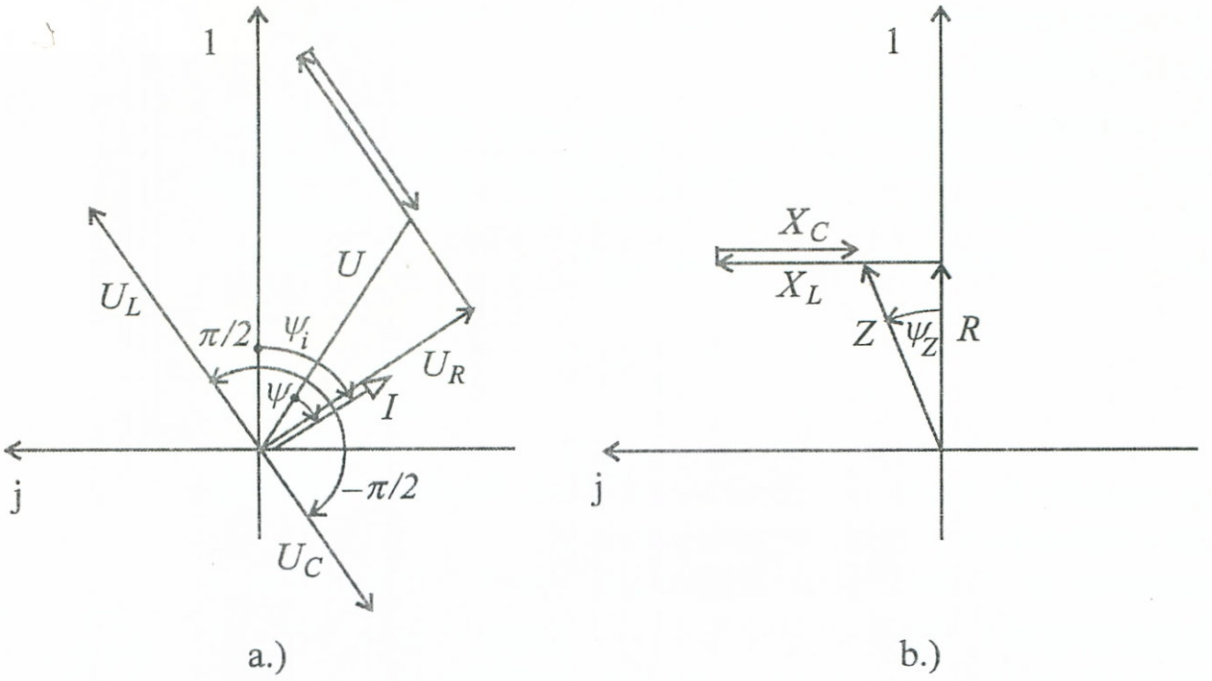
melynek összetevői közül G-t *konduktanciának* (hatásos vezetés), B-t *szuszceptanciának* (meddő vezetés) nevezik.

Visszatérve az 1–36a. ábra hálózatára, ennek *időfüggvényes* (1.103) jellemzésére felrajzoltuk az 1–37. ábrát, melyen az $i(t)$ áram, az $u_R(t)$, $u_L(t)$, $u_C(t)$ és az eredő $u(t)$ feszültségek összehasonlíthatók. Leolvasható például, hogy az $u_R(t)$ feszültség azonos fázisú az $i(t)$ árammal, az $u_L(t)$ 90°-kal „siet", míg az $u_C(t)$ 90°-kal „késik" az áramhoz képest. Az eredő kapocsfeszültség a három összetevő eredője.



1–37. ábra: *Összetevők és eredő időfüggvényes ábrázolása*

Ugyancsak az 1–36a. ábra hálózatát jellemzi, de a *komplex időfüggvények* szemszögéből (1.104), (1.105) az 1–38. ábra, melyen az 1–35b. ábrához hasonlóan forgó vektorok fejezik ki mindazokat, amiket az 1–37. ábra szinuszgörbéi jelentettek. A 1–38a. ábrán megtalálható az $\overline{I}$ áramvektor, mellyel az $\overline{U}_R$ fázisban van, és amelyhez képest az $\overline{U}_L$ vektor 90 °-kal siet, míg az $\overline{U}_C$ 90 °-kal elmarad. Az eredő kapocsfeszültség $\overline{U}$ vektora a három összetevő vektoros eredőjeként szerkeszthető.



1–38. ábra: *Összetevők és eredő vektoros ábrázolása*

Az 1–38b. ábrán az eredő Z impedancia vektor szerkesztése látható, mely az összetevő R ohmos és az X_L, X_C reaktanciák eredőjeként adódik.

Összehasonlítva a klasszikus időfüggvényes és a komplex időfüggvényes leírásmódokat, megállapíthatjuk, hogy az utóbbi módszer jóval hatékonyabb és áttekinthetőbb. Legnagyobb előnye, hogy a korábbi (1.38), (1.39), (1.40), (1.41), (1.42), továbbá (1.84), (1.85) összefüggések általánosításával és a komplex vektoriális műveletek alkalmazásával a hálózatok viszonylag egyszerűen számolhatók. A felhasználható analógiák alapján az általánosított összefüggések:

Impedanciák eredője:

$$\begin{aligned} &\text{sorbakapcsolt}: && \overline{Z}_s = \sum_{k=1}^{n} \overline{Z}_k \\ &\text{párhuzamos}: && \frac{1}{\overline{Z}_p} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\overline{Z}_k} \end{aligned} \qquad (1.108)$$

Kirchhoff-törvények:

$$\begin{aligned} &\text{csomóponti}: && \sum \overline{I} = 0 \\ &\text{hurok}: && \sum \overline{U} = 0 \end{aligned} \qquad (1.109)$$

Teljesítmény- és energiaviszonyok szinuszos jelek esetén

Pillanatnyi teljesítmény:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \qquad (1.110)$$

Ha $u(t) = U_m \cos\omega t$, $i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ a behelyettesítés után:

$$p(t) = U_m \cdot I_m \cos\omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi) =$$

$$= \frac{U_m \cdot I_m}{2} \left(\underbrace{(1+\cos 2\omega t \cdot \cos\varphi)}_{\text{I.}} + \underbrace{\sin 2\omega t \cdot \sin\varphi}_{\text{II.}} \right) \qquad (1.111)$$

Hatásos teljesítmény:

A pillanatnyi teljesítmény egy periódusra vett átlaga:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cos\varphi = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad (1.112)$$

Mivel (1.111)-ben a 2ω operandusú függvények teljes periódusra vett átlaga zérus, ezért kiesnek.

– $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$, $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$: effektív értékek

– $\cos\varphi$: teljesítménytényező

Ellenállásnál ($\varphi = 0$) $\cos\varphi = 1$ van hatásos teljesítmény

Induktivitásnál ($\varphi = +\frac{\pi}{2}$)

Kondenzátornál ($\varphi = -\frac{\pi}{2}$)

$\cos\varphi = 0$, ezért nincs hatásos teljesítmény

A hatásos teljesítményt Watt-egységben mérjük

Meddő teljesítmény:

A (1.111.) formula II. tagjából származtatható, szélső értéke a tényleges *meddő teljesítmény:*

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \qquad (1.113)$$

Ellenállásnál: $\sin 0 = 0$ nincs hatásos teljesítmény

Induktivitásnál: $\sin\frac{\pi}{2} = 1$

Kondenzátornál: $\sin -\frac{\pi}{2} = -1$

Ez utóbbiak azt jelentik, hogy reaktanciák esetén az energia ideoda áramlik a generátor és a reaktanciák között, közben átmenetileg tárolódik a reaktanciákban, de a teljes periódusra számított átlaga zérus.

A meddő teljesítmény egysége a Watt, de néhány gyakorlati esetben VAr (Voltamper reaktív) jelölést is szoktak használni.

Látszólagos teljesítmény:

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad (1.114)$$

ahol $P = U \cdot I \cos\varphi$, $Q = U \cdot I \sin\varphi$

A látszólagos teljesítményt VA (Voltamper) egységben szokták megadni.

Elektromos munka:

A munka mindig kiszámítható a teljesítmény és idő szorzataként. A bemutatott teljesítményfajták jellegzetességei alapján megállapítható, hogy csak a *hatásos teljesítmény* végez munkát, így felírható:

$$W = P \cdot t \qquad \text{(Ws)} \qquad (1.115)$$

P = a hatásos teljesítmény (W)

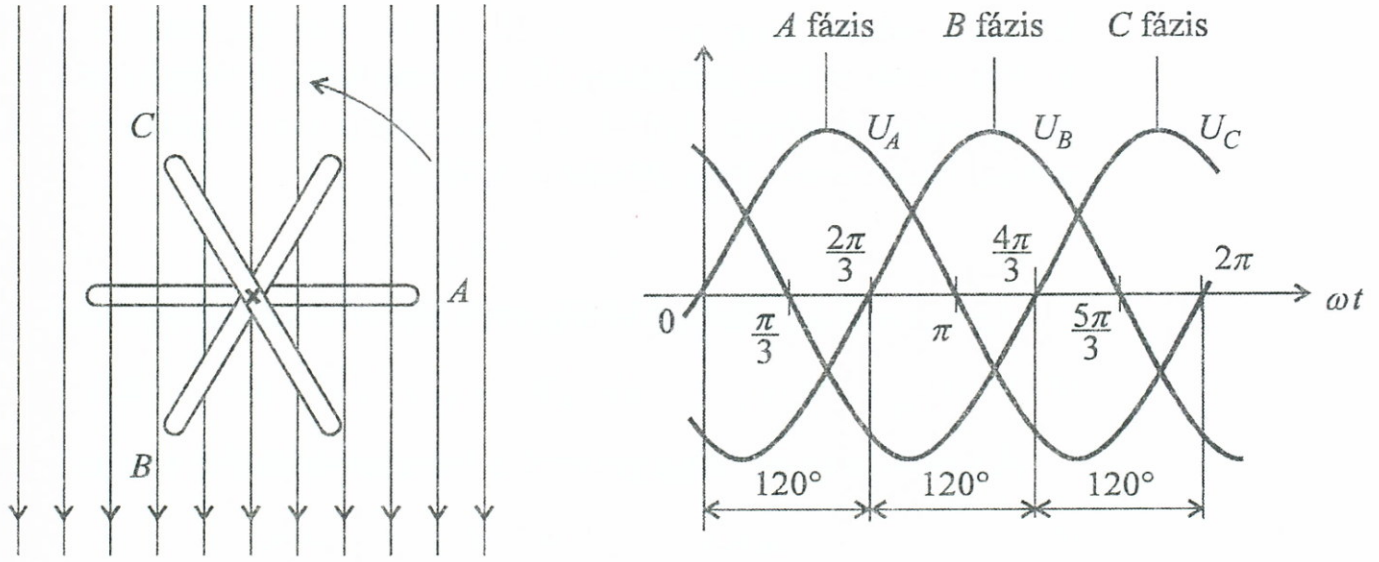
t = az eltelt idő (s)

1.4.5. Többfázisú rendszerek

Ha az 1–27. ábrán látható forgóvezető-keret elrendezést úgy módosítjuk, hogy több, például három keretet (A, B, C) alkalmazunk, egymáshoz viszonyítottan egyenletesen elosztott, 120°–120°-os szögállásokban rögzítve (1–39a. ábra), akkor az indukált szinuszos feszültségek is, egymáshoz viszonyítottan, a 120°-nak megfelelő időeltolással jelennek meg az egyes keretek végpontjain (1–39b. ábra). Gyakorlati alkalmazásoknál a vezető keretek helyett tekercseket használnak a többszörös menetszámból eredő hatásnövekedés kihasználása érdekében, ily módon többfázisú (példánkban háromfázisú) váltakozó feszültséget szolgáltató generátorhoz jutnak. Napjaink közhasznú elektromos hálózatai többnyire ilyen, háromfázisú rendszeren alapulnak.

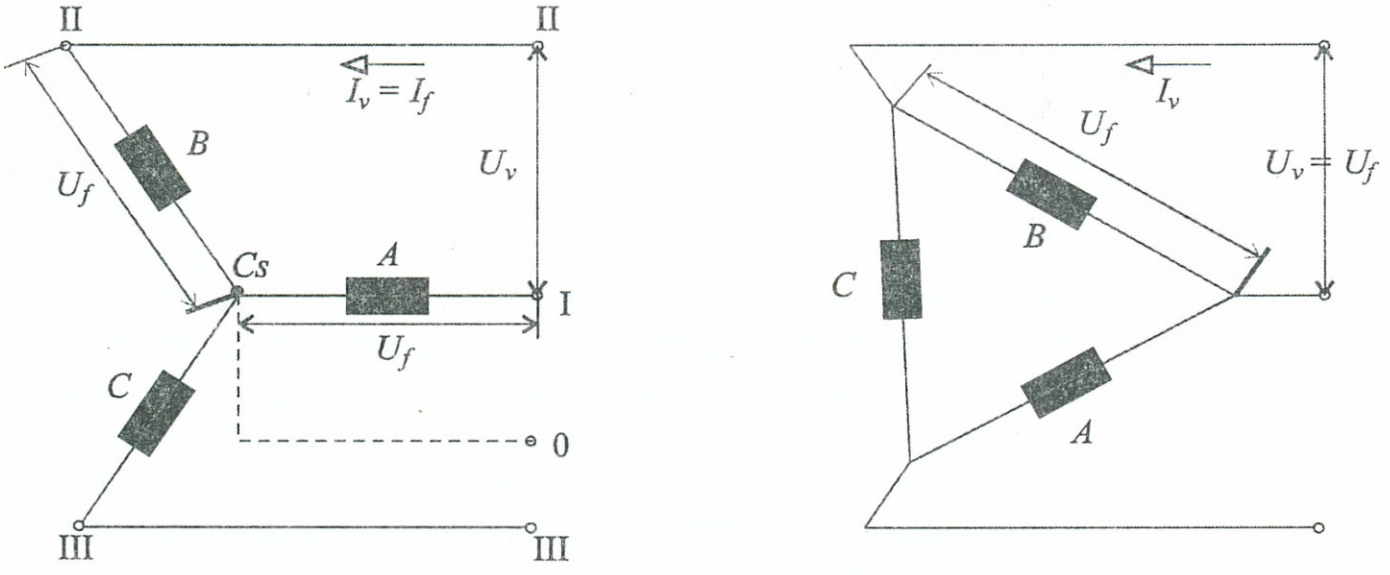
A generátor tekercsek eredetileg egymástól függetlenek, de az alkalmazás során ezeket különböző módon egymáshoz kapcsolják és így csatlakoztatják a hálózatra. Az egymáshoz kapcsolás csillag (1–40a. ábra) vagy háromszög (1–40b. ábra) elrendezésekben tör-

ténik. Az egyes generátor-tekercsek kapcsán mért feszültséget *fázis-feszültség*nek (U_f) nevezzük.



a.) b.)

1–39. ábra: *Háromfázisú rendszer*



$U_v = \sqrt{3} \cdot U_f$ $U_v = U_f$

a.) b.)

1–40. ábra: *Csillag és delta kapcsolás*

Csillagkapcsolásnál a tekercsek egyik végét a csillagpontnál összekötik, a másik oldali kimenetek (I, II, III.) csatlakoznak a háromfázisú hálózat egy-egy vezetékére. Rendszerint a csillagpontot is kivezetik. A fázisfeszültség az egyes kimenetek és a közös pont között mérhető, míg az I–II, I–III, II–III. csatlakozási pontpárok között az ún. *vonali feszültség* (U_v) jelentkezik. A vonali feszültség az egymáshoz képest 120°-kal eltérő állású fázisfeszültség vektorokkal határozható meg. Abszolút értéke:

$$U_{vi} = \sqrt{3}\, U_{fi} \tag{1.116}$$

Az Európában elterjedt rendszerek effektív feszültségértékei:

$$U_{f\,eff} = 220\text{V}, \quad U_{v\,eff} = \sqrt{3} \cdot U_{f\,eff} = \sqrt{3} \cdot 220\text{V} = 380\text{V}$$

A vonali áramok megegyeznek a fázisáramokkal:

$$I_{vi} = I_{fi}$$

Háromszög vagy delta-kapcsolásnál a páronkénti közös pontok csatlakoznak a háromfázisú hálózat egy-egy vezetékére, ezért a vonali és fázisfeszültségek megegyeznek:

$$U_{vi} = U_{fi}$$

Az áramoknál hasonló meggondolásokat téve, mint a csillag esetnél

$$I_{vi} = \sqrt{3}\, I_{fi} \tag{1.117}$$

adódik.

Európai rendszerekben a hálózati áram frekvenciája közismerten $f = 50$ Hz.

Különféle alkalmazási esetekben néha a csillag, néha a delta elrendezés tekinthető előnyösebbnek az egymásnak sokszor ellentmondó feltételek mérlegelése után.

A háromfázisú hálózatokra kapcsolt terhelések (fogyasztók) ohmos és reaktáns természetűek lehetnek, így teljesítményviszonyaik az előző fejezetben elmondottakból kiindulva vizsgálhatók. A fogyasztók bizonyos csoportjainál (pl. elektromotoroknál) a több impedanciából álló fogyasztó is lehet csillag vagy delta felépítésű.

Általában ügyelni kell arra, hogy az egyes fázisok terhelése egymáshoz viszonyítva lehetőleg egyenletesen elosztott (szimmetrikus) legyen. Egyenlőtlenül terhelt háromfázisú hálózatoknál számos kedvezőtlen hatás lép fel a működés során.

Végezetül, vizsgáljuk meg egy csillag elrendezésű fogyasztó teljesítmény-viszonyait (közel szimmetrikus terhelést feltételezve):

Ha egy fázis látszólagos teljesítménye

$$S_i = U_{fi} \cdot I_{fi}$$

akkor a teljes fogyasztóra jutó látszólagos teljesítmény:

$$S = \sum_{i=1}^{3} U_{fi} \cdot I_{fi} = 3 \cdot U_f \cdot I_f$$

vagy a vonali feszültséggel kifejezve ($U_v = \sqrt{3} \cdot U_f$):

$$S = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_f \qquad (1.118)$$

A *hatásos* teljesítmény:

$$P = S \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_f \cdot \cos\varphi \qquad (1.119)$$

A *meddő* teljesítmény:

$$Q = S \cdot \sin\varphi = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_f \cdot \sin\varphi \qquad (1.120)$$

ahol φ az U_v és I_f közötti fáziseltolódás.

1.4.6. Általános, periódikus jelekkel működő hálózatok

Fourier-közelítés

Az 1–29. b., c., d. vagy az 1–31. ábrán látható és az ezekhez hasonló *periódikus*, de nem tisztán szinuszos jelekkel működő hálózatok tárgyalásához további meggondolások szükségesek.

Matematikailag bebizonyítható, hogy bármely (itt nem részletezett matematikai előfeltételeknek eleget tevő) periódikus jel előállítható különböző frekvenciájú szinuszos jelek szuperpozíciójával, melyek közé beleérthető a zérus frekvenciájú egyenáramú összetevő is. Ha a kérdéses általános periódikus függvény $f(t)$ (mely lehet áram, feszültség stb. dimenziójú), akkor *Fourier-tétele* értelmében felírható a szuperpozíciós végtelen sor:

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t) \qquad (1.121)$$

ahol az *együtthatók* T alapperiódus-idő esetén:

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt \\ A_k &= \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos k\omega t\, dt \\ B_k &= \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin k\omega t\, dt \\ k &= 1,2,\ldots \text{ értékeket vehet fel.} \end{aligned}\right\} \quad (1.122)$$

A (1.121) sor az általunk kezelt elektrotechnikai esetekben általában konvergens, és a szuperpozícióval előállítandó függvényt annál pontosabban közelíti meg, minél magasabb k értékig végezzük el az együtthatók kiszámítását.

A számolgatás során gyorsabb eredményt ad az alábbi néhány szempont.

Páratlan függvényeknél, ahol: $f(-t) = -f(t)$, $\cos k\omega t$ nem szerepel.

Páros függvényeknél, ahol: $f(-t) = f(t)$, $\sin k\omega t$ nem szerepel.

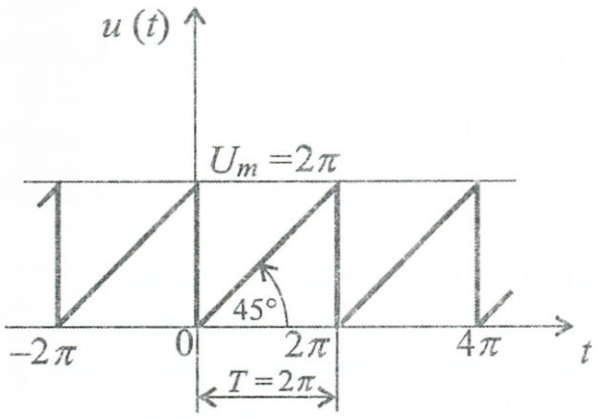
Ha a két félperiódus egymásnak a t tengelyre vonatkoztatott tükörképe: $f\left(t+\frac{T}{2}\right) = -f(t)$, akkor csak páratlan indexű együtthatók. (A_{2n+1}, B_{2n+1}) fordulhatnak elő a szuperpozíciós kifejezésben.

Az együtthatóknál az A_0 a jel egyenáramú összetevőjét, az ω-ás együtthatók az alapharmonikust, a $(k \cdot \omega)$-s többi együtthatók a felharmonikusokat képviselik a szuperpozíciónál.

1.15. példa: Szemléltető példaként legyen adva az 1–41a. ábrán látható 45°-os fűrészfog-jel, melynek periódusa 2π és egy periódusson belüli lefolyása az ábrából leolvasható, 45° irányítottságú, origóból induló egyenes:

$$u(t) = t$$

Mivel a jelsorozat nem szimmetrikus a t tengelyre, kell lennie egyenáramú összetevőnek, mely a fűrészfog sort feljebb tolja. Ezt az A_0 együtthatókból számíthatjuk (1.122.), ($T = 2\pi$):



a.)

$$u(t) \approx \pi - 2\left(\frac{\sin\omega t}{1} + \frac{\sin 2\omega t}{2} + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \ldots\right)$$

b.)

1–41. ábra: *Fűrészfog jel és Fourier közelítése*

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} t\,dt = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^{2\pi} = \pi$$

Az előzőleg felsorolt meggondolások alapján $A_k = 0$ -val számolhatunk. B_k-kal az (1.122.)-ből felírva és adott körülményeinkre behelyettesítve:

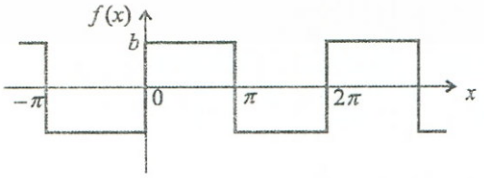
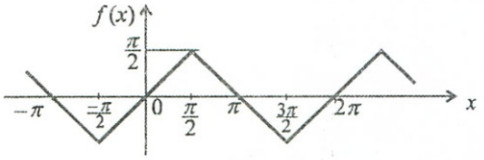
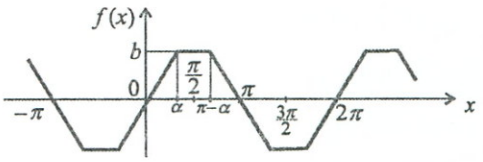
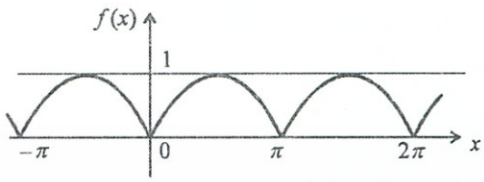
$$B_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin k\omega t\,dt = \frac{2}{2\pi}\int_0^{2\pi} t\cdot \sin kt\,dt$$

A matematikából kikölcsönözve az integrálformulát, az aktuális együttható az alábbi lesz:

$$B_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} t\cdot \sin kt\,dt = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\sin kt}{k^2} - \frac{t\cdot\cos kt}{k}\right]_0^{2\pi}$$

Ezt az együtthatót $k = 1, 2, 3$ értékekre kiszámolva, majd egymás után (1.121)-be behelyettesítve megkapjuk az 1–41b. ábrán felírt a kiinduló fűrészfogat közelítő függvényt.

Az elektrotechnikában előforduló gyakoribb jeltípusokra a Fourier-együtthatókat, illetve Fourier-sorokat az (1.122) és (1.121) formulák segítségével kiszámították és táblázatokba foglalták. Egy ilyen táblázat-részletet szemléltet az 1–42. ábra.

Függvény	Fourier sor
$f(x) \equiv f(x + 2\pi)$ $f(x) = 1$, ha: $0 < x \le \pi$ $f(x) = -1$, ha: $\pi < x \le 2\pi$ 	$f(x) \approx \frac{4b}{\pi}\left[\sin x + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \ldots\right]$
$f(x) \equiv f(x + 2\pi)$ $f(x) = x$, ha: $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ $f(x) = \pi - x$, ha: $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ 	$f(x) \approx \frac{4}{\pi}\left[\sin x - \frac{\sin 3x}{3^2} + \frac{\sin 5x}{5^2} - + \ldots\right]$
$f(x) \equiv f(x + 2\pi)$ $f(x) = \frac{b}{\alpha}x$, ha: $0 \le x \le \alpha$ $f(x) = b$, ha: $a \le x \le \frac{\pi}{2}$ $f(x) \equiv f(\pi - x); f(x) \equiv -f(x + \pi);$ 	$f(x) \approx \frac{4b}{\pi\alpha}\left[\frac{\sin\alpha}{1^2}\sin x + \frac{\sin 3\alpha}{3^2}\sin 3x + \frac{\sin 5\alpha}{5^2}\sin 5x + \ldots\right]$
$f(x) = \lvert \sin x \rvert$ 	$f(x) \approx \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi}\left[\frac{\cos 2x}{1\cdot 3} + \frac{\cos 4x}{3\cdot 5} + \frac{\cos 6x}{5\cdot 7} + \ldots\right]$

1–42. ábra: *Különféle jelek Fourier közelítései*

Hálózatszámítás

Az általános periódikus függvényekkel működő hálózatok számításánál az effektív érték a komponensekből adódik:

$$I_{eff} = I = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2} \tag{1.123}$$

Továbbá következetesen ügyelni kell arra, hogy az impedanciák *frekvencia-függők.* Ha a hálózatra adott feszültség Fourier-sorát meghatároztuk, akkor az egyes frekvenciáknál (harmonikusoknál) keletkező áramok az egyes frekvenciákhoz tartozó impedanciák alapján számíthatók. A tényleges eredő áram ezek összegéből állapítható meg.

Ha a generátor feszültség:

$$U_g(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} U_k \sin(k\omega t + \psi_k)$$

és a k-adik frekvenciához tartozó impedancia:

$$\overline{Z}_k = Z_k e^{j\varphi_k}$$

akkor a kérdéses áram:

$$i(t) = \frac{U_0}{Z_0} + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} \frac{U_k}{Z_k} \sin(k\omega t + \psi_k - \varphi_k) \tag{1.124}$$

összefüggéssel jellemezhető.

Teljesítmény-viszonyok

A teljesítmények kiszámításánál figyelembe kell venni különböző komponensek teljesítményeit:

Hatásos teljesítmény:

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \cos\varphi_k \tag{1.125}$$

Meddő teljesítmény:

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin\varphi_k \tag{1.126}$$

Látszólagos teljesítmény:

$$S = U \cdot I$$

Itt be kell vezetni az ún. S_t *torzulási* teljesítményt, mely a látszólagos, meddő és hasznos teljesítmények egyenlegének eltéréséből adódik. Az összefüggés rokonságban van a szinuszos eset (1.114)-es formulájával:

$$S_t = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \tag{1.128}$$

1.4.7. Átmeneti jelenségek

A hálózat áram vagy feszültség jellemzőinek ugrásszerű megváltoztatását *kapcsolás*nak nevezzük.

Kissé előretekintve, előzetesen meg kell jegyeznünk, hogy a könyv későbbi (digitális technikával foglalkozó) fejezeteiben részletesen fogunk foglalkozni olyan, eddig nem érintett hálózatokkal, melyek szinte kizárólag kapcsoló eszközök rendszeréből épülnek fel. Ezek a hálózatok működésük során, a kapcsoló eszközök üzemszerűen bekövetkező be-ki kapcsolt állapotainak kombinációi hatására kialakuló, kötött szintű, diszkrét áram-, vagy feszültségértékek révén (ún. *digitális* formában) fejezik ki azt az információt, mely az ilyen kapcsoló-hálózat műszaki feladatmegoldásaihoz szükséges.

Jelen fejezetben, a már megismert: generátor, ellenállás, induktivitás, kapacitás-eszközökből felépülő hálózatok áram-feszültség jellemzőinek „kapcsolgatása" következtében bekövetkező hálózati jelenségekkel foglalkozunk, melyek más szintű kérdéskörbe tartoznak, mint a fent említett kapcsoló-hálózatok kapcsolási jelenségei.

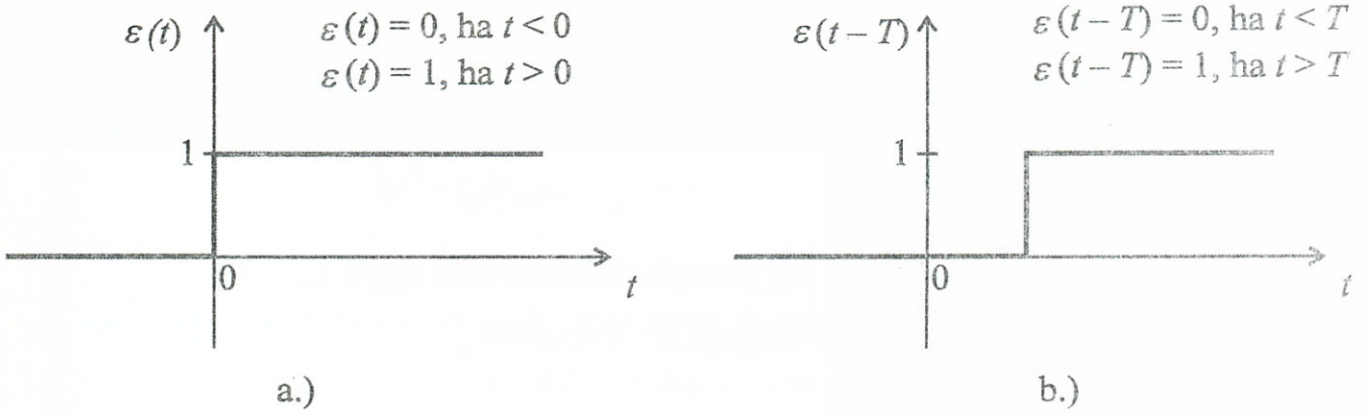
Generátor-ellenállás-kapacitás-induktivitás elemekből felépülő hálózataink működésében bekövetkező kapcsolás az áram-feszültség jellemzőknél *átmeneti* (tranziens) jelenségeket okoz, melyek az „üzemelés" időszakos, vagy tartós megváltozását eredményezik. Ha a hálózat energiatárolásra képes reaktanciái közül az induktivitások árammentes-, és a kapacitások feszültségmentes állapotban vannak, akkor a bekövetkező kapcsolást *bekapcsolás*nak, ha az elemek valamelyikében már volt energia, akkor *átkapcsolás*nak vagy *kikapcsolás*nak tekintjük. Kikapcsolás után egy idő múlva a reaktanciák előbb-utóbb újra elveszítik energiájukat a valóságban mindig bekövetkező energiavesztés miatt.

A jelenségek tanulmányozása során figyelembe kell venni, hogy a kapcsolt jellemző, milyen volt és miként alakult a kapcsolási időpont környezetében, azaz az $f(-0)$, $f(0)$, $f(+0)$ értékeket, ha $t = 0$-lal jelöljük a kapcsolás időpontját.

Az átmeneti jelenségek matematikai leírása az eddigi fejezetekben tárgyalt módszereken túlmenő további meggondolásokat is igényel.

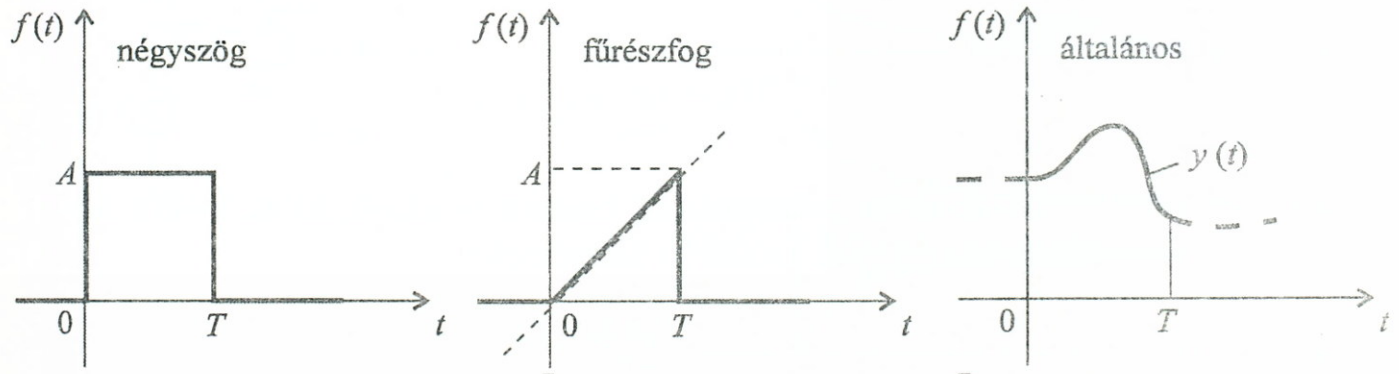
Speciális átmeneti függvények

*Egységugrás*nak nevezzük az 1–43. ábrán megadott függvénytípust.



1–43. ábra: *Egységugrás*

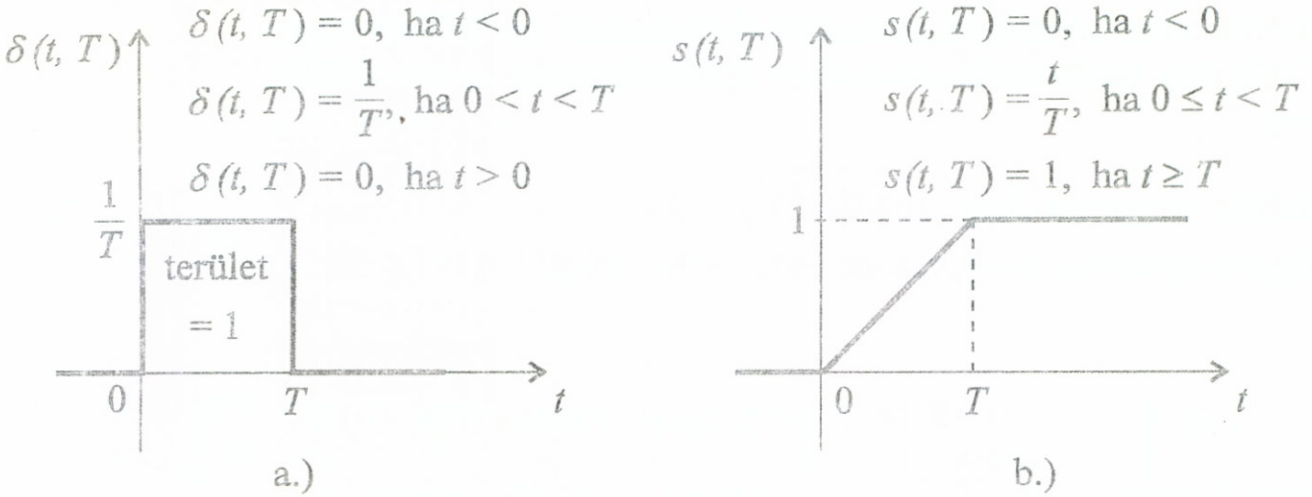
Az egységugrás segítségével például kívánt hosszúságú, különféle függvényekkel „fedett" impulzusokat tudunk előállítani. Az 1–44. ábrán négyszög, fűrészfog és egy általános $y(t)$ függvényimpulzus látható.



$$f(t)=A[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)] \qquad f(t)=A\left[\frac{t}{T}\varepsilon(t)-\frac{t-T}{T}\varepsilon(t-T)-\varepsilon(t-T)\right] \qquad f(t)=y(t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)]$$

1–44. ábra

Impulzus-függvénynek nevezzük az 1–45a. ábra függvényét, melyre definiciósan jellemző, hogy az impulzus-négyszög alatti terület *egységnyi.*



1–45. ábra: *Impulzus- és Lépés-függvény*

Az impulzus-függvény alatti $s(t)$ időfüggő területet (1–45b. ábra) *lépés*-függvénynek nevezzük, és mint terület, integrál formában is felírható.

$$s(t,T)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\vartheta,T)d\vartheta=\begin{cases}0, \text{ ha } t=0\\ \dfrac{t}{T}, \text{ ha } 0\le t<T\\ 1, \text{ ha } t\ge T\end{cases} \qquad (1.129)$$

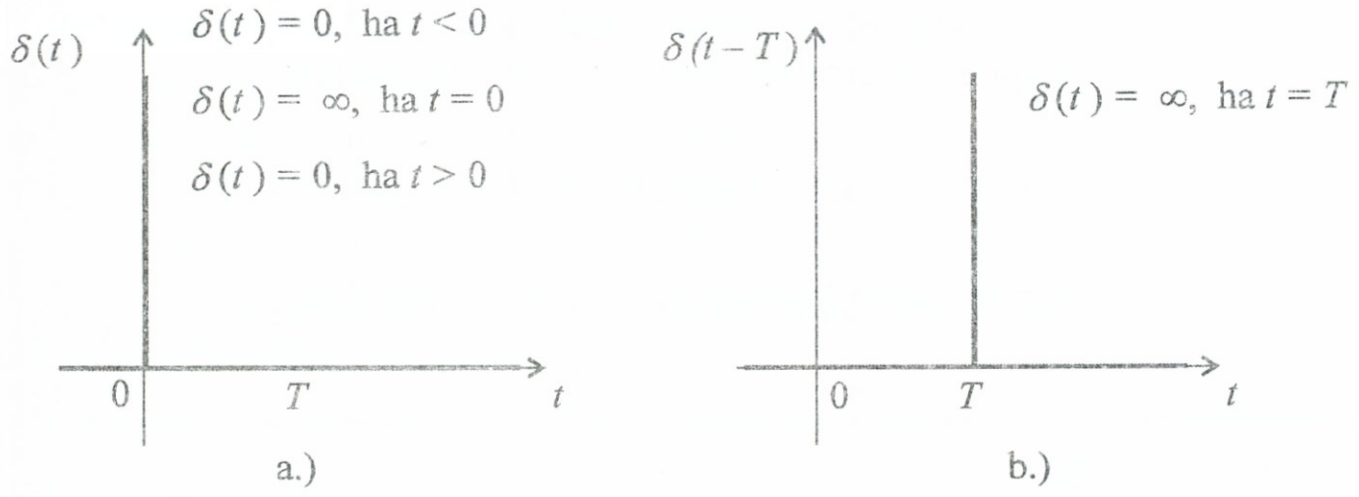
Az 1–45b. ábrát szemlélve az is belátható, hogy T nullára csökkenésekor határértékben az $s(t, T)$ átmegy az egységugrás függvénybe:

$$\lim_{T\to 0} s(t,T)=\varepsilon(t)$$

Dirac-delta „tűimpulzus" keletkezik akkor, ha az 1–45a. ábrából kiindulva felírjuk az alábbi határértéket:

$$\lim_{T\to 0}\delta(t,T)=\delta(t)$$

Dirac-deltát mutat az 1–46a. ábra, míg egy T-vel eltolt dirac-delta látható az 1–45b. ábrán.



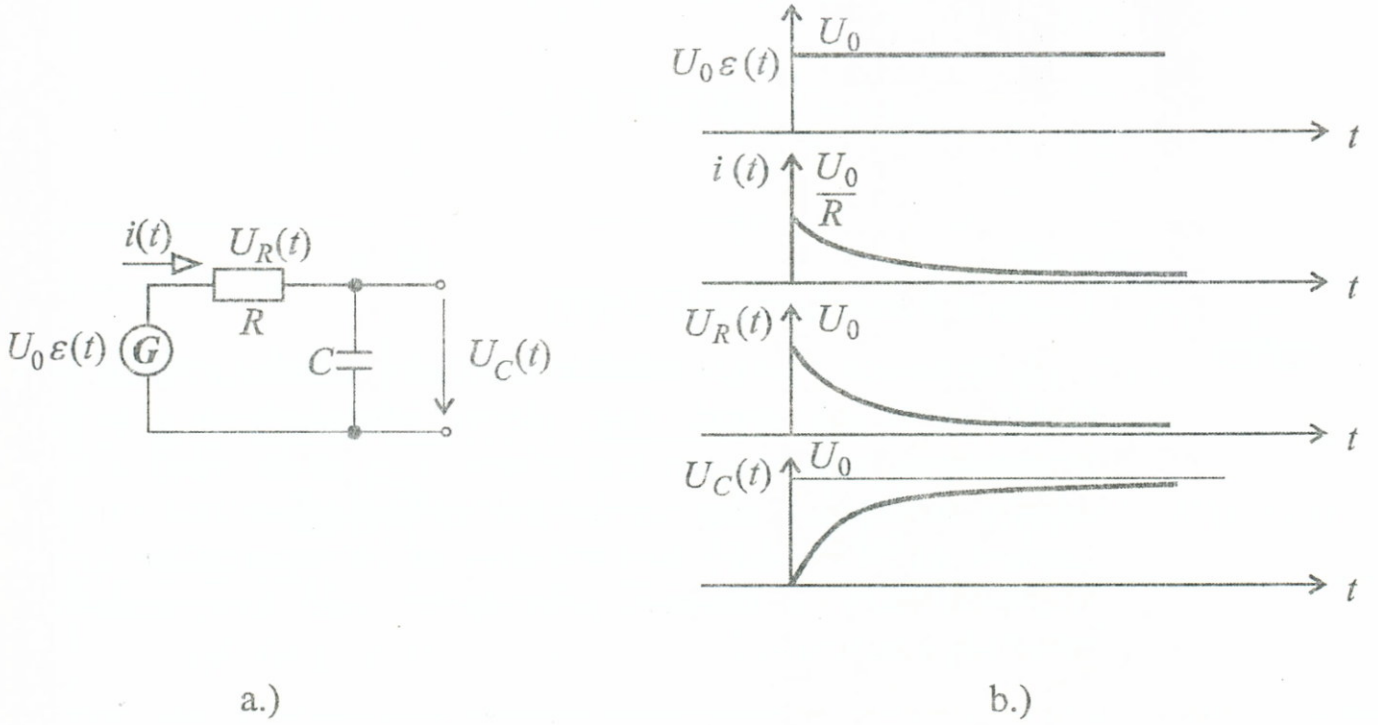
1–46. ábra: *Dirac delta*

A dirac-delta „végtelen magas" és a derivált fogalom általános értelmezésében felírható rá a következő összefüggés:

$$\varepsilon'(t) = \delta(t) \qquad (1.131)$$

azaz úgy is tekinthető, mint az egységugrás deriváltja.

1.16. példa: Szemléltető példaként vizsgáljuk meg az 1–47. ábrán felrajzolt *R-C* hálózat viselkedését, ha a $t = 0$ pillanatban U_0 ugrásfüggvényt kapcsolunk a bemeneti pontokra.



1–47. ábra: *R-C hálózat időbeli viselkedése*

A klasszikus differenciálegyenlet a Kirchhoff hurok-egyenlet alapján (ha induláskor a kondenzátor töltése = 0):

$$R \cdot i + \frac{1}{C}\int_0^t i(\vartheta)d\vartheta = U_0 \qquad (0 < t < T)$$

a megoldás érdekében mindkét oldalt deriválva:

$$R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$$

az általános megoldás $I_0 = \frac{U_0}{R}$ kezdeti feltétel és $\tau = RC$ figyelembevételével:

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (0 \le t < T)$$

$\tau = RC$ az áramkör jellemző időállandója: τ idő alatt az áram „e"-ed részére csökken.

Az ellenálláson eső feszültség:

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

A kondenzátorra jutó feszültség:

$$u_c(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\vartheta)\cdot d\vartheta = U_0\left[-e^{-\frac{\vartheta}{\tau}}\right]_0^t = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Laplace transzformáció ($\mathcal{L}f(t)$)

A szinuszos jelekkel működő hálózatok tanulmányozása során (1.4.4. pont) már láttuk, hogy időbeli jelenségeknek a komplex tartományba való ($t \to j\omega$) transzformációja révén mind a leírás, mind a számítások leegyszerűsödtek és áttekinthetőbbé váltak. A Laplace transzformáció bevezetésével az ott tapasztaltak további általánosítására és átmeneti jelenségekre való kiterjesztésére is lehetőség kínálkozik:

$$\mathcal{L}f(t) = F(s) = \int_{-0}^{+\infty} f(t)e^{-st}dt \qquad (1.132)$$

A 1.132. transzformációs formulában

$f(t)$ – az eredeti időfüggvényt,

$F(s)$ – a s változós transzformált függvényt,

$\mathcal{L}f(t)$ – a Laplace transzformációnak alávetett eredeti időfüggvényt jelenti.

A Laplace transzformáció néhány fontosabb összefüggését az 1–48. ábra táblázatában soroltuk fel.

Sorszám	$f(t)$ $t>0$	$F(s)$
1	$f(t)$	$F(s)=\int_0^\infty f(t)\mathrm{e}^{-st}dt$
2	$f'(t)$	$sF(s)-f(-0)$
3	$f''(t)$	$s^2F(s)-sf(-0)-f'(-0)$
4	$\int_0^t f(\tau)d\tau$	$\frac{1}{s}F(s)$
5	$\varepsilon(t-\tau)f(t-\tau)$	$\mathrm{e}^{-s\tau}F(s)$
6	$\varepsilon(t)f(t+\tau)$ $\tau>0$	$\mathrm{e}^{s\tau}\left[F(s)-\int_0^t f(t)\mathrm{e}^{-st}dt\right]$
7	$f(\alpha t)$ $\alpha>0$	$\frac{1}{\alpha}F\left(\frac{s}{\alpha}\right)$
8	$\mathrm{e}^{-\alpha t}f(t)$	$F(s+\alpha)$
9	$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau$	$F_1(s)\cdot F_2(s)$
10	$\sum_{k=1}^{n}\frac{G(s_k)}{H'(s_k)}\mathrm{e}^{p_k t}$	$\frac{G(s)}{H(s)}$ $H(s_k)=0;\ H'(s_k)\neq 0$
11	$\varepsilon_T(t)f_T(t);\ f_T(t)=0,\quad t>T$	$\frac{F_T(s)}{1-\mathrm{e}^{-sT}}$

1–48a. ábra

Sor-szám	$f(t)$ $t>0$	$F(s)$
12	$f(0)=\lim_{t\to 0} f(t)$	$\lim_{s\to\infty} sF(s)$
13	$\lim_{t\to\infty} f(t)$ $1/F(s)\neq 0$, ha $Res\geq 0$	$\lim_{s\to 0} sF(s)$
14	$\sum_{k=1}^{n} c_k f_k(t)$	$\sum_{k=1}^{n} c_k F_k(s)$
15	$\delta(t)$	1
16	$\varepsilon(t)$	$\frac{1}{s}$
17	$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
18	t	$\frac{1}{s^2}$
19	$1-e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{s(s+\alpha)}$
20	$te^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$
21	$(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$	$\frac{s}{(s+\alpha)^2}$
22	$\sin \alpha t$	$\frac{\alpha}{s^2+\alpha^2}$
23	$\cos \alpha t$	$\frac{s}{s^2+\alpha^2}$
24	$1-(1+\alpha t)\,e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha^2}{s(s+\alpha)^2}$
25	$1-\cos \alpha t$	$\frac{\alpha^2}{s(s^2+\alpha^2)}$

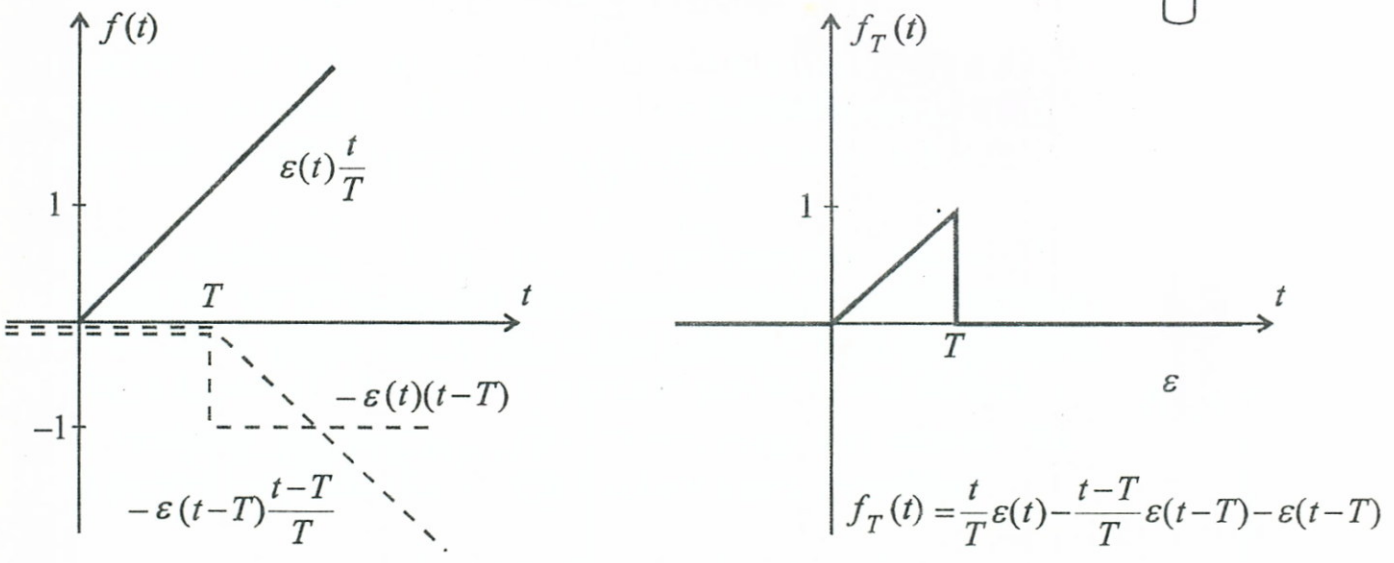
1–48b. ábra

Sor-szám	$f(t)$ $t>0$	$F(s)$
26	$\sin \alpha t - \alpha t \cos \alpha t$	$\frac{2\alpha^3}{(s^2+\alpha^2)^2}$
27	$t\sin \alpha t$	$\frac{2\alpha s}{(s^2+\alpha^2)^2}$
28	$\alpha t - \sin \alpha t$	$\frac{\alpha^3}{s^2(s^2+\alpha^2)}$

1–48c. ábra

1.17. példa: Alkalmazási szemléltetésként vizsgáljuk meg az előző pontbeli 1–41a. ábrán tárgyalt 45°-os fűrészfog jel leírását Laplace transzformáció segítségével. A feladatot bontsuk két részre: először állítsuk elő egyetlen fűrészfog jel Laplace transzformáltját, majd második lépésben tegyük azt periódikus jelsorozattá.

Egyetlen fűrészfog előállításához felhasználhatjuk az 1–44. ábra tapasztalatait. A szuperpozíció lépéseit az 1–49. ábra mutatja.



1–49. ábra: *Egyetlen fűrészfog származtatása*

A három komponensből összerakott időfüggvény:

$$f_T(t)=\frac{t}{T}\varepsilon(t)-\frac{t-T}{T}\varepsilon(t-T)-\varepsilon(t-T) \qquad (1.133)$$

Az egyes komponensek Laplace transzformáltjai az 1–48. ábra táblázatából sorra kikeresve felírhatók, így az eredő:

$$\mathcal{L}f_T(t) = F_T(s) = \frac{1}{s^2T} - \frac{1}{s^2T}e^{-sT} - \frac{1}{s}e^{-sT} = \frac{1-(1+sT)\cdot e^{-sT}}{s^2T} \qquad (1.134)$$

Periódikus fűvészfogsorozat esetén, de általánosságban is, felírható az alábbi összefüggés:

$$f(t + kT) = f(t) \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

Vezessük be azt az $f_T(t)$ függvényt, mely csak egyetlen periódusban létezik és máshol nulla:

$$f_T(t) = [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)]f(t) = \begin{cases} f_t, & \text{ha } 0 < t < T \\ 0, & \text{ha } t < 0,\ t > 0 \end{cases}$$

Ezután az $\varepsilon(t)f(t)$ függvényt felírhatjuk az $f_T(t)$ ismételt eltolásainak összegével.

$$\varepsilon(t)f(t) = f_T(t) + f_T(t-T) + \ldots + f_T(t-kT) + \ldots$$

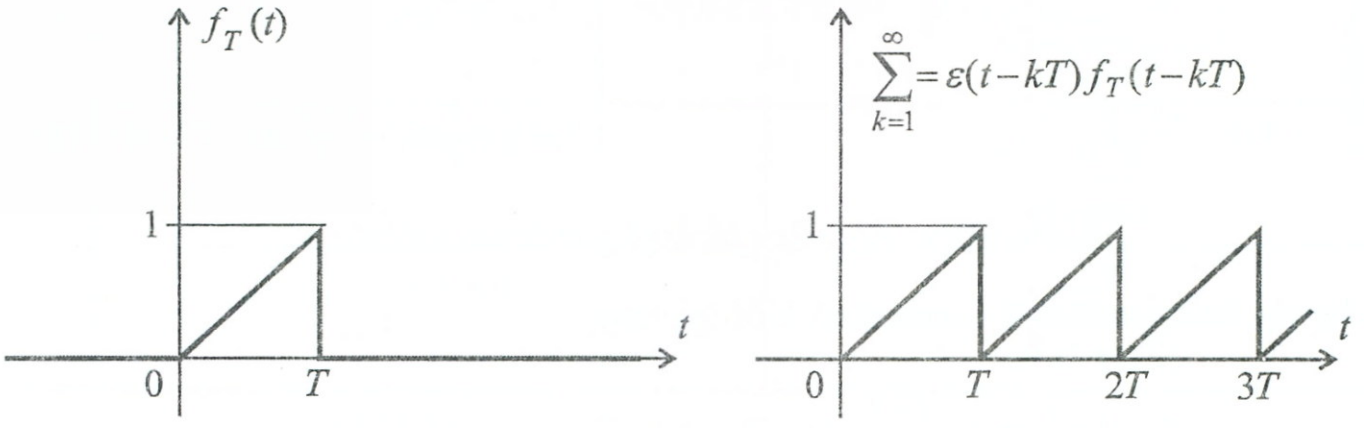
Ez általánosítva a következő képlettel fejezhető ki:

$$\varepsilon(t)f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon(t-kT)f_T(t-kT) \qquad (1.135)$$

Formálisan felírható:

$$\varepsilon(t) \cdot f(t) = \varepsilon_T(t)f_T(t) \qquad (1.136)$$

Ez utóbbi kifejezésben az $\varepsilon_T(t)$ egy ún. „ismétlési operátor", mely azt jelenti, hogy az utána álló függvényt T, $2T$, kT értékekkel el kell tolni, majd össze kell őket adni (1–50. ábra).



1–50. ábra: *Periódikus fűrészfog származtatása*

Áttérve Laplace transzformációra, az 1–48. ábra eltolási tétele szerint:

$$\mathcal{L}\,[\varepsilon(t-kT)\,f_T(t-kT)] = \mathrm{e}^{-ksT}\cdot F_T(s)$$

ahol esetünkben az $F_T(s)$ megegyezik az egy fürészfogra kapott (1.134) eredménnyel.

A behelyettesítések után felírható, hogy:

$$\mathcal{L}\,[\varepsilon(t)\,f(t)] = F(s) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{e}^{-ksT}\cdot F_T(s) = F_T(s)\sum_{k=0}^{\infty}\mathrm{e}^{-ksT}$$

Az utolsó eredmény szummája egy végtelen mértani sor, melynek konvergenciája esetén a végeredmény (a mértani sor összegképletét is felhasználva):

$$F(s) = \frac{F_T(s)}{1-\mathrm{e}^{-sT}} \qquad (1.137)$$

A kapott kifejezésben az $(1 - \mathrm{e}^{-sT})^{-1}$ megfelel az (1.136)-ban értelmezett „ismétlési operátor" Laplace transzformáltjának, azaz:

$$\mathcal{L}\,[\varepsilon_T(t)] = \frac{1}{1-\mathrm{e}^{-sT}} \qquad (1.138)$$

A kapott (1.137) összefüggést úgy is tekinthetjük, mint a $t > 0$ tartományban periódikus függvény Laplace transzformáltját, feltéve, ha teljesül az alábbi inverz Laplace transzformációs feltétel:

$$\mathcal{L}^{-1}F_T(s) = f_T(T) = 0 \qquad \text{ha } t > T.$$

Az (1.137), (1.138)-beli általános eredményt alkalmazhatjuk a periódikus fürészfogsorozat előállítására, amennyiben az egyetlen fürészfogra kapott (1.134) $F_T(s)$ függvényt periódikussá tesszük az (1.138) ismétlési operátorral az (1.137)-ben megadott módon. Végül is a periódikus, fürészfogsorozat Laplace transzformáltja:

$$F(s) = \frac{1-(1+sT)\mathrm{e}^{-sT}}{s^2T}\cdot\frac{1}{1-\mathrm{e}^{-sT}} \qquad (1.139)$$

A periódikus és egyedi fürészfog-függvények az 1.50. ábrán tanulmányozhatók.

Inverz Laplace transzformáció ($\mathcal{L}^{-1}F(s)$)

Az előzőleg Laplace transzformációnak alávetett függvényekkel való gyakorlati számítások befejezését követően az eredményeket vissza kell transzformálnunk az időtartományba. Ez a művelet az inverz Laplace transzformáció.

a.) A visszatranszformálás legegyszerűbb és igen gyakori módszere, hogy az irodalomban található részletes táblázatokból keressük ki a megfelelő időfüggvényt, miközben figyelembe vesszük a transzformációs műveleteket is. Így, például, ha a visszatranszformálandó $F(s)$ függvény s-szeresét illetve $\frac{1}{s}$-szeresét találjuk a táblázatban, akkor értelemszerűen a megfelelő táblázatbeli időfüggvényének integrálját, illetve differenciálját kell a visszatranszformált eredménynek tekintenünk. Ugyanúgy, ha a Laplace alakban e^{-sT} szorzó szerepel, akkor ez a visszatranszformált eredménynél T időeltolás formájában jelentkezik stb.

b.) A visszatranszformálás másik gyakori módszere az alábbi *kifejtési tétel*en alapul:

$$\mathcal{L}^{-1}\frac{G(s)}{H(s)} = \varepsilon(t)\cdot\sum_{k=1}^{n}\frac{G(s_k)}{H'(s_k)}e^{s_k t} \qquad (1.140)$$

az (1.140) kifejezésben a

$$F(s) = \frac{G(s)}{H(s)}$$

egy valódi racionális tört függvény, ahol a $G(s)$ fokszáma alacsonyabb $H(s)$ fokszámánál és $H(s)$ gyökei egyszeres gyökök.

Villamos-hálózatok számításainál a feladatok nagy része visszavezethető ilyen típusú függvényekre.

Amennyiben nem valódi racionális tört függvény adódik, ez szétbontható egy polinom és egy valódi tört racionális függvény összegére, így az (1.140) formula már alkalmazható lesz.

A kifejtési tétel valójában a racionális törtfüggvény alábbi módon történő részlettörtekre való bontásának lehetőségét hasznosítja:

$$F(s) = \frac{G(s)}{H(s)} = \frac{C_1}{s-s_1} + \frac{C_2}{s-s_2} + \ldots + \frac{C_n}{s-s_n} \qquad (1.141)$$

mely alakzat az összetevőnkénti visszatranszformálás lehetőségét rejti magában:

$$\mathcal{L}^{-1}\,F(s) = \varepsilon(t)\,f(t) = \varepsilon(t)(\,C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} + \ldots + C_n s^{nt}\,) \quad (1.142)$$

Megjegyezzük, hogy a részlettörtekre bontás többszörös gyökök esetén is megoldható, így az inverz transzformációra ilyen esetekben is lehetőség kínálkozik.

A fenti kifejezésekben szereplő gyökök általában komplex számok. A feladat jellegéből következik, hogy $f(t)$ valós vagy komplex függvény. A valós esetnél a komplex gyökök konjugált komplex párokban jelentkeznek. Ezesetben a C_i együtthatók is egymás konjugáltjai és az Euler-reláció felhasználásával a kifejezés mindig átírható valós függvénnyé.

*1.18. példa: Szemléltető példa*ként végezzük el a megadott

$$F(s) = \frac{s+2\omega}{s^2+\omega^2}$$

függvény inverz Laplace transzformációját.

a.) módszer: A kiinduló függvényt szétválasztjuk két olyan kifejezésre, mely a transzformációs táblázatból kikereshető. Lásd (L 23.), (L 22.) sz. formulák

$$\mathcal{L}^{-1}\,F(s) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2+\omega^2} + 2\frac{\omega}{p^2+\omega^2}\right]$$

A kérdéses időfüggvény:

$$f(t) = \cos\omega t + 2\sin\omega t$$

b.) módszer: A nevező gyökei $s_1 = +\mathrm{j}\omega$, $s_2 = -\mathrm{j}\omega$ (1.140.)-ből:

$$H'(s) = 2s, \quad \text{és } H'(s_i) = \pm 2\mathrm{j}\omega$$

$$G(s_i) = \pm\mathrm{j}\omega + 2\omega$$

Behelyettesítve (1.140)-be

$$f(t) = \frac{+\mathrm{j}\omega+2\omega}{+2\,\mathrm{j}\omega}\cdot e^{+\mathrm{j}\omega t} + \frac{-\mathrm{j}\omega+2\omega}{-2\,\mathrm{j}\omega}\cdot e^{-\mathrm{j}\omega t} =$$

$$= 2\frac{e^{\mathrm{j}\omega t} - e^{-\mathrm{j}\omega t}}{2\,\mathrm{j}} + \frac{e^{\mathrm{j}\omega t} + e^{-\mathrm{j}\omega t}}{2}$$

Az Euler-összefüggések alapján (1.98), végül adódik:

$$f(t) = 2\sin\omega t + \cos\omega t$$

Az előző módszer eredményével megegyezően.

Operátoros leírásmód és operátoros impedanciák

Az eddigiek alapján levonható az a következtetés, hogy hasonlóan a szinuszos jelekkel működő hálózatoknál alkalmazott $t \rightarrow j\omega$ transzformációhoz, a Laplace transzformációs tárgyalásnál egy $t \rightarrow s$ transzformáció előnyeinek kihasználására adódik lehetőség, melyek révén mind a számítások, mind a hálózatok leírása egyszerűbbé és áttekinthetőbbé tehető.

Az áramköröket alkotó R, L, C elemek feszültségeit felírva és figyelembevéve a deriválásnak megfelelő: s „operátorral" való szorzást, az integrálásnak megfelelő: s operátorral való osztást a $t \rightarrow s$ transzformációs párok a következőképpen alakulnak:

$$\left.\begin{aligned} u_R(t) = Ri_R(t) \quad &\leftrightarrow \quad U_R(s) = R \cdot I_R(s) \quad = Z_R(s) \cdot I_R(s) \\ u_L(t) = L\frac{di_L}{dt} \quad &\leftrightarrow \quad U_L(s) = L \cdot s \cdot I_L(s) = Z_L(s) \cdot I_L(s) \\ u_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)dt \quad &\leftrightarrow \quad U_C(s) = \frac{1}{C \cdot s} \cdot I_C(s) = Z_C(s) \cdot I_C(s) \end{aligned}\right\} \quad (1.143)$$

Mint látható, végül itt is az Ohm-törvénnyel rokon:

$$U(s) = Z(s) \cdot I(s) \qquad (1.144)$$

típusú összefüggéshez jutottunk, ahol az egyes mennyiségek a s operátortól függenek és Z(s) az ún. *operátoros impedancia,* melyre a korábbi (1.108) összefüggéseink formálisan alkalmazhatók. Hasonlóképpen felhasználhatók értelemszerűen az (1.109) általánosított Kirchhoff csomóponti- és huroktörvények is.

Az operátoros impedancia reciprokaként értelmezhető az *operátoros admittancia:*

$$Y(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{Z(s)}$$

Bekapcsolás, átkapcsolás, kikapcsolás

Az operátoros impedancia bevezetésével az áramköri differenciálegyenletek felírása általában megtakarítható, az impedanciaviszonyok a hálózat vázlatáról közvetlenül felírhatók.

1.19. példa: Bekapcsolási példaként oldjuk meg operátoros impedancia bevezetésével, Laplace transzformációt felhasználva az 1–47. ábra kapcsán már klasszikus differenciálegyenlettel is meg-

oldott *R-C* áramkörrel kapcsolatos feladatot. Bekapcsoláskor a rendszer a $t = 0$ időpontban energiamentes, így áramkörünknél a *C* kapacitás töltéssel nem rendelkezik, így az operátoros impedancia és az összefüggések közvetlenül felírhatók:

$$Z(s) = R + \frac{1}{s \cdot C}.$$

A bemeneti feszültség Laplace transzformáltja:

$$\mathcal{L}\ \varepsilon(t)U_0 = \frac{U_0}{s} = U(s)$$

Az áramerősség: Laplace transzformáltja:

$$I(s) = \frac{U(s)}{Z(s)} = \frac{U_0}{s\left(R + \frac{1}{s \cdot C}\right)} = \frac{U_0}{R} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{U_0}{R} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}}$$

Visszatranszformálva a kifejtési tétellel (az egyetlen gyök: $s_1 = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau}$)

Így az áram időfüggvénye:

$$i(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

Ami megegyezik az 1–47. ábra kapcsán kiszámított áram-idő függvénnyel.

Kikapcsolási, átkapcsolási esetekben, mivel a rendszer energiát tartalmaz, további meggondolások szükségesek. Az egyes áramköri elemeket megvizsgálva az (1.143) összefüggésekhez néhány kiegészítést kell tennünk.

- Az ellenállás nem tárol energiát, ezért vele kapcsolatban minden változatlan.
- A kondenzátornál, ha a kapcsolás pillanatában már rendelkezett töltéssel és a sarkain a kezdeti feszültség $u_C(-0)$ értékű volt, akkor a $t > 0$ időtartományban az $u_C(t)$ feszültség:

$$u_C(t) = u_C(-0) \cdot \varepsilon(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\vartheta)\, d\vartheta$$

ezt az *s* tartományba transzformálva

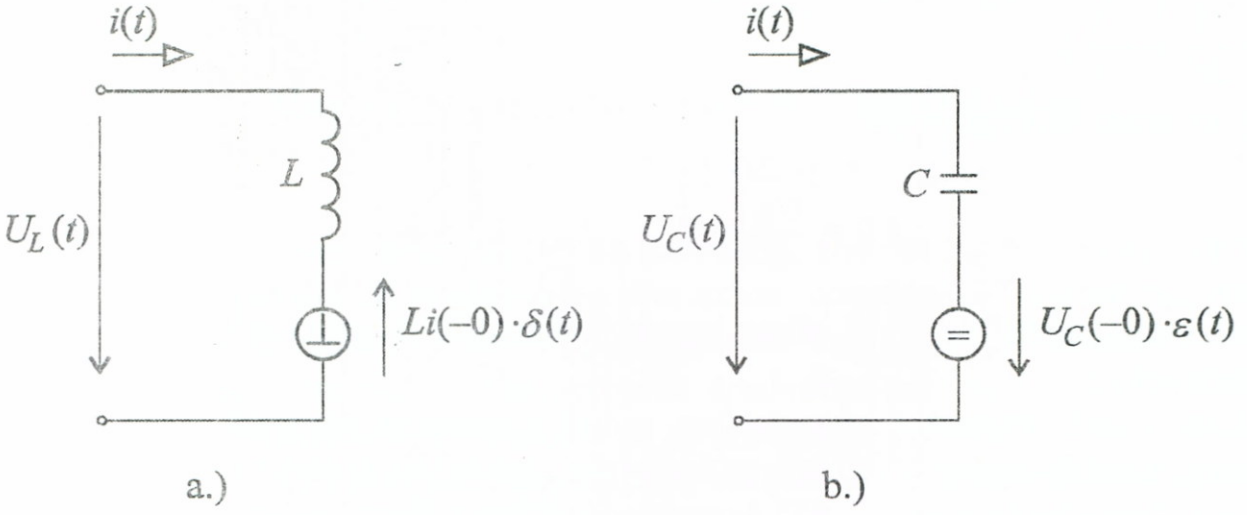
$$U_C(s)=\frac{U_C(-0)}{s}+\frac{1}{s\cdot C}I(s) \qquad (1.146)$$

– Induktivításnál hasonló a helyzet, mint a kondenzátornál, itt kapcsoláskor a sarkain mérhető kezdeti feszültség $u_L(-0)$, így az időtartománybeli feszültségfüggvény az ellentétes feszültségeket is figyelembevéve:

$$u_L(t) = -Li(-0)\cdot\delta(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$

melyet az s tartományba transzformálva:

$$U_L(s) = -L\cdot I(-0) + sLI(s) \qquad (1.147)$$



1–51. ábra: *Kezdeti feszültség modellezése*

A kapott (1.146), (1.147) kifejezéseket szemléletessé tehetjük az 1–51. ábra jelöléseivel. Az 1–51b. ábrán szereplő kondenzátor kezdeti feszültségét egy $u_C(-0)\cdot\varepsilon(t)$ feszültségű nulla belső ellenállású feszültséggenerátorral helyettesítettük, melyet a kapacitással sorba kötve adódik ki a teljes $u_C(t)$ feszültség. Hasonlóképpen, az 1.51a. ábra induktivitásának kezdeti feszültségét egy $-Li(-0)\cdot\delta(t)$ feszültséget előállító nulla belső ellenállású generátor képviseli, mely az eredő $u_L(t)$ egyik összetevőjét képezi.

Végezetül összefoglaljuk a Laplace transzformáció felhasználásával történő számolás lépéseit.

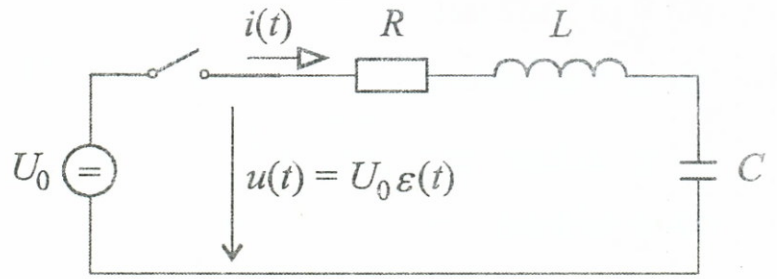
I. Elkészítjük a $t > 0$ időszakra vonatkozó hálózat kapcsolási vázlatát az energia-tároló elemek 1–51. ábrabeli helyettesítő képének felhasználásával.

II. Felírjuk a Laplace transzformált alakot az operátoros impedanciák figyelembevételével.

III. Alkalmazva a szuperpozíciót kiszámítjuk a kívánt válaszjel Laplace transzformáltját.

IV. Inverz Laplace transzformációval előállítjuk a gyakorlati szempontból szükséges időfüggvényt.

1.20. példa: Összefoglaló példaként vizsgáljuk meg az 1–36a. ábrán egyszer már felrajzolt áramkörünk viselkedését olyan feltételek között, hogy most a bemenetre bekapcsoláskor $u(t) = U_0\varepsilon(t)$ feszültséget kapcsolunk (1–52. ábra).



1–52. ábra: *Soros R-L-C kapcsolás*

Végighaladva az előzőleg pontokba foglalt algoritmus lépésein:

I. A kapcsolási vázlat kiinduláskor adott és nem kell kiegészíteni, mivel bekapcsolásról lévén szó az L és C energiamentesek.

II. Az operátoros impedancia közvetlenül leolvasható az ábrából:

$$Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC} = \frac{s^2LC + sRC + 1}{sC}$$

III. Az áramerősség az s tartományban:

$$I(s)=\frac{U(s)}{Z(s)}=\frac{U_0}{s}\cdot\frac{sC}{s^2LC+sRC+1}=\frac{U_0}{L}\cdot\frac{1}{s^2+2\rho s+\omega_0^2}$$

ahol: $\rho=\frac{R}{2L}$, $\omega_0^2=\frac{1}{LC}$

A nevező gyökei

$$s_{1,2}=-\rho\pm\sqrt{\rho^2+\omega^2}$$

Itt több eset lehetséges:

IV.a.) *ha:* $\rho>\omega_0$, akkor

$s_1=-\lambda_1$, $s_2=-\lambda_2$ és λ_1, λ_2 pozitív, valós számok, ekkor az áram:

$$i(t)=\frac{U_0}{L}\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{-\lambda_1+\lambda_2}+\frac{e^{-\lambda_2 t}}{-\lambda_2+\lambda_1}\right]=\frac{U_0}{2L\sqrt{\rho^2-\omega^2}}\left[e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right]$$

Ez annyit jelent, hogy az áram az időben exponenciálisan a „0”-hoz tart.

IV. b.) *ha:* $\rho<\omega_0$, akkor

$s_{1,2}=-\rho\pm j\omega$; $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\rho^2}$

ekkor az áram:

$$i(t)=\frac{U_0}{L}\left[\frac{e^{(-\delta+j\omega)t}}{2j\omega}+\frac{e^{(-\delta-j\omega)t}}{-2j\omega}\right]=\frac{U_0}{\omega L}\cdot e^{-\rho t}\cdot\sin\omega t$$

Ez annyit jelent, hogy az áram az időben csökkenő amplitúdóval rezeg.

IV. c.) *ha:* $\rho=\omega_0$, akkor

$$s_{1,2}=-\delta$$

ekkor az áram az s tartományban:

$$I(s)=\frac{U_0}{L}\cdot\frac{1}{(s+\rho)^2}$$

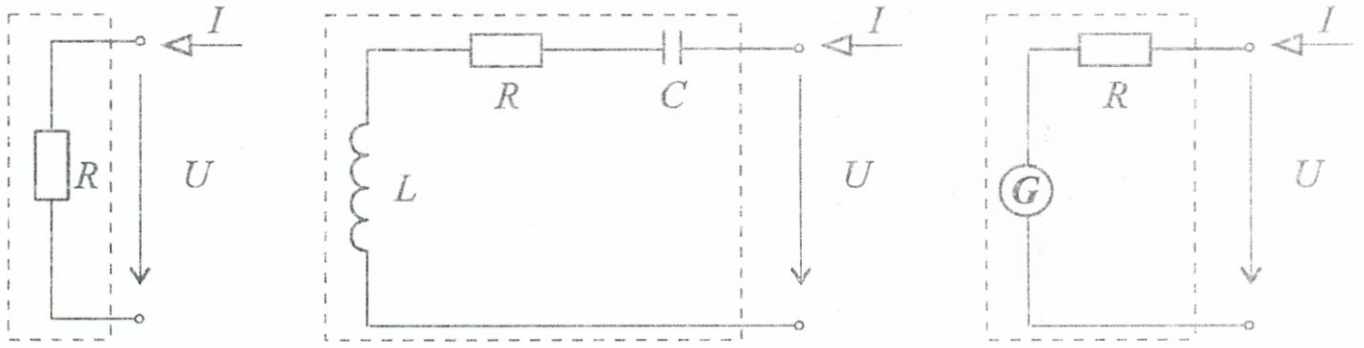
az időtartományban pedig:

$$i(t)=\frac{U_0}{L}t\cdot e^{-\rho t}$$

Ez a berezgés határesete, itt $R=R_0=2\sqrt{\frac{L}{C}}$ Ha $R > R_0$, akkor a folyamat aperiodikus, ellenkező esetben berezgés lép fel.

1.5. Kétpólusok, négypólusok, erősítés

Az olyan rész-hálózatokat, melyek a hálózat többi részéhez két ponton csatlakoznak, *kétpólus*nak nevezzük. Kétpólusok például a magányos ellenállások, kondenzátorok, tekercsek, áramforrások, de kétpólusok az ezekből, mint összetevőkből összetevődő eredő kapcsolások is, ha az eredő két ponton csatlakozik a hálózat többi részéhez. Kétpólusokat mutat példaként az 1–53. ábra.



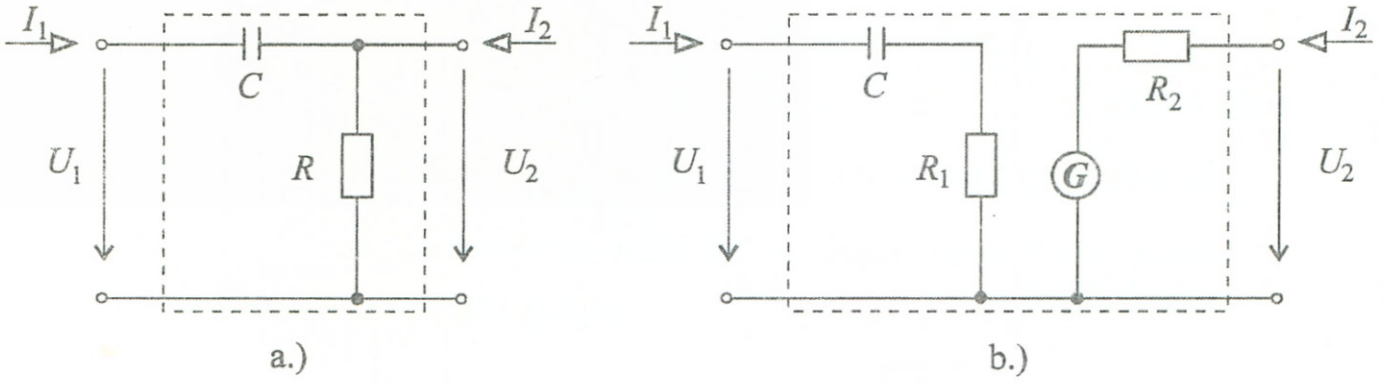
a.) b.) c.)

1–53. ábra: *Példák kétpólusokra*

Az olyan részhálózatokat, melyek a hálózat többi részéhez négy ponton csatlakoznak, *négypólusok*nak nevezzük. Négypólusokra mutat példákat az 1–54. ábra.

*Erősítés*nek nevezzük valamely részhálózatnál a kimeneti jellemző és a bemeneti jellemző arányát:

$$A=\frac{J_{KI}}{J_{BE}} \qquad (1.148)$$



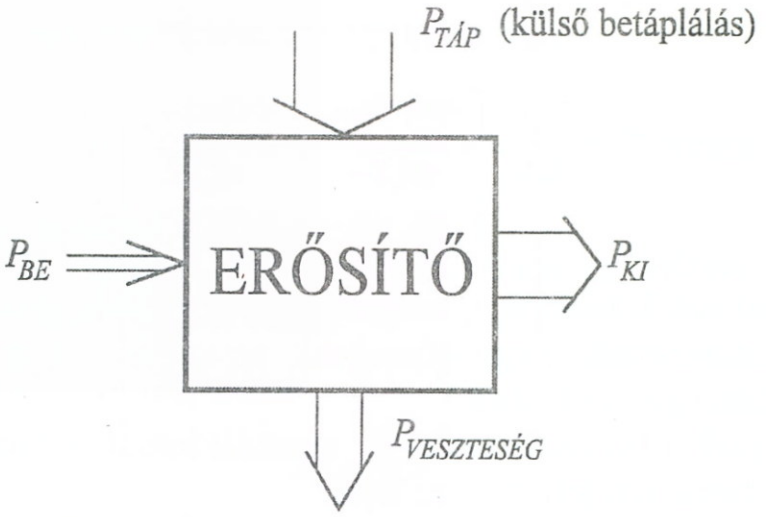
1–54. ábra: *Példák négypólusokra*

Az (1.148) kifejezés értelmében valamely részhálózatnál beszélhetünk feszültség (A_U), áram (A_I), és teljesítmény (A_P) erősítésről.

Erősítő az olyan részhálózat (többnyire négypólus), melynél:

$$A_P = \frac{P_{KI}}{P_{BE}} > 1 \qquad (1.149)$$

Mivel (1.149) azt jelenti, hogy $P_{KI} > P_{BE}$ ez csak akkor lehetséges, ha a részhálózatba *külső energia betáplálására* is sor kerül. Egy erősítő teljesítmény-viszonyait szemlélteti az 1–55. ábra.



1–55. ábra: *Erősítő teljesítményviszonyai*

Az erősítő működése során a P_{BE} úgy „csapolja meg" a $P_{TÁP}$ -ot, hogy a kimenetre jutó P_{KI} alakulása utánozza a P_{BE} változásait. A $P_{KI} > P_{BE}$ relációhoz szükséges többlet-energiát a $P_{TÁP}$ fedezi. Az erősítő működése során többféle okból teljesítményveszteség ($P_{VESZTESÉG}$) is fellép, de a $P_{TÁP}$ ezt is kompenzálja.

Az olyan részhálózatokat, melyekbe működésük során külső energia betáplálás is történik, *aktív* részhálózatoknak nevezzük. Ha nincs külső energia betáplálás, akkor a részhálózat *passzív*.

Passzív kétpólusok láthatók az 1–53a., b. ábrákon, aktív kétpólust mutat az 1–53c. ábra. Hasonlóképpen passzív négypólus szerepel az 1–54a., aktív az 1–54b. ábrán. Mindkét esetben a G generátor jelképezi a külső energia betáplálását.

Fentiekből következik, hogy a „valódi" erősítők aktív eszközök.

1.21. példa: Vizsgáljuk meg, hogy aktív eszköz-e az 1–25. ábra kapcsán bemutatott transzformátor. A transzformátort, mint négypólust tekintve a kimeneti és bemeneti feszültségjellemzők kapcsolatát az (1.75) kifejezéssel írtuk fel:

$$u_{KI} = u_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot u_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot u_{BE}$$

ha $N_2 > N_1$, akkor van *feszültségerősítés*, mivel:

$$A_u = \frac{u_{KI}}{u_{BE}} > 1$$

A transzformátort mégis passzív négypólusnak kell tekintenünk, mert külső energiabetáplálás nem történik, így az elkerülhetetlen veszteségek miatt biztos, hogy

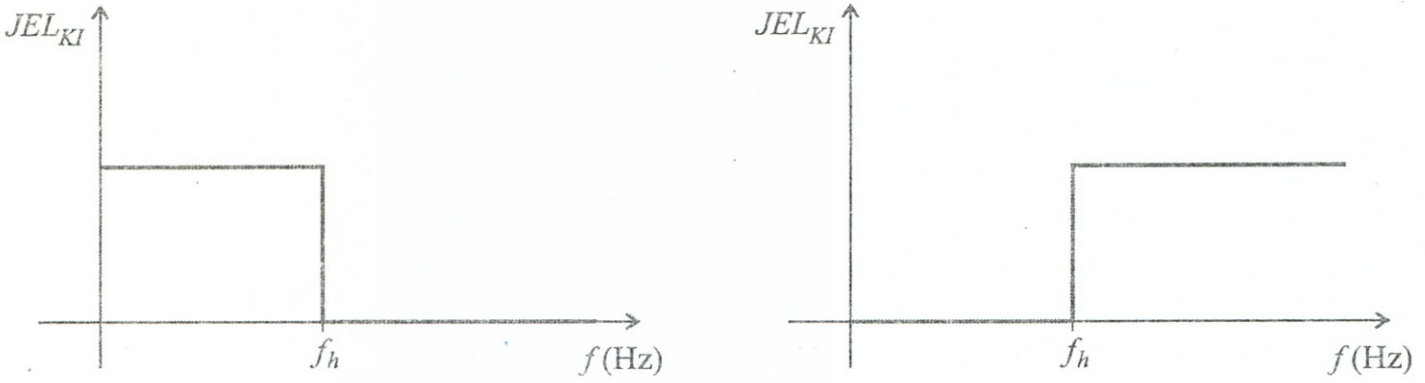
$$P_{KI} < P_{BE}, \quad \text{azaz} \quad A_P = \frac{P_{KI}}{P_{BE}} < 1$$

Tehát, annak ellenére, hogy a feszültséget erősíti a fenti definíciók alapján nem tekinthető erősítő kapcsolásnak.

Aluláteresztő, felüláteresztő és sávszűrő

A reaktáns elemeket tartalmazó négypólusok viselkedése frekvenciafüggő.

Aluláteresztőnek nevezzük az olyan négypólusokat, melyek az alacsony frekvenciájú jeleket átengedik, míg a magasabb frekvenciájú jelek számára áthatolhatatlanok. Ideális aluláteresztő karakterisztikát mutat az 1–56. sz. ábra.



a.) b.)

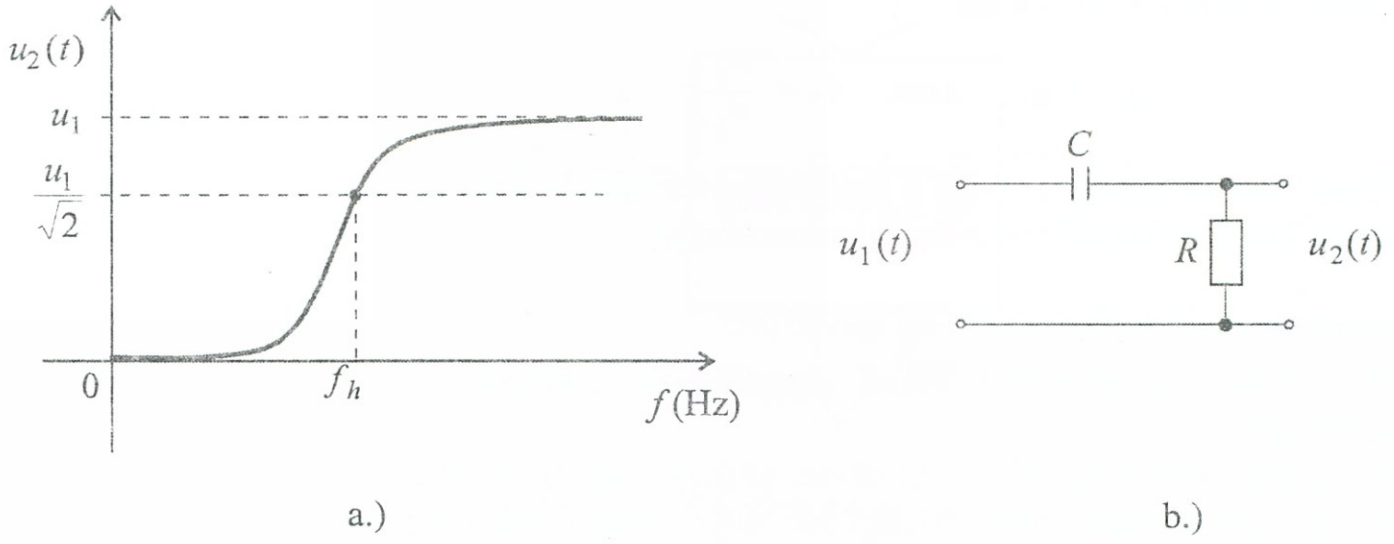
1–56. ábra: *Ideális aluláteresztő és felüláteresztő*

Felüláteresztőnek nevezzük az olyan négypólusokat, melyek az alacsony frekvenciák számára áthatolhatatlanok, míg a magasabb frekvenciájú jeleket átengedik. Ideális felüláteresztő karakterisztikát mutat az 1–56b. ábra.

Azt a frekvenciát, mely az átengedett, ill. át nem engedett jeleket elválasztja *határfrekvenciá*nak nevezzük.

A reaktáns négypólusok megfelelő kialakításával előállíthatók olyan áramkörök, melyek csak meghatározott frekvenciasáv jeleit engedik el. Ezeket *sávszűrő*knek nevezzük.

1.22. példa: Vizsgáljuk meg az 1–54a. ábrán látható *CR tag* viselkedését különböző frekvenciákon, szinuszos jeleket feltételezve.



a.) b.)

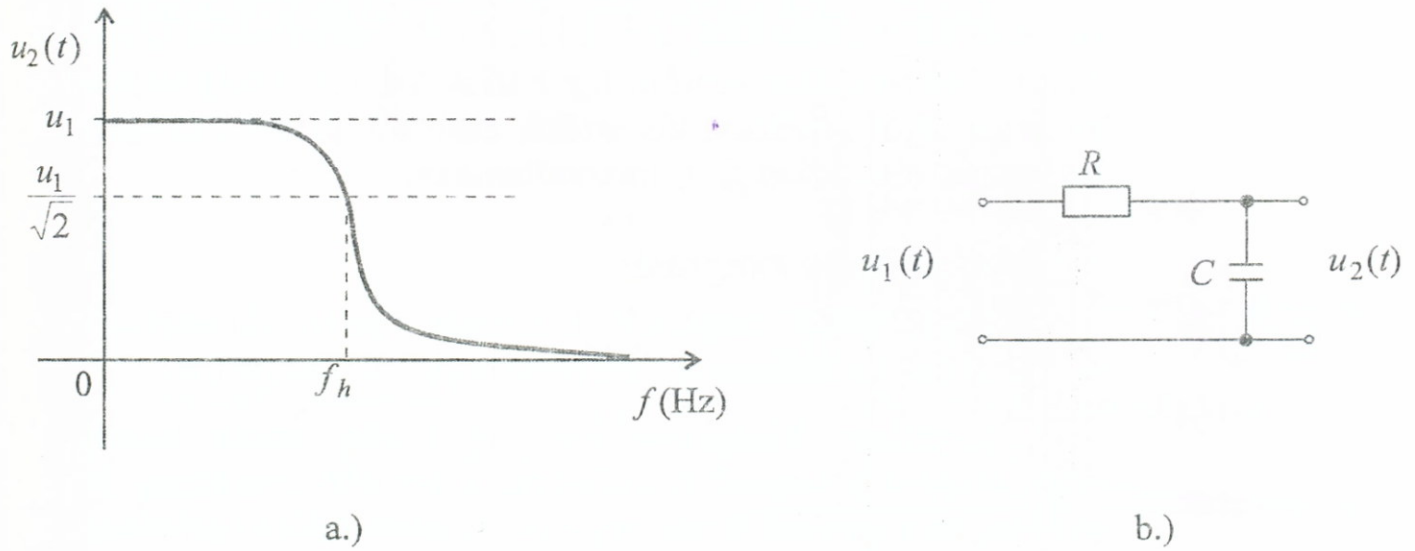
1–57. ábra: *CR tag, mint valóságos felüláteresztő*

A bemenő jelek számára, egyenáram vagy alacsonyabb frekvencia esetén a C kondenzátor szakadásként vagy igen nagy ellenállásként viselkedik. A frekvencia növekedésével:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

az ellenállás csökken, igen nagy frekvenciákon közel nullává válik. Az $U_2(f)$ jelleggörbét az 1–57. ábrán rajzoltuk fel. Mint látható, ez a viselkedés hasonlít az ideális felüláteresztő jelleggörbéjéhez.

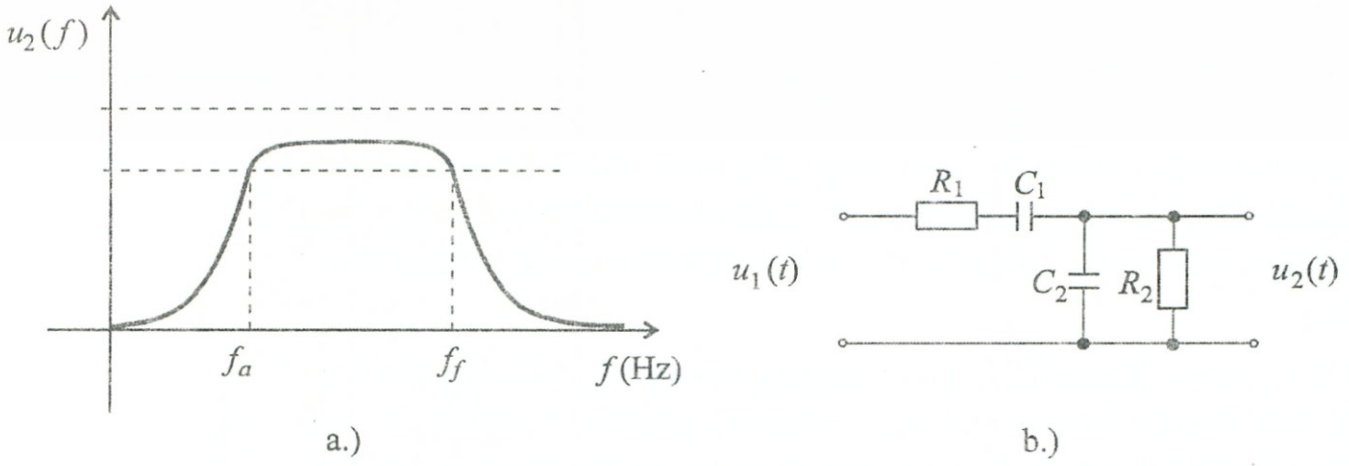
1.23. példa: Hasonlóképpen vizsgáljuk meg egy *RC tag* viselkedését különböző frekvenciákon, szinuszos jeleket feltételezve. Az 1–58b. ábrán felrajzolt *RC* tag annyiban tér el az előző példa *CR* tagjától, hogy a kimenő feszültség itt a kondenzátor sarkain mérhető.



1–58. ábra: *RC tag, mint valóságos aluláteresztő*

Ez a módosítás azonban, az áramkör viselkedésében alapvető változást jelent. A bemenő jelek alacsony frekvenciáin, vagy egyenáram esetén a kimenő feszültséget csak az R ellenállás befolyásolja, mivel a kimenettel párhuzamos kapacitás gyakorlatilag szakadásnak tekinthető. A frekvencia számottevő növekedésével ez a párhuzamos kapacitás egyre jobban „átvezet", csökken az ellenállása és mind kisebb feszültség jelentkezik a sarokpontjain. Nagy frekvenciák esetén ellenállása közelít a rövidzárhoz, így a kimeneti feszültség nullához tart. Az elmondottakat az 1–58a. ábrán rajzoltuk fel, a viselkedés hasonlít az ideális aluláteresztő görbéjéhez.

1.24. példa: Sávszűrő (esetleg: sáváteresztő) áramkört alakíthatunk ki például alul- és felüláteresztők kombinálásával. Egy ilyen megoldást rajzoltunk fel az 1–59. ábrán.



1–59. ábra: *Sávszűrő*

A bemenet utáni soros kapacitás az alacsony frekvenciák számára jelent nagy ellenállást, míg a kimenettel párhuzamos kapacitás a magas frekvenciákat söntöli, így a kimeneti feszültség az alacsony és magas frekvenciákon kis értékű, csak a közepes frekvenciáknál tud megnövekedni az f_a–f_g intervallumban.

Differenciálás és integrálás

A négypólusok megfelelő kialakítás esetén kimenetükön elő tudják állítani a bemenő jel differenciálját, ill. integrálját.

1.25. példa: Vizsgáljuk meg az 1–60a. ábrán látható *CR* négypólusnál a kimenő feszültséget a bemenő feszültség függvényében, ha a bemenő feszültség egy U_0 amplitúdójú ugrásfüggvény.

A feladatmegoldást végezzük el a LAPLACE transzformáció segítségével.

Az operátoros impedancia (1.143) és (1.144) felhasználásával:

$$Z(s)=\frac{1}{sC}+R$$

A kimeneti feszültség Laplace transzformált alakja, ha a bemeneti ugrásfüggvény Laplapce transzformáltja $U_1(s)$:

$$U_2(s)=U_1(s)\frac{R}{\frac{1}{sC}+R}=U_1(s)\,\frac{sRC}{sRC+1}$$

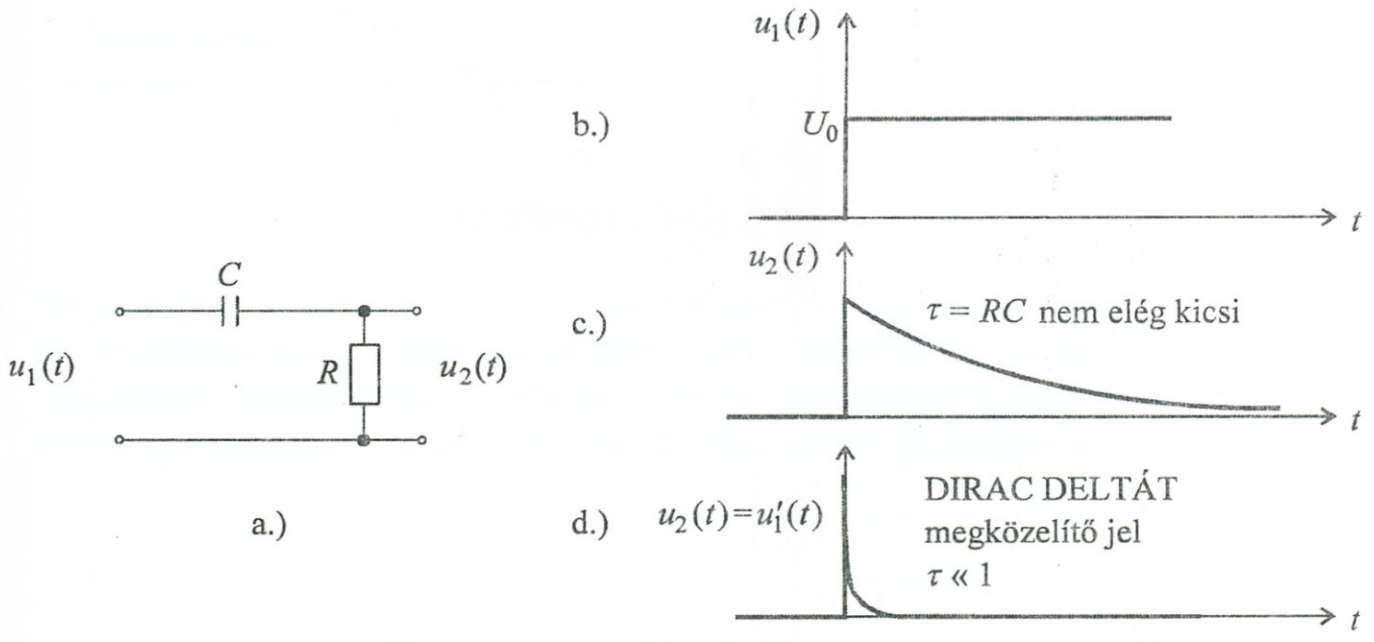
Vezessük be a korábban már alkalmazott $\tau = RC$ időállandó jelölést és tételezzük fel, hogy $\tau \ll 1$ és $|s\tau| \ll 1$. Ekkor az előző kifejezés a következőképpen alakítható:

$$U_2(s) = U_1(s)\,\frac{s\tau}{s\tau+1} \approx s \cdot \tau \cdot U_1(s)$$

Előzőleg a Laplace transzformációs 1–48. ábra 2. sz. összefüggésénél láttuk, hogy s-sel történő szorzás *differenciálást* jelent az időtartományban, ezért a visszatranszformálás után $u_1(-0) = 0$ feltételezésével írhatjuk:

$$u_2(t) = \tau\frac{du_1(t)}{dt} = \tau \cdot u_1'(t)$$

ami azt jelenti, hogy a CR négypólus kimenetén a bemenő feszültség deriváltja jelenik meg adott kötöttségek teljesítése esetén. A CR kapcsolást ezért gyakran nevezik *differenciáló kapcsolás*nak.

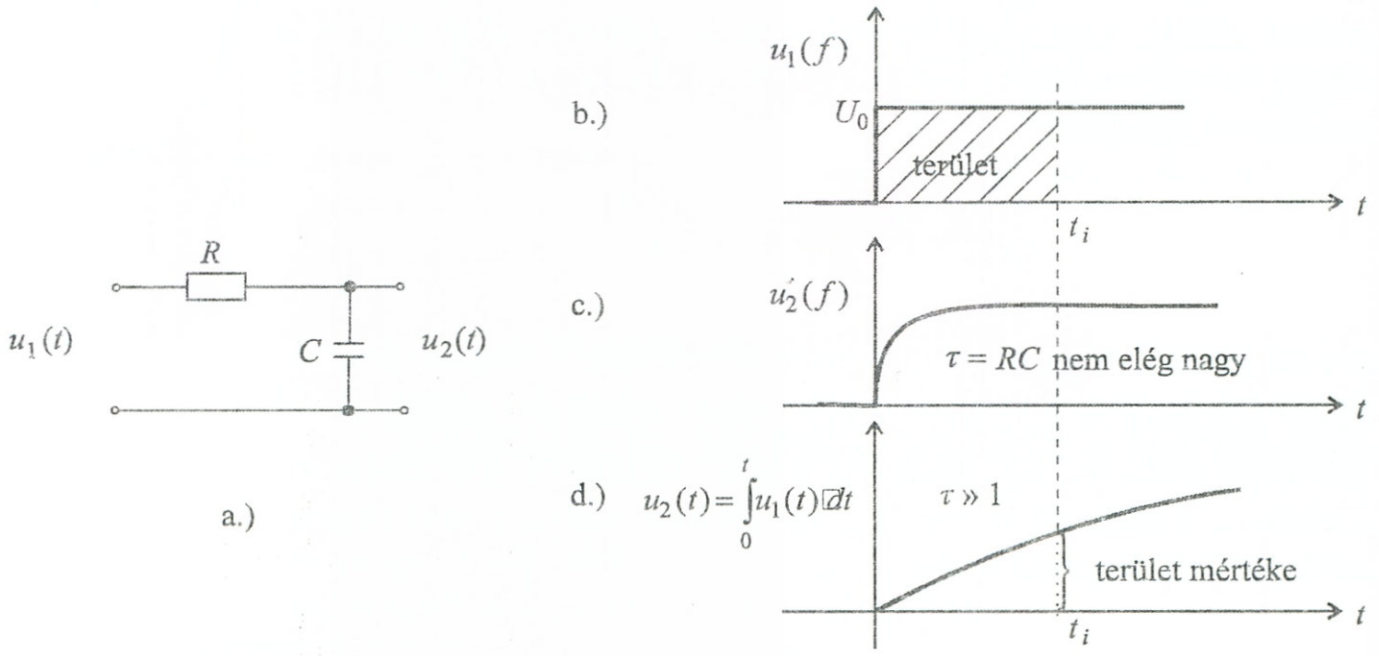


1–60. ábra: *CR tag mint differenciáló négypólus*

Az 1–60. ábrán felrajzoltuk a feszültségviszonyokat. Az 1–60b. ábrán a bemenő U_0 ugrásfüggvény szerepel, az 1–60c. ábrán egy „túl nagyra" választott $\tau = RC$ melletti kimeneti jel szerepel. Végül az 1–60. ábrán a $\tau \ll 1$ feltételt figyelembevevő esetben, a bemenő ugrásfüggvény deriváltjaként egy *tűimpulzust* kaptunk. Ezt alátá-

masztja a korábbiak során felírt (1.131) összefüggés is, mely szerint az ugrásfüggvény deriváltja a *Dirac-delta* impulzus.

1.26. példa: Vizsgáljuk meg az 1–61a. ábrán látható *RC* négypólusnál a kimenőfeszültséget a bemenő feszültség függvényében, ha a bemenetre U_0 ugrásfüggvényt adunk.



1–61. ábra: *RC tag, mint integráló négypólus*

Ismét Laplace transzformációs utat választva, a megoldás menete hasonló lesz az előző példánál követetthez. Az operátoros impedancia megegyezik az ott kiszámítottal, de a kimenő feszültség itt a *C* kapacitás sarkán jelenik meg. A kimenő feszültség Laplace alakban

$$U_2(s) = U_1(s)\frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC}+R} = U_1(s)\,\frac{1}{1+sRC}$$

Hasonlóan az előző esethez (itt: $\tau = RC \gg 1$, ill. $|s\tau| \gg 1$) feltételezésekkel írható:

$$U_2(s) = U_1(s)\frac{1}{1+s\tau} \approx \frac{1}{s}\cdot\frac{U_1 s}{\tau}$$

Az 1–48. ábra 4. sz. összefüggése alapján az *s*-sel történő osztás *integrálásnak* felel meg az időtartományban, ezért a visszatranszformálás után a kimenőfeszültség időfüggvénye:

$$u_2(t) \approx \frac{1}{\tau}\int_0^t u_1(\vartheta)\cdot d\vartheta$$

azaz a kimenőfeszültség a bemenő feszültség integrálja. Az 1–61a. ábra négypólusát gyakran *integráló kapcsolás*nak nevezzük. Az integrálást *geometriailag* úgyis értelmezhetjük, hogy az u_2 feszültség ordinátája adott t_i időpontban megadja az u_1 bemenő feszültség alatti $t_i \cdot u_0$ terület nagyságát. Ideális körülmények között, jelen példánál az $u_2(t)$ függvény egy egyenes. A négypólus időbeli viselkedését tanulmányozhatjuk az 1–61b., c., d. ábrákon.

? 1.E. Ellenőrző kérdések és feladatok

E.1.1. Mit tud az elektromos töltésről, mi az egysége? Hogy hat egymásra két töltés?
E.1.2. Mit tud a potenciálról, mi a különbség a feszültség és a potenciál között, mi a feszültség egysége?
E.1.3. Mi jellemzi a vezetőket és szigetelőket?
E.1.4. Mit tud a kapacitásról, mi az egysége? Mekkora egy síkkondenzátor kapacitása? Mi a dielektromos állandó?
E.1.5. Hogy határozható meg több kapacitás eredője?
E.1.6. Miként jellemezhető az elektrosztatikus energia?
E.1.7. Mit tud az elektromos áramról, mi az egysége?
E.1.8. Mit tud az elektromos ellenállásról és vezetőképességről, mik az egységek? Hogyan számítható egy vezető ellenállása?
E.1.9. Hogyan írható fel több ellenállás eredője?
E.1.10. Hogyan alakul az Ohm-törvény térbeli áramlásnál?
E.1.11. Jellemezze a stacionárius áramlás energia- és teljesítményviszonyait.
E.1.12. Mi jellemzi a generátorokat, miként kapcsolhatók össze?
E.1.13. Milyen fontosabb törvények segítik az elektromos hálózatok jellemzését és számítását?
E.1.14. Mi a mágneses indukció, mi az egysége, mi a permeabilitás és mi a dimenziója?
E.1.15. Mik között létesít összefüggést a gerjesztési törvény?
E.1.16. Mit tud a mágneses térerősségről és mi az egysége?
E.1.17. Mit tud a mágneses fluxusról és mi az egysége?
E.1.18. Mit tud az indukciós együtthatókról és mi az egységük?
E.1.19. Mitől függ egy tekercs önindukciós együtthatója?
E.1.20. Mi a paramágneses és ferromágneses anyagok között a különbség?
E.1.21. Mi a mágneses hiszterézis és a koercitív erő?
E.1.22. Mi a különbség a kemény és lágy mágneses anyagok között?
E.1.23. Miként alakul a stacionárius mágneses tér energiája?
E.1.24. Milyen mechanikai erőhatások írhatók fel a stacionárius mágneses térben?
E.1.25. Miként keletkezhet indukált feszültség és milyen összefüggésbe hozható az önindukciós együtthatóval?
E.1.26. Mi a transzformátor, miként alakul a primer és szekunder feszültségek kapcsolata.

E.1.27. Mitől függ egy mágneses térben mozgó vezető által indukált feszültség?
E.1.28. Miként adható meg időben változó áramjellemzők esetén az ellenálláson, induktivitáson és kapacitáson mérhető feszültség általános esetben?
E.1.29. Milyen lépésekbe tudná foglalni egy adott áramkör jellemzését?
E.1.30. Miként alakulnak az energiaviszonyok időben változó áramjellemzők esetén?
E.1.31. Mi a frekvencia és mi az egysége, mi a fázis, és az amplitúdó?
E.1.32. Mi a csúcsérték, effektív érték, aritmetikai közép- és abszolút közép?
E.1.33. Hogyan jellemezhetők a szinuszos jelekkel dolgozó hálózatok komplex vektorokkal?
E.1.34. Mi az impedancia, reaktancia, rezisztencia, admittancia?
E.1.35. Mi a hatásos és látszólagos teljesítmény?
E.1.36. Miként keletkezik egy többfázisú elektromos rendszer?
E.1.37. Mi a különbség a csillag- és deltakapcsolás áram- és feszültségjellemzői között?
E.1.38. Miként írhatók be matematikailag a periodikus fűrészfogjelekkel üzemelő hálózatok általánosságban?
E.1.39. Hogy alakul az effektív áramérték fűrészfog, vagy négyszögjelekkel üzemelő hálózatoknál?
E.1.40. Mire használható a Fourier-közelítés?
E.1.41. Mik azok az átmeneti jelenségek és milyen változataik vannak?
E.1.42. Hogy jellemezhető egy egységugrás, mi az impulzusfüggvény?
E.1.43. Hogyan viselkedik az időben egy *R–C* hálózat, ha a bemenetére ugrásfüggvény szerinti feszültséget kapcsolunk?
E.1.44. Miként írható fel az egyetlen fűrészfog-impulzust jellemző függvény?
E.1.45. Mire használható a Laplace-transzformáció?
E.1.46. Mi az inverz Laplace-transzformáció?
E.1.47. Mit nevezünk operátoros impedanciának?
E.1.48. Mi a különbség a bekapcsolás, átkapcsolás és kikapcsolás között?
E.1.49. Egy *R*, *L*, *C* elemeket sorbakötötten tartalmazó hálózatra egységugrást adva, milyen viselkedési változatok tapasztal-

hatók az R, C, L elemek egymáshoz viszonyított értékeitől függően?

E.1.50. Foglalja pontokba egy hálózat Laplace transzformáció felhasználásával történő leírásának elvi lépéseit.

E.1.51. Rajzoljon fel egy kétpólust.

E.1.52. Rajzoljon fel egy négypólust.

E.1.53. Mit nevezünk erősítésnek?

E.1.54. Mi az erősítő definíciója, magyarázza el, mi a különbség az erősítés és az erősítő között?

E.1.55. Mi az aktív és passzív tulajdonság jellemzője?

E.1.56. Rajzoljon fel aktív négypólust.

E.1.57. Aktív négypólus-e a transzformátor?

E.1.58. Erősítő-e az a négypólus, melynél az áramerősítés nagyobb 1-nél?

E.1.59. Mi az aluláteresztő, felüláteresztő és sávszűrő definíciója?

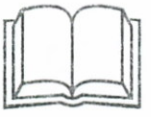
E.1.60. Rajzoljon fel egy ideális és egy valóságos aluláteresztőt.

E.1.61. Ismertessen egy differenciáló kapcsolást.

E.1.62. Mit csinál egy integráló kapcsolás, mutasson be egyet.

2. A LOGIKAI RENDSZERLEÍRÁS ALAPJAI

2.1. Analóg és digitális jellemzés, algoritmusok, műveletek



a.) Az előző fejezetben összefoglalt villamosságtani alapjelenségek és e jelenségeket hasznosító hálózatok működésének tanulmányozása során, különféle fizikai dimenzióban mérhető *jelekkel* találkoztunk. A jelek tudósítottak bennünket a fizikai történések alakulásáról, tehát *információt* továbbítottak. A jelenségek matematikai leírása során a jelekhez matematikai változókat rendeltünk, melyek absztrakt formában a jelek viselkedését utánozták. A jelek egymásrahatása következtében kialakuló újabb jeleket, matematikai függvénykapcsolatok során elvégzett műveletek eredőjeként kapott, eredmény-változóval fejeztük ki.

Összefoglalva: a fizikai jelenségek alakulásának leírására alkalmazott *matematikai modell*t úgy választottuk meg, hogy a bevezetett változók értékváltozásai folytonosan követték a fizikai történéseket, azokkal mindig „analóg" módon viselkedtek. Az ily módon jellemzett rendszereket *analóg rendszerek*nek nevezzük. Az analóg rendszerekben valamely fizikai eseményt, például a hőfok időbeli alakulását ki tudjuk fejezni egy másik, az előzőt „pontosan" leutánzó fizikai mennyiséggel, például az elektromos feszültség azonos függvény szerinti alakításával. Az elmondottak szemléltetésére vizsgáljuk meg a 2–1a. ábrával kapcsolatos 2.1. példát.

2.1. példa: Egy hőkezelő kemence felfűtése során a hőmérséklet az idő függvényében a 2–1. *a*1. ábra szerint változik. Tegyük fel, hogy ezt a hőmérsékletet különféle érzékelő berendezések mérik, melyek *a*1., *a*2., *a*3., *a*4. típusú jelek kibocsátásával jelzik a viszonyokat,

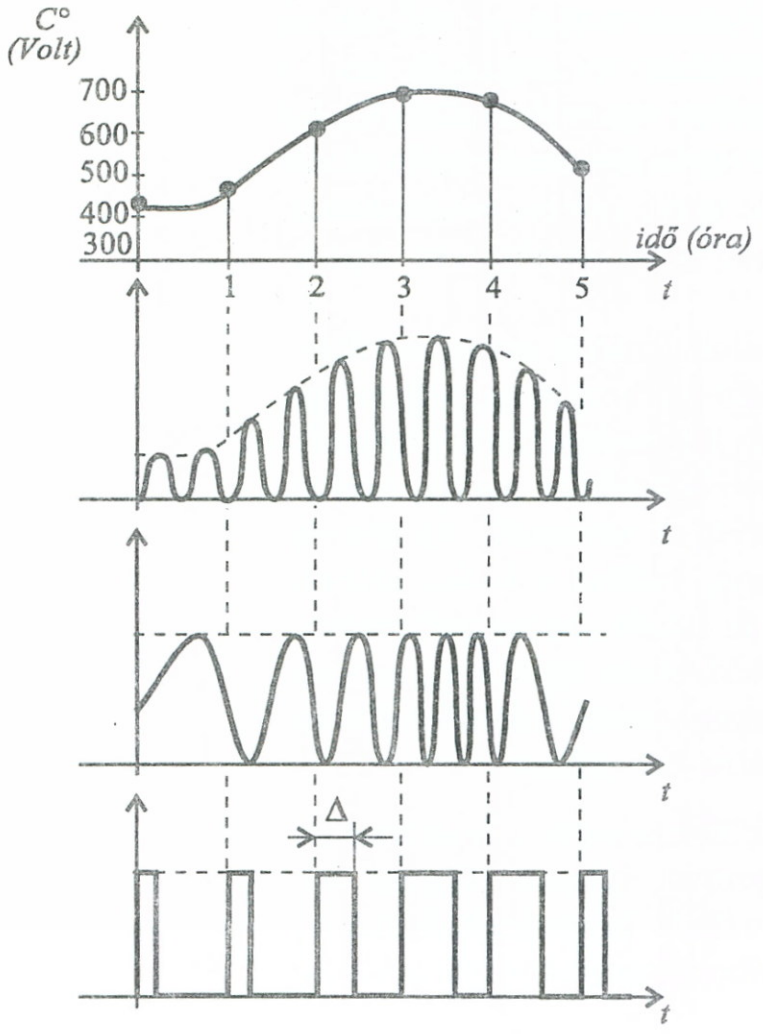
- az *a*1. ábrán a hőmérséklet változását folyamatosan követő (pl. termoelem által kibocsátott) *feszültség* a kibocsátott jel, melynek ábrázolására elegendő a hőmérséklet skálát átírnunk feszültség skálává;

– az *a*2. ábrán a változó hőmérséklet hatására egy állandó frekvenciájú harmonikus jel *amplitúdójának* folyamatos időbeli változása szolgáltat információt;

– az *a*3. ábrán egy állandó amplitúdójú rezgés *frekvenciájának* folyamatos időbeli változása a jellemző, míg

– az *a*4. ábrán egy állandó amplitúdójú impulzussorozat folyamatos *szélességmodulációja* alapján tudunk a hőmérséklet alakulására következtetni.

A fenti példák mindegyike analóg elven fejezi ki a hőmérséklet alakulását jellemző információt, mivel egy másik fizikai mennyiség valamelyik paraméterével (feszültség-amplitúdó, frekvencia, impulzusszélesség) folyamatosan „leutánozza" a történéseket.



a.1. Arányosan változó feszültség

a.2. Modulált amplitúdó

a.3. Modulált frekvencia

a.4. Modulált impulzusszélesség

2–1a. ábra: *Analóg jellemzési példák*

b.) Az információ kifejezésének egy eddigiektől alapvetően eltérő módja a *digitális jellemzési* mód. Ennél a leírandó fizikai jelen-

séget bizonyos időpontokban (*mintavételi* időpontokban) megvizsgáljuk és a pillanatnyi, tapasztalt értékeket számjegyek, színek, jelképek stb. halmazára képezzük le, valamilyen előzetes megállapodásban rögzített összerendelés alapján. Ezt az összerendelési tevékenységet *kódolás*nak nevezzük.

2.2. példa: Vizsgáljuk meg ezután az előbbi hőkezelési példa digitális úton történő megoldását is a 2–1b. ábra figyelembevételével:

- az *b*.1. ábrán az egyes τ mintavételi időszakokra jellemző, ott állandónak tekintett információt valamely előre lépcsőzött (kvantált) skála lépcsőinek számával adtuk meg, ahol a leolvasott hőfok értéket a legközelebb eső lépcsőfokkal tekintjük egyenlőnek. Ily módon a hőmérséklet időbeli alakulását egy számsorozattal jellemezhetjük: 1, 2, 3, 4, 4, 2. Természetesen mind a kvantálási lépcsők, mind a τ időosztás sűrűsége elvben a kívánt pontosságig fokozható.

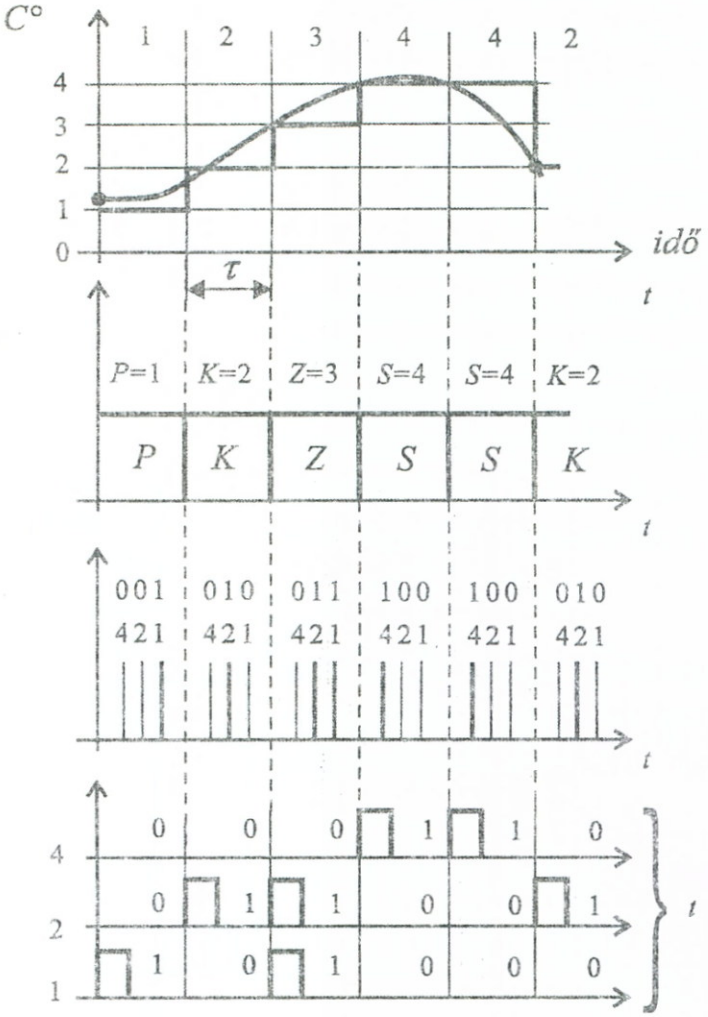
- a *b*.2. ábrán az egyes hőmérsékleti lépcsőket színes lámpákkal adtuk meg, azaz egy elképzelt előzetes előírásban lerögzítettnek tekintjük például a következő információ-jellemzési táblázatot:

  P – piros megfelel „1”-nek (400 °C)
  K – kék megfelel „2”-nek (500 °C)
  Z – zöld megfelel „3”-nak (600 °C)
  S – sárga megfelel „4”-nek (700 °C)
  B – barna megfelel „0”-nek (300 °C)

Végül is a hőmérséklet időbeli változását a következő színsorozattal (ún. szín-kóddal) fejezhetjük ki: *P*, *K*, *Z*, *S*, *S*, *K*. Aki a jeleket az „érkező oldalon” kiértékeli, ismeri a szín szimbólumok és a hőmérséklet fenti tábla szerinti összefüggését, így teljes információ birtokába jut.

- a *b*.3. ábrán időben helyérték-sorrendben *sorosan* kibocsátott háromhelyértékes kettes számrendszer-beli számokkal (ún. soros bináris kóddal) jellemeztük az egyes időintervallumok hőmérséklet adatait. Végül
- a *b*.4. ábrán három helyérték-súlyozott párhuzamos vezetéken egyidőben érkező kettes számrendbeli számokkal (ún.

párhuzamos bináris kóddal) fejeztük ki a kemence hőmérsékletének alakulását.



b.1. Kvantált lépcsőzés négy diszkrét amplitúdó állapottal

b.2. Szín kód

b.3. Soros bináris kód

b.4. Párhuzamos bináris kód

2–1b. ábra: *Digitális jellemzési példák*

A 2.2. példa tapasztalatait általánosítva összefoglalhatjuk valamely jelenség digitális úton történő kifejezésének lépéseit.

- *Mintavételezés:* meghatározott időpontokban ismételten megállapítjuk kérdéses jellemző (pl. hőmérséklet) pillanatnyi értékét.
- *Kvantálás:* A pillanatnyi értékeket összehasonlítjuk egy diszkrét lépcsőkből álló számskála értékeivel és a továbbiakban mindig a legközelebbi skálaértékkel helyettesítjük.
- *Kódolás:* A kapott helyettesítő skálaértéket valamilyen előzetes megállapodásban rögzített szimbólummal (szín, jelkép, kettes számrendszer-beli szám stb.) helyettesítjük.

Az így kapott leképezés első látásra kissé „érdesnek" vagy meglehetősen „lépcsőzöttnek" látszik (2–1b. ábra), de amennyiben szükséges, mind a mintavételezések, mind a kvantálási szintek sűrűségét növelve, a leképezés kívánt mértékben „simává" tehető. A rendkívüli nagy haszon ott jelentkezik, hogy digitális kifejezésmódban a jelenségek közvetlenül követhetők a számítástechnika eszközeivel.

Egy elektronikai elemekből felépülő berendezésben mind analóg, mind digitális kifejezésmód előfordulhat. Vegyes rendszereknél a találkozási pontokon értelemszerűen analóg/digitális, ill. digitális/analóg átalakítókat alkalmaznak.

Algoritmusok

Egy elektronikus berendezés mindig valamely feladat megoldása érdekében tevékenykedik. Például: méréseket végez, ezek eredményeit felhasználja bizonyos számítások elvégzéséhez, a kapott eredményeket összehasonlítja bizonyos rögzített értékekkel, vagy természeti állandókkal, az összehasonlításokat követően belső döntésekre jut, ezek eredményeit parancsok, adatsorozatok formájában kiküldi egy másik rendszer, vagy a működési láncolatban közreműködő ember felé további felhasználásra.

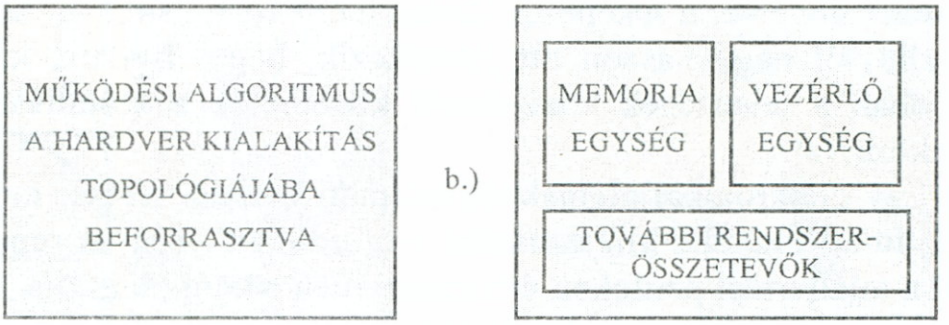
A feladatmegoldás céljából meghatározott sorrendben végrehajtott műveletek együttesét tekinthetjük esetünkben algoritmusnak.

Az információ-feldolgozásnak ezt a programját a tervező „építi be" a rendszerbe, és e munkája során két alapvető rendszerkialakítási elv között választhat:

- az *első*nél – mely a kialakulás tekintetében *klasszikus változatnak* is tekinthető (2.2a. ábra) – a rendszerösszetevők topológiai elrendezését, egymáshoz való kapcsolódásuk hálózatát, egymásra hatásuk időbeli fázisait az algoritmus mozzanatainak megfelelően rendeli egymáshoz, azaz, az algoritmust mintegy „hardverbe forrasztva" térképezi le a tervezett fizikai berendezésben.

- a *második*nál – melyet *memóriát tartalmazó változat*nak nevezhetünk (2.2b. ábra) – az algoritmusnak megfelelő programot egy elkülönített *memóriaegységben* tárolja és e program alapján egy *vezérlőberendezés* beépítésével aktivizálja az aktuális időfázisban működtetendő beavatkozó szervet, vagy a berendezés egyéb egységeit. Ez utóbbi változat még azzal az előnnyel is bír, hogy ha a memóriákban megváltoz-

tatjuk a programot, a berendezéssel más feladatokat is elvégeztethetünk. Ezen az elven működnek például a napjainkban elterjedt digitális számítógépek is.



2–2. ábra: *Rendszer-kialakítási alapváltozatok*

Műveletek

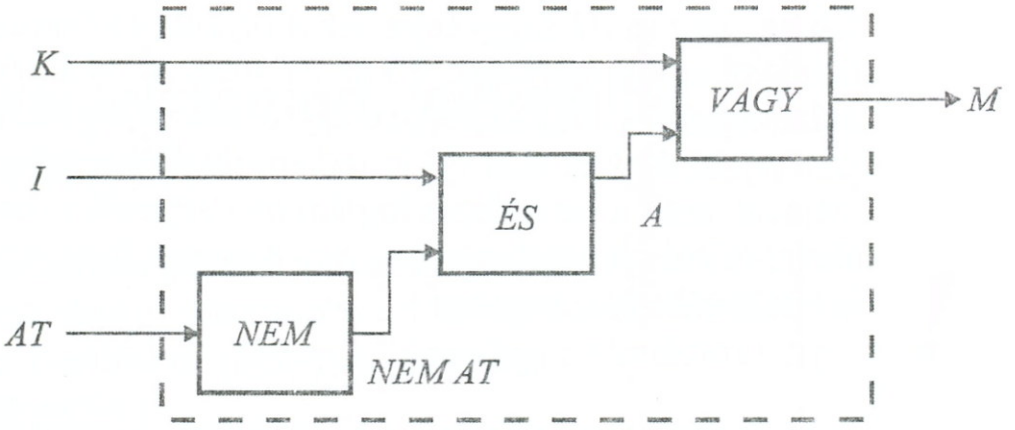
Az algoritmusok végrehajtása során elvégzett műveletek igen sokrétűek lehetnek. Előfordulhatnak – a korábbi iskolai tanulmányainkban szerepelt – *aritmetikai* műveletek (a négy alapművelet, hatványozás, trigonometrikus, exponenciális stb. műveletek), de találkozhatunk információ-mozgatási, tárolási, átalakítási és logikai műveletekkel is. A felsoroltakkal a könyv további részeiben valamilyen eszköz vagy berendezés kapcsán találkozni fogunk, így jelenleg csak a logikai műveleteket vizsgáljuk meg egy bevezető példa keretében.

2.3. példa: Szemléltetésül gondoljuk át egy kézi úton bármikor bekapcsolható, vagy óránként automatikusan működésbe lépő, mérőeszköz vezérlését. A 2.3a. ábrán felrajzoltuk a vezérlőberendezést jelképező dobozt, ahol a

- K – kézi vezérlő bemenet,
- I – időmérő bemenet, mely kívülről óránként kap jelet,
- AT – automatikus működést letiltó bemenet, melynél adott jelre az I bemenet hatástalanná válik,
- M – mérés indikálását engedélyező kimenet.

a.)

2–3. ábra: *Mérőberendezés logikai modellje*

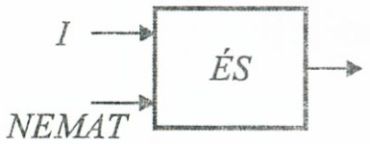


b.)

K	A	M
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AT	I	K	M
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

d.)



NEMAT	I	A
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AT	NEMAT
0	1
1	0

c.)

2–3. ábra: *Mérőberendezés logikai modellje*

A szövegesen adott feladatot és az ábrát szemlélve, azonnal látható, hogy az *M* engedélyezése valójában kétféle feltétel hatására következhet be, mégpedig közvetlenül a *K* hatására, *VAGY* egy *A* „automatikus engedélyezés" hatására, mely maga is két további

feltétel, az *I* és *AT* függvénye. Az *A* olyankor következik be, amikor óránként az *I* megérkezik, *ÉS* az *AT* tiltás *NEM* áll fenn. Fenti gondolatmenetben tulajdonképpen egy összetett *logikai kapcsolatrendszer* rejlik, melyet akár fel is térképezhetünk a 2.3b. ábra blokksémájával, amit a berendezés *logikai modell*jének is nevezünk. Ezt az ábrát – kissé elvonatkoztatva – egy összetett függvénykapcsolatként is értelmezhetjük, melyben

$$M = F\,[K, A\,(I, AT)]$$

E függvénykapcsolatban a függvények „kiszámítására" szolgáló műveletek (*VAGY*, *ÉS*, *NEM*) is fellelhetők, és velük felírhatók a következő kifejezések:

$$M = K\,(VAGY)\,A$$

$$A = I\,(ÉS)\,[(NEM)\,AT]$$

Ezeket a műveleteket nem tudjuk besorolni korábban tanult (főként aritmetika típusú) műveleteink közé, mert egy másfajta műveletrendszerbe, az ún. *logikai műveletek* csoportjába tartoznak.

Ha lerögzítjük, hogy az *M*, *K*, *I*, *AT* változók mindegyike csupán kétféle értékkel fordulhat elő a berendezésnél és e két értéket célszerűen rövidítve – például a 0, ill. 1 szimbólumokkal jelöljük, akkor felírhatjuk a következő összerendelést (kódolást):

mérés engedélyezve	– igen:	$M = 1$
	– nem:	$M = 0$
kézi vezérlés működik	– igen:	$K = 1$
	– nem:	$K = 0$
óránkénti időjel megérkezett	– igen:	$I = 1$
	– nem:	$I = 0$
letiltottuk az automatikát	– igen:	$AT = 1$
	– nem:	$AT = 0$

A logikai értékeket pedig, mint *logikai változókat* értelmezve kitölthetjük a 2.3c. ábra szerinti, ún. *igazság táblázatokat,* melyek az adott *logikai függvényre* jellemzők, és egyben a függvényhez rendelt művelet kiszámítási szabályát is magukban foglalják.

Végezetül a kiinduló szöveges megfogalmazást és az azt követően végzett meggondolásokat felhasználva, megadhatjuk az $A = F\,(K, I, AT)$ háromváltozós függvény eredő értéktáblázatát, mely egyben a vezérlőberendezés „kezelési" táblázatának is felfogható (2–3d. ábra).

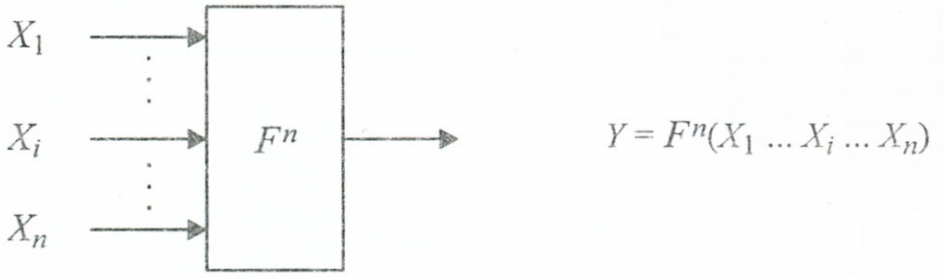
2.2. Logikai leírásmód, műveletek, függvények

Az előző pontban egy példa kapcsán már találkoztunk a feladatok logikai alapon történő értelmezésével, a logikai műveletek és a logikai függvény fogalmával. Ebben a fejezetben e témakörrel foglalkozunk részletesebben.

Az

$$Y = F^n(X_1 \ldots X_i \ldots X_n)$$

„n" változós függvényt logikai függvénynek nevezzük, ha a függő, és független-változók értékkészlete a {0, 1} logikai értékekre korlátozódik és a függvényértékek „kiszámítása" logikai műveleteken alapul. (2.1)



2–4. ábra

Elképzelhetők 0, 1 ... p értékkészletű logikai függvények is, melyek a „többértékű logikák" témakörébe vezetnének, ezekkel ebben a könyvben nem foglalkozunk.

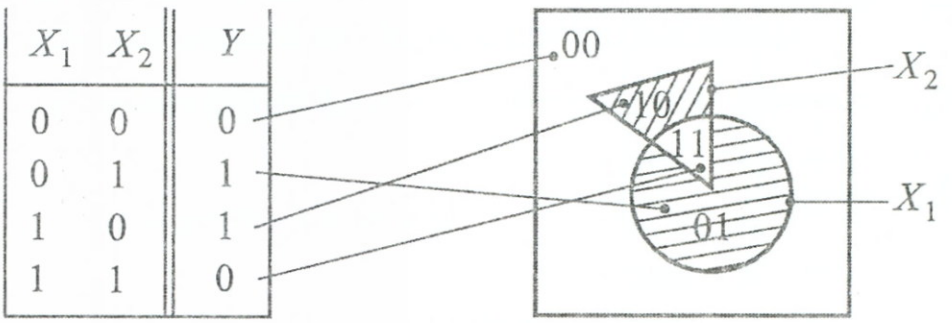
Az előzőleg definiált $Y = F^n$ függvény, melyben tehát kétértékű változók szerepelnek előnyösen lesz felhasználható – mint látni fogjuk – kétállapotú kapcsolóeszközökből felépülő műszaki berendezéseink matematikai tárgyalásánál.

2.2.1. Logikai függvények leírásmódjai

Logikai függvények megadásánál többféle leírásmód között választhatunk:

a.) *SZÖVEGES* leírásnál a függvény által jellemzett logikai kapcsolatot szöveges formában adjuk meg. Ilyen feladatmegadás a műszaki gyakorlatban sűrűn előfordul. Pl.: Egy háromváltozós függvényre utal a következő szöveg: „A zöld lámpa akkor és csak akkor világít, ha mindhárom működtető gombot egyszerre nyomjuk meg."

b.) *TÁBLÁZATOS* leírásnál a függő és független-változók valamennyi lehetséges értékét felsoroljuk egymáshoz rendelésük figyelembevételével, valamilyen célszerűen rendezett táblázatban. Egyik leggyakoribb táblázatos leírásmód az 1. fejezetben már bevezetett logikai *IGAZSÁGTÁBLÁZAT,* melynél a független-változók minden egyes behelyettesítési értékkombinációjához megadjuk a függvény által hozzárendelt függő-változó értéket. Igazságtáblázatra mutat példát a 2–5a. ábra.



a.) b.)

2–5. ábra: *Igazságtáblázat és VENN-diagram*

c.) *FORMULÁRIS* leírásnál az összefüggések jellemzése a függvénykapcsolathoz rendelt műveletek szimbólumait tartalmazó és műveleti precedenciákat is kijelölő „formulával", algebrai alakban történik.

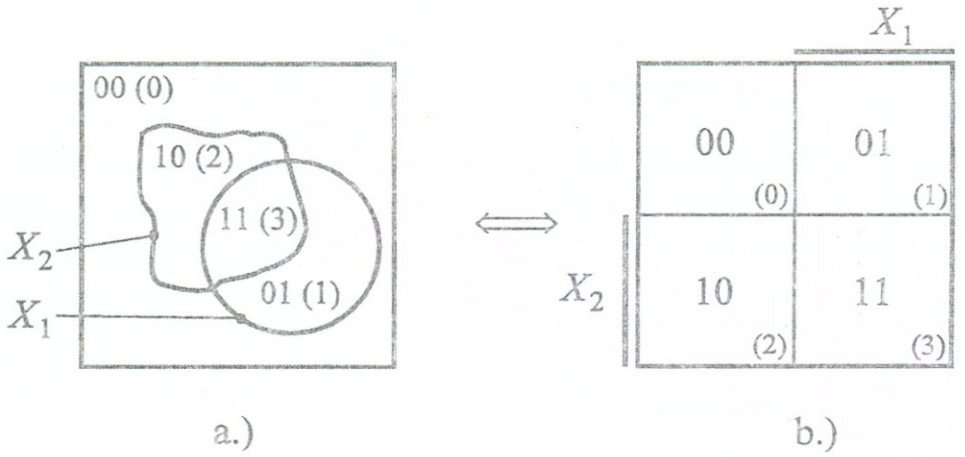
Például:

$$Y^3 = (X_1 \textcircled{1} X_2) \textcircled{2} (X_3 \textcircled{1} X_1) \textcircled{3} X_2$$

ahol: ①, ② és ③ valamely függvény kapcsán definiált műveleti szimbólumok.

d.) *GRAFIKUS* leírásnál többfajta ábrázolásmódot fogunk alkalmazni:

A halmazelméletből is ismert VENN-diagram-oknál, egy-egy tetszés szerinti alakú területdarab jellemez egy-egy függetlenváltozót. A területdarab belsejéhez rendeljük az illető változó „1"-es, míg a területen kívüli részhez a „0"-ás értékét. Adott függvénynél a függő-változó „1"-es értékének megfelelő terület-kombinációkat rendszerint sraffozással különböztetjük meg. A 2–5b. ábra egy kétváltozós igazságtáblázat és a VENN-diagram kapcsolatát mutatja adott függvény esetén.

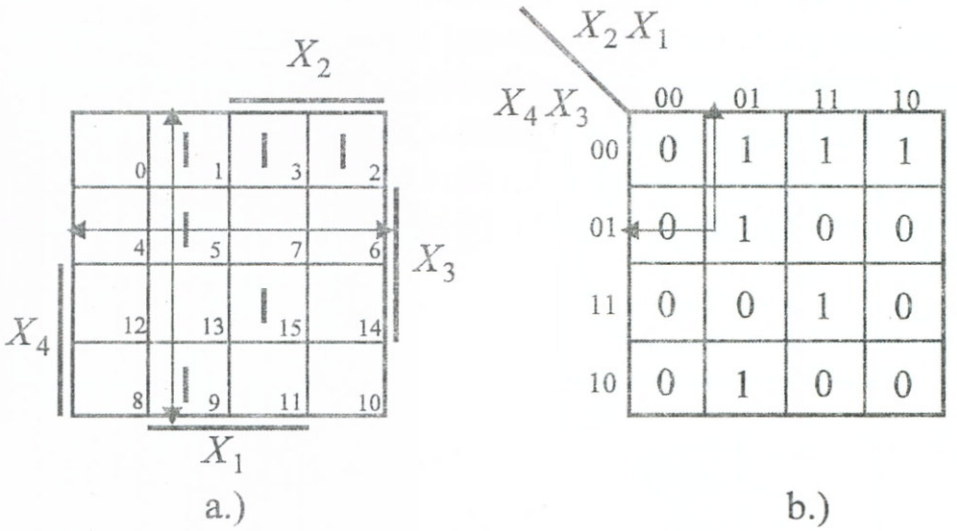


2–6. ábra: *VENN és V–K táblák rokonsága*

A VEITCH–KARNAUGH táblák (röviden „*V–K*" táblák) – lényegében a VENN-diagramokból származtathatók, azoknak például a 2–6. ábra szerinti célszerű átrendezésével. Az elemi területdarabok (ún. „sejt"-ek vagy „cellá"-k) darabszáma a megfelelő diagram táblapároknál ugyanannyi: 2^n. Szemléltetésül az egyes sejtekbe beírtuk a független-változók megfelelő értékvariációit is. A sejteket, az értékvariációknak kettes számrendszer-beli számként történő értelmezésének megfelelő *decimális számmal* szokták jelölni, ezek a 2–6. ábrán szintén szerepelnek, sőt a megfelelő szektorokat, a jobb összehasonlítás érdekében a VENN-diagramokon hasonló módon beszámoztuk.

A *V–K* táblákat kétféle változatban fogjuk használni. Ezekre mutat példáka a 2–7a., és b. ábra. A két változat – lényegében – csak a független változóknak táblakontúrok mentén történő feltüntetési módjában tér el egymástól. Bizonyos feladatoknál egyik,

máskor a másik használata lesz kedvezőbb. A 2–5b. ábrán az ábrázolt függvény Y–1 értékét még sraffozással különböztetjük meg (az X_1 X_2–01 értékpárnak megfelelő sejt-ben). A 2–7. ábra majdan gyakorlatban is használatos változatainál a független változók értékeit, mint látjuk nem írjuk be a megfelelő sejtbe, mivel ez a kontúrokra történő kivetítéssel (a nyilakkal jelzett módon) úgyis leolvasható. Ugyancsak egyszerűsítés, ha a nehézkes sraffozás helyett az Y függővváltozó értékeket a megfelelő sejteknél az ábrákon látható módon tüntetjük fel, így pl. az a.) változatnál üresenhagyás felel meg az $Y = 0$-nak, függőleges vonal az $Y = 1$-nek, a b.) változatnál a sejtekben a tényleges értékek szerepelnek beírva.



2–7. ábra: *V–K tábla-változatok*

A független változók kontúrok mentén történő csoportosítása többféle módon is elképzelhető.

e.) *LOGIKAI VÁZLAT*-tal történő leírásnál a logikai függvény felépítését és belső összefüggéseit egy „blokk-sémá"-val szemléltetjük egyértelműen. Az egyes blokkok a függvényt (rendszerint szuperpozíció útján) felépítő, *elemi összetevő függvényeket,* illetve *logikai műveleteket,* az összekötő-vonalak a műveletek *kapcsolatait* szimbolizálják. Logikai vázlatra példának tekinthetjük a 2–3.ábrát.

f.) *SZIMBOLIKUS NYELV* segítségével történő leírásnál a logikai függvényt valamely célra (pl. számítógépes algoritmizálás) előnyösen használható nyelv szabályrendszerében adjuk meg.

2.2.2. Egy-, két-, és többváltozós logikai függvények

A független változók száma alapján egy-, két-, és többváltozós logikai függvényeket értelmezhetünk. Az értelmezési tartomány (2.1) definícióbeli jellegének megfelelően, a független változók behelyettesítési értékeiből n hosszúságú bináris sorozatok képezhetők. Ezek száma (két elem n-ed osztályú ismétléses variációinak száma): 2^n Mivel minden sorozathoz 0 vagy 1 tartozhat függvényértékként adott függvény esetén, ezért a képezhető függvények N száma a bináris sorozatok számával egyenlő, azaz

$$N = 2^{2^n} \tag{2.2}$$

A következőkben részletesebben megvizsgáljuk az egy- és kétváltozós függvények egyes típusait. Mint látni fogjuk, ezek legtöbbjét ún. *elemi függvényként* értelmezhetjük, melyek felhasználásával tetszés szerinti más logikai függvények leírása is lehetővé fog válni.

a.) Egyváltozós logikai függvények

Az egyváltozós függvények száma négy. A 2.8. ábrán összefoglaltuk a lehetséges eseteket. Az első oszlopban, $Y = F_i^1(x)$ -nél a felső index – mint már említettük – a változók számát, az alsó „i" pedig a függvény sorszámát jelöli. A sorszám értéke valójában önkényes, de célszerű úgy megválasztani, hogy decimális számértéke megegyezzen a második (X) oszlop logikai táblázatában, a függvény 0,1 logikai értékeiből alkotott kettes számrendszer-beli szám megfelelő decimális értékével. Ennek a kettes számrendszer-beli számnak helyértékei jobbról-balfelé növekednek. Például: F_2^1 -nél

$$i = 2_{10} \Rightarrow 10_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

$F_i^1(x)$	X		*Művelet jelölése*		*Formula*	*Használatos elnevezések*	*Szimbólumok logikai vázlatokhoz*
	1	0	*Általunk*	*Egyéb*			
F_0^1	0	0	0	↓ ⊥	$F_0^1 = 0$	„0" függvény „0" forrás SOHA	⊥ *GND* o *U_{SS}*
F_1^1	0	1	–	*, ¬, , , ~	$F_1^1 = \overline{X}$	NEM NEGÁCIÓ	▷○ 1○
F_2^1	1	0			$F_2^1 = X$	ISMÉTELŐ	▷ 1
F_3^1	1	1	1	↑ ↑	$F_3^1 = 1$	„1" függvény „1" forrás MINDIG	↑ *V_{cc}* o *U_{DD}*

2–8. ábra: *Egyváltozós logikai függvények*

A harmadik oszlopban a függvényhez tartozó műveleti jelölések találhatók.

A negyedik oszlop a függvényt (a vele kapcsolatosan definiált *művelet* szimbólumát tartalmazó) *formulával*, algebrai alakban adja meg.

Az ötödik oszlop a függvény elterjedtebb elnevezéseit tartalmazza.

Kissé részletesebben értékelve az egyes függvényeket:

- F_0^1 – az X független-változó bármely értékétől függetlenül *soha*sem veszi fel az „1"-es értéket, hanem mindig „0". (Gyakorlati megvalósításoknál, mint látni fogjuk, például egy fix földelt pont, vagy pl. egy állandó szakadás matematikai leírására lesz alkalmas.)
- F_1^1 értéke mindig ellentétes X logikai értékével, annak tagadása: $Y = \overline{X}$
- F_2^1 értékeivel következetesen ismétli X értékeit.
- F_3^1 mindig „1" értéket szolgáltat függetlenül X-től. (Pl.: a tápforrás „meleg" pontjának, vagy egy állandó rövidzárnak matematikai leírására alkalmas.)

b.) Kétváltozós logikai függvények

A képezhető kétváltozós függvények száma:

$$N = 2^{2^2} = 16$$

Hasonlóan az egyváltozós esethez, a 2–9. ábrán ezeket foglaltuk össze.

$F_i^2(X_1, X_2)$	X_1 1 1 0 0 X_2 1 0 1 0	*Művelet jelölése*		*Formula*	*Használatos elnevezések*	*Szimbólumok logikai vázlatokhoz*
		Általunk	*Egyéb*			
F_0^2	0 0 0 0	0	↓, ⊥ „0”	0	„0” függvény SOHA „0” forrás	⊥ *GND* ↓ U_{SS}
F_1^2	0 0 0 1	↓	↓, ±	$X_1 \downarrow X_2$	PIRCE NOR NEM-VAGY	1
F_2^2	0 0 1 0	↛	↛, ⊃	$X_1 \not\rightarrow X_2$	INHIBICIÓ X_1 gátolja X_2 -t	&
F_3^2	0 0 1 1	—	*, ¬, ', ~	$\overline{X_1}$	NEGÁCIÓ X_1 NEM	1
F_4^2	0 1 0 0	↚	↚, ⊃	$X_1 \not\leftarrow X_2$	INHIBICIÓ X_2 gátolja X_1 -t	&
F_5^2	0 1 0 1	—	*, ¬, ', ~	$\overline{X_2}$	NEGÁCIÓ X_2 NEM	1
F_6^2	0 1 1 0	⊕	≠, ⩛, ·, = 1	$X_1 \oplus X_2$	ANTIVALENCIA, KIZÁRÓ VAGY	=1
F_7^2	0 1 1 1	|	/, ⊼	$X_1 \mid X_2$	SHEFFER NAND NEM ÉS	&
F_8^2	1 0 0 0	·	∧, ∩, &, ■	$X_1 \cdot X_2$	KONJUKCIÓ ÉS	&
F_9^2	1 0 0 1	≡	↔, ~, ⊙	$X_1 \equiv X_2$	EKVIVALENCIA	=1
F_{10}^2	1 0 1 0			X_2	X_2 ISMÉTELŐ	1
F_{11}^2	1 0 1 1	→	⊃, ⊽	$X_1 \rightarrow X_2$	IMPLIKÁCIÓ HA X_1 ... AKKOR X_2	1
F_{12}^2	1 1 0 0			X_1	X_1 ISMÉTELŐ	1
F_{13}^2	1 1 0 1	←	⊃, ⊽	$X_2 \rightarrow X_1$	IMPLIKÁCIÓ HA X_2 ... AKKOR X_1	1
F_{14}^2	1 1 1 0	+	∨, ∪, 1	$X_1 + X_2$	DISZJUNKCIÓ VAGY	1
F_{15}^2	1 1 1 1	1	„1”, ↑, ↑	1	„1” függvény MINDIG „1” forrás	↑ V_{cc} ↑ U_{DD}

2–9. ábra: *Kétváltozós logikai függvények*

Részletesebben értékelve a kétváltozós függvényeket, a táblázat áttekintésekor egyesek már ismerősnek tűnnek, így:

– F_0^2 ill. F_{15}^2 a SOHA, ill. MINDIG függvény tulajdonságaival rendelkeznek.

– F_{10}^2 ill. F_{12}^2 pedig X_1 ill. X_2 ismétlő függvényei.

Mint látható, F_3^2 F_5^2 F_{10}^2 F_{12}^2 valójában csak egy-egy változótól függenek. Az ilyen tulajdonságú *függvényeket degenerált függvényeknek* nevezzük, azokra a független-változójukra nézve, melyek értékváltozásai a függőváltozóra hatástalanok. Tovább értékelve a többi kétváltozós függvényeket:

– F_1^2 *az ún. PEIRCE* (más néven: *NOR*) függvényre jellemző, hogy függő-változója csak abban az esetben „1"-es értékű, midőn a független változók mindegyike „0" értéket vesz fel.

– F_2^2 *INHIBÍCIÓ*-s függvény révén a *GÁTLÁS* (tiltás) fogalma kerül matematikai leírásra, mégpedig oly módon, hogy X_2 „1" (IGAZ) értéke mindaddig háborítatlanul ismétlődik Y_2^2 értékeiben, míg X_1 „1" (IGAZ) értéke meg nem jelenik, és meg nem gátolja X_2 kimenetét.

– F_4^2 *INHIBÍCIÓ*-nál X_2 és X_1 szerepet cserélnek.

– F_6^2 *ANTIVALENCIA* függvény két feltétel egyidejű érvényesülésének lehetőségét zárja ki, VAGY egyik – VAGY másik érvényesülhet, de egyszerre mindkettő nem.

– F_7^2 *SHEFFER* (más néven: *NAND*) függvényre az jellemző, hogy függő-változója minden olyan esetben „1" értékű lesz, midőn a független változók közül legalább egy „0" értéket vesz fel.

– F_8^2 *ÉS* függvénynél csak akkor kapunk „1"-nek megfelelő IGAZ tartalmú eseményt, ha a független változóknak megfelelő logikai feltételek *mindegyike egyidejűleg* IGAZ („1") tartalmú. Az ÉS függvény jelölésekor, a változók közül a „·" jelet el is hagyják.

– F_9^2 *EKVIVALENCIA* függvény matematikailag a „*teljes egyetértés*”-t fejezi ki, azáltal, hogy a független változók logikai értékeinek egyezésekor a függő-változóhoz „1”-est rendel.

– F_{11}^2 *IMPLIKÁCIÓ*-s függvény bonyolultabb kapcsolatot takar. A 2–9. ábrából leolvashatóan a függő-változó csak akkor vesz fel „0” értéket, midőn $X_1 = 1$, $X_2 = 0$ független változó értékek szerepelnek. Ilyen előírásnak eleget tevő logikai kapcsolatot jellemez például a következő, szavakban megfogalmazott ítélet: „HA elmész, AKKOR megharagszom.” Az implikációs függvény, később ismertetendő műszaki vonatkozásai mellett, fontos szerepet visz az ún. „*matematikai logika*” „következtetés formáinak” felépítésében. Az implikációs függvényt egyes irodalmak HA-AKKOR függvénynek is nevezik. A „HA” mellett áll az implikáció ún. *előtagja* (itt X_1), az „AKKOR” mellett pedig az *utótagja* (X_2). Szóban az X_{11}^2 kifejezés így olvasandó: „X_1 implikálja X_2-t”.

– F_{13}^2 – *IMPLIKÁCIÓ*-nál $X_1 - X_2$ szerepet cserélnek, és „X_2 implikálja X_1-et”.

– F_{14}^2 – *VAGY* függvény az ún. „megengedő VAGY” kapcsolatot írja le. Ez azt jelenti, hogy $F_{14}^2 = 1$ lesz minden olyan esetben, ha X_1 ill. X_2 értékei közül legalább egyik (de akár mindkettő is) „1” értéket vesz fel

A kétváltozós függvények 2–9. ábra szerinti táblázatából az egyes *függvények közti kapcsolatokra* is lehet következtetni. Könnyű észrevenni, hogy az $F_7^2 - F_8^2$ függvények közt egy szimmetria vonalat húzva, a vonaltól fel-le egyenlő távolságra elhelyezkedő függvények egymásba, NEGÁCIÓ képzéssel (az értéktáblázat „0” ill. „1” értékeinek felcseréléseivel) leképezhetők. Ilyenre mutat példát a 2–10. ábra, melyből leolvasható: $F_6^2 = \overline{F_9^2}$

X_2	X_1	F_6^2	$\overline{F}_6^2 = F_9^2$	
0	0	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1

2–10. ábra: *Antivalencia és ekvivalencia kapcsolata*

Általánosítva felírható a következő formula:

$$\overline{F}_k^n = F_{2^{2^n}-1-k}^n \tag{2.3}$$

A 2–9. ábrából még további összefüggéseket is felírhatunk:

2.4. példa: A 2–11. ábra táblázata egy átalakítási sorozatnak is felfogható:

A 3. oszlop az F_{14}^2 VAGY függvény függő-változójának értéktáblázata, a 4. oszlop ennek negáltja, ami valójában az F_1^2 PEIRCE függvény. Az 5., ill. 6. oszlopok 1. ill. 2. negáltjai. A 7. oszlop $\overline{X}_1$ és $\overline{X}_2$ -nek, mint új változóknak az ÉS kapcsolata az F_8^2 függvény mintájára. A 8. oszlop a 7.-nek a negáltja. A táblázatból a következő fontosabb összefüggések írhatók fel:

A 3. és 8. oszlopok összehasonlításából:

$$F_{14}^2 = X_1 + X_2 = \overline{\overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2} \Rightarrow \text{VAGY}$$

A 4. és 7. oszlopok összehasonlításából:

$$F_1^2 = \overline{X_1 + X_2} = \overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2 \Rightarrow \text{PEIRCE}$$

1	2	3	4	5	6	7	8
X_2	X_1	$X_1 + X_2$	$\overline{X_1 + X_2}$	$\overline{X}_2$	$\overline{X}_1$	$\overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2$	$\overline{\overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2}$
0	0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1

2–11. ábra: *Táblázatos műveletek*

Láthatjuk, hogy mind a VAGY, mind a PEIRCE függvény kifejezhető a NEM és az ÉS függvényekkel kapcsolatos műveletek segítségével. Nyilvánvaló, hogy hasonló módon, még számos összefüggést találhatnánk az egyes függvények, vagy függvénycsoportok kapcsolatában, melyek alapján kézenfekvő az az általánosító feltételezés, hogy a logikai függvények között találhatók olyan függvények, ill. függvénycsoportok, amelyek segítségével valamennyi többi függvény kifejezhető, ill. helyettesíthető. Ezzel a kérdéssel a későbbiekben részletesen foglalkozni fogunk.

Visszatérve még az előbbi két összefüggésre, hozzá hasonló kapcsolatot származtathatnánk le a 2–9. ábra $F_8^2 \Rightarrow$ ÉS függvényből kiindulva is. Ha ezeket az összefüggéseket „n" változóra általánosítjuk, úgy a továbbiak szempontjából két igen fontos azonosság birtokába jutunk, melyeket DE MORGAN azonosságoknak nevezünk:

$$\left.\begin{aligned} \overline{X_1 + X_2 + \ldots + X_n} &= \overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2 \cdot \ldots \cdot \overline{X}_n \\ \overline{X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_n} &= \overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \ldots + \overline{X}_n \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

c.) Többváltozós logikai függvények

A (2.2) formulából látható, hogy két változó felett, a képezhető logikai függvények száma rohamosan növekszik. Ha az előzőkhöz hasonlóan fel akarnánk írni az F_k^n függvények összefoglaló értéktáblázatát, ez $n = 3$ változónál némi fáradsággal még kivitelezhető lenne, de e felett már gyakorlatilag megoldhatatlan probléma elé kerülnénk.

Táblázat nélkül is mód nyílik néhány, egy- ill. kétváltozósoknál megismert típusú függvény többváltozós megfelelőjének közvetlen általánosítására. Így:

$$F_0^n = 0$$

$$F_{2^n-1}^n = 1$$

$$F_{X_i}^n = X_i \quad (i = 1, 2 \ldots n)$$

$$F_{\overline{X}_i}^n = \overline{X}_i \quad (i = 1, 2 \ldots n)$$

Továbbá:

$$F_{\text{PIERCE}}^n = \overline{X_1 + X_2 + \ldots X_i + \ldots + X_n} = \overline{F_{\text{VAGY}}^n}$$

$$F_{\text{SHEFFER}}^n = \overline{X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_i \cdot \ldots \cdot X_n} = \overline{F_{\text{ÉS}}^n}$$

$$F^n_{\text{ÉS}} = X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_i \cdot \ldots \cdot X_n$$

$$F^n_{\text{VAGY}} = X_1 + X_2 + \ldots + X_i + \ldots + X_n$$

stb.

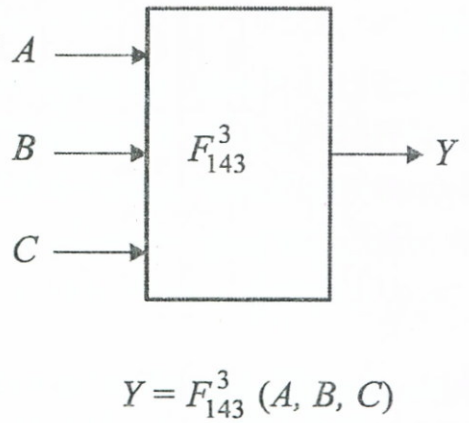
A többi többváltozós függvényt, melyek nem ilyen közvetlenül beláthatóan értelmezhetők az egy- és kétváltozós elemi függvények többváltozós általánosításaként, célszerű a már bevezetett függvényekkel kifejezett formában felírni.

Az egy- és kétváltozós függvényeknél használt konvencionális index-jelölést az n változós esetben is alkalmazhatjuk.

2.5. példa: Az $n = 3$ változós F^3_{143} függvény értéktáblázatát úgy kapjuk meg, hogy az alsó index decimális számát kettes számrendszerbe átírjuk:

$$143_{10} = 10001111_2$$

a függvény értéktáblázata a 2–11. ábrán látható.



C	B	A	F^3_{143}	
0	0	0	1	2^0
0	0	1	1	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	2^7

2–11. ábra: *Függvény index számítása*

A „funkcionális teljesség" problémái.

Az eddigiek során már láttuk, hogy a megismert logikai függvények között találhatók olyan függvények vagy függvénycsoportok, melyekkel más logikai függvények kifejezhetők.

Ha sikerült kiválasztanunk olyan függvényt, vagy függvénycsoportot, mellyel *tetszőleges* logikai függvényt ki tudunk fejezni, akkor azt *funkcionálisan teljes*-nek nevezzük. Annak egzakt megállapítása, hogy mikor jutottunk egy funkcionálisan teljes rendszer birtokába, elmélyültebb matematikai módszereket igényel, melyek-

kel a könyvben nem foglalkozunk, itt csupán néhány – a műszaki gyakorlat szempontjából érdekes függvénycsoportot sorolunk fel:

NEM – ÉS – VAGY
NEM – ÉS
NEM – VAGY
SHEFFER (NAND)
PEIRCE (NOR)
ANTIVALENCIA – ÉS
NEM – ÉS – VAGY – NAND – NOR

Mint a felsorolásból látható, ebben található egyetlen függvényt tartalmazó (pl.: NAND), de viszonylag sok – szemmel láthatóan redundáns – elemet is tartalmazó rendszer (pl. a legutolsó).

2.2.3. Logikai műveletek, algebrák

A logikai függvények érték-táblázatainak kiszámításával kapcsolatosan már bevezettük a *logikai művelet* fogalmát. A logikai műveletekkel való számolás szabályrendszerét BOOLE angol matematikus dolgozta ki, még a múlt század közepén. Az ún. *BOOLE-algebra* a következő axióma-rendszerre épül fel. (A „·" jel ÉS, a „+" jel VAGY, a „–" jel NEM műveletet szimbolizál.)

I. Kommutativitás: $A \cdot B = B \cdot A$

$A + B = B + A$

II. Asszociativitás: $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C$

$(A + B) + C = A + (B + C) = A + B + C$

III. Disztributivitás: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$

IV. EGYSÉG-elem és NULLA-elem létezése:

$A \cdot 1 = A$

$A + 0 = A$

V. KOMPLEMENS-elem létezése: $A \cdot \overline{A} = 0$

$A + \overline{A} = 1$

VI. Abszorpciós tulajdonság: $A\,(B + A) = A$

$A + B \cdot A = A$

(2.5)

AZONOSSÁGOK

BOOLE algebra

1	a	$X+0=X$
	b	$X\cdot 1=X$
2	a	$X+1=1$
	b	$X\cdot 0=0$
3	a	$X+X=X$
	b	$X\cdot X=X$
4	a	$X+\overline{X}=1$
	b	$X\cdot\overline{X}=0$
5	a	$X+Y=Y+X$
	b	$X\cdot Y=Y\cdot X$
6	a	$(X+Y)+Z=X+(Y+Z)=X+Y+Z$
	b	$(X\cdot Y)\cdot Z=X\cdot(Y\cdot Z)=X\cdot Y\cdot Z$
7	a	$X\cdot Y+X\cdot Z=X\cdot(Y+Z)$
	b	$(X+Y)(X+Z)=X+YZ)$
8	a	$(\overline{X})=\overline{X}$
	b	$(\overline{\overline{X}})=X$
9	a	$\overline{X+Y+Z+\ \ldots}=\overline{X}\cdot\overline{Y}\cdot\overline{Z}\cdot\ \ldots$
	b	$\overline{X\cdot Y\cdot Z\cdot\ \ldots}=\overline{X}+\overline{Y}+\overline{Z}+\ \ldots$
10	a	$X\cdot(\overline{X}+Y)=X\cdot Y$
	b	$X+\overline{X}\cdot Y=X+Y$
11	a	$(X+Y)\cdot(\overline{X}+Z)\cdot(Y+Z)=(X+Y)\cdot(\overline{X}+Z)$
	b	$X\cdot Y+\overline{X}\cdot Z+Y\cdot Z=X\cdot Y+\overline{X}\cdot Z$
12		$(X+Y)\cdot(\overline{X}+Z)=X\cdot Z+\overline{X}\cdot Y$

a.)

SHEFFER-PEIRCE algebra

13	a	$X\mid 0=1$
	b	$X\parallel 1=0$
14	a	$X\mid 1=\overline{X}$
	b	$X\parallel 0=\overline{X}$
15	a	$X\mid X=\overline{X}$
	b	$X\parallel X=\overline{X}$
16	a	$X\mid\overline{X}=1$
	b	$X\parallel\overline{X}=0$
17	a	$X\mid Y=Y\mid X$
	b	$X\parallel Y=Y\parallel X$
18	a	$X\mid Y\mid Z=\overline{(X\mid Y)}\mid Z$
	b	$X\parallel Y\parallel Z=\overline{(X\parallel Y)}\parallel Z$
19	a	$X\mid Y\mid Z\mid U\mid V=\ \overline{(X\mid Y)}\mid(\overline{Z\mid U\mid V})$
	b	$X\parallel Y\parallel Z\parallel U\parallel V=\ \overline{(X\parallel Y)}\parallel(\overline{Z\parallel U\parallel V})$
20	a	$(X\mid Y)\mid(X\mid Z)=X\mid(\overline{\overline{Y}\mid\overline{Z}})$
	b	$(X\parallel Y)\parallel(X\parallel Z)=X\parallel(\overline{\overline{Y}\parallel\overline{Z}})$
21	a	$\overline{X\mid Y\mid Z}=\overline{X}\parallel\overline{Y}\parallel\overline{Z}$
	b	$\overline{X\parallel Y\parallel Z}=\overline{X}\mid\overline{Y}\mid\overline{Z}$
22	a	$(X\mid Y)\mid\overline{X}=X$
	b	$(X\parallel Y)\parallel\overline{X}=X$
23	a	$X\mid Y\mid\overline{Z}=X\mid Y\mid(X\mid Z)$
	b	$X\parallel Y\parallel\overline{Z}=X\parallel Y\parallel(X\parallel Z)$
24	a	$XYZ+UVW=(X\mid Y\mid Z)\mid(U\mid V\mid W)$
	b	$(X+Y+Z)(U+V+W)=(X\parallel Y\parallel Z)\parallel(U\parallel V\parallel W)$

b.)

2–12. ábra

A felsorolt axiómákból kiindulva több – a gyakorlati áramkörszámításoknál, analízisben jól felhasználható – összefüggés-csoport származtatható le, attól függően, hogy a bevezetett funkcionálisan teljes realizációs-rendszerek melyikében kívánjuk a formulákat használni.

Az ötvenes években elterjedt jelfogós elektro-mechanikus áramkörök korszakában, ezek fizikai adottságaihoz alkalmazkodva, a NEM–ÉS–VAGY rendszerben gondolkodott a felhasználó. A napjainkban „divatos" integrált áramkörválaszték főként NEM–ÉS–VAGY–NOR–NAND, kiegészítőként ANTIVALENCIA–EKVIVALENCIA elemekből építkezik, ezért a számítások megkönnyítése érdekében többféle műveletrendszer formuláit is megadtuk. Így a 2–12a. ábrán a „hagyományos" BOOLE-formulák, a 2–12b. ábrán a SHEFFER–PEIRCE-formulák, a 2–13. ábrán „kombinált" algebrai formulák kerültek összefoglalásra.

A 0, 1 konstansokkal való „egyszeregy" szabályait – fenti formulák alapján – a 2–14. ábra táblázatával adhatjuk meg.

A 2–12a., b. táblázatokban a formulák párokban szerepelnek, mely párok közt nyilvánvaló „rokonságot" fedezhetünk fel. Ez a rokonság az ún. *dualitás*-on alapul, mely két függvény között állhat fenn a (2.6.) összefüggés értelmében:

$$F_k^{n^D} = \underbrace{\left[F_k^n\left(X_1 \dots X_n\right)\right]^{\text{DUÁL}}}_{\text{DUÁL függvény}} = \overline{F_k^n\left(\overline{X}_1 \dots \overline{X}_n\right)} \qquad (2.6)$$

A fenti formulát felhasználva, bármely F_k^n függvény $F_k^{n^D}$ duálja meghatározható.

2.6. példa: Határozzuk meg néhány gyakoribb logikai függvény duálját:

$$F_{14}^2 = X_1 + X_2 \quad \text{(VAGY)} \qquad F_{14}^{2^D} = \overline{\left(\overline{X}_1 + \overline{X}_2\right)} = X_1 \cdot X_2 \quad \text{(ÉS)}$$

$$F_8^2 = X_1 \cdot X_2 \quad \text{(ÉS)} \qquad F_8^{2^D} = \overline{\left(\overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2\right)} = X_1 + X_2 \quad \text{(VAGY)}$$

Eredmény függvény	Kiinduló függvényrendszerek			
	ÉS, ANTIVALENCIA, MINDIG	ÉS, EKVIVALENCIA, SOHA	INHIBICIÓ, MINDIG	IMPLIKÁCIÓ, SOHA
NEM $\overline{X}$	$1 \oplus X$	$0 \equiv X$	$X \nrightarrow 1$	$X \rightarrow 0$
ÉS $X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_2$	$(X_2 \nrightarrow X_1) \nrightarrow X_1$	$[X_2 \rightarrow (X_1 \rightarrow 0)] \rightarrow 0$
VAGY X_1+X_2	$(X_1 \oplus X_2) \oplus (X_1 \cdot X_2)$	$(X_1 \equiv X_2) \equiv (X_1 \cdot X_2)$	$[X_2 \nrightarrow (X_1 \nrightarrow 1)] \nrightarrow 1$	$(X_2 \rightarrow X_1) \rightarrow X_1$
NAND $X_1 \mid X_2$	$1 \oplus X_1 \cdot X_2$	$0 \equiv X_1 \cdot X_2$	$[(X_2 \nrightarrow X_1) \nrightarrow X_1] \nrightarrow 1$	$X_2 \rightarrow (X_1 \rightarrow 0)$
NOR $X_1 \| X_2$	$1 \oplus [(X_1 \oplus X_2) \oplus (X_1 \cdot X_2)]$	$0 \equiv [(X_1 \equiv X_2) \equiv (X_1 \cdot X_2)]$	$X_2 \nrightarrow (X_1 \nrightarrow 1)$	$[(X_2 \rightarrow X_1) \rightarrow X_1] \rightarrow 0$

2–13. ábra: *Kombinált algebrai összefüggések*

$0 \cdot 0 = 0$	$0 \mid 0 = 1$	$0 \oplus 0 = 0$
$1 + 1 = 1$	$1 \| 1 = 0$	$1 \equiv 1 = 1$
$0 \cdot 1 = 0$	$0 \mid 1 = 1$	$0 \oplus 1 = 1$
$1 + 0 = 1$	$1 \| 0 = 0$	$1 \equiv 0 = 0$
$1 \cdot 0 = 0$	$1 \mid 0 = 1$	$1 \oplus 0 = 1$
$0 + 1 = 1$	$0 \| 1 = 0$	$0 \equiv 1 = 0$
$1 \cdot 1 = 1$	$1 \mid 1 = 0$	$1 \oplus 1 = 0$
$0 + 0 = 0$	$0 \| 0 = 1$	$0 \equiv 0 = 1$

$\overline{0} = 1$ $\overline{1} = 0$

2–14. ábra: *Logikai műveletek konstansokkal*

Kanonikus alakok

Bebizonyítható, hogy tetszés szerinti logikai függvény felírható az alábbi (2.7) és (2.8) alakokban.

$$F_k^n(X_1, \ldots X_n) = \sum_{i=0}^{2^n-1} E_i^n \cdot \alpha_i \qquad (2.7)$$

(2.7.)-et az F_k^n logikai *függvény teljes diszjunktív szabályos alak*jának (teljes diszjunktív normál forma) *vagy diszjunktív kanonikus alakjának*, az E_i^n tényezőt, pedig ÉS-termnek vagy mintermnek nevezzük a továbbiakban. A teljes jelző onnan ered, hogy minden termben valamennyi változó szerepel valamilyen (negált, ill. ponált) formában. Σ a megismételt VAGY-ot jelenti.

Az α_i tényező az ún. *kanonikus faktor*, melynek értéke „0" illetve „1" lehet.

Bebizonyítható, hogy minden logikai függvénynek csak egyetlen teljes diszjunktív alakja létezik.

$$F_k^n(X_1, \ldots X_n) = \prod_{i=0}^{2^n-1} \left(V_i^n + \alpha_i\right) \qquad (2.8)$$

(2.8.) az F_k^n logikai függvénynél *a teljes konjunktív szabályos alak* (teljes konjunktív normál forma) *vagy konjunktív kanonikus alak*, melyben szereplő V_i^n mennyiségeket *VAGY-term*nek vagy *maxterm*nek nevezzük. Π a megismételt ÉS-t jelenti.

A kanonikus alakban megadott függvények a term-ekből, mint elemi függvényekből „építőszekrény elven" épülnek fel. A függvény tulajdonságait a benne szereplő termek határozzák meg.

„n" változó esetén a képezhető termek száma: 2^n. Két- és háromváltozós ÉS, illetve VAGY termeket foglal össze szemléltetésül a 2–15. ábra táblázata. Az egyváltozós termek száma összesen kettő.

A sorszámozás olyan konvenció szerint történik, hogy a változók eredeti („nem negált" egyes irodalmakban: „ponált") alakjához rendelt „1"-es, negált alakjához rendelt „0"-ás számok által alkotott kettes számrendszer-beli szám egyezzen a term decimális indexszámával.

(Pl. $E_6^3 = X_3 \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1$, mivel $6_{10} = 110_2$

Két és háromváltozós „term"-ek

	i	E_i^n	V_i^n
$n=2$	0	$\overline{X}_2 \cdot \overline{X}_1$	$\overline{X}_2 + \overline{X}_1$
	1	$\overline{X}_2 \cdot X_1$	$\overline{X}_2 + X_1$
	2	$X_2 \cdot \overline{X}_1$	$X_2 + \overline{X}_1$
	3	$X_2 \cdot X_1$	$X_2 + X_1$
$n=3$	0	$\overline{X}_3 \cdot \overline{X}_2 \cdot \overline{X}_1$	$\overline{X}_3 + \overline{X}_2 + \overline{X}_1$
	1	$\overline{X}_3 \cdot \overline{X}_2 \cdot X_1$	$\overline{X}_3 + \overline{X}_2 + X_1$
	2	$\overline{X}_3 \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1$	$\overline{X}_3 + X_2 + \overline{X}_1$
	3	$\overline{X}_3 \cdot X_2 \cdot X_1$	$\overline{X}_3 + X_2 + X_1$
	4	$X_3 \cdot \overline{X}_2 \cdot \overline{X}_1$	$X_3 + \overline{X}_2 + \overline{X}_1$
	5	$X_3 \cdot \overline{X}_2 \cdot X_1$	$X_3 + \overline{X}_2 + X_1$
	6	$X_3 \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1$	$X_3 + X_2 + \overline{X}_1$
	7	$X_3 \cdot X_2 \cdot X_1$	$X_3 + X_2 + X_1$

2–15. ábra

A 2–15. ábra termjeit megvizsgálva, ezek között összefüggéseket fedezhetünk fel, melyeket általánosítva a (2.9) azonosságok írhatók fel:

$$E_i^n = \overline{V}^n_{2^n-1-i}$$
$$V_i^n = \overline{E}^n_{2^n-1-i} \qquad (2.9)$$

Például az $E_5^3 = X_3 \cdot \overline{X}_2 \cdot X_1$ ÉS-termnek megfelel az alábbi VAGY term, mivel $i = 5$

$$\overline{V}^3_{2^3-1-5} = \overline{V}^3_{8-1-5} = \overline{V}_2^3$$

Ez a DE MORGAN összefüggéssel igazolható:

$$\overline{V}_2^3 = \overline{\overline{X}_3 + X_2 + \overline{X}_1} = X_3 \cdot \overline{X}_2 \cdot X_1 = E_5^3$$

2.2.4. V–K táblák

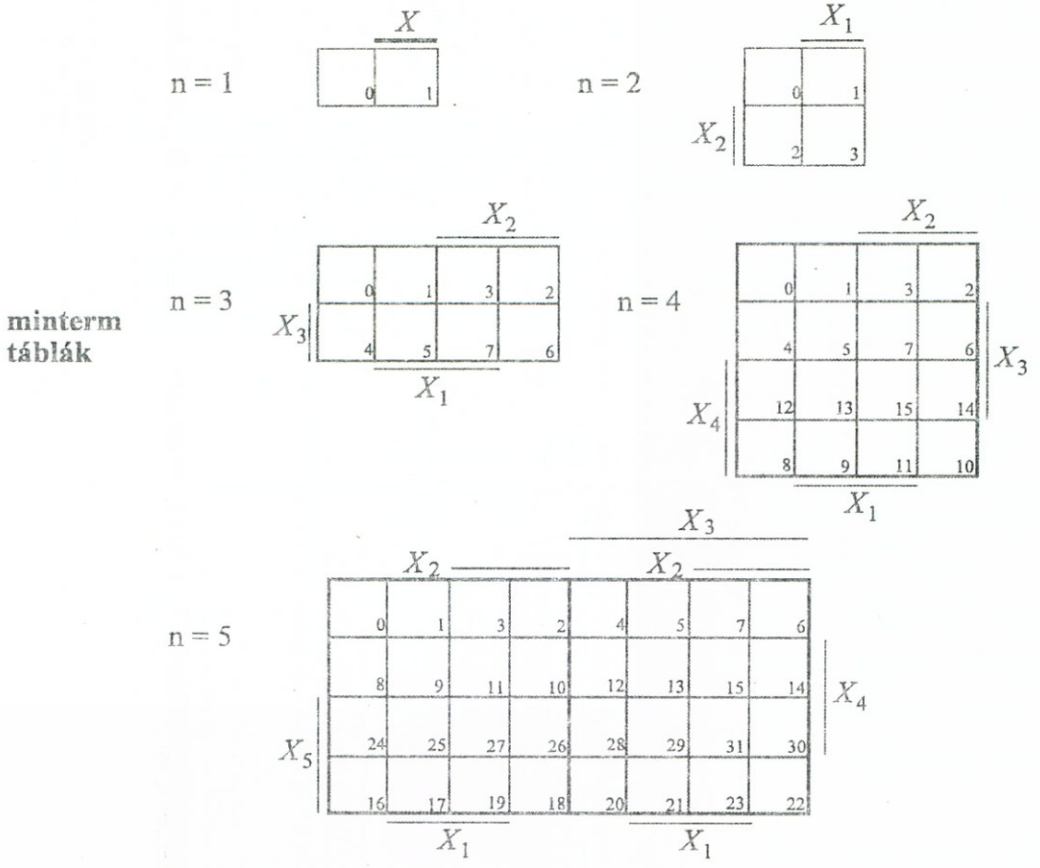
A 2–6. ábrán bevezetett Veitch–Karnaugh táblákon a kanonikus alakok jól szemléltethetők. A diszjunktív, ill. -konjunktív, azaz $\alpha = 1$, ill. $\alpha = 0$ értékeket hasznosító kanonikus alakoknak (vagy más értelmezésben a logikai értéktáblázat „1", ill. „0" értékeit figyelembevevő felírásmódoknak) megfelelően, célszerű kétféle tábla változatot bevezetni:

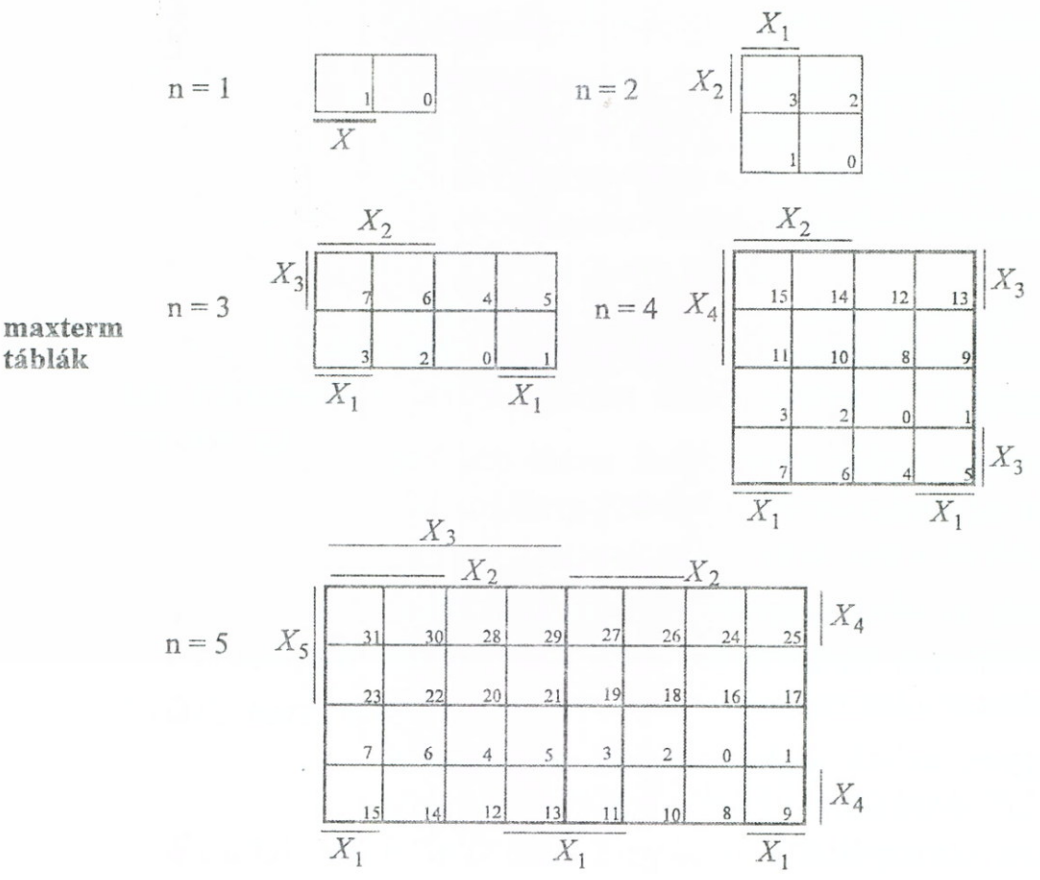
a.) A ún. *minterm táblán* a V–K tábla minden egyes sejtjéhez hozzárendelhetünk egy E_i^n ÉS-termet. Így valamely diszjunktív kanonikus alakban leírt függvényt, az $\alpha = 1$ tényezős ÉS termeknek megfelelő sejtek eredő területével jellemezhetünk grafikusan, ahol az összetevő sejtek egymással diszjunktív kapcsolatban vannak. (2.10)

b.) Az ún. *maxterm táblát* a konjunktív alak kapcsán vezethetjük be. Itt a V–K tábla minden egyes sejtjéhez egy V_k^n VAGY termet rendelünk. A konjunktív kanonikus alakban leírt függvényt az $\alpha = 0$ tényezős VAGY termekhez rendelt sejtek eredő területével jellemezhetjük, ahol az összetevő sejtek egymással konjunktív kapcsolatban vannak. (2.11)

Bármely függvény maxterm tábláját előállíthatjuk minterm táblájából kiindulva, az előállítás lépései a következők:

- A maxterm táblán azon sejtek eredő területe alkotja az ábrázolandó függvény grafikus képét, melyek a minterm táblán üresek.
- A maxterm tábla peremén a független változók értékeit a minterm táblához viszonyítva ellentétesre változtatjuk.
- Az egyes sejtek index-számait a minterm tábla „i" értékéhez viszonyítva $(2^n - 1 - i)$ értékűre számítjuk át.


minterm táblák
n = 1
X
0 1
n = 2
X1
X2
0 1
2 3
n = 3
X2
X3
0 1 3 2
4 5 7 6
X1
n = 4
X2
X3
X4
0 1 3 2
4 5 7 6
12 13 15 14
8 9 11 10
X1
n = 5
X3
X2
X2
X4
X5
0 1 3 2 4 5 7 6
8 9 11 10 12 13 15 14
24 25 27 26 28 29 31 30
16 17 19 18 20 21 23 22
X1
X1


maxterm táblák
n = 1
1 0
X
n = 2
X1
X2
3 2
1 0
n = 3
X2
X3
7 6 4 5
3 2 0 1
X1
X1
n = 4
X2
X4
X3
15 14 12 13
11 10 8 9
3 2 0 1
7 6 4 5
X3
X1
X1
n = 5
X3
X2
X2
X5
X4
31 30 28 29 27 26 24 25
23 22 20 21 19 18 16 17
7 6 4 5 3 2 0 1
15 14 12 13 11 10 8 9
X4
X1
X1
X1

2–16. ábra

Ha a független változók elrendezését a táblák szélei mentén állandósítjuk, akkor előre felrajzolható a minterm, ill. maxterm táblákra vonatkozó „űrlap"-gyűjtemény, a beírt term-indexekkel. Ilyen üres táblákat láthatunk a 2–16. ábrán. Megjegyezzük már elöljáróban, hogy a változók helyét a táblák szélei mentén nem mindig hagyhatjuk változatlanul. Vannak eljárások, ahol a változók tábla szélén való szisztematikus cserélgetésére van szükség az aktuális tervezési vagy vizsgálati cél eléréséhez. Ilyen esetekben a 2–16. ábrán túlmenően a V–K táblák nagyszámú változatának felrajzolása is szükségessé válhat, más-más index-számú elrendezésekkel.

Műveletek V–K táblákkal

A megismert ábrázolási és átalakítási felhasználáson túlmenően a V–K táblák különféle más műveletek lefolytatására is felhasználhatók.

α.) Logikai műveletek

Két- vagy több logikai függvény közötti logikai műveletek végrehajtását a V–K táblán rendkívül gyorsan és szemléletesen tudjuk elvégezni.

2.7. példa: Legyen adva két függvény diszjunktív szabályos alakban:

$$Y_I = \sum^{3}(3,\ 5,\ 6,\ 7)$$

$$Y_{II} = \sum^{3}(0,\ 3,\ 4,\ 7)$$

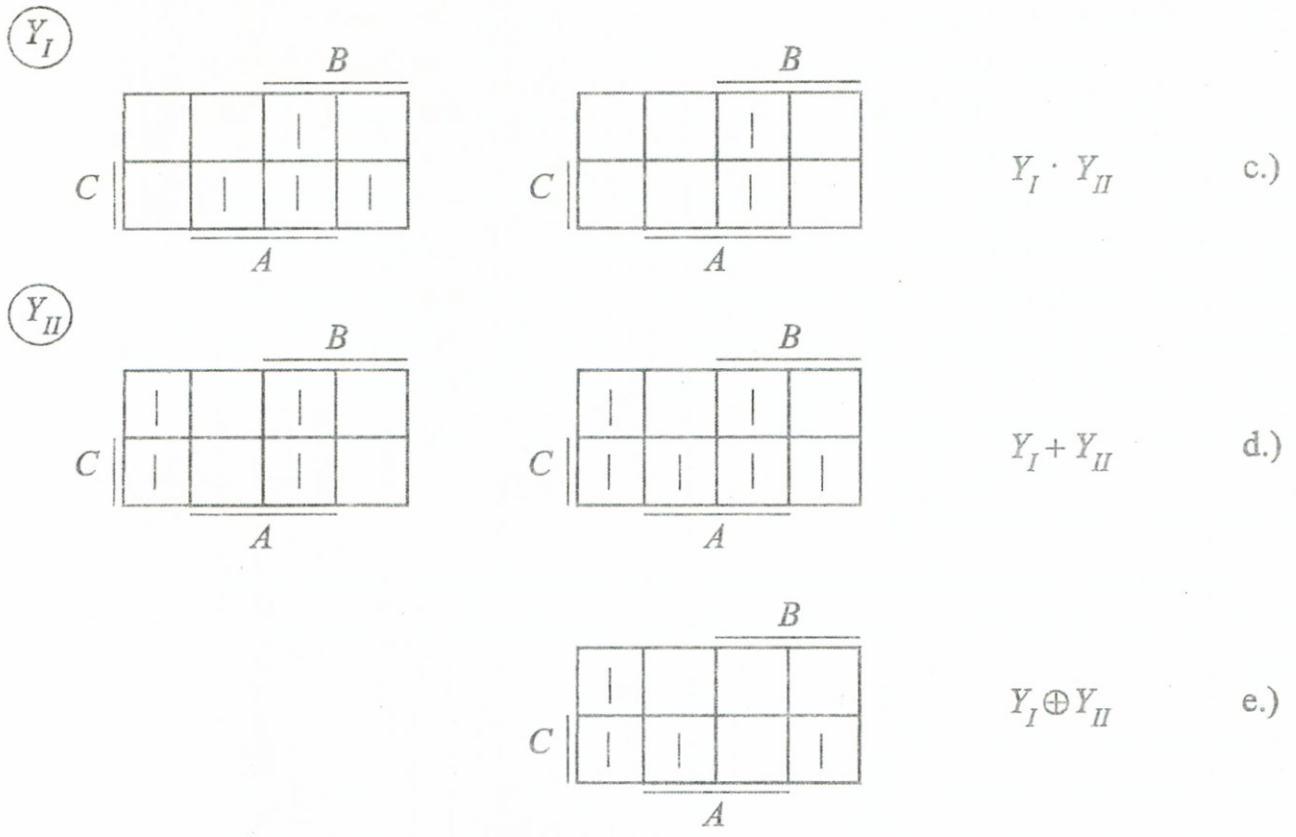
Határozzuk meg a két függvény alábbi logikai kapcsolataiból származó eredő logikai függvényeket:

$$Y_{\text{ÉS}} = Y_I \cdot Y_{II}$$

$$Y_{\text{VAGY}} = Y_I + Y_{II}$$

$$Y_{\text{ANTIVALENCIA}} = Y_I \oplus Y_{II}$$

A feladatot megoldhatnánk a BOOLE-algebra eszközeinek segítségével is, de ennél sokkal gyorsabban jutunk eredményhez a V–K táblák használatával. A megoldás a 2–17. ábra a., b., c. ábrákon követhető.



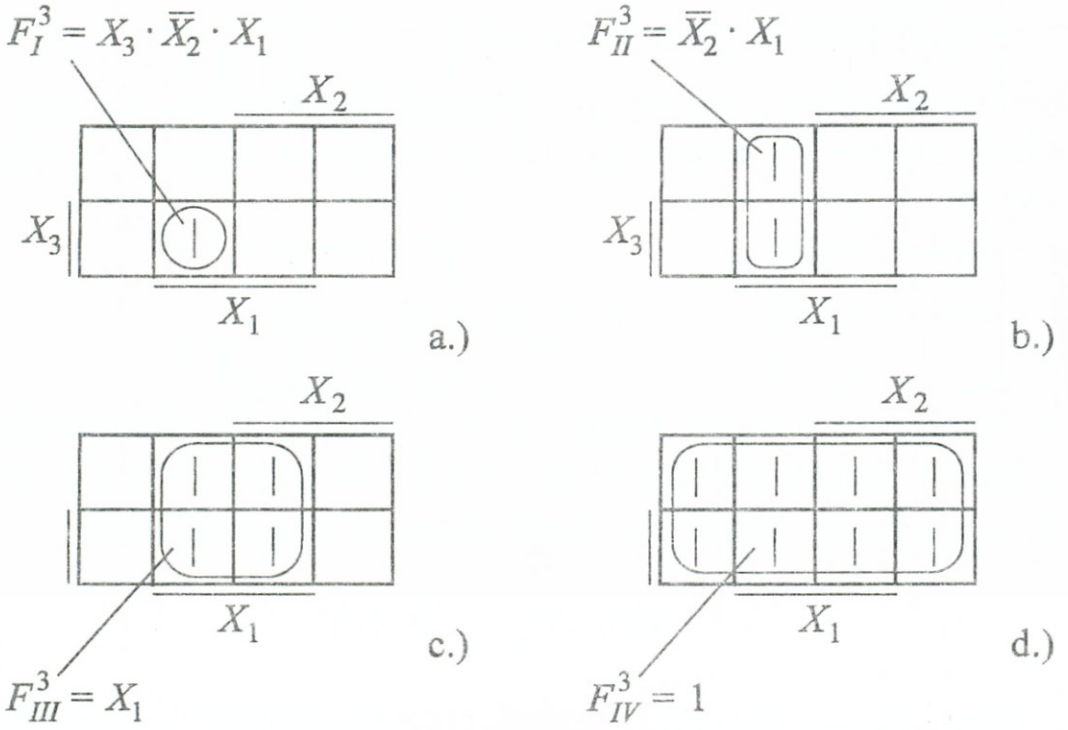
2–17. ábra: *Műveletek V–K táblákkal*

A megoldás során képzeletben az Y_I és Y_{II} V–K tábláit különkülön „átlátszó lapokra" vittük fel, és ezeket egymásra helyeztük. Ekkor az

- $Y_{ÉS}$ képét az Y_I és Y_{II} által közösen lefedett cellák, az
- Y_{VAGY} -ot az Y_I és Y_{II} eredő területe,
- $Y_{ANTIVALENCIÁT}$ az Y_I és Y_{II} eltérő értékű cellái által lefedett területek alkotják.

β.) Algebrai egyszerűsítés grafikusan. Minimál alak.

Az algebrai egyszerűsítés grafikus lehetősége azon a felismerésen alapul, hogy a V–K táblán *nagyobb* területet (tömböt) lefed részek *kevesebb* változót igényelnek, mint a kisebb tömböket lefedők. Például a 2–18a. ábrán látható függvény egyetlen sejtet fed le, melynek jellemzéséhez három változó szükséges.



2–18. ábra: *Tömb-képzési esetek*

A 2–18b. ábra két sejtjét lefedő $F_{II}^3 = X_3\overline{X}_2X_1 + \overline{X}_3 \cdot \overline{X}_2 \cdot X_1 = (X_3 + \overline{X}_3) \cdot \overline{X}_2X_1 = \overline{X}_2X_1$ függvényéhez már csak kettő változó szükséges – a diagramból is közvetlenül leolvashatóan. A 2–18c. ábra négy sejtjét lefedő F_{III}^3 függvény pedig már egy változóval jellemezhető, végül a teljes táblát lefedő függvény egy $F_{IV} = 1$ konstanssá egyszerűsödik a 2–18d. ábra értelmében.

Az egyszerűsítendő alak előállításánál tehát arra kell törekedni, hogy a függvényhez tartozó *sejteket minél nagyobb méretű és kevesebb számú* tömbbel fedjük be. Előfordulhat, hogy több egyenértékű, vagy közel egyenértékű megoldást is kapunk.

A tömbök képzésénél nincs teljesen szabad kezünk. A tömbök mérete csak olyan lehet, hogy:

– a belefoglalt cellák száma kettő *egész-számú* hatványa legyen, továbbá

– csak *él-szomszédos* cellák foghatók össze, téglalap jellegű tömbökbe. (Pl.: *L* alakú vagy átlós elrendezésű tömb nem létezik.) Az él-szomszédosság viszont fennáll a tábla két el-

lentétes szélén elhelyezkedő cellák között is, sőt $n = 5$ változótól felfelé a tömbök nem mindig alkotnak összefüggő területet.

A tömbök egymást túl is fedhetik.

2.8. példa: A módszer szemléltetése céljából keressük meg az alábbi diszjunktív kanonikus alakban megadott függvény minimál alakjait:

$$Y = \sum^{3}(4, 5, 7)$$

Felrajzolva a 2–16a. ábrából az $n = 3$-as minterm táblát és ábrázolva Y-t, kapjuk a 2–19a. ábrát. Itt a 2–19b. szerinti F_I, F_{II} tömbök képezhetők, melyekkel írható a minimál diszjunktív alak:

$$Y = F_I + F_{II} = C\overline{B} + CA$$

Mint látható, egyszerű algebrai beavatkozással a C kiemelhető és közvetlenül adódik a minimál-konjunktív alak:

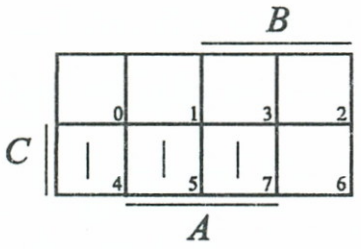
$$Y = C\left(\overline{B} + A\right)$$

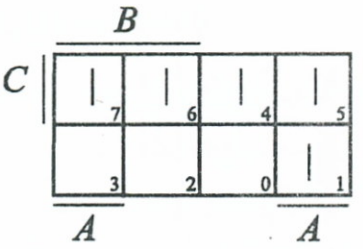
A kapott végeredményt – mely láthatóan *konjunktív* alakú – algebrai lépés közbeiktatása nélkül közvetlenül grafikusan is megkaphatjuk, ha a 2–19a. minterm táblát a megismert szabályok szerint a 2–19c. ábra szerinti maxterm táblává alakítjuk, majd ezen a 2–19d. ábra szerint tömbösítünk. Innen már közvetlenül leolvasható az előbbi végeredményt adó minimál konjunktív alak:

$$Y = F_{III} \cdot F_{IV} = C \cdot \left(\overline{B} + A\right)$$

mely ennél a függvénynél egyszerűbb (mivel kevesebb betűt tartalmaz), mint a minimál diszjunktív alak.

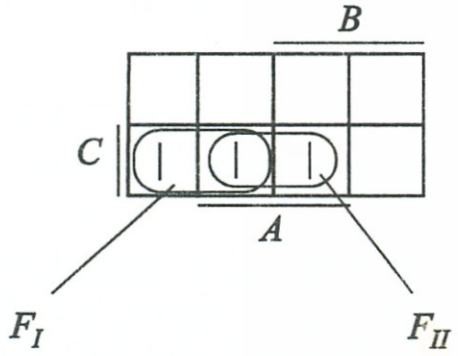
a.)

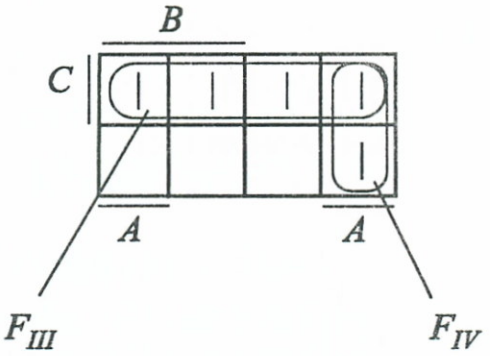




c.)

b.)

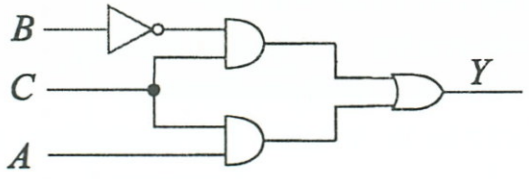




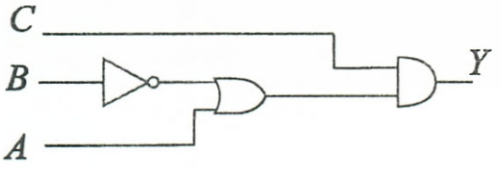
d.)

i	C	B	A	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

e.)

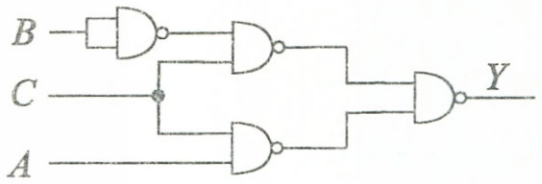


f.)

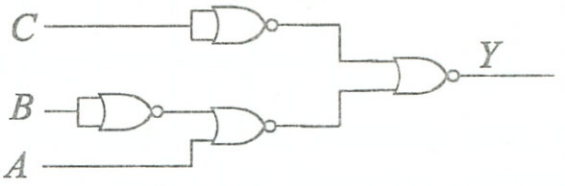


g.)

2–19. ábra: *A 2.8. példa ábrái*



h.)



i.)

2–19. ábra: *A 2.8. példa ábrái*

További eredményként felrajzoltuk az a.) minterm táblából kiindulva a függvény igazság-táblázatát (2–19e. ábra). A 2–19f., és g. ábrákon megadtuk a minimál diszjunktív és konjunktív alakok logikai vázlatait. A 2–12b. ábra algebrai táblázataiból 15a.-t és a 24a. felhasználva, felrajzoltuk az egyenértékű csak NAND elemeket tartalmazó, míg a 2–12b. ábra 15b. és 24b. formuláit felhasználva megadtuk a csak NOR elemeket tartalmazó megoldásokat is. Mint látható, a legegyszerűbb megvalósítási lehetőséget a 2–19g. változat kínálja az elemek számát illetően.

A példa megoldása során követtük azt a szabályt, hogy a minterm táblán VAGY, a maxterm táblán ÉS műveletekkel kapcsoltuk össze a tömböket.

Előfordulhatott volna természetesen olyan példabeli eset is, melynél a legegyszerűbb megoldást a minimál diszjunktív alakban találtuk volna meg.

A grafikus minimalizálás szabályait végezetül a következőkben foglalhatjuk össze:

- a függvényt minterm, illetve maxterm táblákon ábrázoljuk;
- a táblabeli sejteket minél nagyobb méretű és minél kevesebb számú (egymást túl is fedhető) tömbbel, ún. *implikánssal* igyekszünk lefedni. Az implikánsban:
  minterm táblánál – a változók ÉS kapcsolatban;
  maxterm táblánál – a változók VAGY kapcsolatban vannak egymással;
- a legkedvezőbb lefedés implikánsait:
  minterm táblánál: – VAGY művelettel,
  maxterm táblánál: – ÉS művelettel összekapcsolva írjuk be a végleges alakba.

2.2.5. Részben meghatározott függvények

Bevezetőként vizsgáljunk meg egy gyakorlati megfogalmazású példát:

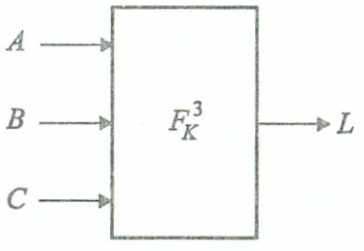
2.9. példa: Tegyük fel, hogy valamely *A*, *B*, *C* nyomógombokról vezérelt berendezésnél, mely egy *L* lámpát működtet, a következő előírásokat kell figyelembevenni: (2–20a. ábra)

- *L* égjen, ha egyszerre két gombot nyomunk meg;
- *L* akkor nem éghet, ha mindhárom gombot egyszerre megnyomjuk, és akkor sem éghet, ha egyik gomb sincs megnyomva.

Ha a gombok megnyomott állapotához rendeljük az *A*, *B*, *C* változók 1-es értékeit, a meg nem nyomotthoz a 0-ás értékeket, továbbá *L* = 1-hez a lámpa égését, *L* = 0-hoz sötét állapotát, akkor elkezdhetjük kitölteni az $L = F_k^3$ (*A*, *B*, *C*) függvény *igazságtáblázatát* (2–20b. ábra). A táblázat kitöltése során a (001), (010), (100) kombinációk soraihoz érve, nem tudjuk, hogy milyen értéket írjunk *L* oszlopába, mivel a feladat megadása ezekről nem rendelkezik, még az is előfordulhat, hogy ilyen gomb megnyomási kombinációk az áramkör működése során nem is fognak előfordulni. Az ilyen típusú, a kimeneti függvény értékére *nézve határozatlan kombinációkat* ezért a függvény-értékek oszlopában *h*-val jelöljük.

Mint a táblázatból látható, az *L* függvény formálisan háromféle (0, 1, *h*) helyettesítési értékekkel is rendelkezik.

Az ilyen függvényeket *részben meghatározott* (DON'T CARE) függvénynek nevezzük.



a.)

C	B	A	L
0	0	0	0
0	0	1	h_1
0	1	0	h_2
0	1	1	1
1	0	0	h_3
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

b.)

2–20. ábra: *Példa részben meghatározott függvényre*

Logikai feladatok megoldása során gyakran adódnak a fentihez hasonló esetek, midőn egy logikai függvényben, nincsenek előírva a lehetséges 2^n term mindegyikénél a függő-változó értékei. Ilyenkor rendszerint közömbös, hogy a nem előírt helyeken a függvény, milyen értéket vesz fel. A formálisan képezhető függvények száma: $R = 3^{2^n}$.

A részben meghatározott függvényekre külön algebrák is definiálhatók, melyek számítási szabályai közül néhányat az alábbiakban összefoglaltunk:

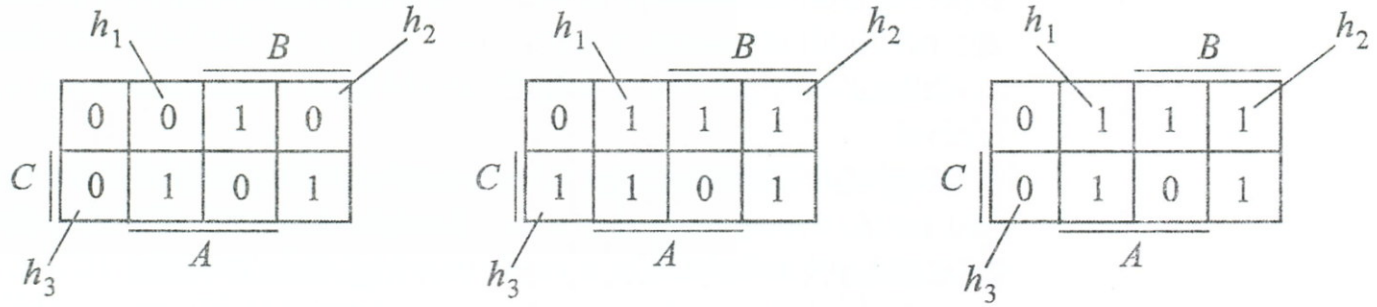
$$0 \cdot h = h \cdot 0 = 0$$
$$1 + h = h + 1 = 1$$
$$1 \cdot h = h \cdot 1 = h$$
$$0 + h = h + 0 = h$$
$$h \cdot h = h + h = h$$
$$\overline{\overline{h}} = h$$

E szabályok helyessége könnyen ellenőrizhető, ha meggondoljuk, hogy h=0, vagy h=1-nek mindkét lehetséges érték esetén igaznak kell lenniük.

2.10. példa: Tekintsük kiindulásnak az előző példa 2–20b. ábrabeli igazság-táblázatát és írjuk fel e táblázatból az L függvényt egyszerűsített algebrai alakban.

Diszjunktív alaknak közvetlenül táblázatból való felírására a tömbösítési szabályt kellene követnünk, de itt már induláskor felvetődik a kérdés, hogy kiinduló 2–20b. táblázatunk h elemeinél mi a teendő. Miután mind 0, mind 1 értékek behelyettesíthetők, több diszjunktív alakot is felírhatnánk. A 2–21. ábrán – segítségül véve a V–K táblákat az egyszerűsítéshez – három megoldást is bemutatunk.

A 2–21a. ábrabeli esetnél feltételeztük, hogy minden $h = 0$ ($h_1 = h_2 = h_3 = 0$), a 2–21b. ábránál, hogy minden $h = 1$ ($h_1 = h_2 = h_3 = 1$), végül a 2–21c. ábránál a h-nak – célszerűen – különféle értékeket adtunk: így $h_1 = h_2 = 1$, míg $h_3 = 0$. Az ábrákon elvégzett egyszerűsítési célzatú tömbösítések során azt tapasztaljuk, hogy az a.) esetben nem lehet egyszerűsíteni, így a felírható algebrai alak és logikai vázlat a legbonyolultabb, a b.) esetben már egyszerűbb alak és vázlat az eredmény, míg a c.) eset – a h-k célszerű választásával – a legkedvezőbb megoldást szolgáltatja. A leglátványosabb az a.) és c.) esetek közötti különbség.

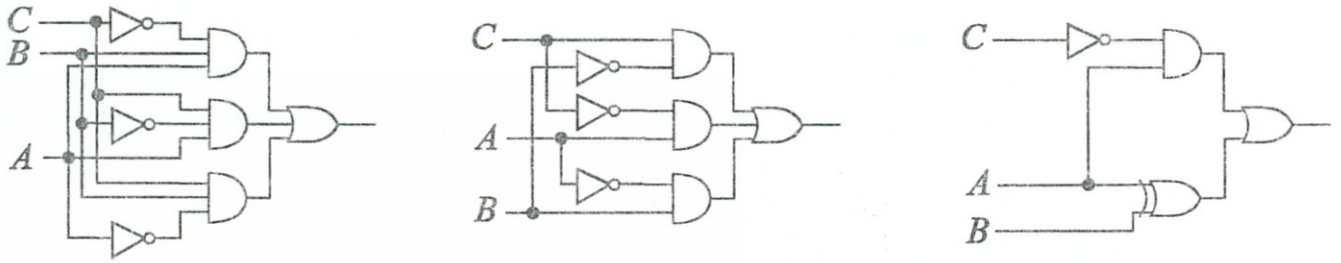


$L' = \overline{C}BA + C\overline{B}A + CB\overline{A}$

$L'' = C\overline{B} + \overline{C}A + B\overline{A}$

$L''' = \overline{C}A + \overline{B}A + B\overline{A} =$

$= \overline{C}A + (B \oplus A)$



a.) b.) c.)

2–21. ábra: *Határozatlan esetek felhasználása egyszerűsítésnél*

E felismerést a későbbi fejezetek során többször fel fogjuk használni és előnyei már az a.), b.), c.) ábrák logikai vázlatainak összehasonlításakor is felsejlenek. A tényleges áramköri megvalósítások (realizáció) alkalmával ugyanis a logikai vázlat minden egyes szimbóluma egy-egy áramköri modult képvisel, így a megépítendő áramkör annál egyszerűbb, olcsóbb és legtöbbször gyorsabb is lesz, minél egyszerűbb alakból történt a kiindulás.

2.2.6. Emlékezési feladatok megoldása logikai módszerekkel

Valamely emlékezési feladat kapcsán az adott időpontban rendelkezésünkre álló információt egy *memóriában* tárolnunk kell, hogy egy későbbi időpontban onnan kiolvasva felhasználhassuk. Az információ mennyiségét annak egységében, a *bit*-ben mérjük. A bit egy IGAZ/HAMIS döntésnyi információt jelent.

A logikai változókkal történő matematikai leírás 1, 0 értékkészlete révén alkalmasnak kínálkozik a bit IGAZ/HAMIS döntéseinek modellezésére, például 1–IGAZ, 0–HAMIS összerendelések elvégzésével.

Tegyünk kísérletet egy 1 bit tárolóképességű *tárolóelem* működési táblázatának megalkotására. Először tisztáznunk kell a tárolási feladatokat, melyek a következőkben foglalhatók össze:

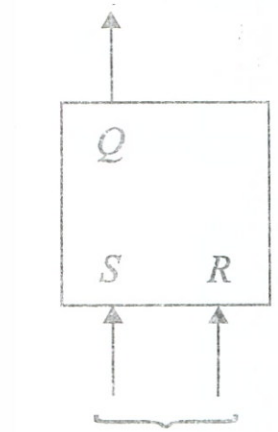
Adatbeírás: SET – „1" beírása (*S*)

Adatbeírás: RESET – „0" beírása (*R*) (törlés)

Emlékezés: A később kiolvasott információ (*Q'*) megegyezik a korábban, legutoljára beírttal (*Q*)

A háromféle feladat megkülönböztetése legkevesebb két logikai változó értékkombinációs készletét igényeli, ezért a feladatot megoldó logikai áramkör két bemenetet igényel. A 2–22a. ábrán felrajzolt elvi vázlat (ún. *S–R* tárolóelem) egy kétbemenetű logikai hálózatot jelképez, melyhez a 2–22b. ábra működési táblázatát rendelhetjük:

a.)



b.)

S	*R*	*Q'*	*Feladat*
0	0	*Q*	*Emlékezés*
0	1	0	*„0" beírás*
1	0	1	*„1" beírás*
1	1	*h*	*nincs kihasználva*

2–22. ábra: *S–R tárolóelem definíciós jellemzői*

A bizonyos fokig önkényesen választott összerendelés alapján, ha a bemenetekre *SR* = 00-t adunk, a tárolóelem nem változik *Q'* = *Q*, ha *SR* = 01, ill. *SR* = 10 beírás történik, akkor az újonnan betárolt adat „0", ill. „1" lesz. Az *SR* = 11 elvi okból adódó esetet a kitűzött feladatok nem igénylik, ezért ezt mint részben határozott esetet (*h*) tekintjük, és a működtetés során feltételezhetjük, hogy elő sem fordul.

A definíciós működési táblázat birtokában próbáljuk meg felírni a

$$Q' = f(S, R, Q)$$

valójában háromváltozós logikai függvényt az eddig megismert logikai eszközök felhasználásával.

A 2–22b. táblázat alapján megadható a 2–23a. ábra logikai igazság-táblázata és ebből felrajzolható a 2–23b. ábra V–K táblája:

S	R	Q	Q'
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	h
1	1	1	h

a.)

b.)

		R		
	0	1	0	0
S	1	1	h	h
		Q		

Q'

$$\boxed{\begin{aligned} Q' &= S + \bar{R}Q \\ S \cdot R &= 0 \end{aligned}}$$

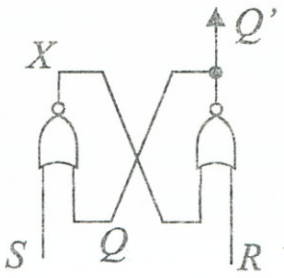
c.)

2–23. ábra: *S–R tároló jellemzői*

A V–K táblába beírt határozatlan eseteket is bevonva, a 2–18. és 2–19. ábrákon már bemutatott egyszerűsítésbe a 2–23c. ábrán összefoglalhattuk a végeredményt, mely az emlékezést leíró Q' függvény mellett azt a feltételt is tartalmazza az $S \cdot R = 0$ révén, hogy az $SR = 11$ bemeneti vezérlést az üzemelés során nem alkalmazzuk.

Utolsó kérdésként felvethető, hogy milyen felépítésű és milyen logikai vázlattal jellemezhető egy olyan logikai hálózat, mely az 1 bit információ tárolását fentieknek megfelelően képes elvégezni.

Indirekt úton haladva, vizsgáljuk meg a 2–24. ábrán felrajzolt logikai hálózatot.



2–24. ábra: *Visszacsatolt NOR-hálózat*

A hálózatban az eddigiektől az a lényeges eltérés, hogy ún. *visszacsatolást* tartalmaz, azaz a kimeneti Q' függvény nemcsak az S, R független változóknak, hanem saját magának is függvénye:

$$Q' = f(S, R, Q)$$

Ez az összefüggés eddigi logikai ismereteinkkel is felírható, miután a PEIRCE alapműveletet megvalósító NOR elemek matematikai formulája a 2–9. ábra definíciós táblázatából kiolvasható. Mivel a 2–11. ábra meggondolásai alapján általánosságban felírható, hogy:

$$X_1 \| X_2 = \overline{X_1 + X_2}$$

Ezt, és a (2.4) DE MORGAN azonosságokat is felhasználva, jelenlegi hálózatunk Q' függvényének felírására kapjuk:

$$Q' = R \| X = R \| \underbrace{(S \| Q)}_{X} = \overline{R + \overline{(S+Q)}}$$

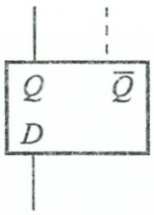
$$Q' = \overline{R} \cdot (S+Q) = \overline{R} \cdot S + \overline{R} \cdot Q = f(S, R, Q)$$

Ha az itt kapott eredményhez még hozzávesszük az előző 2–23c. ábra $S \cdot R = 0$ feltételét, azaz, 0-át hozzáadva és néhány további átalakítást elvégezve kapjuk:

$$Q' = \overline{R} \cdot S + \overline{R} \cdot Q + \underbrace{S \cdot R}_{0} = S\underbrace{(\overline{R} + R)}_{1} + \overline{R} \cdot Q = S + \overline{R} \cdot Q$$

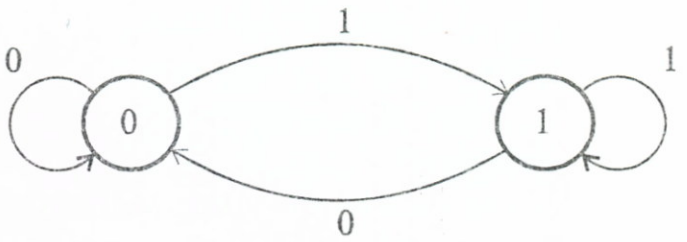
azaz a 2–24. ábra hálózatának logikai függvénye azonos az elvi alapokból kiindulva levezetett 2–23c. ábra összefüggéseivel, vagyis az S–R elemi tároló egy lehetséges megvalósításának tekinthető.

A 2–22b. ábra definíciós működési táblázatához hasonlóan többféle definíciós tábla is összeállítható, melyek adott alkalmazásai esetenként előnyösebbek vagy hátrányosabbnak tekinthetők. Ezek leggyakoribb elvi változatait a 2–25. ábrán foglaltuk össze, ahol a szimbólumok és definíciós táblázatok mellett, feltüntettük a tárolóelemre jellemző, ún. *állapotgráf*ot is. A gráf, mint látható, két csomóponttal rendelkezik, melyek mindegyikéhez hozzá lehet rendelni a tárolóelem kétféle (0, 1) *emlékezési* vagy *belső állapotát*. Ezért is nevezzük állapotgráfnak. A gráf ágaihoz (melyek irányított kapcsolatot képeznek a csomópontok között) hozzárendelhetjük az adott tárolóelem definíciós táblázatának soraihoz tartozó állapotátmeneteket. Az egyes ágak mellé írt 1–0 értékkombinációk az adott táblázatsorban szereplő bemeneti vezérlési kombinációkat jelölik.

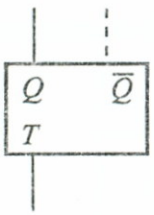


D_T	Q_{T+1}
0	0
1	1

$Q_{T+1} = D_T$

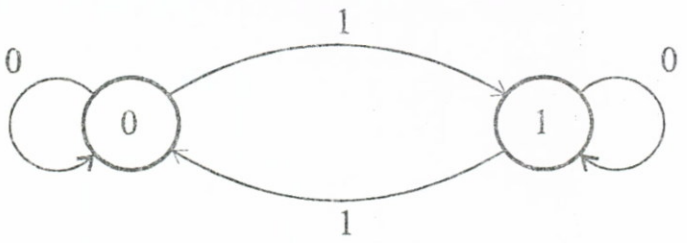


D

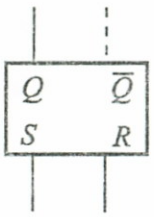


T_T	Q_{T+1}
0	Q_T
1	$\overline{Q}_T$

$Q_{T+1} = T_T \oplus Q_T$

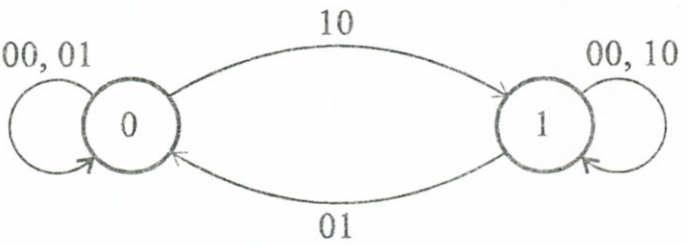


T



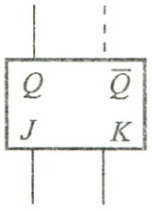
S_T	R_T	Q_{T+1}
0	0	Q_T
0	1	0
1	0	1
1	1	–

$$\begin{cases} Q_{T+1} = S_T + \overline{R_T} \cdot Q_T \\ S_T \cdot R_T = 0 \end{cases}$$



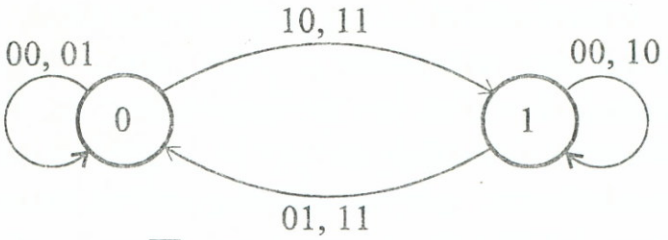
S – R

2–25. ábra: *Gyakoribb tárolóelem alaptípusok*



J_T	K_T	Q_{T+1}
0	0	Q_T
0	1	0
1	0	1
1	1	$\overline{Q_T}$

$$Q_{T+1} = J_T \cdot \overline{Q_T} + \overline{K_T} \cdot Q_T \left(+ J_T \cdot \overline{K_T}\right)$$



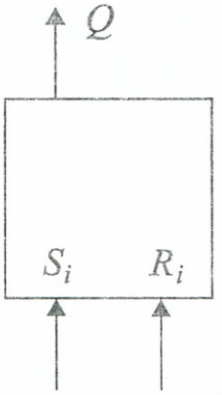
$J-K$

2–25. ábra: *Gyakoribb tárolóelem alaptípusok*

A szakirodalom a tárolóelemeket gyakran FLIP-FLOP-nak nevezi, utalva ezzel áramköri megvalósításaik két állapot közti ideoda „billenő" működésére, mely már a realizáció témakörébe tartozik, és amellyel egy későbbi fejezetben foglalkozunk.

Végezetül megemlítjük, hogy minden tárolóelem-típushoz hozzárendelhető egy ún. INVERZ tárolóelem, mely az eredetitől logikailag csupán annyiban különbözik, hogy a vezérlő bemenetek elé egy-egy INVERTER elemet kell képzelnünk. Például a 2–22a. ábra *S–R* tárolóelemének inverz változata látható az egyidejűleg módosult definíciós táblázattal együtt a 2–26. ábrán.

a.)



b.)

S_i	R_i	Q'
0	0	h
0	1	1
1	0	0
1	1	Q

c.)
$$\begin{cases} Q' = \overline{S}_i + R_i \cdot Q \\ S_i + R_i = 1 \end{cases}$$

2–26. ábra: *Inverz S–R tárolóelem jellemzői*

2.3. Digitális rendszerek kialakítása logikai modulok felhasználásával

Mint bevezetőben láttuk, a digitális rendszerek *diszkrét jelekkel* dolgoznak, ezért a logikai tárgyalásmód kétállapotú (IGAZ/HAMIS –1/0), diszkrét döntésekre alapozott működési technikája és eszközkészlete rendkívül előnyösen használható digitális berendezések kialakításához.

Valamely digitális feladat megoldásakor, annak logikai megfogalmazása és specifikálása után, meg kell határozni azokat a rendszerint összetett logikai függvényeket, melyek az adott feladatot matematikailag jellemzik. Ezt követően a kapott függvényeket logikai „számításokkal" a lehető legegyszerűbb, ún. minimál alakká kell átalakítani oly módon, hogy ez a minimál alak a korábban megismert elemi logikai függvények lehető legkevesebb műveleti szimbólumot (ún. kapu-elemet), továbbá tárolóelemet tartalmazó kombinációjával legyen felrajzolható.

A kapu- és tárolóelemeket megvalósító áramköröket napjainkban, mint modul „alkatrészeket" állítják elő, különféle specifikációs változatokban. Ezekkel az építőelemeket tárgyaló fejezetben részletesebben foglalkozunk.

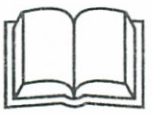
? 2.E. Ellenőrző kérdések

E.2.1. Mit nevezünk analóg rendszernek?
E.2.2. Mi az, hogy digitális?
E.2.3. Milyen leírásmódokat vezettünk be a logikai függvényekkel kapcsolatban?
E.2.4. Mit takarnak a SHEFFER, PEIRCE, ANTIVALENCIA, EKVIVALENCIA, INHIBÍCIÓ, IMPLIKÁCIÓ függvény elnevezések?
E.2.5. Mi a funkcionális teljesség, soroljunk fel néhány rendszert?
E.2.6. Mi a dualitás logikai függvényeknél?
E.2.7. Soroljunk fel néhány fontosabb BOOLE-algebrai azonosságot
E.2.8. Írjuk fel az E_5^3 és V_2^3 termeket és adjuk meg a formulát, mely közöttük kapcsolatot létesít
E.2.9. Adjuk meg a minterm $\leftrightarrow$ maxterm átalakítás lépéseit V–K táblákkal kapcsolatban, és mutassuk be az átalakítást egy felvett példán keresztül
E.2.10. Mutassuk be felvett példákon a logikai műveletek V–K táblák útján történő végrehajtását
E.2.11. Mutassuk be a függvény-minimalizálást V–K táblákkal egy felvett függvény diszjunktív, illetve konjunktív alakjából kiindulva
E.2.12. Mutassuk be egy felvett példán keresztül a részben meghatározott esetek felhasználását a minimál alak előállításánál.
E.2.13. Mi az információ egysége?
E.2.14. Miként állítható össze egy tárolóelem működési táblázata?
E.2.15. Mi jellemzi az *S–R* elemi tárolót?
E.2.16. Rajzoljon fel egy *S–R* tárolót megvalósító logikai hálózatot
E.2.17. Soroljon fel néhány további elemi tárolótípust és jellemezze őket
E.2.18. Mire szolgál az állapotgráf?
E.2.19. Mi jellemzi az inverz tárolóelemeket?
E.2.20. Milyen lépésekben foglalható össze egy digitális feladat logikai úton történő megoldása?

3. ELEKTRONIKUS ÁRAMKÖRÖK ÉPÍTŐELEMEI

3.1. Alkatrészek és konstrukció

A villamosságtani alapokat összefoglaló 1. fejezetben megismerkedtünk az elektromos ellenállás fogalmával, melyet *fizikailag* a vezető anyagnak, a rajta átáramló töltések vándorlását megnehezítő, „ellentartó" hatásaként értelmeztünk. Hasonló módon megismertük a kapacitás fogalmát, mely a töltéstároló-képességet, továbbá az induktivitás fogalmát, mely a mágneses tér és az áram kapcsolatát fejezte ki.



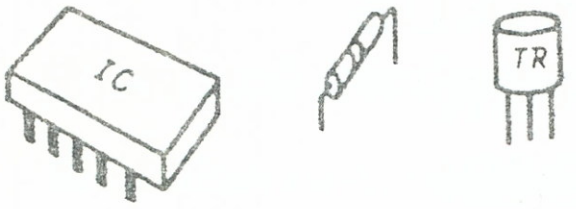
A villamos-berendezések tervezése és megvalósítása során, a számításokban matematikai absztrakcióként szereplő fizikai fogalmaknak és jelenségeknek (pl. ellenállás, kapacitás, induktivitás stb.) *alkatrészek* formájában történő megvalósítása válik szükségessé. Az alkatrészek segítségével a matematikai modellel leírt, specifikált összetett műszaki feladatot megoldó berendezés összerakhatóvá, megépíthetővé válik.

Napjainkban az alkatrészeket ritkán készítik egyedileg, valamely adott feladathoz kiszámított paraméterekkel. A mai gyakorlatban a gyárak szabványosított értéksorozatú alkatrészválasztékot kínálnak, melyekből az adott, kiszámított értékhez legközelebbi paraméterű alkatrészt építjük be a megépítendő berendezésbe.

Az absztrakt fogalmakként megismert, passzív tulajdonságú ellenállást, kapacitást, induktivitást alkatrész formájában megvalósítható eszközöket: *ellenállás*nak, *kondenzátor*nak, *tekercs*nek nevezzük.

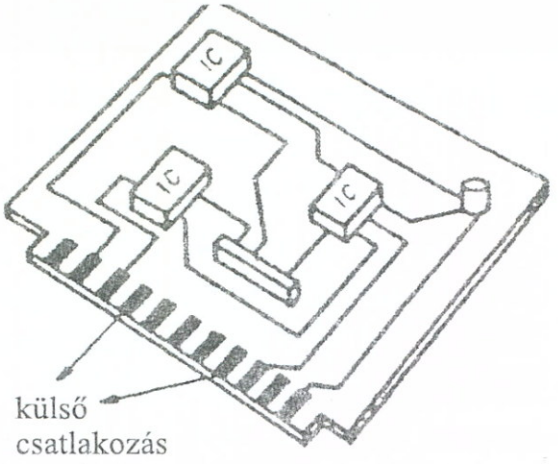
A továbbiak során – mint látni fogjuk – számos egyéb aktív és passzív tulajdonságú alkatrész bevezetésére is sor kerül.

A félvezetők és integrált áramkörök kifejlesztése következményeként az alkatrészek összetettebb, bonyolultabb feladatokat is megoldani képes többfunkciós eszközökké váltak, ezért manapság a tervezők-építők számára, a „magas intelligenciájú" építőelem készlet segítségével, korábban elképzelhetetlennek tűnő nagyságú rendszerek létrehozására nyílt lehetőség.



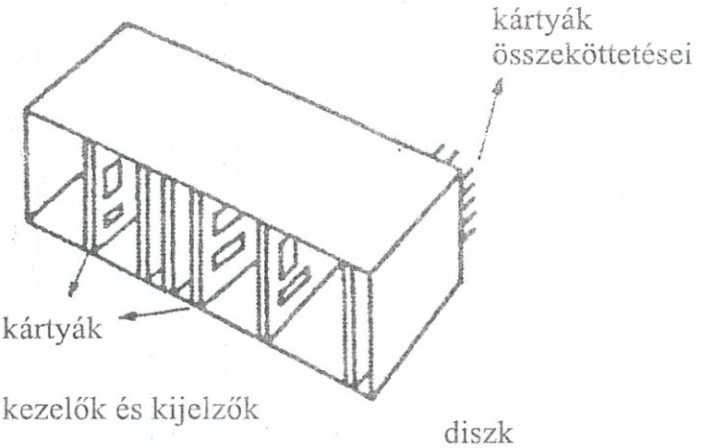
IC
ÉPÍTŐ ELEMEK

a)



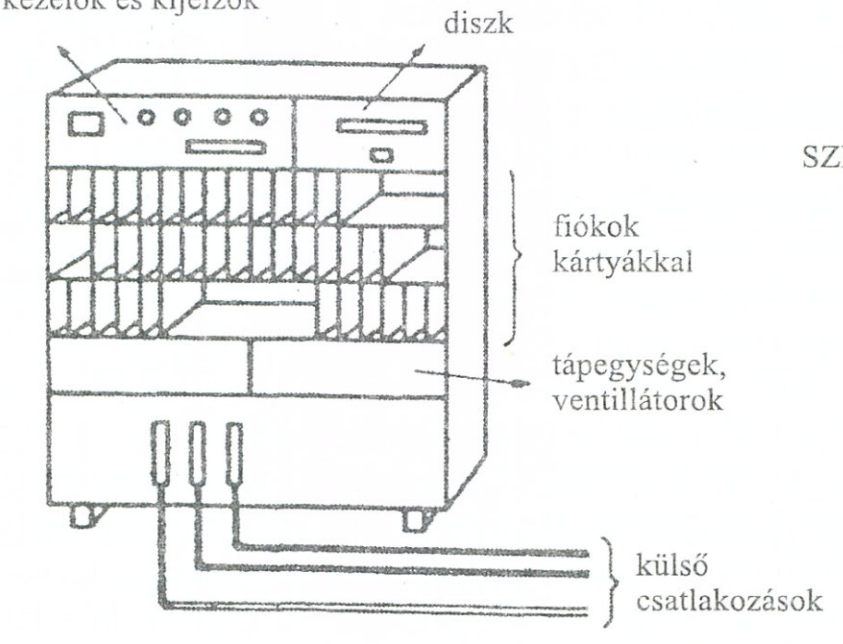
NYOMTATOTT
ÁRAMKÖRI
KÁRTYA

b)



FIÓK

c)



SZEKRÉNY

d)

3-1. ábra *Elektronikus berendezés felépítése*

Az elektronikus alkatrészekből felépülő berendezések *konstrukciós kialakítása* napjainkban, egy kialakult hardver felépítési hierarchia keretében történik. Ezt a hierarchiát szemlélteti a 3-1. ábra.

Mint látható, a rendszer legkisebb elemei az *alkatrészek* (ellenállások, kondenzátorok, tekercsek, diódák, tranzisztorok, integrált áramkörök stb.), melyeket *nyomtatott áramköri kártyák*ba „ültetik", majd többnyire forrasztással rögzítik. A közöttük szükséges összeköttetéseket a kártyákra felvitt fém-fólia csíkok (nyomtatott áramköri összeköttetések) biztosítják.

A kártyákat dugaszolható foglalatokat tartalmazó *fiókok*ba kell behelyezni, a behelyezést vezető lécek könnyítik meg. A kártyák egymás közötti további kapcsolatait a foglalatok hátoldalán kivezetett csatlakozó-sávok biztosítják huzalozott összeköttetéseik révén.

A fiókokat *szekrényekbe* gyűjtik össze, melyek csatlakozásai révén a fiókok összeköttetései biztosíthatók.

A szekrényekben a fiókok mellett az elektronikus berendezés további szükséges egységei és szerelvényei is helyet találnak. Ilyenek például az áramellátást biztosító tápegységek, klímaberendezések, külső kapcsolatokat biztosító kábel-rendezők és csatlakozók, a berendezés működtetéséhez szükséges klaviatúrák, kijelzők, kapcsolók, háttértárak és egyéb perifériális eszközök.

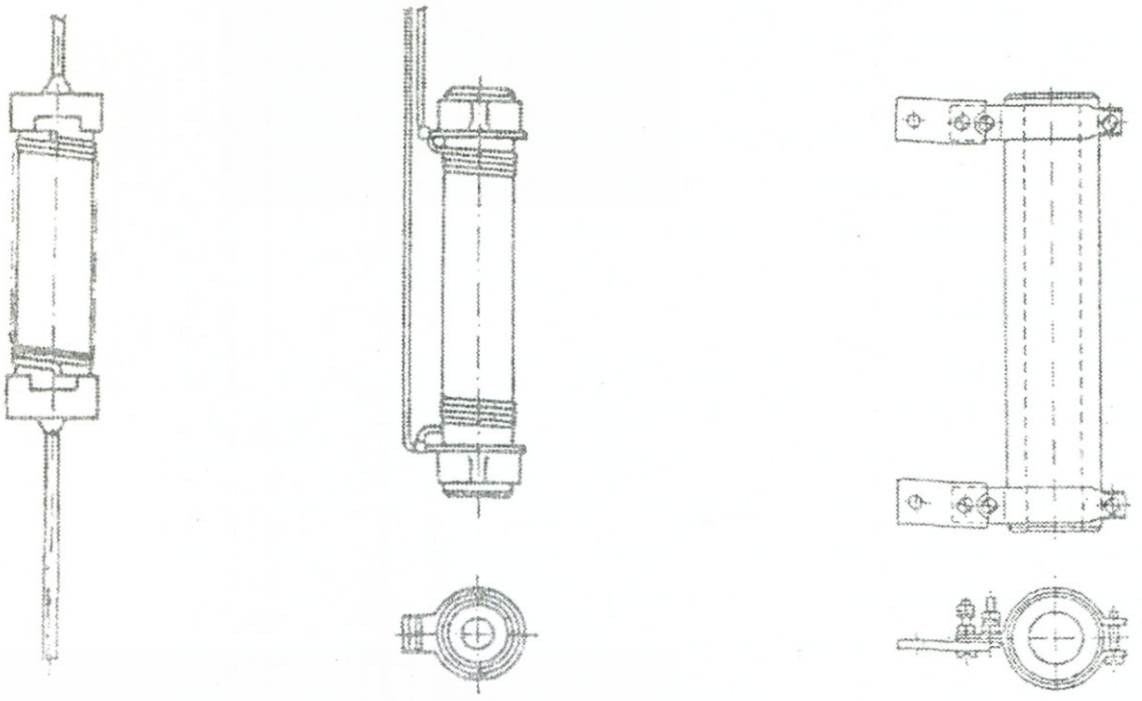
A konstrukció rendkívül szerteágazó kérdéskörével más irodalmi források foglalkoznak részletesebben.

3.2. Ellenállások

Állandó ohmos ellenállással rendelkező alkarészeket többféle technológia alapján készítenek.

Huzalellenállások. Történelmileg klasszikusnak tekinthetők a huzalellenállások, melyeket adott ρ fajlagos ellenállású és adott átmérőjű ellenálláshuzalnak kívánt hosszúságban egy szigetelő hordozóra történt feltekercselésével állítanak elő az (1.21) összefüggés alapján. Néhány huzalellenállás-változat tanulmányozható a 3-2. ábrán, a külső csatlakozásokat bilincs, kupak stb., segítségével oldják meg.

A huzalellenállások a feltekercselés révén tekercsként is működnének, így velük kapcsolatosan L induktivitás is megjelenhetne. Ezt az együttességet néhány gyakorlati esetben ugyan kihasználják, de általánosságban az alkatrésznek tisztán ohmos tulajdonságokat kell mutatnia. Emiatt a huzalok feltekercselése *bifilárisan* történik, mi-

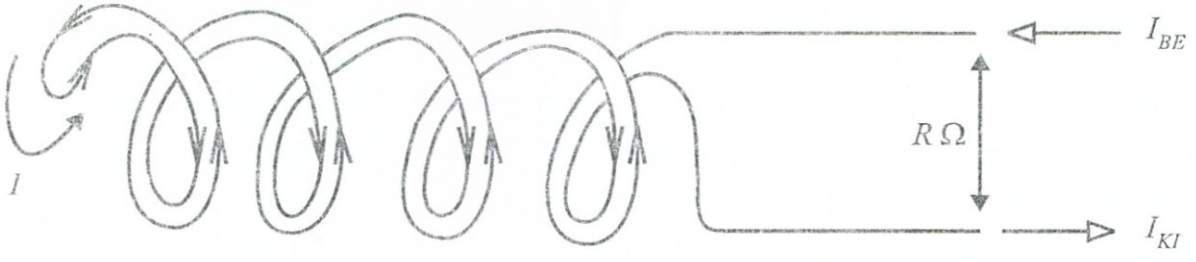


3-2. ábra *Huzalellenállás változatok*

nek révén a bal- és jobbsodrású tekercselési irányok induktív hatása egymást kompenzálja (3-3. ábra).

Rétegellenállások. A legelterjedtebb, tömeggyártású rétegellenállásoknál, adott fajlagos ellenállású (fémoxid, szén, félvezető stb.), vékony vezetőréteget hordanak fel egy szigetelő testre, így egy kívánt értékű fix ellenállással rendelkező „csövet" kapnak. A technológia meglehetősen, nagy értékszórása miatt a névleges értékbeállítást rendszerint után-köszörülési művelettel biztosítják. Rétegellenállások láthatók a 3.4 ábrán.

Integrált áramköri ellenállásoknál félvezető-technológiai eszközöket használnak és a műveletek során mind a ρ fajlagos ellenállást,



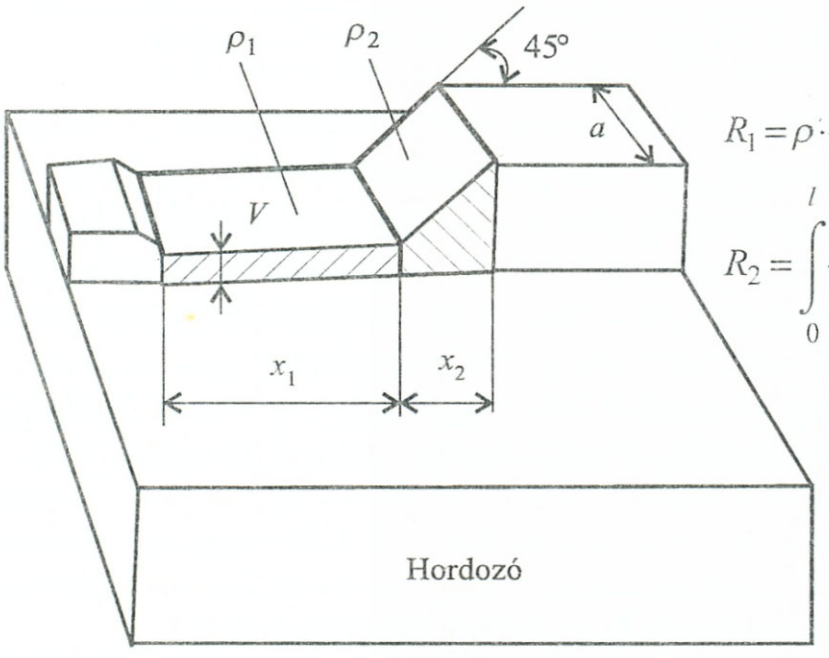
3-3. ábra *Bifilárisan tekercselt huzalellenállás*

3-4. ábra *Rétegellenállás változatok*

mind a vezető keresztmetszetét változtatják. Ilyenkor az (1.21) összefüggésben ρ és A nem állandók, hanem a hely függvényei: $A = A(l)$ Emiatt az ellenállás kiszámításánál a (3.1) összefüggést használják:

$$R = \int_0^l \frac{\rho(l)}{A(l)} dl \tag{3.1}$$

3.1. Példa: Szemléltetésül a 3-5. ábrán egy integrált áramköri részletet rajzoltunk fel a geometriai méretek feltüntetésével. Az alap-hordozón levő két sraffozott vezető darab eltérő (ρ_1, ρ_2) fajlagos ellenállású. A sraffozott részek eredő ellenállásának kiszámításánál az eltérő ρ-k miatt külön-külön kell őket vizsgálnunk. Mint látható, a bal oldali résznél az $A_1 = a \cdot v$ keresztmetszet és a ρ_1 fajlagos ellenállás állandók, így a klasszikus (1.21) formula használható. A jobb oldali résznél ρ_2 ugyan állandó az x_2 hosszon, viszont az l függvényében $A_2 = A_2(l) = a(v + l)$ lineáris függvény szerint változik. Emiatt a (3.1) összefüggést kell használnunk. A számítás részletezése és az eredő ellenállás a 3-5. ábrából leolvasható.



$$R_1 = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho_1 \frac{x_1}{a \cdot v}$$

$$R_2 = \int_0^l \frac{\rho(l)}{A(l)} dl = \rho_2 \int_0^{x_2} \frac{dl}{a \cdot (v+l)} = \frac{\rho_2}{a} \left(\ln \frac{v+x_2}{v} \right)$$

Eredő: $R = R_1 + R_2$

3-5. ábra *Ellenállás változó ρ és A paraméterekkel*

3.2.1. Szabványos értéktáblázatok

Az alkatrészként gyártott ohmos ellenállásokat az IEC nemzetközi szabvány által előírt:

- névleges ellenállás,
- tűrésosztály,
- minőségi osztály,
- teljesítmény

érték- és kategória-táblázatok szerint állítják elő.

Az ellenállás *értéktűrését* a (3.2) formulával jellemezzük, mely az *eltérés* és a *névleges érték* hányadosát foglalja magában, %-ban kifejezve:

$$\frac{\Delta R}{R_n} \ (\%) \tag{3.2}$$

Sorozat	E6	E12	E24	E48	E96	E192
±%	20	10	5	2,5	1	0,5
Felhasználási területek	M	K	J	G	F	D
	Közszükségleti					
			Híradás- és irányítástechnika			
				Professzionális, katonai		

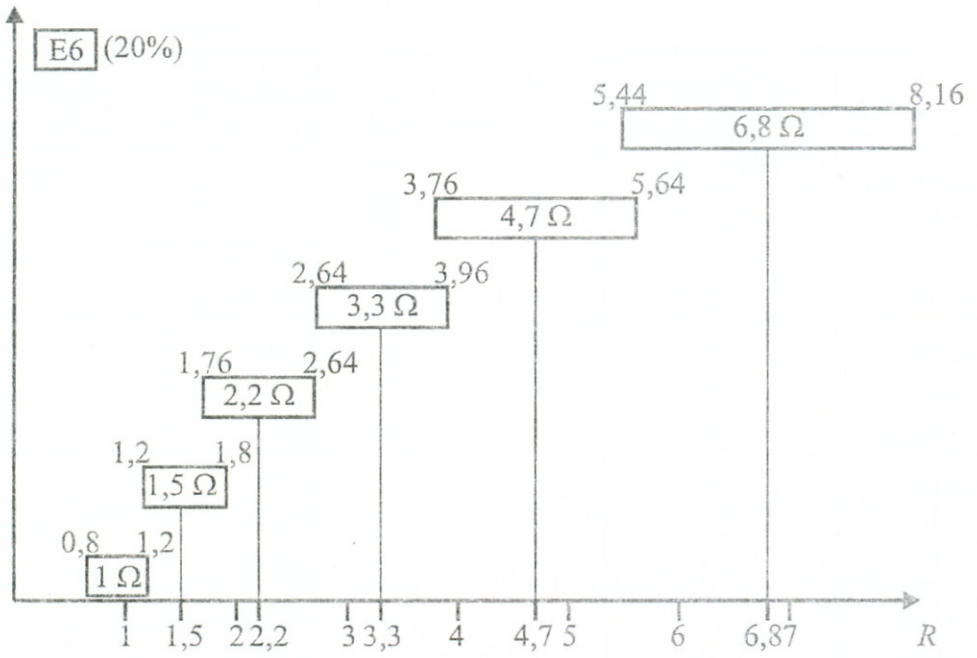
3–6. ábra *Tűrésmező csoportok és felhasználás*

A tűrésosztályokat a 3-6. ábra szerint szabványosították. (A táblázat nemcsak ellenállásoknál, hanem például kondenzátoroknál is irányadó.)

A *névleges* ellenállásértékeket a tűréssorozatoknál úgy választották meg, hogy az egyes névleges ellenállás-lépcsőkhöz tartozó tűrésmezők egymást legalább érintsék. Így az idézett szabvány pl. az E6 (20%), legdurvább sorozatot a 3-7. ábrával jellemzi:

Belátható, hogy szigorúbb tűrésmezőknél a névleges értékeket sűríteni kell, a tűrésmezők „összeérésének" biztosítása érdekében.

Az IEC névleges ellenállásértékek táblázatát *egy dekádra* vonatkoztatva a 3-8. ábrán gyűjtöttük ki az E6, E12, E24 osztályok esetére. Mint látható, egy finomabb tűrésű osztály a szomszédos durvább osztály egy-egy értékét két-két finomabb értékkel fedi le.



3-7. ábra *Névleges ellenállásértékek a tűrésmezőkkel (20%-os sorozat)*

E6 (± 20%)	1,0				1,5				2,2				3,3				4,7				6,8			
E12 (± 10%)	1,0		1,2		1,5		1,8		2,2		2,7		3,3		3,9		4,7		5,6		6,8		8,2	
E24 (± 5%)	1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,7	3,0	3,3	3,6	3,9	4,3	4,7	5,1	5,6	6,2	6,8	7,5	8,2	9,1

3–8. ábra *E6, E12 és E24 jelű IEC szabvány szerinti ellenállás-sorozatok*

A névleges értékek, mint említettük, dekádokra vonatkoznak, a gyakran előforduló dekádokat a 3-9. ábra táblázatában foglaltuk össze.

Az egyes legyártott ellenállásokon az általuk képviselt ellenállásértéket fel kell tüntetni. Korábbiakban ez a tényleges számértéknek és tűréshatárnak a „felfestésével" történt. Jelenleg az értékmegadás legtöbbször a nemzetközi *gyűrűs színkóddal* történik, az egyes felfestett gyűrűk pozícióinak és színeinek kombinálásával. A szabvány

Névleges ellenállásértékek dekadikus szorzói: $10^n\ \Omega$												
n:	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3–9. ábra *Ellenállás dekádok*

Színjelölés	az 1. gyűrű az 1. számérték	a 2. gyűrű a 2. számérték	a 3. gyűrű a szorzó	a 4. gyűrű a tűréshatár
Színtelen	–	–	–	± 20%
Ezüst	–	–	$10^{-2}\ \Omega$	± 10%
Arany	–	–	$10^{-1}\ \Omega$	± 5%
Fekete	0	0	$10^{0}\ \Omega$	
Barna	1	1	$10^{1}\ \Omega$	± 1%
Vörös	2	2	$10^{2}\ \Omega$	± 2%
Narancs	3	3	$10^{3}\ \Omega$	
Sárga	4	4	$10^{4}\ \Omega$	
Zöld	5	5	$10^{5}\ \Omega$	± 0,5%
Kék	6	6	$10^{6}\ \Omega$	
Ibolya	7	7	$10^{7}\ \Omega$	
Szürke	8	8	$10^{8}\ \Omega$	
Fehér	9	9	$10^{9}\ \Omega$	

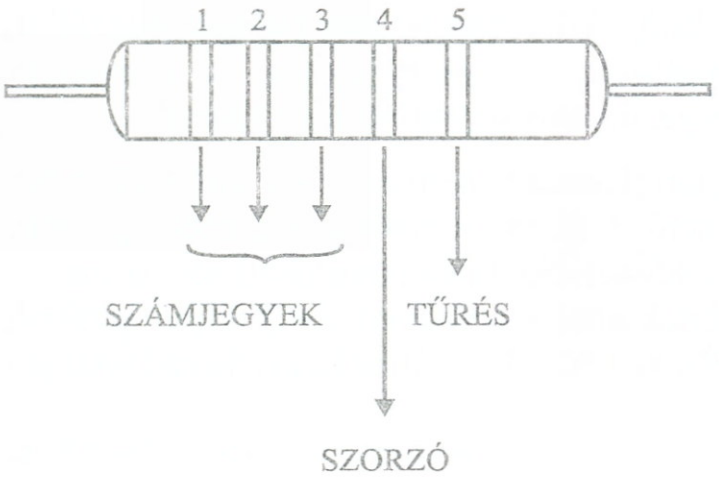
a) Négygyűrűs színkód

Színjelölés	az 1. gyűrű az 1. számérték	a 2. gyűrű a 2. számérték	a 3. gyűrű a 3. számérték	a 4. gyűrű szorzó	a 5. gyűrű a tűréshatár
Színtelen	–	–	–	–	± 20%
Ezüst	–	–	–	$10^{-2}\ \Omega$	± 10%
Arany	–	–	–	$10^{-1}\ \Omega$	± 5%
Fekete	–	–	–	$10^{0}\ \Omega$	
Barna	1	1	1	$10^{1}\ \Omega$	± 1%
Vörös	2	2	2	$10^{2}\ \Omega$	± 2%
Narancs	3	3	3	$10^{3}\ \Omega$	
Sárga	4	4	4	$10^{4}\ \Omega$	
Zöld	5	5	5	$10^{5}\ \Omega$	± 0,5%
Kék	6	6	6	$10^{6}\ \Omega$	
Ibolya	7	7	7	$10^{7}\ \Omega$	
Szürke	8	8	8	$10^{8}\ \Omega$	
Fehér	9	9	9	$10^{9}\ \Omega$	

b) Ötgyűrűs színkód

3–10. ábra *Ellenállások négy- és ötgyűrűs nemzetközi színkódja*

az E6, E12, E24 sorozatokra négy-gyűrűs, az E48, E96, E192 sorozatokra (a több helyérték miatt) öt-gyűrűs kódokat javasol. A 4-, és 5-gyűrűs kódtáblázatok IEC jelölésmódját a 3-10. ábra a., és b. táblázataiban foglaltuk össze.



1 – NARANCS	3
2 – KÉK	6
3 – NARANCS	3
4 – ARANY	10^{-1}
5 – BARNA	1%

$R = 36{,}3\ \Omega \pm 1\%$

3-11. ábra *Ötgyürüs szinkód leolvasása ellenállásnál*

3.2. Példa: Tegyük fel, hogy kezünkbe került a 3.11. ábrán látható ellenállás, határozzuk meg, hogy mekkora az értéke. A 3-10. ábra b. táblázatából kiolvasva kapjuk a tényleges ellenállásértéket.

3.2.2. Teljesítményviszonyok, hőfokfüggés

Ha a megengedettnél nagyobb áramot kényszerítünk át az ellenálláson, akkor az előbb-utóbb leég, mivel az (1.34) összefüggés szerint

$$P = I^2 \cdot R \quad \text{(Watt)}$$

teljesítményt nem tudja disszipálni.

Emiatt az ellenállások specifikálásánál megadják azt a legnagyobb teljesítményt, amire az ellenállás igénybevehető. A terhelési osztályokat a 3-12. ábra táblázatában soroltuk fel.

Ellenállások névleges terhelhetőségi osztályai										
Watt:	0,05	0,1	0,25	0,5	1	2	3	6	10	20

3–12. ábra

Az anyagok fajlagos ellenállása változik a hőmérséklet függvényében. Az ellenállás-változást jó közelítéssel leíró összefüggések (3.3) szerint:

$$\begin{aligned} \rho_\vartheta &= \rho_0\left[1+\alpha_R\left(\vartheta-\vartheta_0\right)\right]=\rho_0\left(1+\alpha_R\Delta\vartheta\right) \\ R_\vartheta &= R_0\left[1+\alpha_R\left(\vartheta-\vartheta_0\right)\right]=R_0\left(1+\alpha_R\Delta\vartheta\right) \end{aligned} \qquad (3.3)$$

ahol: ρ_0, R_0 – a kiinduló ϑ_0 hőfokhoz tartozó fajlagos ellenállás, ill. ellenállás

α_R – hőfoktényező, mely anyagonként változik.

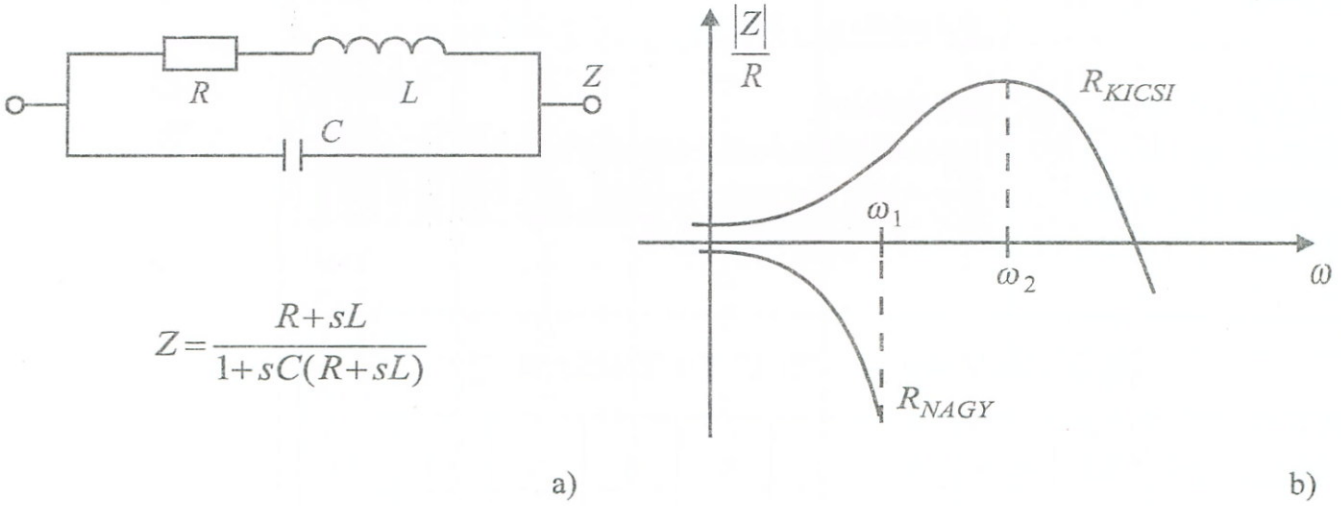
az α_R értékét táblázatok tartalmazzák, nem túl nagy intervallumban értéke állandónak tekinthető. A fémek túlnyomó részénél α_R értéke pozitív, így ellenállásuk a hőmérséklet növekedésével növekszik.

Az ellenállások hőmérséklettel kapcsolatos viselkedését gyakran az alábbi (relatív megváltozás 1 °C hőfokváltozásra) hányadossal jellemzik:

$$\frac{\Delta R / R_n}{\Delta \vartheta} \quad (\%/\mathrm{C}^\circ) \tag{3.4}$$

3.2.3. Nagyfrekvenciás viselkedés

Nagyfrekvenciás rendszerekben az ellenállások (felépítésük révén) kapacitív és induktív tulajdonságokat is mutatnak, így viselkedésük egy *impedancia-modellel* helyettesíthető. A helyettesíthető modellt a 3-13. ábrán rajzoltuk fel.



3-13. ábra *Ohmos ellenállás helyettesítő képe és frekvenciafüggése*

Alacsony frekvencián a reaktáns összetevők elhanyagolhatók az R mellett, de magasabb frekvencián az sL hozzáadódva növeli az R ellenállást, ugyanakkor az $\frac{1}{sC}$ söntölő hatása csökkenti az ellenállás névleges értékét. Látható, hogy itt az R, L, C értékek egymás közötti viszonya lényegesen befolyásolja a frekvencia-karakterisztikát.

A frekvencia-karakterisztika felrajzolása érdekében célszerű átrendezni a 3-13a. ábra impedancia függvényét a következő formába:

$$Z=\frac{R+sL}{1+sC(R+sL)}=R\frac{1+\frac{s}{\omega_1}}{1+\frac{1}{Q}\cdot\frac{s}{\omega_2}+\left(\frac{s}{\omega_2}\right)^2}$$

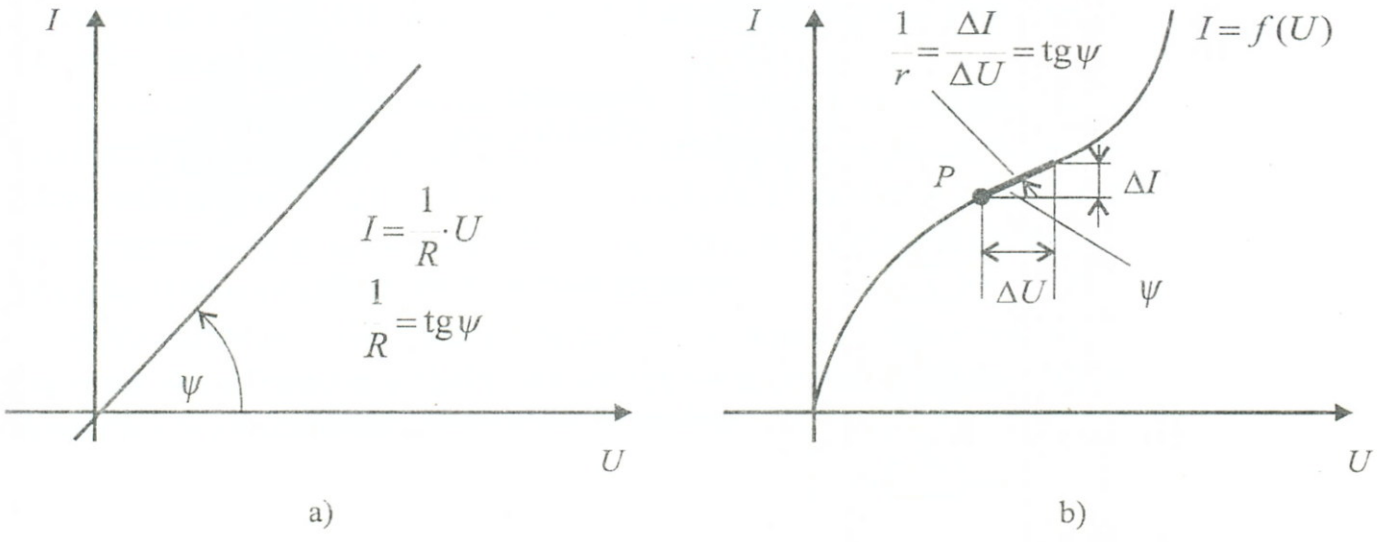
ahol a jelölések a következők:

$$\omega_1=\frac{R}{L},\quad \omega_2=\frac{1}{\sqrt{LC}},\quad Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Fenti függvényből $R_{kicsi}(Q>>0{,}5)$ és $R_{nagy}(Q<<0{,}5)$ esetekre felrajzolhatók a frekvencia-karakterisztikák a 3.13b. ábrának megfelelően.

3.2.4. Lineáris, nem-lineáris jelleggörbe

Az (1.17) Ohm-törvényben az R ellenállást, mint az áram-feszültség lineáris kapcsolatát meghatározó állandót tekintettük, mely az $I = f(U)$ jelleggörbe (az Ohm-törvény esetében egyenes) iránytangensét határozta meg (3-14a. ábra). A lineáris jelleggörbéhez tartozó ellenállásokat *lineáris ellenállás*oknak nevezzük. Előfordulnak olyan esetek, ahol eleve egy nem-lineáris karakterisztika előállítása a feladat, ilyenkor *nem-lineáris ellenállás*okat alkalmazunk. Nem-lineá-



3-14. ábra *Lineáris és nemlineáris I = f(U) jelleggörbék*

ris karakterisztika állhat elő (akaratunk ellenére is), ha például az ellenállás hőfok-, vagy frekvenciafüggése eltorzítja az eredetileg lineáris karakterisztikát. Nem-lineáris karakterisztikát szemléltet a 3-14b. ábra.

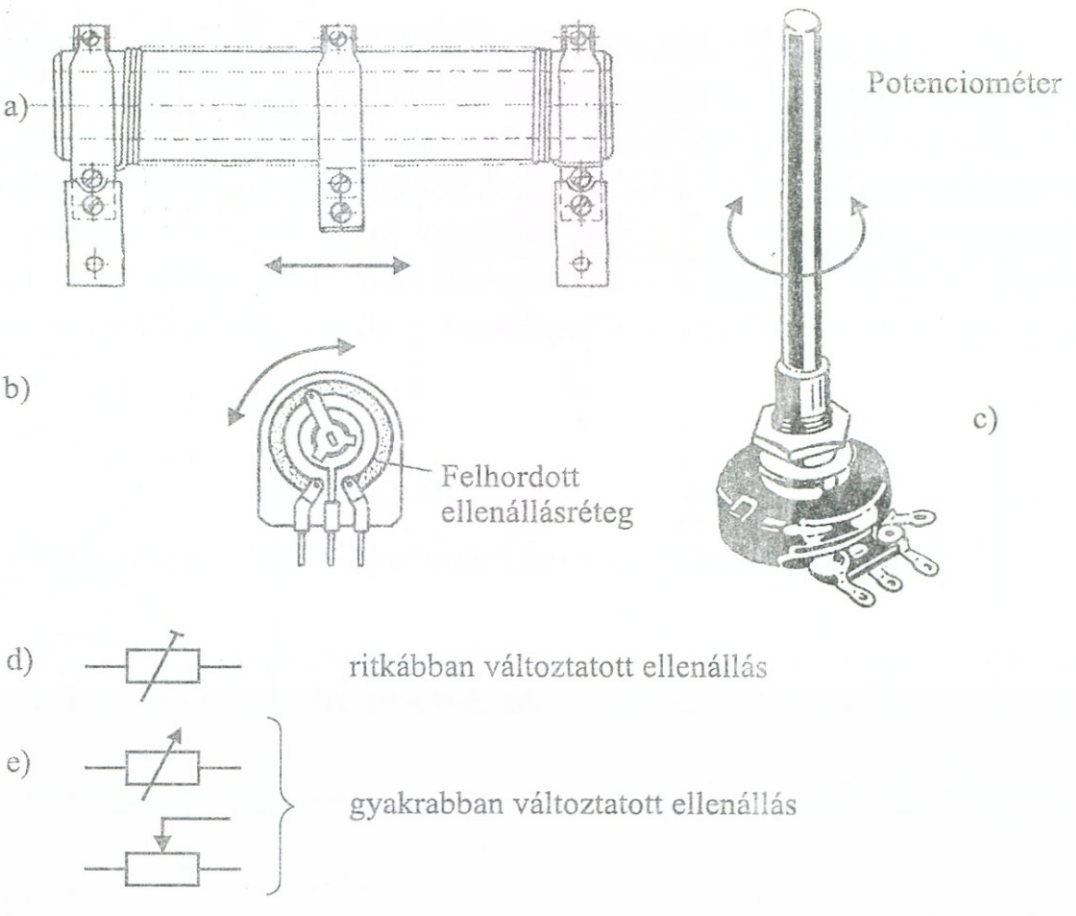
Nem-lineáris karakterisztika esetén bevezethető a differenciális ellenállás fogalma, mely egy adott *P* függvényhely nem túl nagy környezetében linearizált formában jellemzi az áramfeszültség kapcsolatot a 3-14b. ábrán ábrázolt módon.

Nem-lineáris ellenállással rendelkező eszközökkel a továbbiak során több esetben fogunk találkozni.

3.2.5. Állandó és változtatható ellenállások

A felhasználás során szükség lehet olyan ellenállásokra, melyek értékét ritkábban vagy gyakran meg kell változtatnunk. Ezeket, az eddigi *állandó* ellenállásokkal szemben *változtatható* ellenállásoknak nevezzük.

Változtatható ellenállásokkal kapcsolatos a 3-15. ábra. A 3-15a. esetben, a klasszikus huzalellenállást egy eltolható, mozgó bilinccsel



3–15. ábra *Változtatható ellenállástípusok és rajzjelek*

„megcsapoljuk", így nullától vagy egy minimális ellenállástól (maradék ellenállás) a maximális értékig minden ellenállásértéket beállíthatunk.

A 3-15b. ábrán egy forgócsúszkás rétegellenállás vázlata látható. Ennél a csúszka és a körív mentén felhordott ellenállás-réteg valamelyik végpontja között állítható be tetszés szerinti ellenállásérték a két végpont által meghatározott maximumon belül.

A gyakorlati felhasználás során adódnak olyan esetek, mikor a változtatható ellenállást *ritkán* változtatjuk (pl. egyszer az adott körülmények szerint beállítjuk és utána nem kell módosítani az értéket). Adódnak viszont olyan felhasználási esetek, amikor *gyakran* változtatni kell a beállítást (pl. rádiókészülék hangerő-szabályozása). A felhasználás eltérő módja kihat a konstrukcióra is. Például a 3-15a. ábra mozgatható bilincses ellenállását nehézkes megoldása miatt csak ritkán célszerű változtatni, vagy a 3-15b. ábra forgó csúszkás ellenállással kevésbé robusztusra kell kialakítani, ha ritkán változtatjuk. Gyakori változtatásnál a robosztusabb, merevebb mechanikai felépítésű megoldásokat építik be a berendezésbe. Egy ilyen, ún. *forgó potenciométert* mutat a 3-15c. ábra.

A változtatható ellenállásokat külön rajzjelek szemléltetik a műszaki rajzokon. Ilyenekre láthatunk példákat a 3-15d, e. ábrákon.

Huzalellenállásoknál az ellenállásváltozás többnyire lineáris függvénye az elmozdulásnak. Rétegellenállásoknál a felhordott réteg fajlagos ellenállásának, ill. geometria méreteinek változtatásával (lásd 3.1. példa) különféle $R = R(l)$, $R = R(\varphi)$ ellenállás-elmozdítás függvénykapcsolatok valósíthatók meg. Például akusztikus rendszerekben az emberi fül logaritmikus biológiai karakterisztikájához alkalmazkodva, a „hangerősítő" potenciométereket ugyancsak logaritmikus karakterisztikával állítják elő, így a fül az elmozdítással arányosnak észleli a hangerősödést.

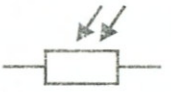
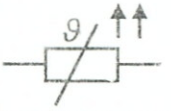
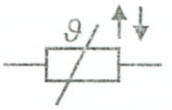
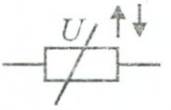
A csúszkáknak az ellenállásközegen való gyakori mozgása számos problémát vet fel (nem folyamatos érintkezés, kopás, zaj, csúszkanyomás átmeneti ellenállása stb.), melyek kivédése – különösen igényesebb alkalmazási esetekben – komoly technológiai és konstrukciós feladatot jelent.

A változtatható ellenállások jellemző névleges értéke a maximális érték. Az ellenállás terhelhetőségének watt értékét mindig a teljes hosszra vonatkoztatják.

3.2.6. Külső hatás következtében változó ellenállások

Az ellenállások jellegzetes csoportját képezik a valamely külső hatás függvényében értéküket változtató ellenállások. Alkalmazásuk különösen a mérés-, és szabályozás-technikában került előtérbe.

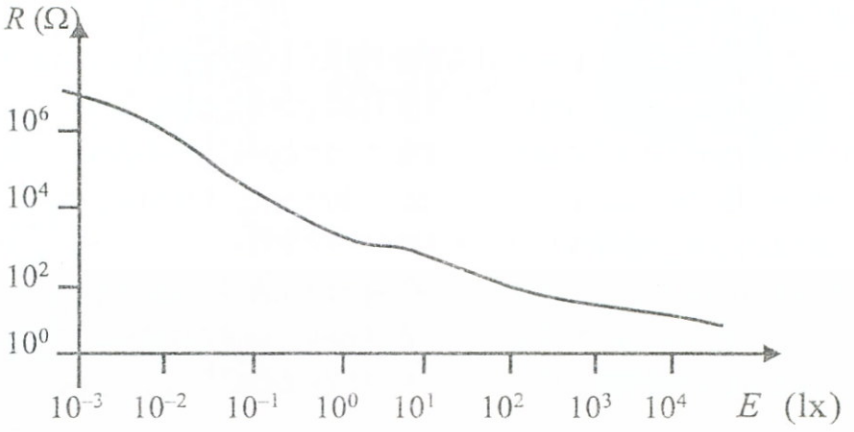
A továbbiakban a 3-16. ábra táblázatában felsorolt típusokat vizsgáljuk meg részletesebben.

Típus és külső hatás	Rajzjel
Fotoellenállás: fényváltozás	
Termoellenállás: PTC melegedéskor növekszik	
Termoellenállás: NTC melegedéskor csökken	
Feszültségfüggő: VDR feszültségváltozás	

3–16. ábra *Külső hatásra változó ellenállások*

Fotoellenállás

A fotoellenállás ellenállásértéke a megvilágítás erősségétől függ a (3.5) összefüggés szerint, melyhez tartozó karakterisztika a 3-17. ábrán látható



3-17. ábra *Fotoellenállás megvilágitási karakterisztikája*

$$R \approx E^{-\gamma} \tag{3.5}$$

R – az ellenállás (Ω)
E – a megvilágítás erőssége (lx)
γ – 0,5...1 típustól függő kitevő

A fotóellenállás független az átfolyó áramtól és a feszültségtől. Kedvező tulajdonság, hogy az $R_{sötét}/R_{világos}$ ellenállás-arány 10^6 körüli érték is lehet. A γ kitevő nem teljesen állandó, sötét állapot felé haladva értéke növekszik.

A fotoellenállások működési késleltetéssel rendelkeznek, ami azt jelenti, hogy egy adott megvilágításhoz tartozó ellenállásérték „beállásához" bizonyos ideig várni kell. Ez a várakozási idő az erősebb megvilágítások felé haladva csökken, például 1 lux megvilágításnál még több másodperc, de 1000 lux körül már csak néhány ms. További jellegzetesség az alacsonyabb megvilágítási tartományokhoz tartozó nagyobb hőfokfüggőség.

Igen kedvező tulajdonság a több Wattos terhelhetőség.

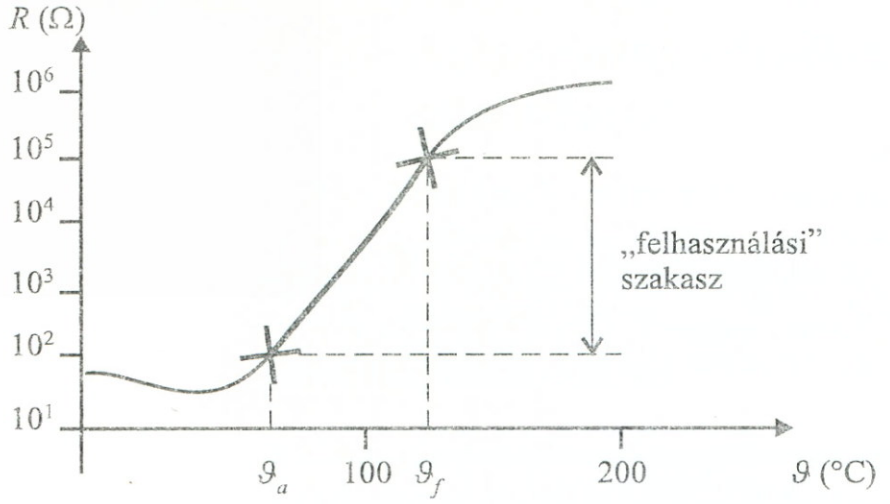
A legelterjedtebb fotoellenállás anyagok a kadmiumszulfid, ólomszulfid stb., az anyagok változtatása kihat a fényhullámhossz tartományokban tanúsított érzékenységre is.

Melegedéskor növekvő termoellenállás

Ennél az ellenállás-típusnál a külső hőmérséklet növekedésekor az ellenállásérték meredeken növekszik. A jelenség oka az, hogy az α hőfoktényező (3.3) a közönséges ellenállásokhoz viszonyítva erősebben hőfokfüggő és hőfoknövekedéskor maga is növekszik. Az effajta hőfoktényezőt *pozitív*nak tekintjük, és az ilyen tulajdonságú ellenállásokat PTC (Positive Temperature Coefficient) ellenállásoknak is nevezzük. A PTC ellenállás hőmérsékleti karakterisztikáját a 3-18. ábrán rajzoltuk fel.

Mint látható, a pozitív hőmérsékleti tényezőnek megfelelő és a felhasználás szempontjából előnyösnek tekinthető közel lineáris szakasz a görbének csak a ϑ_a–ϑ_f intervallumában valósul meg, a kezdeti szakaszon még ellenállás-csökkenéssel (negatív hőmérsékleti tényezővel) is számolni kell.

Már a közönséges ellenállások esetén is láttuk, ha a rajtuk átfolyó áram felmelegíti őket, ami további ellenállásváltozást okoz. Ez a hatás a termo-ellenállásoknál is megjelenik, emiatt az alkalmazásoknál el kell különíteni a külső hőmérséklet-változásból, illetve a saját felmelegedésből adódó hatásokat. Amennyiben például, súlyozottan a



3-18. ábra *Melegedéskor növekvő termoellenállás (PTC) hőmérséklet-ellenállás karakterisztikája*

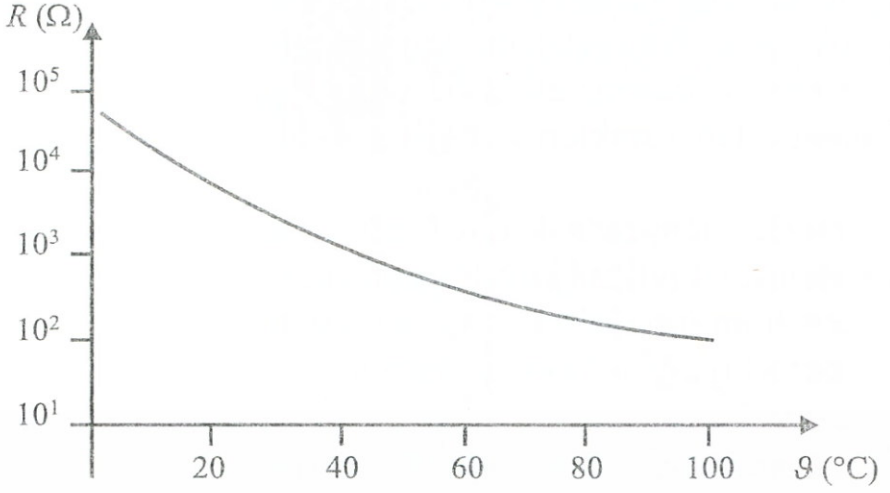
külső hőmérséklet változását kívánjuk felhasználni, ilyenkor a PTC ellenálláson átfolyó áramot olyan alacsony értéken kell tartanunk, hogy a disszipált, *saját felmelegedést* okozó teljesítmény számottevően ne zavarja a külső hőmérséklet hatását.

A legelterjedtebb PTC ellenállás-anyagok a titanát-kerámia családba tartoznak.

Melegedéskor csökkenő termo-ellenállás

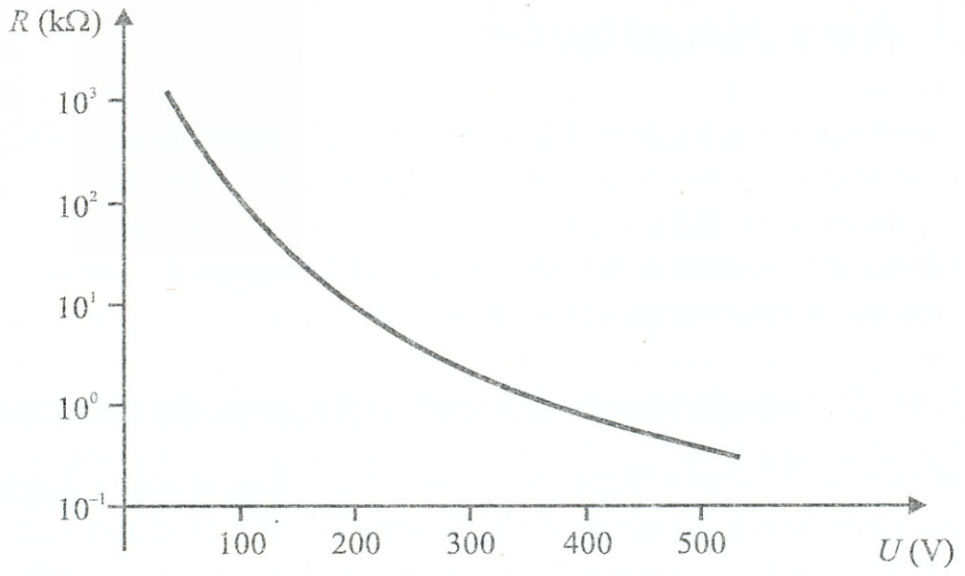
Ennél az ellenállástípusnál a hőmérséklet növekedésekor fellépő, *csökkenő* ellenállásérték a *negatív α hőfoktényező* hatásának köszönhető, ezért az ilyen tulajdonságú ellenállásokat NTC (Negative Temperature Coefficient) ellenállásoknak is nevezzük. Egy NTC ellenállás karakterisztikáját szemlélteti a 3-19. ábra.

Az NTC ellenállások jellemzésére a katalógusok többféle adatot közölnek a szokásosnál. Így megadnak egy névleges ellenállásértéket (pl. 20 °C-on), megadják a lehűlési időfaktort, mely megmutatja, hogy a maximálisan terhelt ellenállás hány másodperc alatt duplázza meg az értékét, megadják a megengedett hőmérsékleti határokat a lehetséges maximális terhelés és terheletlen üzemmód esetén. Az NTC ellenállások hőfoktényezői: $\alpha \approx -0{,}02 \sim -0{,}07/°C$ értékek.



3-19. ábra *Melegedéskor csökkenő termoellenállás (NTC) hőmérséklet-ellenállás karakterisztikája*

Az elterjedtebb NTC ellenállás-anyagok vas-, nikkel-, kobalt-oxidok és különféle titán-vegyületek.



3-20. ábra *Feszültségfüggő ellenállás (VDR) és a vezérlő feszültség*

Feszültségfüggő ellenállás

Ennél az ellenállás-típusnál az ellenállás csatlakozási pontjain mérhető „vezérlő"-feszültség külső megváltoztatásának hatására maga az ellenállás is megváltozik. Mivel a pillanatnyi érték a feszültség függvénye, ezért az ilyen ellenállásokat VDR (Voltage Dependent Resistor) ellenállásoknak is nevezik. Az ellenállásérték megváltozása ellentétes irányú, mint a *vezérlő feszültség-változtatás* iránya, de független a feszültség polaritásától. A feszültség-ellenállás jelleggörbét a 3-20. ábrán tanulmányozhatjuk.

A VDR ellenállás áramfeszültség karakterisztikája nem lineáris, és a (3.6) összefüggéssel jellemezhető:

$$U = C \cdot I^{\beta} \tag{3.6}$$

C – a VDR-re jellemző állandó
β – meredekségi kitevő ($\beta \approx 0{,}15...04$)

(3.6)-ból kifejezhető az ellenálláskarakterisztika:

$$R = \frac{U}{I} = C \cdot I^{\beta - 1} \tag{3.7}$$

További specifikációs adatként megadják a maximális P_{watt} valamint a megengedett maximális hőmérsékleti értékeket.

Az elterjedtebb VDR ellenállások szilícium-karbid alapanyaguak.

3.3. Kondenzátorok

Kondenzátornak nevezzük a töltéstároló-képességet, más néven, a kapacitást alkatrész formájában megvalósító eszközöket.

A töltéstárolás-kapacitás problémakörével már az első fejezet 1.1.3. pontjában találkoztunk. A kondenzátorok többsége az 1-6. ábrán bevezetett *sík-kondenzátor* elvén épül fel.

3.3.1. Dielektromos állandó, átütési feszültség

Mint az (1.9) összefüggésben láttuk, a sík-kondenzátor kapacitása arányos a lemezek (fegyverzetek) felületével *(A)*, fordítottan arányos a fegyverzetek távolságával *(l)* és egyenesen arányos a dielektromos állandóval *(ε)*:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{l} \tag{3.8}$$

Minél nagyobb kapacitású kondenzátort kívánunk előállítani, annál közelebb kell vinni egymáshoz a nagy-felületűvé kialakított fegyverzeteket, és ezek közé olyan megfelelő anyagot kell helyezni, amelynek dielektromos állandója a lehető legnagyobb értékű.

A szigetelőanyagokra jellemző dielektromos állandót másként *permittivitás*-nak nevezzük. Ez két összetevőből épül fel a (3.9) összefüggés szerint:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \tag{3.9}$$

ε_0 – vákuum dielektromos állandója

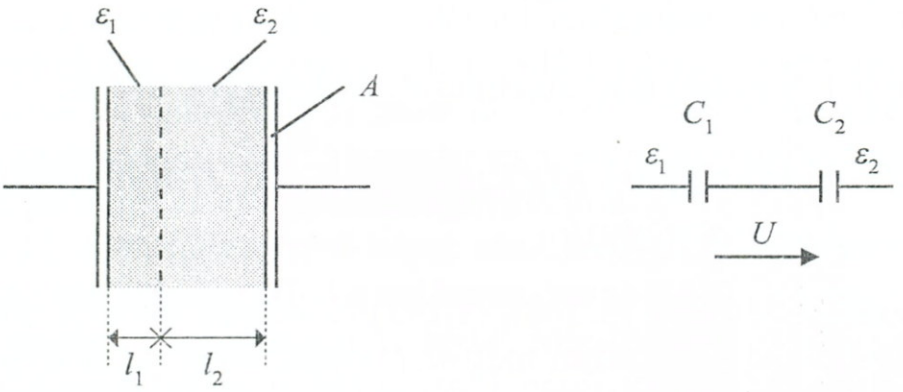
$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \approx 8{,}855 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

ε_r – relatív dielektromos állandó, mely szigetelőanyagonként változik és értékét táblázatok tartalmazzák.

A szigetelőanyagok nem tekinthetők ideális szigetelőknek, ezért ρ fajlagos ellenállással is rendelkeznek, bár ez valójában igen magas érték. További fontos jellemző a *kritikus térerősség* (villamos-szilárdság), melynél a szigetelő még képes szigetelni. A kritikus térerősséget a táblázatok (kiloVolt/centiméter)-ben adják meg, így a dimenzióból láthatóan az anyagi minőség mellett a szigetelőréteg vastagságával is számolni kell. A kritikus térerősség túllépésekor a szigetelő *átüt*. Az alkatrészként gyártott kondenzátorokat az alkal-

mazás szempontjából közvetlenebbül használható *átütési feszültség*gel jellemzik, a specifikációban ennek értékét adják meg (Volt)-ban. Az átütési feszültség határérték, a kondenzátor efelett nem üzemeltethető.

3.3. Példa: Vizsgáljuk meg a 3-21a. ábrán látható sík-kondenzátort az átütési feszültség szemszögéből. A kondenzátor annyiban különleges, hogy kétféle szigetelő található a fegyverzetek között. Tekintsük ismertnek az ε_1, ε_2 dielektromos állandókat, az l_1, l_2 szigetelő vastagságokat és a szigetelőkre jellemző E_{K1}, E_{K2} átütés szempontjából kritikus térerősségeket.



3–21. ábra *Kétféle dielektrikumot tartalmazó kondenzátor*

Tételezzük fel, hogy az A felületű fegyverzetek között elhelyezkedő kétféle (ε_1, ε_2) dielektromos állandójú szigetelők átvezetése elhanyagolható, így a kondenzátor két sorba kapcsolt kondenzátorból álló 3-21b. ábra szerinti kapcsolással helyettesíthető. Az eredő kapacitásra felírható (1.11) értelmében

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}, \qquad C=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}$$

A C_1 és C_2-re eső feszültségek (1.8) alapján, ha Q a tárolt töltés:

$$U_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{CU}{C_1}, \qquad U_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{CU}{C_2}$$

A C_1 és C_2 részekre eső *kritikus feszültségek* a szigetelőkre megadott E_{K1}, E_{K2} kritikus térerősségekkel kifejezve (1.4), (1.6) alapján:

$$U_{K1} = E_{K1} \cdot l_1, \quad U_{K2} = E_{K2} \cdot l_2$$

Az irányadó kritikus feszültséget az a kapacitás határozza meg, amelyiknél a ráadott U esetén U_{Ki} fellép, azaz:

$$U_K = \frac{C_i}{C} U_{Ki}$$

míg a másikon: $U_j < U_{Kj}$

A kondenzátorra ráírható *átütési feszültség*

$$U_{\max} = \frac{U_K}{\eta} < U_K \tag{3.10}$$

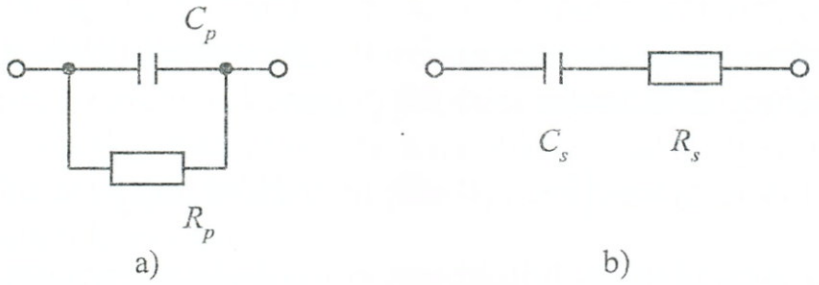
ahol: $\eta > 1$, a gyártó által alkalmazott *biztonsági* tényező.

3.3.2. Valóságos kondenzátorok, helyettesítő kapcsolások

Az első fejezetbeli (1.106), (1,143) és néhány további összefüggés kapcsán, már korábban megállapítottuk, hogy az *ideálisnak tekintett* kondenzátorok reaktáns ellenállása az áramjellemzők időbeli alakulásának függvénye. A kondenzátor gyorsabb időbeli jeleknél kisebb, lassúbb jeleknél nagyobb ellenállásként viselkedett, míg egyenáram esetén végtelen nagy ellenállású *szakadás*nak volt tekinthető.

Az alkatrészként gyártott kondenzátorok nem tekinthetők ideális elemeknek. A dielektromos állandó tárgyalásánál már említettük, hogy a szigetelőanyagoknak is van ρ fajlagos ellenállásuk, mely miatt a tárolt töltések az egyik fegyverzetről a másikra előbb vagy utóbb átvándorolhatnak, így minden kondenzátorra megadható egy ún. *önkisülési időállandó*, mely a szigetelő dielektrikum függvényében kisebb vagy nagyobb értékű lehet. A dielektrikumon átszivárgó áram egy kondenzátorral párhuzamosan kapcsolt R_p ellenállással modellezhető és bevezetésével felrajzolható a kondenzátor 3-22a. ábra szerinti lassú változásoknál hasznosítható, ún. alacsony frekvenciás párhuzamos helyettesítő kapcsolása. Magasabb frekvenciáknál, mikor a reaktancia kis értékűvé válik, az R_p ellenállás söntölődik, így elhanyagolható.

A kondenzátorok kivezetéseinek, sőt maguknak a fegyverzeteknek is van saját ohmos ellenállásuk, mely a külső felhasználó számára sorba kapcsolódik a kondenzátorral. Ez az R_s ellenállás kis frek-



3–22. ábra *Kondenzátor helyettesítő kapcsolásai*

venciáknál (mikor a kondenzátor reaktanciája nagy) elhanyagolható, ellenben, gyors változásoknál, a reaktancia alacsony értékeinél már számottevő szerepet kaphat. A soros ellenállásokat figyelembevevő, ún. nagyfrekvenciás helyettesítő kapcsolást a 3-22b. ábrán rajzoltuk fel. Igényes vizsgálatoknál figyelembe lehetne még venni a kondenzátorok saját induktivitásait is egy tovább bonyolított helyettesítő kép alapján, de ezzel az esettel nem foglalkozunk.

A 3-22. ábra helyettesítő képei közül, melyek a *valóságos kondenzátor*t modellezik, mindig azt használjuk, amelyik az adott alkalmazási esethez a legjobban illeszkedik. Mindkét helyettesítő kapcsolásnál definiálható az (1.34) összefüggések felhasználásával, mint teljesítményhányados egy ún. *Q jósági tényező,* melynek reciprokát az ún. D = tg δ-át szokták a kondenzátor *veszteségi tényező*jeként megadni. A veszteségi tényező mindkét helyettesítő képre felírható, értéke frekvenciafüggő:

párhuzamos esetre (3-22a.):

$$D = tg\delta = \frac{1}{Q} = \frac{P_v}{P_m} = \frac{\frac{1}{2}U^2\frac{1}{R_p}}{\frac{1}{2}U^2\omega C_p} = \frac{1}{\omega R_p C_p}$$

soros esetre (3-22b.):

$$D = tg\delta = \frac{1}{Q} = \frac{P_v}{P_m} = \frac{\frac{1}{2}I^2 R_s}{\frac{1}{2}I^2\frac{1}{\omega C_s}} = \omega R_s C_s \qquad (3.11.)$$

3.3.3. Kondenzátorok hőmérsékletviszonyai

A kondenzátorok dielektromos állandója változik a hőmérséklet függvényében. E változást leíró függvény:

$$\varepsilon_\vartheta = \varepsilon_0\left[1+\alpha_c\left(\vartheta-\vartheta_0\right)\right]=\varepsilon_0\left(1+\alpha_c\Delta\vartheta\right) \qquad (3.12)$$

ahol: ε_0 – a kiinduló ϑ_0 hőfokhoz tartozó dielektromos állandó
α_c – anyagonként változó hőfoktényező

A kondenzátorok hőmérsékleti viselkedését a specifikációk gyakran az alábbi (relatív megváltozás 1 °C hőfokváltozásra) hányadossal jellemzik:

$$\frac{\Delta C/C_n}{\Delta\vartheta}\ \left(\%/^\circ\mathrm{C}\right) \qquad (3.13)$$

ahol: C_n – a névleges kapacitás 20 °C-on (esetleg 40 °C-on)

A katalógusok általában megadják az ún. üzemi hőfoktartományt, melyen belül a kondenzátor működtethető. A hőfok túllépés kihat az üzemeltetési határfeszültségre is.

Egyes dielektrikumoknak (pl. kerámia-anyagok) nagyon erős lehet a hőfokfüggése, ezeknél az üzemi hőmérséklet tartományból történő kilépés a kapacitás-értékek nagymértékű megváltozását is eredményezheti.

Nagyobb hőfok-ingadozásoknál a tg δ veszteségtényező is megváltozik, miután szintén nem független a hőmérséklettől.

3.3.4. Kondenzátorok jellegzetes típusai

A felhasználói követelmények és a technikai fejlődés adta lehetőségek feltételei között, több jellegzetes kondenzátor-család alakult ki az idők folyamán. Valamennyi típus gyártásánál alapvető cél a minél kisebb térfogati méretek elérése, melyet az ún. *fajlagos kapacitás*sal fejeznek ki:

$$C_f = \frac{C_n}{V}\ \left(\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}^3}\right) \qquad (3.10)$$

A következőkben a jellegzetes kondenzátor-családokat tesszük vizsgálat tárgyává:

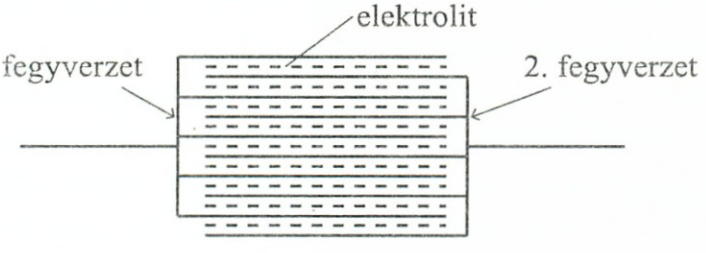
*Fólia kondenzátorok*nál két fémfólia szalag közé vékony szigetelőanyag réteget helyeznek el és az így kapott szendvics-csíkot feltekercselik. A két fémfólia képviseli a kondenzátor fegyverzeteit, a szigetelő-réteg a dielektrikumot. A feltekercselt csíkokat papír, műanyag, kerámia, esetleg fém „tok"-ba helyezik, és valamilyen nedvességmentesítő anyaggal kiöntik. A külső csatlakozást a fémfóliák kivezető vezetékei képviselik.

A fóliák anyaga meghatározó a kondenzátor jellemzőinél:

- *MP: fém-papír* (metal-paper) kondenzátoroknál (melyek már klasszikusnak is tekinthetők), a dielektrikumként használt, olajjal átitatott *papír* két oldalára gőzöléssel hordják fel a vezető fegyverzeti réteget. A papír anyaga és vastagsága határozza meg a kondenzátor feszültséggel szembeni átütési határértékeit.
- *MK: fém–műanyag* kondenzátoroknál a dielektrikum műanyag fólia (polikarbonát, polisztirol, polietilén stb.), melynek vastagsága az előző típus papírvastagságának tizedénél is kevesebb lehet, ezért azonos térfogatú alkatrész esetén sokkal nagyobb kapacitások állíthatók elő. A feltekercselés helyett lapokból álló „szendvics"-elrendezést is alkalmaznak, így a hengeres tokozás mellett, lapos tokozással is találkozunk.

Mind az MP, mind az MK kondenzátoroknál találkozhatunk az *önregenerálási* jelenséggel. Ez olyankor áll elő, amikor nem kívánt túlfeszültség fellépése esetén a dielektrikum *átüt* és emiatt a két fegyverzet között rövidzárlat keletkezik az átütés helyén. A nagy rövidzárási áram a fémfólia anyagát *elgőzölögteti,* miáltal a fémes kapcsolat megszűnik és a kondenzátor újra működőképessé válik.

A fólia-kondenzátorok feltekercselt kialakításuk miatt számottevő *járulékos induktivitást* is képviselnének működésük során. Ennek kiküszöbölésére a feltekercselt két fegyverzetréteget homlok-oldalaikon összekötik, a 3-23. ábrának megfelelően, így a tekercs-hatás megszűnik.



3–23. ábra *Induktívítás kiküszöbölése feltekercselt kondenzátoroknál*

*Kerámia kondenzátorok*nál a dielektrikumot keramikus anyag képviseli. A gyakorlati megoldásoknál elkülönítik:

- a *hőmérséklettől kevésbé függő,* de kisebb relatív dielektromos állandójú kerámia dielektrikumokat ($\varepsilon_r \sim 5...500$), melyekből készült kondenzátorok igényesebb feladatoknál kerülnek alkalmazásra. Továbbá
- az *erősen hőmérsékletfüggő,* de rendkívül nagy dielektromos állandójú ($\varepsilon_r \sim 1000...50\ 000$) dielektrikumokat, melyek kevésbé igényes, de nagy kapacitásokat kis méretek mellett igénylő feladatoknál kerülnek alkalmazásra.

A kerámia kondenzátorok rendszerint tárcsa vagy cső megoldásban kerülnek kivitelezésre.

*Elektrolit kondenzátor*oknál a kondenzátor egyik fegyverzetét elektromosan vezető folyadék: *elektrolit* képviseli. Miután az elektrolit minden hézagot kitölt, ezzel a technológiával rendkívül kis fegyverzet-távolság és ennek révén, a (3.8) összefüggés értelmében nagy kapacitás-értékek érhetők el.

- A *hagyományos* elektrolit kondenzátoroknál a másik fegyverzet rendszerint egy alumíniumfólia-csík, melyet oxid-réteggel vonnak be. Az oxid-réteg itt szigetelő dielektrikumként szerepel és alumíniumfóliával ellentétes oldalán helyezkedik el az elektrolit. A kifejlesztett oxid-rétegek átütési szilárdsága igen magas, ezért nagyon vékonyra készíthetők, ily módon a fegyverzetek egymáshoz nagyon közel kerülhetnek. Másrészről, a hordozó alumíniumfólia felületét egy szabadalmaztatott maratási eljárással „felérdesítve" többszörösére lehet növelni, ami a fegyverzet-felület növekedését eredményezi. Amennyiben az oxid-réteg dielektrikumnál elegendően nagy ε_r (7...10) értéket is sikerült biztosítani, (3.8) alapján minden feltétel adottá válik nagy kapacitású kondenzátorok előállítására.
- *Tantálfólia* (F kivitel) elektrolit kondenzátoroknál a felépítés hasonló a hagyományos elektrolit kondenzátorokéhoz, de a dielektrikum tantál-pentoxid, mely rendkívül nagy ε_r értékkel rendelkezik, továbbá – mivel kémiailag stabil – a kondenzátor élettartama is lényegesen meghosszabbodik.
- *Tantál fémszivacs* (S kivitel) elektrolit kondenzátoroknál a tantál-port fémszivaccsá alakítják a nagy, anód-elektróda-felület érdekében. A dielektrikum itt is tantál pentoxid, mely vékony rétegben helyezkedik el az anód felületén. Az elektrolit behatol a szivacs pórusaiba, így a nagy elektróda felület révén nagy kapacitású kondenzátorokat lehet létrehozni.

– *Tantál fémszivacs szilárd elektrolittal* (SF kivitel) elektrolit kondenzátoroknál a félvezetőként viselkedő mangánoxid elektrolitet bonyolult technológiai lépések során a szivacsos anód pórusaiba préselik.

Napjainkban a tantál elektrolit kondenzátorok tekinthetők a legkedvezőbb tulajdonságokkal rendelkezőknek.

3.3.5. Feszültségviszonyok

A kondenzátoroknál egyen- és váltakozó feszültségű megoldásokat különíthetünk el.

A *váltakozó feszültségre* tervezett kondenzátoroknál járulékos dielektromos veszteségek lépnek fel, ezért a tervezéskor e nagyobb veszteséget is figyelembe veszik. Alkalmazásukkor akkora egyenfeszültség is még megengedett, melynek maximális értéke nem haladja meg a névlegesnek megadott váltófeszültség effektív értékét.

Az *egyenfeszültségre* tervezett kondenzátoroknál megengedhetünk olyan dielektrikumokat is, melyeknek váltakozó üzemben nagy veszteségeik lennének. A tiszta egyenfeszültség mellett, egyenfeszültségre szuperponált, nem nagy váltakozó feszültséget a specifikációk még megengednek a használat során, a névleges feszültség, és a határfeszültség adatok mellett.

Elektrolit kondenzátoroknál a kondenzátor sarkaira kötött feszültség polaritása eleve meghatározott. A pozitív pólust *anód*nak, a negatív pólust *katód*nak is nevezik. Helytelen polarítású bekötés esetén belső vegyi átalakulások történnek és a dielektrikum felforrhat. A pozitív és negatív pólusokat a kondenzátoron feltüntetik.

Speciális elektrolit kondenzátorok gyártásakor készítenek olyan megoldásokat, ahol valójában két, polarítás szempontjából „szembekapcsolt" elektrolit kondenzátort alakítanak ki egy tokban. Valójában itt két sorba kapcsolt kapacitásról van szó, ezért az eredő fajlagos (1.11) kapacitás felére csökken. Az előny viszont az, hogy az ilyen

Közönséges Elektrolit

3–24. ábra *Polaritásfüggetlen és adott polaritásu kondenzátorok rajzjelölései*

kondenzátorok a polaritásra nem érzékenyek és specifikációjukban bizonyos mértékű váltóáramú alkalmazás is megengedett.

A különféle kondenzátorok rajzjelöléseit a 3-24. ábrán foglaltuk össze.

3.3.6. Szabványos értéktáblázatok

Az alkatrészként gyártott kondenzátorokat, hasonlóan az ellenállásoknál tapasztaltakhoz, az IEC nemzetközi szabvány szerinti értéktáblázatok alapján jellemzik. Kondenzátorokra is vonatkoznak a 3-6., 3-7., 3-8., 3-9. ábrák adatai.

A kondenzátoroknál alapvetőnek tekintett jellemzőket:

- névleges kapacitás,
- tűrésosztály,
- névleges feszültség,
- polaritás

a kondenzátorok külsején feltüntetik. Az értéktűrést a (3.11) formulával jellemezzük az ellenállásokkal analóg módon.

$$\frac{\Delta C}{C_n}\ (\%) \qquad (3.11)$$

Színjelölés	az 1. gyűrű az 1. számjegy	a 2. gyűrű a 2. számjegy	a 3. gyűrű a 3. számjegy	a 4. gyűrű a 4. számjegy	a 5. gyűrű az 5. számjegy
Színtelen	–	–	–	± 20%	5000 V
Ezüst	–	–	10^{-2} pF	± 10%	2000 V
Arany	–	–	10^{-1} pF	± 5%	1000 V
Fekete	–	0	10^{0} pF		
Barna	1	1	10^{1} pF	± 1%	100 V
Piros	2	2	10^{2} pF	± 2%	200 V
Narancs	3	3	10^{3} pF		300 V
Sárga	4	4	10^{4} pF		400 V
Zöld	5	5	10^{5} pF	± 0,5%	500 V
Kék	6	6	10^{6} pF		600 V
Ibolya	7	7	10^{7} pF		700 V
Szürke	8	8	10^{8} pF		800 V
Fehér	9	9	10^{9} pF		900 V

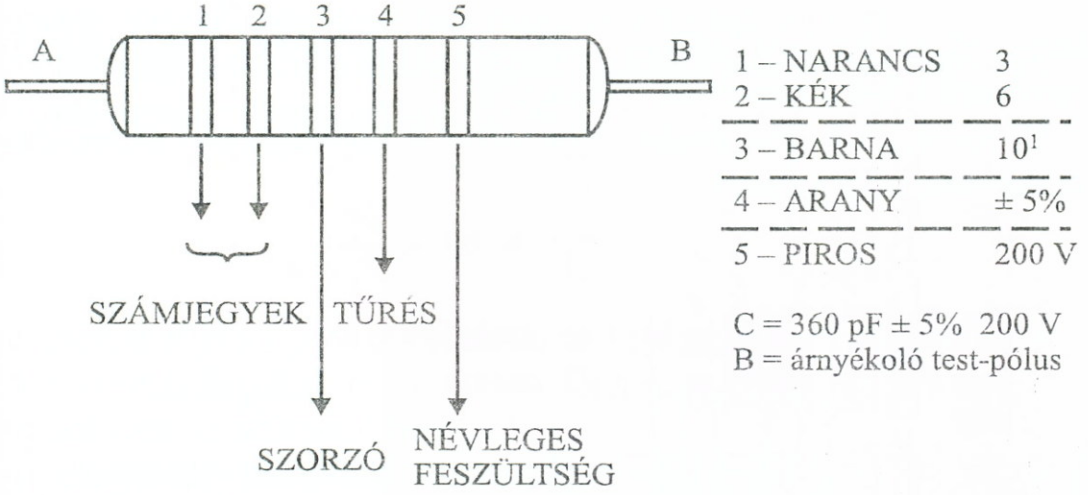
3–25. ábra *Kondenzátorok ötgyűrűs nemzetközi színkódja*

A jellemzők feltüntethetők tényleges számértékeikkel vagy a kondenzátorokra vonatkozó ötgyűrűs színkóddal, amely a 3-25. ábra táblázatában került összefoglalásra.

A kondenzátorok külső fegyverzetét gyakran célszerű a testhez lekötni, árnyékolási célzattal. Emiatt a külső fegyverzetet a tokozás burkolatán külön megjelölik valamilyen szimbólummal. A gyűrűs színkódú jelölésmódnál a külső fegyverzet kivezetése mindig a színkódtól távolabbi csatlakozás.

3.4. Példa: Tegyük fel, hogy kezünkbe került a 3-26. ábrán látható kondenzátor, határozzuk meg a jellemzőit és állapítsuk meg, melyik csatlakozása használható árnyékolásnál.

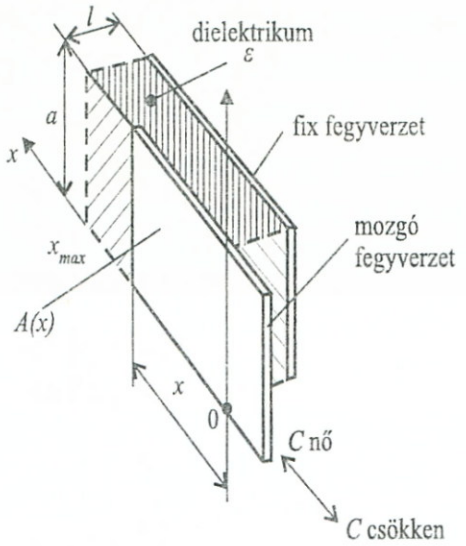
A megoldás a 3-25. táblázat kiolvasásával történik, a testelhető csatlakozás példánknál a *B* jelű.



3-26. ábra *Ötgyürüs szinkód leolvasása kondenzátornál*

3.3.7. Változtatható kapacitású kondenzátorok

A felhasználás során – hasonlóan az ellenállásoknál tapasztaltakhoz – szükségessé válhat a kondenzátor kapacitásának adott helyzet szerinti értékre történő beállítása vagy módosítása. (Például C–L rezgőkörök hangolása rádiókészülékekben.) Ennek érdekében elvileg a (3.8) összefüggésben az ε, l és A bármelyikét változtathatnánk. Technikailag legegyszerűbb megoldásnak az A fegyverzet-felület változtatása bizonyult, például a 3-27. ábra szerinti elven: a szemben levő kondenzátor-fegyverzetek egymáshoz viszonyított eltolásával. A 3-28a. ábrán egymáshoz képest forgómozgással kiforduló fegyverzetű, ún. *forgókondenzátor;* a 3-28b. ábrán időszakosan beállítandó, lineáris mozgatású, ún. *trimmer kondenzátor* működési elve látható. Mindegyik ábránál, a külső elforgató, ill. eltoló hatás a töltéstárolásban



Hatásos felület:

$$A(x)=a\cdot x$$

Elmozdítással változó kapacitás:

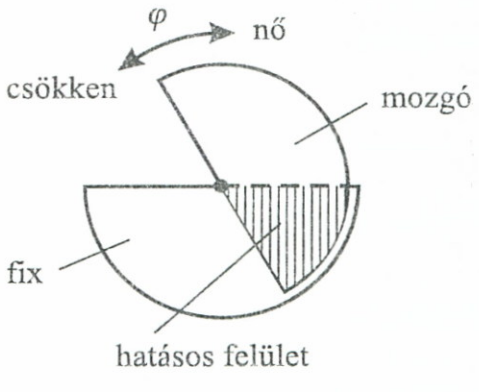
$$C=\frac{\varepsilon}{l}\cdot A=\frac{\varepsilon a}{l}\cdot x=f(x)$$

$$C=K\cdot x \qquad (0\le x\le x_{max})$$

3-27. ábra *Változtatható kapacítás elve*

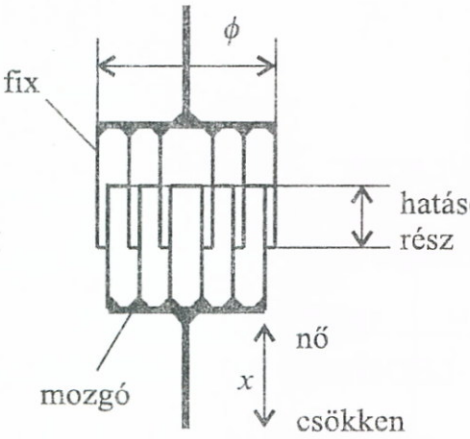
résztvevő, ún. hatásos felületet csökkenti, vagy növeli, mely változás arányosan kihat a kapacitás értékére is.

Végezetül a 3-28c. ábrán felrajzoltuk a változtatható kapacitású kondenzátorok rajzjeleit.



$C=f(\varphi)$

a) forgó



$C=f(x)$

b) trimmer

c) rajzjelek

3-28. ábra *Változtatható kapacításu kondenzátorok*

3.4. Tekercsek, induktivitás

Az első fejezet 1.3. pontjában találkoztunk az induktivitás fogalmával és a vele kapcsolatos összefügésekkel. A tekercsek az induktivitást alkatrész formájában megvalósító eszközök.

A tekercsek elektronikai alkalmazása napjainkban csökkenő irányzatot mutat, szerepük még a nagyfrekvenciás felhasználásban számottevő. A tekercsek előállításánál ma is jellemző az, hogy adott feladatra, többnyire maga a berendezést előállító cég készíti el őket, emiatt nem is alakult ki olyan átfogóan szabványosított alkatrészkészlet, mint az ellenállások és kondenzátorok esetében. Számos alkalmazási esetben a tekercsek kiválthatók más elemekkel (például, mint láttuk: a differenciáló kapcsolásnál kondenzátorral). Lényeges oka a csökkenő alkalmazásnak az is, hogy a tekercsek integrált áramköri környezetben történő megvalósítása nehézkesen oldható meg.

Az első fejezet (1.59) összefüggése kapcsán már láttuk, hogy egy szolenoid-típusú tekercs induktivitása:

$$L = \mu \cdot A \cdot \frac{N^2}{l}$$

egyenesen arányos a permeabilitással és a mágneses erővonalak által átjárt keresztmetszettel, négyzetesen függ a menetszámtól és fordítottan arányos az erővonal-hosszal.

Amennyiben a permeabilitás nem ferromágneses anyagra utal, az induktivitás, ill. tekercs *lineáris* áramköri elemnek tekinthető. Ferromágneses anyag esetén ez a linearitás nem áll fenn az 1-18. ábra nemlineáris görbéjének köszönhetően.

3.4.1. Tekercsek működési veszteségei

A tekercsek működése során energiaveszteségek lépnek fel, melyeket két összetevőre bonthatunk. A V_T tekercsveszteség:

$$V_T = V_R + V_V \tag{3.12}$$

Az V_R *rézveszteség* a tekercshuzal (általában rézből van) ohmos ellenállásán disszipálódó teljesítményt jelenti:

$$V_R = I^2 \cdot R_{OHM} \tag{3.13}$$

mely nagy menetszámnál és áramnál számottevő értékű lehet. Ez mind a vasmag nélküli, mind a vasmagos tekercseknél jelentkezik.

A V_V *vasveszteség* csak vasmagos tekercs esetén jelenik meg és további két összetevőre bontható:

$$V_V = V_{\ddot{O}} + V_H \tag{3.14}$$

A $V_{\ddot{O}}$ *örvényáramú veszteség* a vasmag belsejében kialakuló, nemkívánatos örvényáramok keltésére elvont energia, mely a vasmag melegedésében jelentkezik.

A V_H *hiszterézisveszteség,* mely a vasmag fel-le mágnesezésekor körüljárt hiszterézisterület (1-18. ábra) nagyságával van kapcsolatban és a vasmag belsejében található *domain*-ek (1-19. ábra) átfordítgatására használódik el. A V_H értékét felbecsülhetjük, ha az első fejezet felsorolt összefüggései alapján az állandókat egy-egy faktorba összevonva, felírjuk a vasmagos tekercs áramát és feszültségét a mágneses térerősséggel, ill. mágneses indukcióval kifejezve:

$$i = c_1 \cdot H \qquad \text{(1.50) alapján}$$

$$u = c_2 \frac{dB}{dt} \qquad \text{(1.51), (1.54), (1.72) alapján}$$

A tekercsen egy periódus alatt fellépő teljesítmény

$$P_T = \frac{1}{T}\int_0^T i \cdot u dt = \frac{c_1 \cdot c_2}{T}\int_0^T H\frac{dB}{dt}\cdot dt = \frac{c}{T}\int_{t=0}^{t=T} H\frac{dB}{dt}dt \tag{3.15}$$

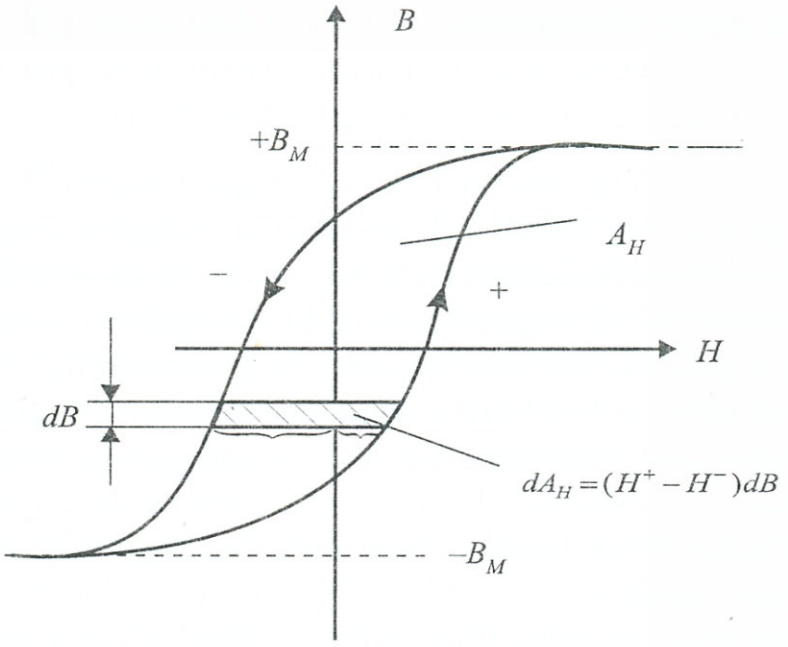
Mivel egy periódus alatt a tekercs vasmagjának hiszterézisterületét egyszer körüljárjuk, azaz a 3-29. ábra értelmében t = 0-tól indulva T-ig a

$$-B_M \rightarrow +B_M \rightarrow -B_M$$

utat járjuk körül, a (3.15)-beli részeredmény átírható (át egyszerűsítése után) az alábbi alakba:

$$P_T = \frac{C}{T}\left[\int_{-B_M}^{+B_M} H^+ dB + \int_{+B_M}^{-B_M} H^- dB\right] = \frac{C}{T}\int_{-B_M}^{+B_M}(H^+ - H^-)dB = \frac{C}{T}A_H$$

A kapott eredmény szóban megfogalmazva, azt jelenti, hogy a domainek forgatására egy periódus alatt elhasznált (elvesztett) telje-



3-29. ábra *Körüljárt hiszterézisterület kiszámítása*

sítmény valójában arányos a hiszterézishurok A_H területével. Miután egy másodperc alatt a frekvenciától függően f-szer járjuk körül a hurkot, a veszteségi teljesítmény arányos lesz a frekvenciával is:

$$V_H = k \cdot A_H \cdot f \tag{3.16}$$

Eddigi meggondolásainkat a V_V vasveszteségre összefoglalva megállapíthatjuk, hogy mind a $V_Ö$-t, mind V_H-t csökkentenünk kell.

A $V_Ö$ *csökkentését* a gyakorlatban úgy érik el, hogy a homogén vasmagtömeget *lemezvasmagok* alkalmazásával, vagy *porkerámiai* technológiával előállított anyagok alkalmazásával kisebb részekre osztják.

A V_H *csökkentését* kis hiszterézisterületű, speciálisan kifejlesztett vasanyagokkal lehet elérni.

3.4.2. Lágy és keményvasmagos tekercsek

A vasmagos tekercsek vasmagjai lágy- és keménymágneses tulajdonságúak lehetnek (lásd 1.3.3. pont).

a) *Lágy vasmagos* tekercseknél:

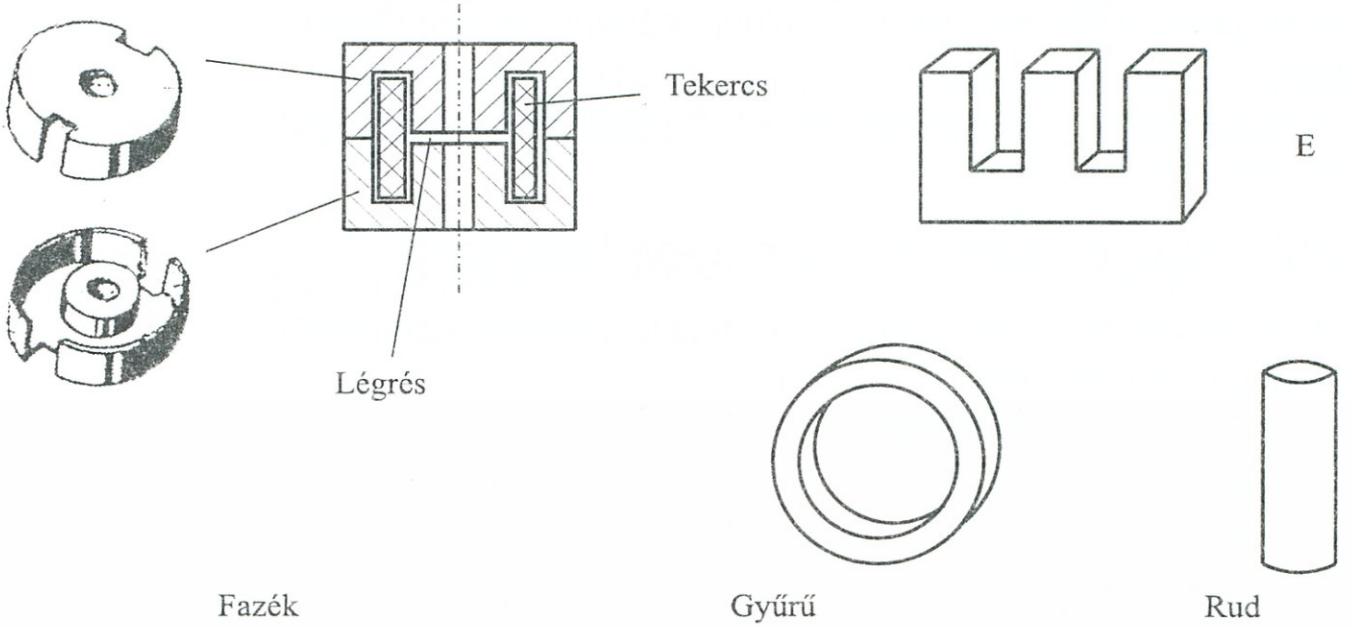
- lemez,
- ferrit,
- nagyfrekvenciás

vasmagtípusokkal találkozunk, melyek kialakításánál elsőrendű szempont a vasveszteségeknek adott alkalmazási körülmények közötti csökkentése.

– A *lemezvasmagok*nál a vasmagtérfogatot egymástól elszigetelt vékony vaslemezekből állítják össze, így nehezítik meg az örvényáramok kialakulását. Lemezvasmaggal készülnek többségükben például az elektronikus berendezések hálózati tápáram ellátását biztosító tápegységek transzformátorai, melyek egyrészt a hálózati feszültség kívánt mértékre csökkentését, másrészt (elkülönített primer és szekunder tekercseik révén) a hálózat és a berendezés galvanikus szétválasztását is biztosítják (1-25. ábra). A lemezvasmagokat néhányszor 10 kHz felett nem alkalmazzák a nagymértékű további veszteségek miatt.

– A *ferrit vasmagok*at fém-oxidokból készítik és a tekercs szempontjából legkedvezőbb alakra préselve tömeggyártással állítják elő. A ferritmagot alkotó fém-oxidok igen kedvező mágneses tulajdonságaik mellett, elektromosan nem vezető anyagok, így belsejükben örvényáramok nem alakulnak ki, ezért a veszteségek is nagyon alacsonyak.

– A *nagyfrekvenciás vasmagok*nál műanyaggal kevernek össze kívánt ferromágneses tulajdonságú fémporokat, ily módon egymástól elszigetelt vasszemcsékből álló vasmag-anyagot nyernek. Az elektromos elszigeteltség révén itt sem tudnak örvényáramok létrejönni, így a veszteségek minimálissá tehetők. A ferritekhez hasonlóan, a



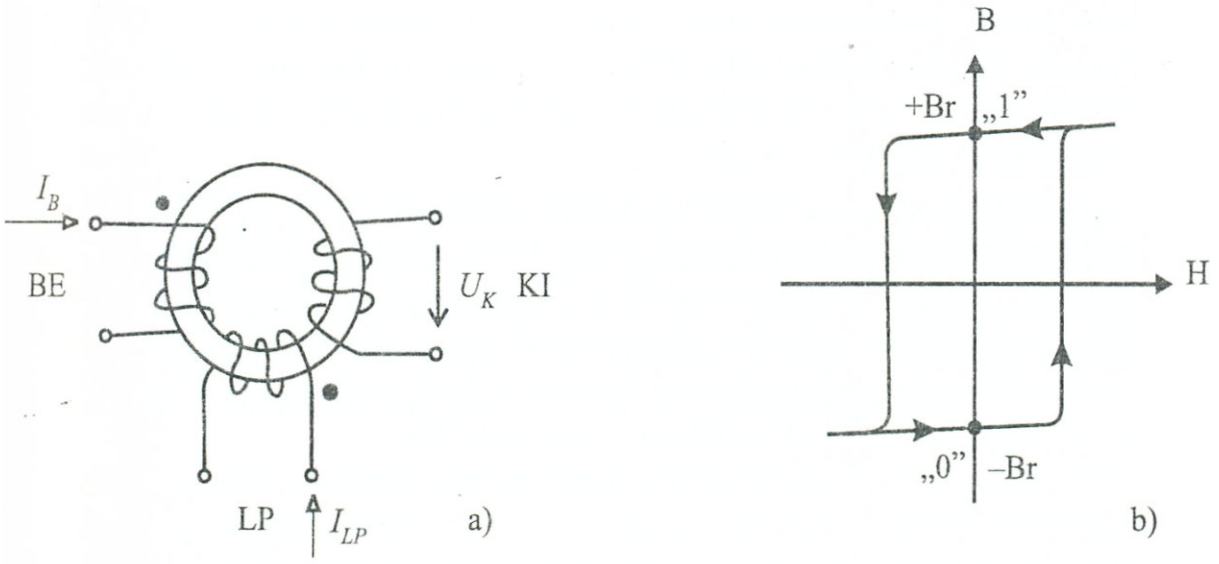
3-30. ábra *Préselt vasmagtípusok*

nagyfrekvenciás vasmagokat is alakra préselve, tömeggyártással állítják elő.

Különféle, gyakrabban alkalmazott préselt vasmag-alakzatokat mutat a 3-30. ábra.

b) *Kemény vasmagos* tekercseknél elsősorban ferrit-anyagokat alkalmaznak (1-20. ábra). A speciális hiszterézisgörbével rendelkező vasmag két stabil mágneses állapottal rendelkezik, így felhasználható bináris „0"–„1" állapotok tárolására, ha a +Br, –Br mágneses állapotokhoz a bináris állapotokat hozzárendeljük. A keményvasmagos alkalmazásnál főként gyűrű, ill. rúd alakzatú vasmagok szerepelnek.

3.5. Példa: Klasszikus digitális ferrit-elemet mutat példaként a 3-31. ábra. Az áramkör egy ún. „destruktív" tárolóelem, melynél, ha „1"-et akarunk a gyűrűbe beírni, akkor a *BE* tekercsen keresztül egy *I* áramimpulzust küldünk, minek hatására a vasmag +Br („1") állapotba kerül és az impulzus után ott is marad. Kiolvasáskor az *LP* tekercsre egy, az előbbivel ellentétes hatású gerjesztést adunk (például az *LP* fordított tekercselésű a *BE*-hez viszonyítva), amely a vasmagot –Br („0") állapotba vezérli. A +Br → –Br átmenetnél nagy az indukcióváltozás, ezért számottevő indukált feszültségimpulzus jelenik meg a KI jelű (szekunder) tekercsen, jelezve, hogy a vasmag „1"-ben volt. Ha eredetileg –Br-t („0") írtunk volna be a *BE* tekercs révén, akkor az *LP* hatására lebonyolódó –Br → -Br átmenet, indukcióváltozás híján nem indukált volna feszültséget a *KI* tekercsen, jelezve ezzel, hogy a vasmag „0"-ban volt.

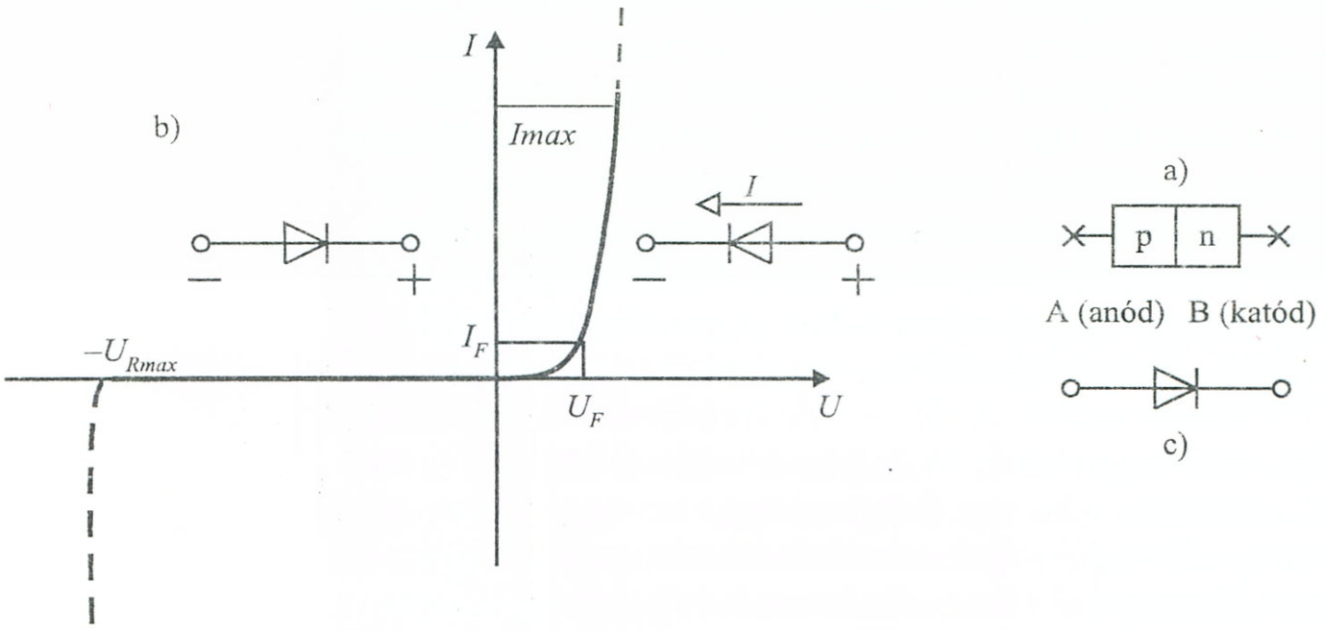


3-31. ábra *Kemény ferrit, mint 1 bit-es tárolóelem*

3.5. Félvezető diódák

3.5.1. Karakterisztika, főbb jellemzők

A félvezetők pn átmeneténél (3-32a. ábra) kialakuló áramfeszültség összefüggéseket áramkörileg megvalósító és hasznosító eszközöket félvezető diódáknak nevezzük. A félvezető diódák passzív eszközök, működésükre jellemző a 3-32b. ábrán látható karakterisztika. Általános rajzjelüket a 3-32c. ábra mutatja.



3-32. ábra *Dióda általános jelleggörbéje és rajzjele*

A karakterisztika értelmében az anódra pozitívabb feszültséget kapcsolva, feszültségnövekedéskor az áram számottevően növekszik, majd az U_F *nyitófeszültség* elérését követően egy meredek szakaszba vált át. Az I_{max} áram meghaladása esetén a dióda tönkremegy, ezért a határértéket ez alatt kell specifikálni.

A dióda a $-U_{Rmax}$ zárófeszültségtől jobbra eső karakterisztika tartományban *egyenirányító* viselkedést mutat, azaz a pozitív féltengelyen kicsi, nem-lineáris ellenállású (R_{ny}-nyitott), a felcserélt polaritásnak megfelelő negatív féltengelyen nagy ellenállású (R_z-zárt) viselkedést tanúsít. Az alkalmazási esetek nagy részében a diódának ezt az egyenirányító tulajdonságát hasznosítják.

A $-U_{Rmax}$ zárófeszültségnél a dióda egyenirányítása megszűnik és rendkívül meredek karakterisztikával egy ellentétes irányú áram indul meg. A jelenség abban gyökerezik, hogy a nagy elektromos térerősség töltéshordozókat szabadít fel a félvezetőben, melyek lavinaszerűen további töltéshordozókat keltenek, így egyúttal nagy áram

keletkezik. Ez a nagy áram a diódák tönkremenetelét okozza, ha kifejlődését nem korlátozzák. A későbbiekben látni fogjuk, hogy a fent leírt – látszólag kedvezőtlen – viselkedés bizonyos diódatípusoknál előnyösen hasznosíthatóvá válik.

A félvezető-diódák nagy részét szilícium vagy germánium félvezető kristályokkal készítik és az adott alkalmazási terület határozza meg felhasználásukat.

A 3-32. ábra karakterisztikáját jól közelíthetjük a (3.17) összefüggéssel a kis áramú tartományban:

$$I = I_S(T) \cdot \left(\exp \frac{U}{U_T} - 1 \right) \tag{3.17}$$

A formulában, az ún. *termikus feszültség*

$$U_T = \frac{k}{q} \cdot T$$

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ (J/K)
$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ (°C)
T = abszolút hőmérséklet

Szobahőmérsékletre (23 °C) kiszámítva:

$$U_T = 25{,}5 \text{ mV}$$

I_S kis értéke miatt (3.17)-ben a második tag rendszerint elhanyagolható, és az alábbi összefüggést használjuk:

$$I = I_S \exp\left(\frac{U}{U_T} \right) \tag{3.18}$$

$I_S = I_S(T)$ az ún. elméleti visszáram, mely közel exponenciálisan függ a hőmérséklettől. Az U_T és I_Shőmérsékletfüggése kihat az U_F nyitófeszültségre is, ami úgy jelentkezik, hogy az áram-feszültség karakterisztika a hőmérséklet növekedésével vízszintesen ΔU értékkel balra eltolódik. Az eltolódás a (3.19) összefüggéssel:

$$\Delta U \approx -a \cdot \Delta T \tag{3.19}$$

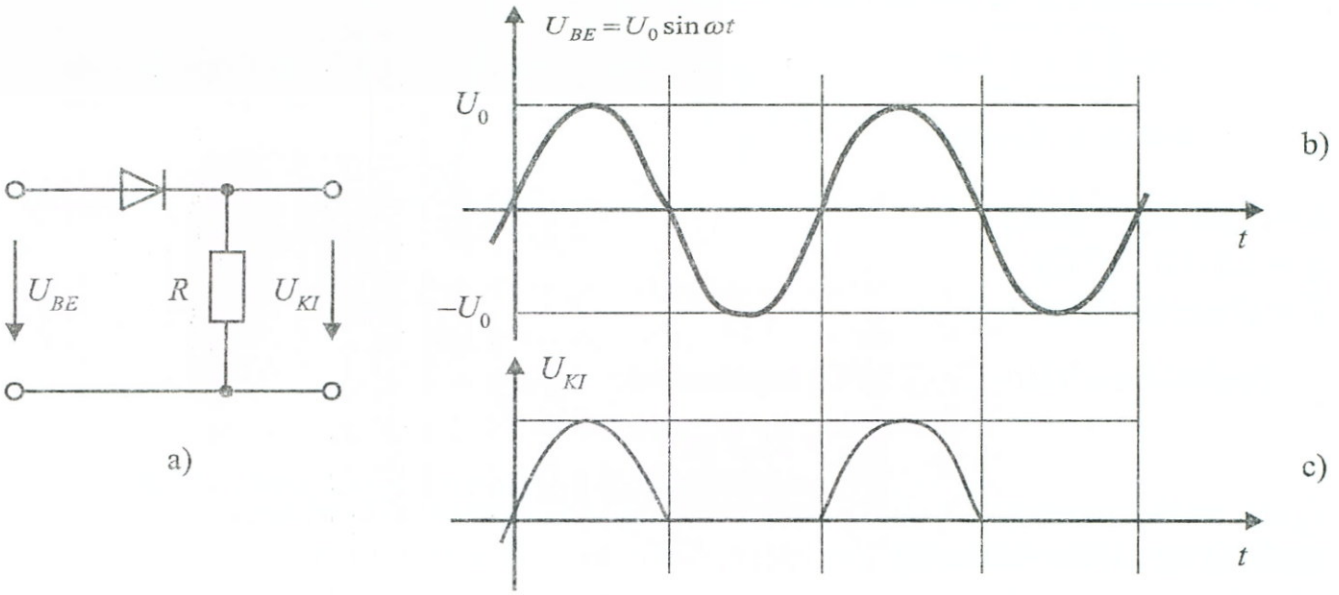
ahol a ~ 2 mV/°C

A félvezetők túlmelegedése főként a határrétegben fejti ki hatását, ezért a specifikációban az erre vonatkoztatott értékeket adják meg (ϑ_{max}).

Néhány összehasonlító adat a germánium és szilíciumdiódákra:

	U_F (V)	I_S	ϑ_{max} (°C)	$R_{ny}\left(\Omega/\text{mm}^2\right)$	R_Z (MΩ)
Ge:	0,2~0,4	100nA	90	6~10	0,1~10
Si:	0,5~0,8	10pA	200	1~50	1~3000

3.6. Példa: Vizsgáljuk meg a 3-33a. ábrán látható diódás áramkör kimeneti feszültségét, ha a bemenetre $U_{BE} = U_0 \sin \omega t$ feszültség érkezik.



3-33. ábra *Egyutas egyenirányító kapcsolás*

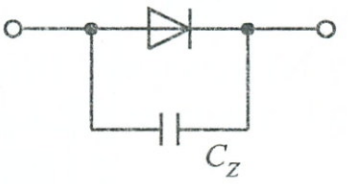
A színuszos bemenő jel, mely a 3-33b. ábrán szerepel, a diódán *egyenirányítódik,* azaz a dióda az anódra érkező pozitív félhullámot átengedi, mivel ilyenkor a 3-32a. karakterisztika értelmében kis ellenállásként viselkedik. A negatív félhullám a karakterisztika nagy ellenállású szakaszába vezérli a diódát, így a bemenő jel időtengely alatti szakaszon nem jut át a kimeneti oldalra. Végül az eredő kimenő jel a 3-33c. ábra szerinti kihagyásos pozitív félhullám sorozat lesz.

A kimenő jel valójában némi torzulásokat is szenved, de ettől a példánál eltekintettünk.

3.5.2. Nagyfrekvenciás, és dinamikus viselkedés

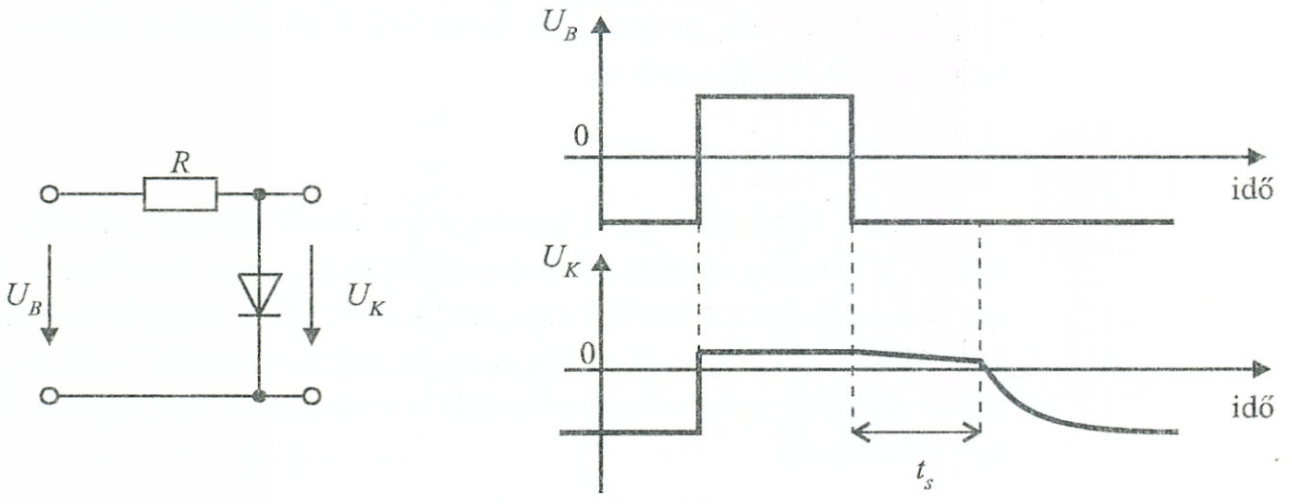
A diódák pn átmeneti rétege meghatározott kapacitást képvisel, nagyobb felületű átmenetnek nagyobb a kapacitása. A kapacitás hatását fejezi ki a 3-34. ábrán látható helyettesítő kép, melyből látható, hogy nagyobb frekvenciákon a C_d söntöli a diódát, így az egyenirányító-hatás leromlik.

Kapcsoló üzemű alkalmazásoknál, a pn átmenetben bekapcsoláskor töltések halmozódnak fel. Kikapcsoláskor a kikapcsolási folyamat ténylegesen csak akkor indul meg, ha a felhalmozott töltések a pn átmenetből már kiürültek.



3–34. ábra *Rétegdióda záróréteg kapacítása*

A 3-35. ábrán látható kapcsolásnál kezdetben az U_B negatív. Ilyenkor a dióda lezár, és $U_B \approx U_K$. Amikor U_B pozitívba ugrik, akkor a dióda kinyit és $U_K = U_F$, azaz a kimeneti feszültség megegyezik a nyitó feszültséggel. A nyitott dióda pn átmenetén ilyenkor töltések halmozódnak fel. Az U_B újabb negatívba ugrását követően, az U_K csak a töltések kiürüléséhez szükséges t_s töltéstárolási idő eltelte után, késleltetetten tudja újra felvenni az $U_K = U_B$ értéket.



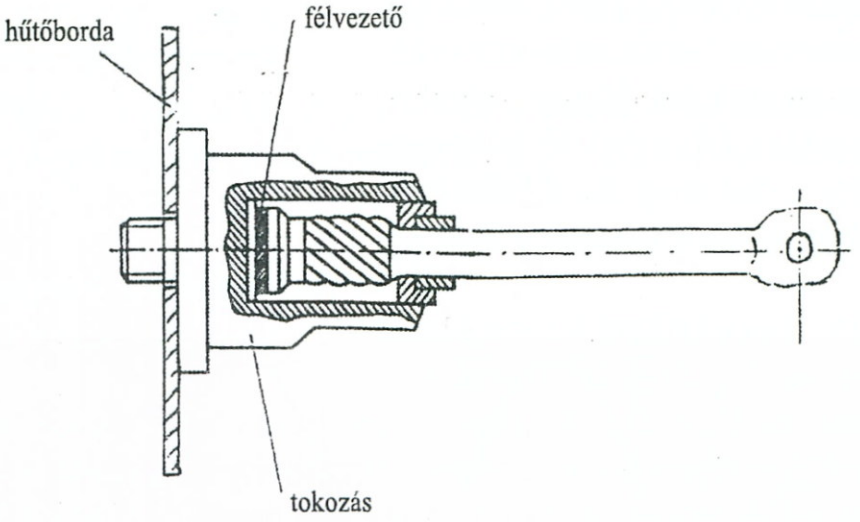
3-35. ábra *Töltéstárolódás késleltető hatása*

3.5.3. Teljesítménydiódák

A teljesítménydiódák – nevüknek megfelelően – nagy zárófeszültségek (100 ~ 3000 V) rákapcsolhatóságára és nagyobb áramerősségek átbocsátására (10A ~ 1000A) kialakított, elsősorban

szilícium alapú diódák. Jellemzőjük, hogy a nyitó feszültség felett nagy meredekséggel és nagyon kicsi vezető irányú (mΩ nagyságrendű) ellenállással rendelkeznek. Egy szokásos teljesítménydióda metszetét mutatja a 3-36. ábra.

A teljesítménydióda kis méretei mellett nagy teljesítményeket kell, hogy disszipáljon. Ezért a megfelelő hűtőbordás hűtésre és az esetleges túláramok elleni védelemre megkülönböztetetten ügyelni kell.



3-36. ábra *Teljesítménydióda kialakítása*

3.5.4. Különleges diódák

Az alkalmazás megszabta feltételek kielégítésére számos diódatípus került kifejlesztésre.

Tűsdiódák, aranytűs-diódák

Ennél a többnyire germánium alapú diódánál egy „tűhegyes" huzal és a kristály találkozásánál alakítják ki a pn átmenetet. Ezáltal rendkívül kicsivé tehető a rétegkapacitás, így a nagyfrekvenciás viselkedés kedvezővé válik. Ha aranyhuzalt („aranytűt") alkalmaznak, akkor a dióda nyitóirányú ellenállása előnyösen, lényegesen alacsonyabbá tehető.

Schottky diódák

Ezt a dióda-típust elterjedten alkalmazzák kapcsoló-áramköröknél. A Schottky diódák fém-félvezető átmenettel rendelkeznek, ezúton ugyancsak rendkívül kis töltéstárolás és nagyobb működési sebesség biztosítható (100 ps). További jellegzetességük, hogy a

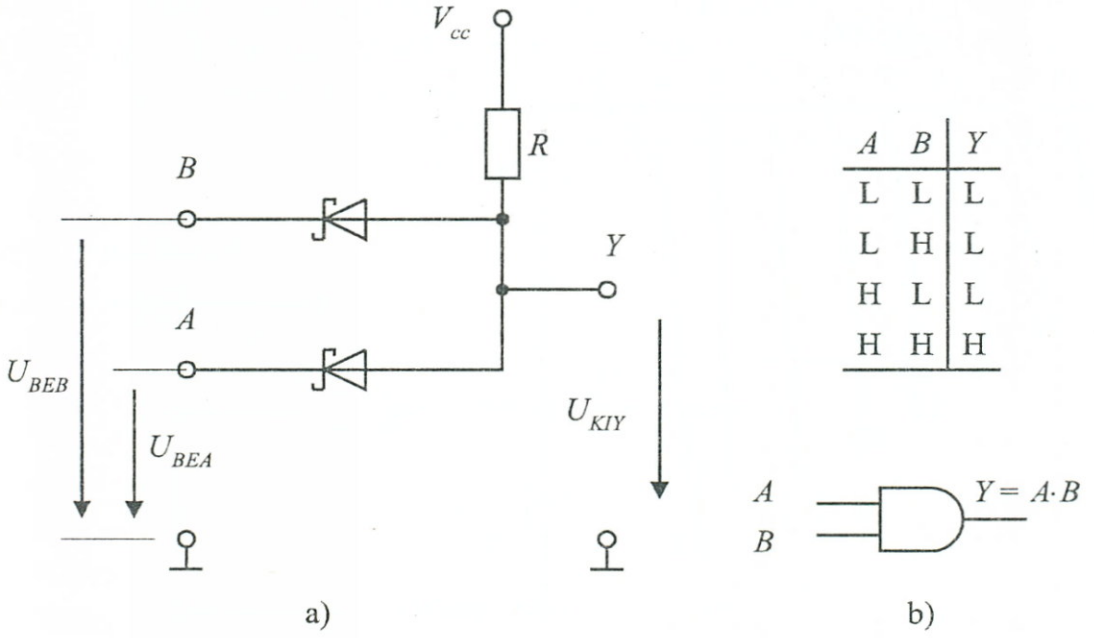
nyitófeszültség is alacsonyabb ($U_F \approx$ 0,3 V). A Schottky diódák sajátos rajzjelölését a 3-37. ábra mutatja.

3–37. ábra *Schottky dióda rajzjele*

3.7. Példa: Vizsgáljuk meg a 3-38a. ábrán látható Schottky diódákból felépített áramkört. Tételezzük fel, hogy az *A* ill. *B* bemenetekre vagy 0V, vagy +5V diszkrét feszültségértékeket fogunk csak adni a példa folyamán. Nevezzük szimbolikusan a 0V értéket *L*-lel (LOW), a +5V értéket *H*-val (HIGH). Tételezzük fel, hogy a tápfeszültség: V_{cc} = +5V egyenfeszültség, a föld-pontok pedig 0V értékre vannak kapcsolva.

Az áramkör működésekor azt kell meggondolni, hogy az *Y* kimeneten jelentkező U_{KI} feszültség mindaddig 0V *(L)* értékű, míg valamelyik bemeneten (vagy mindkettőn) az U_{BEi} feszültség értéke 0V *(L)*. Ilyenkor ugyanis legalább egyik dióda nyitó irányú vezérlést kap, közel *rövidzár*ként viselkedik, így az U_{BEi} = 0V feszültséget „rákapcsolja" az *Y* pontra.

A kimeneten csak abban az esetben jelenhet meg $U_{KI} \approx V_{cc}$ = 5 V *(H)*, ha egyidejűleg mindkét dióda lezár, azaz közel *szakadás*ként viselkedik. Ez a helyzet akkor áll elő, amikor a bemenetek: $U_{BeA} = U_{BeB}$ = +5 V *(H)* vezérlést kapnak. A lehetséges négy üzemelési esetet a 3-38b. ábra táblázata foglalja össze. Ha visszaemlékezünk a 2. fejezet



A	B	Y
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

3–38. ábra *Schottky-diódás ÉS kapcsolás*

2-3. és 2-9. ábrán bevezetett logikai függvények közül az ÉS függvényre, megállapíthatjuk, hogy áramkörünk egy ilyent valósít meg.ezért az áramkört Schottky diódás, ÉS művelet megoldó kapcsolásnak nevezzük.

Zener diódák

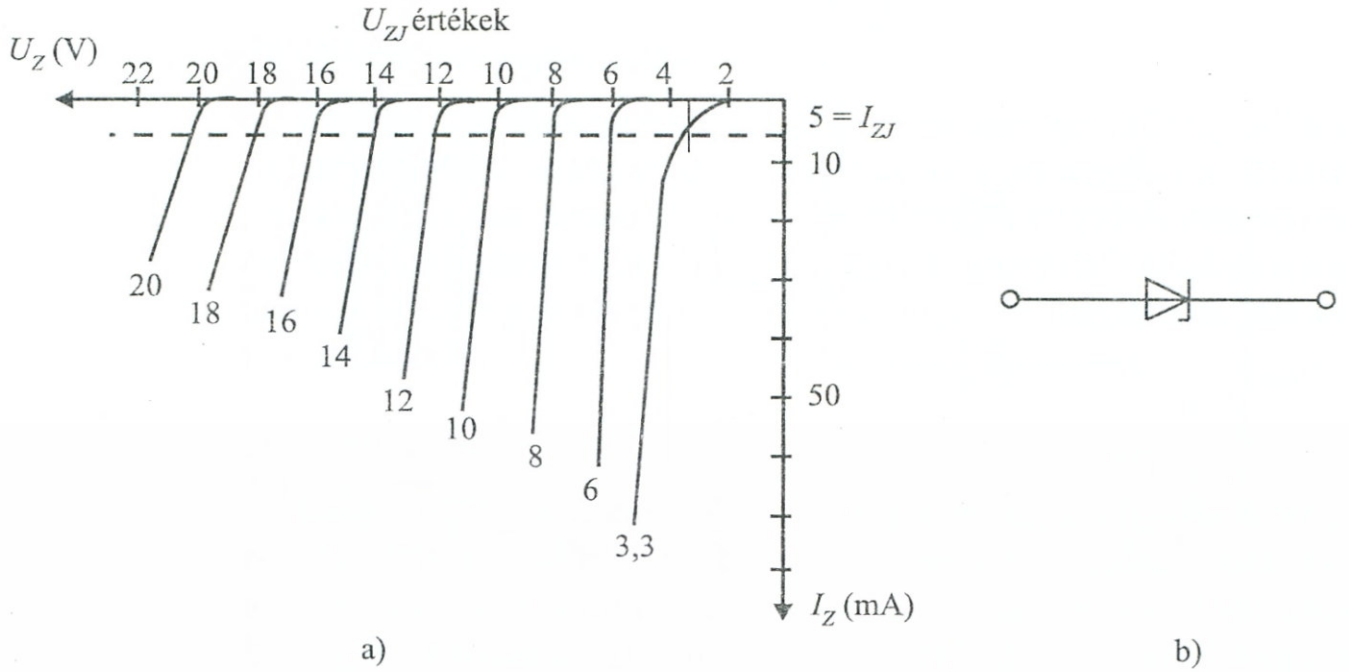
A Zener diódák (Z-diódák) a 3-32b. jelleggörbe $-U_{Rmax}$ értékénél megjelenő, szaggatottan jelölt görbeszakaszt hasznosítják. A korábban már említett, rohamos töltéshordozó növekedéshez kapcsolódó rendkívül meredek áramnövekedés nagyon kis feszültségváltozás mellett zajlik le, ezért elterjedten alkalmazzák vágó, határoló áramkörökben, továbbá feszültség-stabilizáló kapcsolásoknál. A stabilizáló hatás annál jobb, minél meredekebb a görbe, azaz minél kisebb az ún. differenciális ellenállás

$$r_Z = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

A differenciális ellenállás bevezetésére a nem-lineáris karakterisztika miatt van szükség, értéke a karakterisztika mentén változik.

A Zener diódákat különböző jellemző feszültségekkel gyártják, a felhasználási igényeknek megfelelően.

A Z-diódára jellemző Zener feszültségként (U_{ZJ}) általában azt az értéket adják meg, mely egy I_{ZJ} referencia-áramértéknél (5mA) az adott „letörési" jelleggörbéken kimetszhető. (3-39a. ábra)



3-39. ábra *Zener-dióda jelleggörbék különböző jellemző feszültségekre*

A 3-39a. ábrából az is leolvasható, hogy a legkisebb differencális ellenállás (legnagyobb meredekség) kb. az $U_{ZJ} = 8$ V-os jellemző feszültségű diódáknál tapasztalható, ettől bal-, illetve jobb felé a meredekség kedvezőtlenebbül alakul. Emiatt a stabilizálásra való felhasználhatóság, különösen a kisebb feszültségű diódáknál már nem olyan kedvező.

A Zener diódák érzékenyek a hőmérséklet megváltozására. Az 1 °C-ra eső, U_{ZJ} feszültség-eltolódást a (3.20) összefüggés mutatja közelítőleg:

$$\frac{\Delta U_{ZJ}}{\Delta T} = U_{ZJ} \cdot \alpha_Z \qquad (3.20)$$

itt α_Z a hőfokténye zető, U_{ZJ} pedig a 25 °C-on érvényes jellemző feszültség.

A (3.20) formulában, $|U_{ZJ}| \leq 5{,}7$ V értékeknél az α_Z negatív előjelűvé válik, így alacsonyabb feszültségeken a hőmérséklet emelkedésekor az U_{ZJ} *jobbra* tolódik, a magasabb feszültségeket pedig balra.

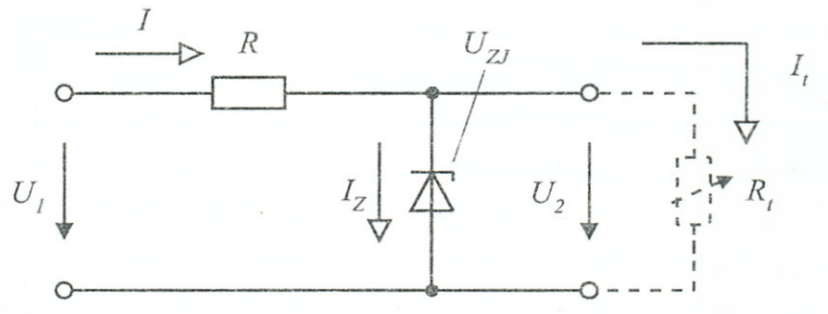
A Zener diódák *pozitív nyitófeszültségnél,* hasonlóan viselkednek, mint a közönséges diódák. Rajzjelölésüket a 3-39b. ábrán rajzoltuk fel.

3.8. Példa: Vizsgáljuk meg a 3-40. ábrán látható áramkör működését.

Tételezzük fel, hogy az R_t ellenállás értéke külső okok miatt időnként megváltozik, viszont a sarkain mérhető U_2 feszültségnek állandónak kell maradnia. Ez az Ohm-törvény értelmében csak úgy lehetséges, hogy R_t csökkenésekor I_t növekszik, R_t növekedésekor I_t csökken, olyan mértékben, hogy az

$$U_2 = I_t \cdot R_t$$

állandó maradjon.



3–40. ábra *Feszültségstabilizálás Zener diódával*

Az U_2 állandó értéken tartását a beépített Zener dióda biztosítja, melynek Zener-feszültségét úgy kell megválasztanunk, hogy

$$U_{ZJ} \approx U_2$$

legyen, továbbá fenn kell állnia az

$$U_1 > U_{ZJ}$$

relációnak is. Ez esetben az I áram állandó lesz és értéke:

$$I = \frac{U_1 - U_{ZJ}}{R}$$

Mivel az 1. Kirchhoff törvény értelmében fennáll, hogy

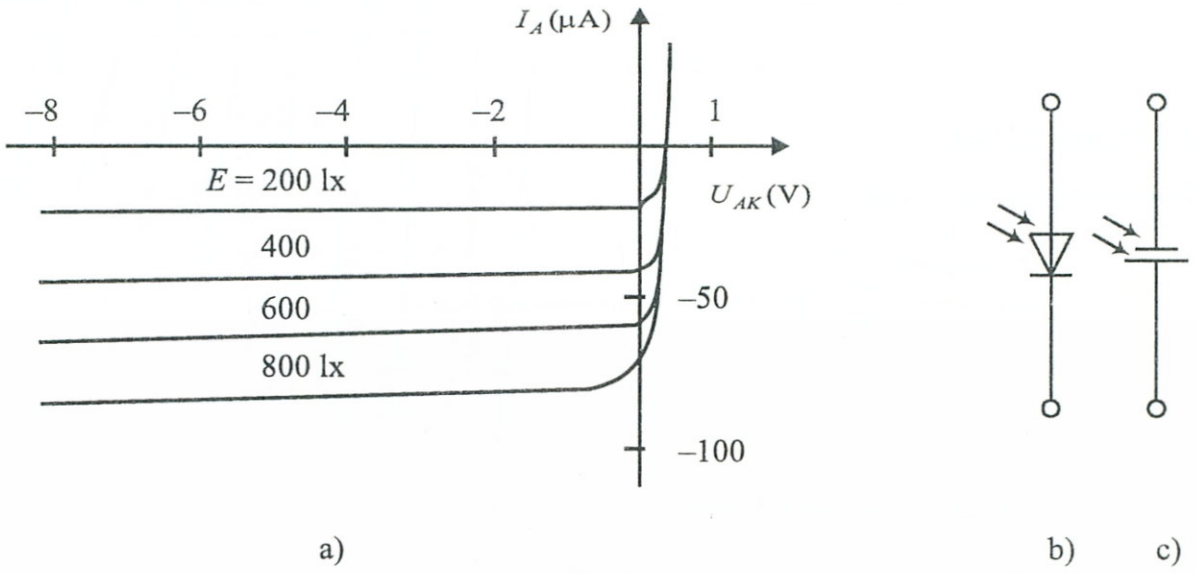
$$I = I_Z + I_t$$

ezért I_t csökkenésekor I_Z növekedni, I_t növekedésekor I_Z csökkenni fog, azaz közvetve R_t változásait a Zener dióda árama kompenzálja. A 3-39a. karakterisztikák meredeksége biztosítja, hogy számottevő I_Z változás mellett is az $U_2 \approx U_{ZJ}$ feszültség állandó maradjon.

Fotodiódák, napelemek

A fotodiódák fény hatására, megnövelik visszáramukat a 3-41a. ábra karakterisztikáinak megfelelően, emiatt gyártáskor fényáteresztő tokba helyezik el őket. Jelölésük a 3-41b. ábrán látható.

A karakterisztikából látható, hogy $U_{AK} = 0$ feszültségnél is mérhető megvilágítástól függő értékű áram, amiből az következik, hogy a



3-41. ábra *Fotódiódák jellemző karakterisztikái, rajzjelek*

fotodiódák nem feltétlenül igényelnek külső feszültség generátort. Emiatt a fénymérési feladatok mellett, energia előállítására is felhasználhatók. Az utóbbi célra módosított felépítésű és rendkívül nagyfelületű fotódiódákat gyártanak, ezeket *napelemek*nek is nevezik.

Napelemként történő felhasználáskor a 3-41c. ábra szerinti rajzjelölést alkalmazzák.

A fotodiódák határfrekvenciája rendkívül magas értékű (GHz nagyságrend is) lehet.

Fotódiódákat germániumból vagy szilíciumból állítanak elő. A szilícium alapúak relatív spektrális érzékenysége a 0,7~1 μm hullámhosszon, a germánium alapúaké a 0,9~1,6 μm hullámhosszon optimális.

Fénykibocsátó diódák, LED-ek

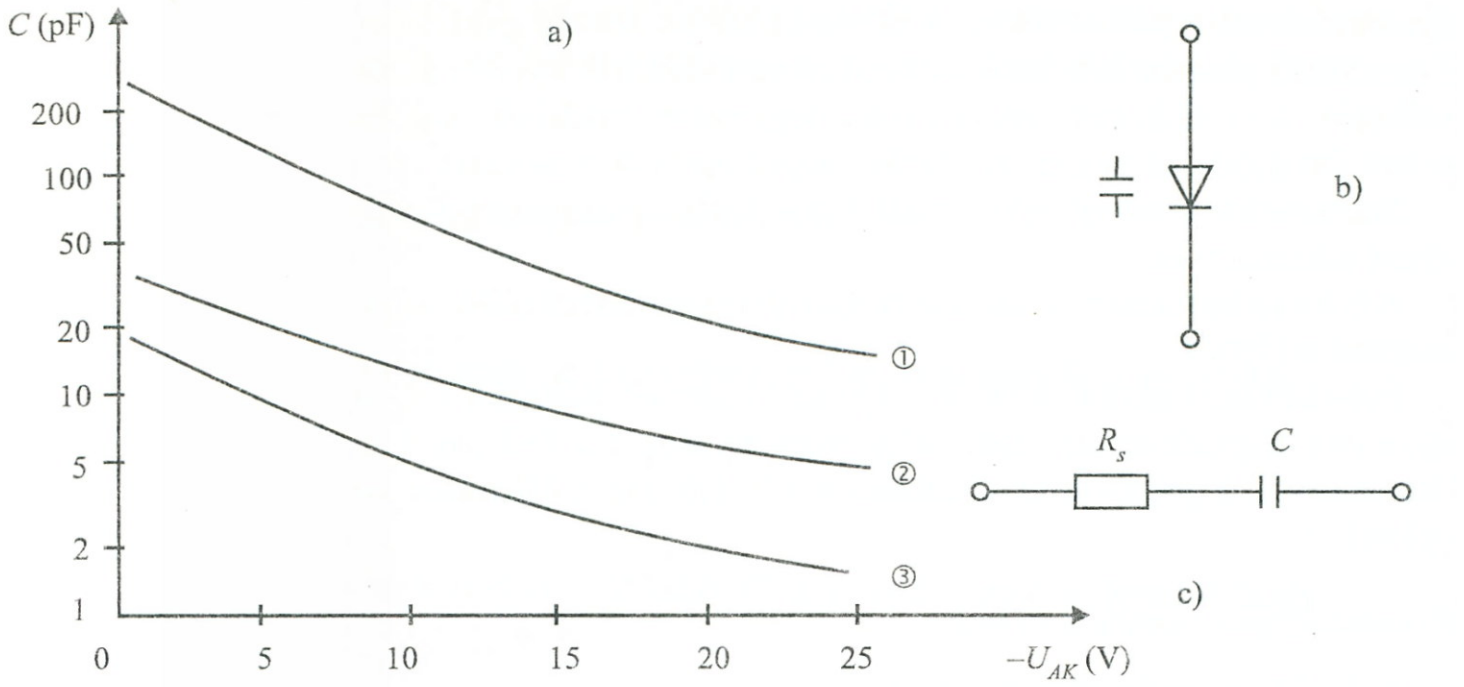
A LED-ek nyitó-irányú áram hatására fényt bocsátanak ki magukból, ezért átlátszó tokozással készülnek. Alapanyaguk Ga–As, Ga–As–Ph, Ga–Ph vagy Ga–N vegyület, melynek összetételétől függően a kibocsátott fény színe Infravörös, Piros, Sárga, Zöld, Kék változatokban állítható elő. A LED rajzjelét a 3-42. ábra ábrázolja.

3–42. ábra *Fénykibocsátó dióda (LED) rajzjele*

Kapacitásdiódák

A pn átmenet zárófeszültségét változtatva a záróréteg változó kapacitásként viselkedik. Ezt a fizikai jelenséget használják fel az ún. kapacitásdiódáknál, melyeket úgy alakítanak ki gyártáskor, hogy a fenti hatás kihangsúlyozottan érvényesüljön. A zárófeszültség növelésekor az elemi kapacitásként viselkedő töltéshordozó-párok eltávolodnak egymástól, ezért kapacitásuk (1.9) értelmében csökken, a zárófeszültség csökkentésekor (a közeledés miatt) a kapacitás növekszik. A töltéshordozó-párok alkotta elemi kapacitások összegezett eredője adja a kapacitásdióda kapacitását, melynek maximális értéke 5~300 pF körül mozoghat típustól függően. Szemléltetésül a 3-43a. ábrán egyberajzoltuk néhány kapacitásdióda $C = C(U_R)$ jelleggörbéjét. A 3-43b. ábrán a kapacitásdióda rajzjele látható.

A kapacitásdiódákat nagyfrekvenciás rezgőkörök feszültségvezérelt hangolásánál használják elterjedten. Igényesebb alkalmazások-



3-43. ábra *Kapacitásdióda jellemzői típustól függően*

nál figyelembe kell venni a 3-43c. ábra helyettesítő képét, melynek veszteségtényezője a (3.11) összefüggés értelmében:

$$\mathrm{tg}\delta = s \cdot R_s \cdot C$$

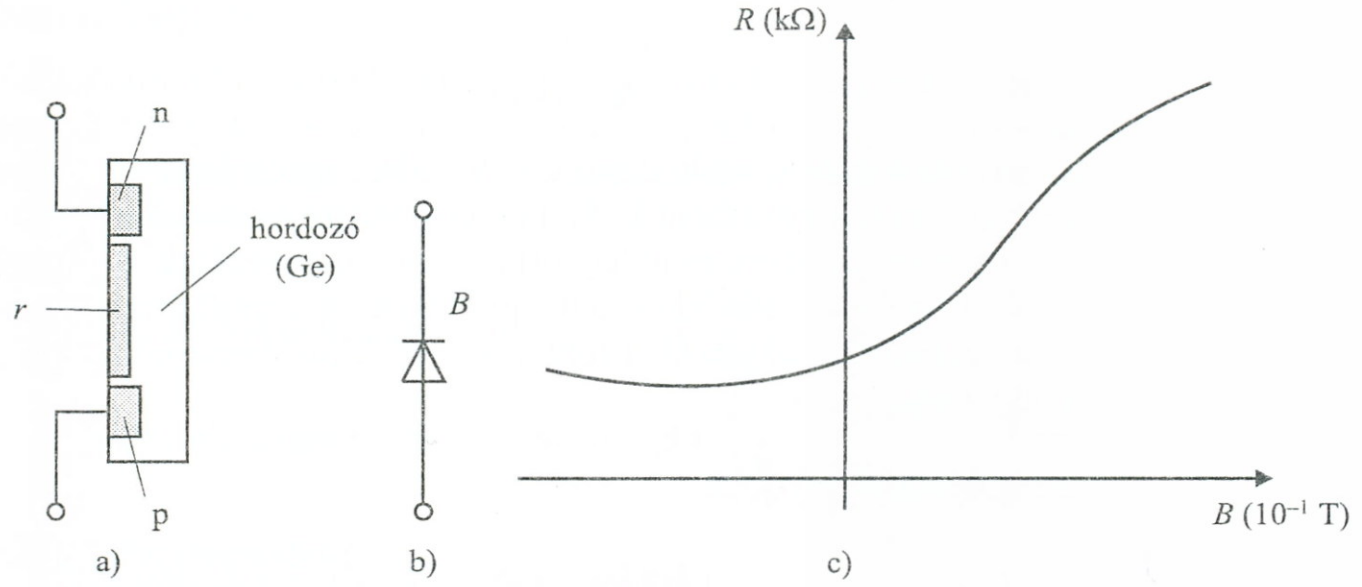
Esetünkben R_s a diódát alkotó kristály, ún. pályaellenállása (0,5~2,5 Ω), C a záróréteg kapacitása.

Mágnesdiódák

A mágnesdióda felépítését a 3-44a. ábra mutatja.

A hordozóra (rendszerint germánium) p és n zónát visznek fel. Ezek között egy kis-vezetőképességű szakasz helyezkedik el, melynek r szélét úgy alakítják ki, hogy benne kedvező feltételek mellett az elektronok és lyukak rekombinálódva egymást semlegesíthessék. Ha az eszközt mágneses térbe helyezzük, a mágneses polaritás függvényében az elektron áram vagy a r zóna feé, vagy attól távolodva elhajlik. Ha az r zónába elektronok jutnak, azok ott rekombinálódva eltűnnek, így az elektromos áramot kevesebb töltés tudja továbbítani, azaz a mágnesdióda ellenállása növekszik a vezérlő mágneses tér függvényében. Az alkalmazás során figyelembe kell venni, hogy mágnesdióda erősen hőfokfüggő, és ellenállása a hőmérséklet emelkedésével csökken.

A mágnesdióda rajzjelét és mágnesség-függő ellenálláskarakterisztikáját a 3-44b., c., ábrák mutatják.



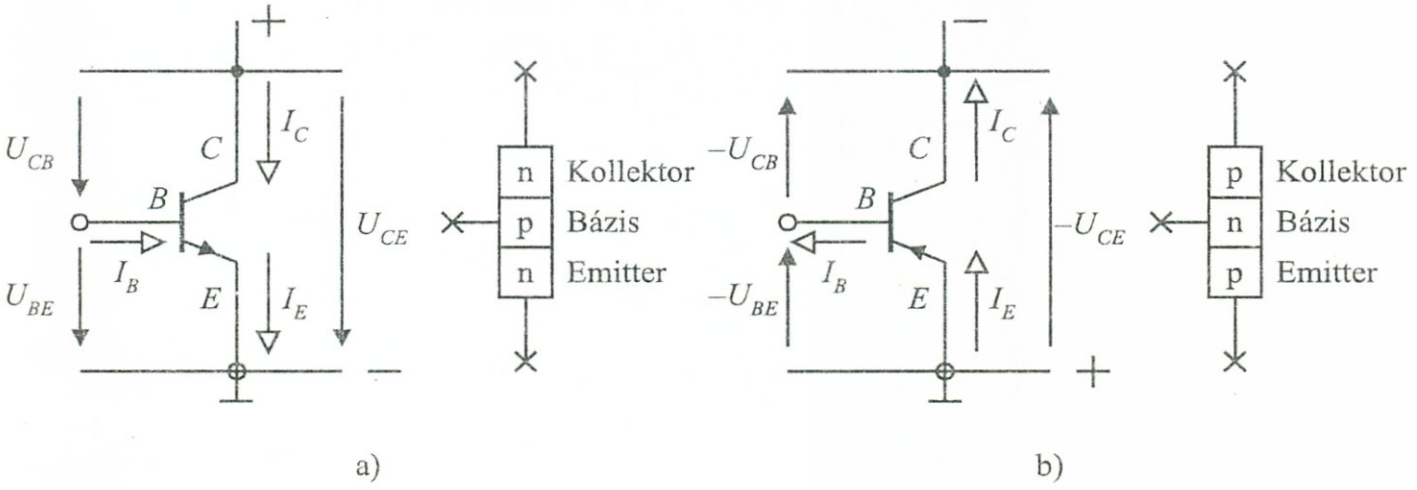
3-44. ábra *Mágnesdióda felépítése, rajzjele és ellenálláskarakterisztikája*

3.6. Bipoláris tranzisztorok

3.6.1. Karakterisztikák, főbb jellemzők

Napjainkban a bipoláris tranzisztorokat leggyakrabban szilícium alapú félvezetőkből készítik. Különleges célokra használatosak, még germánium és egyéb vegyületkristályos alapanyagok is. A bipoláris tranzisztorok npn és pnp alapváltozatait és ezek legfontosabb áramköri jellemzőit a 3-45. ábrán rajzoltuk fel.

Az ábrákról leolvashatók a következő összefüggések:

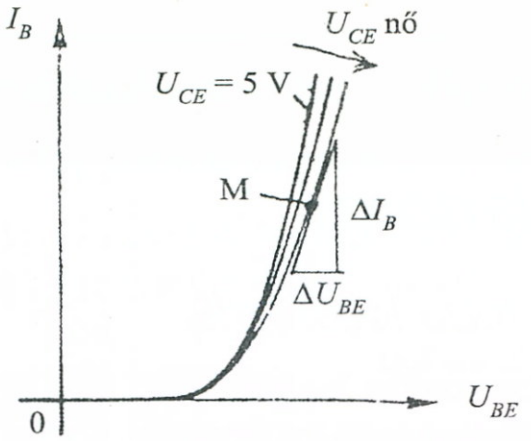


3–45. ábra *npn és pnp tranzisztorok*

$$I_E = I_B + I_C$$
$$U_{CE} = U_{CB} + U_{BE} \qquad (3.21)$$

A tranzisztorok működését a jellemzők közötti kapcsolatot leíró *jelleggörbéken* követhetjük. Az npn és pnp tranzisztorok vizsgálatánál az összefüggések és jelleggörbék teljesen hasonlóak, a tárgyalás során csupán az előjelekre kell figyelnünk. A szemléltetésként idézett számszerű jellemzőket többnyire szilícium tranzisztorokra vonatkoztatjuk.

Bemeneti jelleggörbék

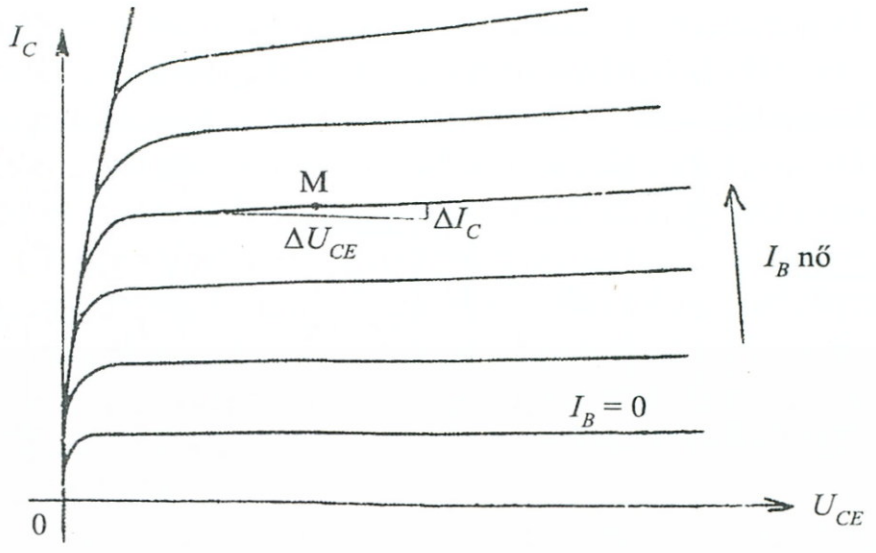


3-46. ábra *Bemeneti jelleggörbe*

A bemeneti jelleggörbe a bázis-emitter pn(np) átmenet által képviselt dióda karakterisztikájának felel meg, mely a tranzisztor U_{CE} kollektor-emitter, feszültségváltozásának hatására kismértékben módosul, a 3-46. ábra szerint.

Kimeneti jelleggörbék

A kimeneti jelleggörbe az $I_C = f_K(U_{CE}, I_B)$ összefüggéssel adható meg, melyben az I_B bázisáramot paraméterként tekintjük és ezáltal egy görbesereget jellemezhetünk a 3-47. ábra szerint.



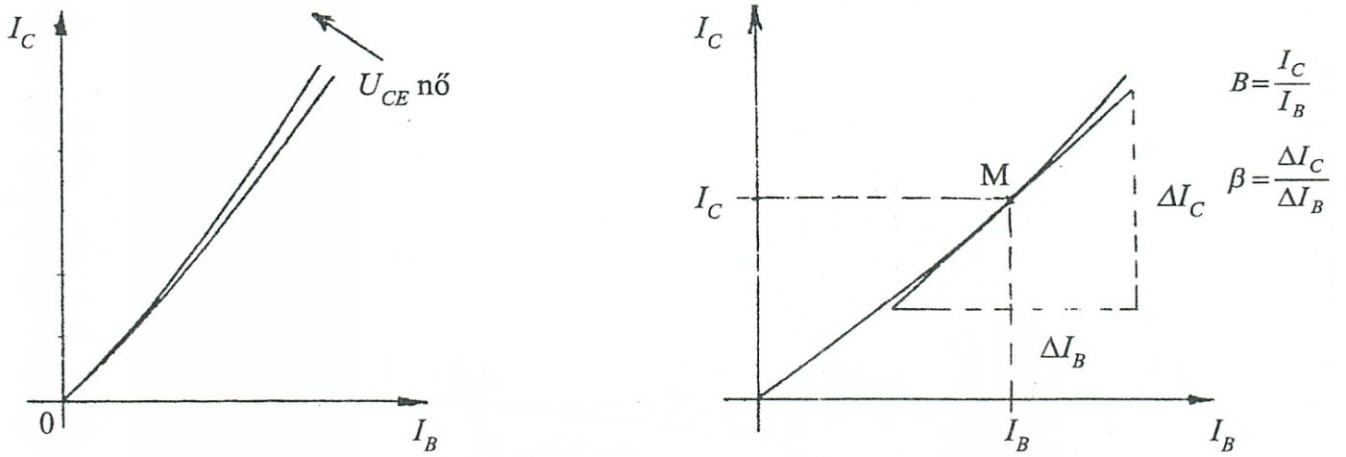
3-47. ábra *Kimeneti jelleggörbe*

Áram jelleggörbe

Az áram jelleggörbék az $I_C = I_C(I_B)$ kollektor áram-bázisáram kapcsolatot írják le és kismértékben az U_{CE}-től is függenek (3-48a. ábra). Az áram jelleggörbével kapcsolatosan definiálható a tranzisztor két fontos paramétere:

$$\left.\begin{aligned} &\text{statikus áramerősítési tényező:} && B=\frac{I_C}{I_B} \\ &\text{differenciális áramerősítési tényező:} && \beta=\left.\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}\right|_{U_{CE}=\text{állandó}} \end{aligned}\right\} \quad (3.22)$$

Értelmezésük a 3-48b. ábrából olvasható le.



3-48. ábra *Áram jelleggörbe és áramerősítési tényezők*

A jelleggörbe nem-lineáris jellege miatt, mindig csak egy adott munkapont szűkebb környezetében közelíthetők jól a kérdéses paraméterek. Így van ez a 3-48b. ábrabeli β értéknél is, de hasonló elven definiálhatók a 3-46. és 3-47. ábrákkal kapcsolatosan a munkapont függő:

$$\left.\begin{aligned} &\text{differenciális bemeneti ellenállás:} && r_{BE}=\frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B} \\ &\text{differenciális kimeneti ellenállás:} && r_{CE}=\frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C} \end{aligned}\right\} \quad (3.23)$$

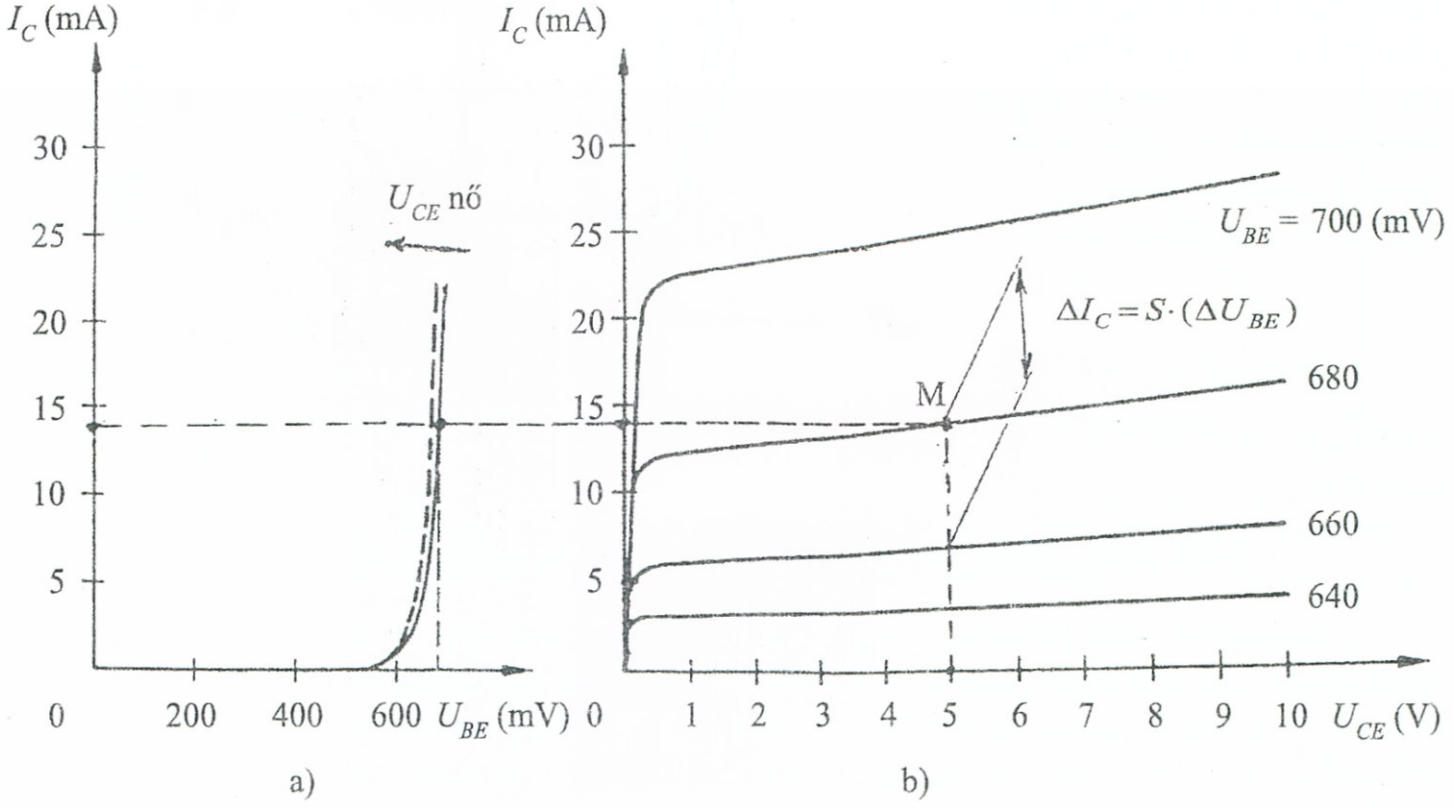
jellemzők is.

Átviteli karakterisztika, meredekség

A tranzisztoroknál kis bemenőfeszültség-változás meglehetősen nagy kollektor-áramváltozást okoz. A viszonyok jól leírhatók a már bevezetett (3.18) összefüggéssel, ha paraméterként figyelembe vesszük a kollektor-emitter feszültség (U_{CE}) módosító hatását is:

$$I_C = I_S(T, U_{CE}) \exp \frac{U_{BE}}{U_T} \tag{3.24}$$

Az $I_C = f_A(U_{BE})\big|_{U_{CE}\text{ állandó}}$ átviteli karakterisztika grafikus képét a 3-49a. ábrán tanulmányozhatjuk egy konkrét tranzisztor számadataival szemléltetve.



3-49. ábra *Átviteli karakterisztika és meredekség*

A kollektor-áramnak U_{BE} függvényében történő megváltozásának mértékére bevezethetjük a *meredekség* fogalmát:

$$S = \left.\frac{\Delta I_C}{\Delta U_{BE}}\right|_{U_{CE}=\text{állandó}} \tag{3.25}$$

Ennek határértékét véve, a (3.24) deriválása után írhatjuk:

$$S=\left.\frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}}\right|_{U_{CE}=\text{állandó}}=\frac{I_S}{U_T}\cdot\exp\frac{U_{BE}}{U_T}=\frac{I_C}{U_T} \qquad (3.26)$$

azaz a meredekség arányos a kollektor árammal és független a tranzisztor saját jellemző paramétereitől.

Az S meredekséget szemléltető célzattal berajzoltuk a 3-49b. ábrabeli U_{BE} paraméterekre módosított kimeneti karakterisztikába is, ugyancsak egy konkrét tranzisztor adatain.

Végül felírható egy további összefüggés a bemeneti ellenállás, az áramerősítési tényező és a meredekség között a (3.23), (3.22) határértékei és (3.26) felhasználásával:

$$r_{BE}=\frac{\partial U_{BE}}{\partial I_B}=\frac{\partial U_{BE}}{\partial I_C\cdot\frac{1}{\beta}}=\frac{\beta}{S}=\frac{\beta U_T}{I_C} \qquad (3.27)$$

A *differenciális kimeneti ellenállást* (3.23)-ban már felírtuk a 3-46. ábrából. A határértéket véve kapjuk:

$$r_{CE}=\left.\frac{\partial U_{CE}}{\partial I_C}\right|_{U_{BE}=\text{állandó}}\approx\frac{U_Y}{I_C}$$

Itt U_Y az ún. *Early-feszültség* (értéke npn tranzisztoroknál 80~200V, pnp tranzisztoroknál 40~150V). Az Early-feszültséggel a kimeneti ellenállás tetszőleges kollektoráramnál kiszámítható.

Általános összefüggések felírása érdekében indulunk ki az alábbi kétváltozós függvényekből:

$$I_B=I_B(U_{BE},U_{CE})$$
$$I_C=I_C(U_{BE},U_{CE})$$

ha képezzük a teljes deriváltakat, felírható:

$$dI_B=\frac{\partial I_B}{\partial U_{BE}}dU_{BE}+\frac{\partial I_B}{\partial U_{CE}}dU_{CE}$$
$$dI_C=\frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}}dU_{BE}+\frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}}dU_{CE}$$

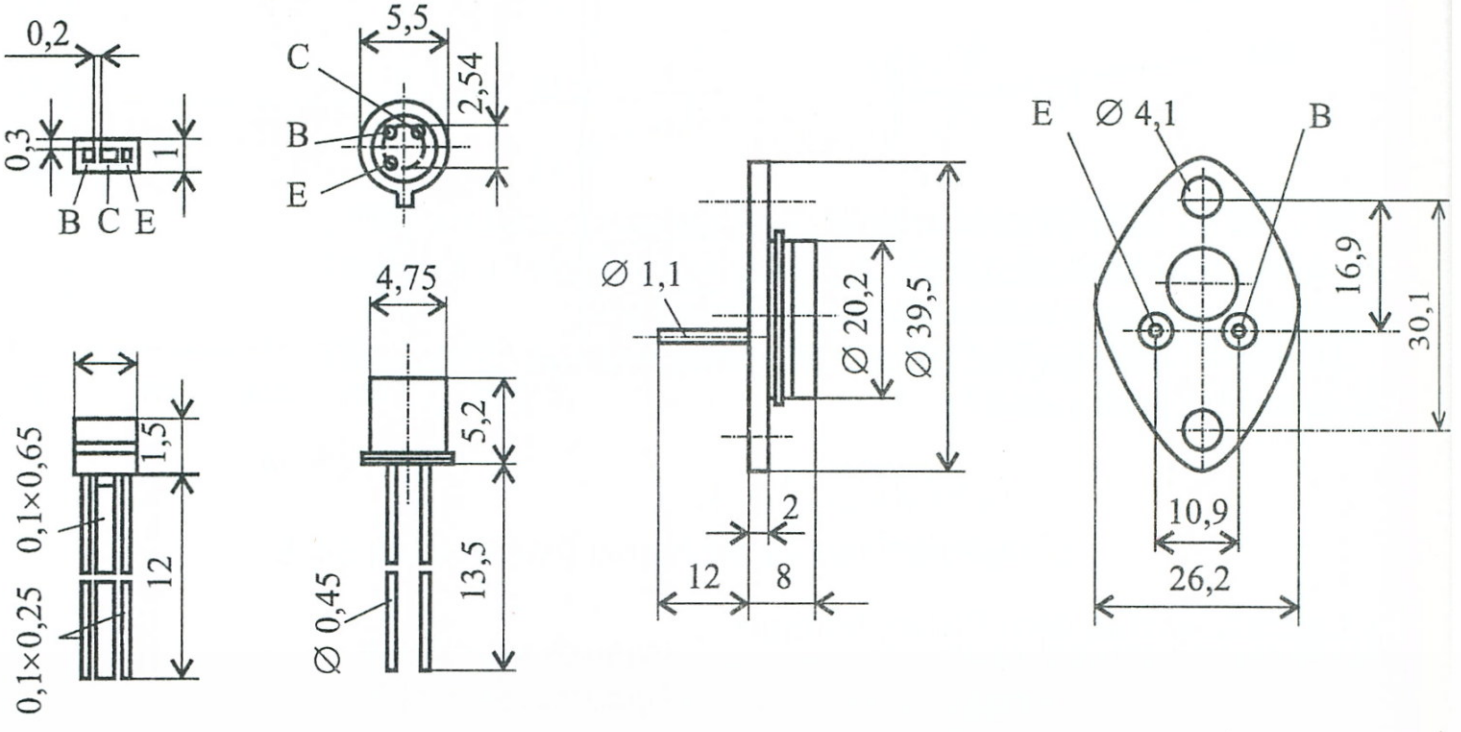
A karakterisztikákból is láthatóan a $\frac{\partial B}{\partial U_{CE}} \approx 0$, így a kapott eredményeket *differencia-kifejezésbe* átírva kapjuk:

$$\Delta I_B = \frac{1}{r_{BE}} \Delta U_{BE}$$
$$\Delta I_C = S\Delta U_{BE} + \frac{1}{r_{CE}} \Delta U_{CE} \qquad (3.28)$$

3.6.2. Tranzisztorok, mint alkatrészek

A gyakorlati felhasználás során a tranzisztorokkal vagy mint önálló alkatrészekkel, vagy mint integrált áramkörök belső elemeivel találkozunk.

Önálló alkatrészként a tranzisztorokat külső behatások ellen védő tokozással látják el. Néhány tokozási változat látható körvonalméreteik feltüntetésével a 3-50. ábrán. A 3-50c. változat teljesítmény tranzisztorral kapcsolatos.



3-50. ábra *Tranzisztor tokozási változatok*

A tokozáson feltüntetik a tranzisztorra jellemző típusjelölést. Elterjedt a következő, felhasználási területre is utaló jelölésmód:

– Konvencionális elektronika:

2 betű + 3 számjegy

– Professzionális elektronika:

3 betű + 2 számjegy

A *betűkre* vonatkozó konvenciók:

1. betű: A – germánium
B – szilícium
C – egyéb, speciális

2. betű: C – hangfrekvenciás
F – nagyfrekvenciás
S – kapcsoló
D – hangfrekvenciás-teljesítmény
L – nagyfrekvenciás-teljesítmény
U – kapcsoló-teljesítmény

3. betű: nincs rögzített előírás

A *számjegyek* a betűkkel megkülönböztetett csoportokon belüli típusazonosításra szolgálnak.

3.9. Példa: Milyen alapú és milyen felhasználási körű a BS 117 tranzisztor? Az előzőek alapján:

– Szilícium-tranzisztor
– Kisáramú kapcsolótranzisztor.

Jellemző- és határadatok, hő- és teljesítményviszonyok

A tranzisztor-katalógusok, a felhasználó tájékoztatása céljából, a karakterisztikában túlmenően további jellemzőket és határértékeket is összefoglalnak az egyes típusokkal kapcsolatosan. A 3-51. ábra táblázatában egy hangfrekvenciás szilícium-tranzisztor fontosabb jellemzőik gyűjtöttük össze szemléltető célzattal.

A tranzisztor üzemelése során disszipált teljesítmény:

$$P_d = U_{CE} \cdot I_C + U_{BE} \cdot I_B \approx U_{CE} \cdot I_C \qquad (3.29)$$

Ennek határértéke a táblázatban szereplő Pdmax teljesítmény, mely 25 °C tokhőmérsékletre van vonatkoztatva. Ha a környezet ennél melegebb, akkor a tranzisztort a P_{dmax}-nál alacsonyabb értékre szabad csak igénybe venni, mert különben a záróréteg megengedett hő-

Határadatok		
Kollektor – emitter feszültség	U_{CEO}	45 V
Kollektoráram	I_{Cmax}	1000 mA
Emitter – bázis feszültség	U_{EBO}	6 V
Bázisáram	I_{Bmax}	50 mA
Veszteségi teljesítmény	P_{dmax}	300 mW
Jellemzők		
Kollektor-maradékáram	I_{CBO}	0,2 nA
Kollektor – bázis kapacitás	C_{CB}	3 pF
Emitter – bázis kapacitás	C_{EB}	8 pF
Jellemzők adott áramnál	I_C	1 mA
Bázis – emitter feszültség	U_{BE}	0,6 V
Maradékfeszültség	U_{CEsat}	60 mV
Áramerősítési tényező	β	240...500
Tranzitfrekvencia	f_T	100 MHz

3–51. ábra *BC 237B (TEXAS) tranzisztor szemléltető adatai*

mérsékletét ϑ_j-t túllépnénk. A ϑ_j értéke szilícium-tranzisztoroknál 175 °C, germánium-tranzisztoroknál 90 °C. A megengedett teljesítmény részben ettől a záróréteg hőmérséklettől, részben attól függ, hogy mennyire tudjuk a hőt a tranzisztorról elvezetni. A *hőelvezetés* mértékét annak reciprokával, az ún. *hőellenállás*sal fejezik ki:

$$R_\vartheta = \frac{\vartheta_j - \vartheta_K}{P_d} \quad \left(\mathrm{C}^\circ/\mathrm{W}\right) \tag{3.30}$$

ahol ϑ_K a környezet hőmérséklete.

A hőellenállás több tényezőből tevődik össze.

$$R_\vartheta = R_{\vartheta H} + R_{\vartheta K} \tag{3.31}$$

Itt: $R_{\vartheta H}$ – a félvezető és a tok közötti hőellenállás. Ezt a katalógusok rendszerint megadják (egy teljesítmény-tranzisztornál pl. 10 °C/W).

$R_{\vartheta K}$ – a tranzisztor és a környezet közötti hőellenállás. Ez meglehetősen nagy érték, ha csak maga a tok disszipál (pl. egy hangfrekvenciás tranzisztor esetén). Sokkal kedvezőbb viszont, ha hűtőbordát is alkalmaznak. (például

teljesítmény tranzisztoroknál), ilyenkor $R_{\vartheta K}$ további összetevőkre tagolható).

Végül, a már *túl nem léphető* teljesítményhatárra felírható:

$$P_{d\max} \leq \frac{\vartheta_j - \vartheta_K}{R_\vartheta} \tag{3.32}$$

3.6.3. Tranzisztor alapkapcsolások

Attól függően, hogy a tranzisztor három csatlakozási pontja közül melyiket csatlakoztatjuk állandó potenciálú pólusra, megkülönböztetünk:

- földelt emitteres,
- földelt bázisú,
- földelt kollektoros

alapkapcsolásokat. A felsoroltak mindegyike rendelkezik egy adott felhasználási eset szemszögéből nézve előnyösebb vagy hátrányosabb adottságokkal, ezért a gyakorlatban mindhárom alkalmazásra kerül.

3.6.3.1. Földelt emitteres kapcsolás

a) Be- és kimeneti ellenállás, erősítés

Földelt emitteres kapcsolást és helyettesítő képét rajzoltuk fel a 3-52a., b. ábrán, melynél a meghajtó generátorok és a kimenetre csatlakozó terhelést is feltüntettük.

Az ábrákból felírhatók a kapcsolás fontosabb jellemzői:

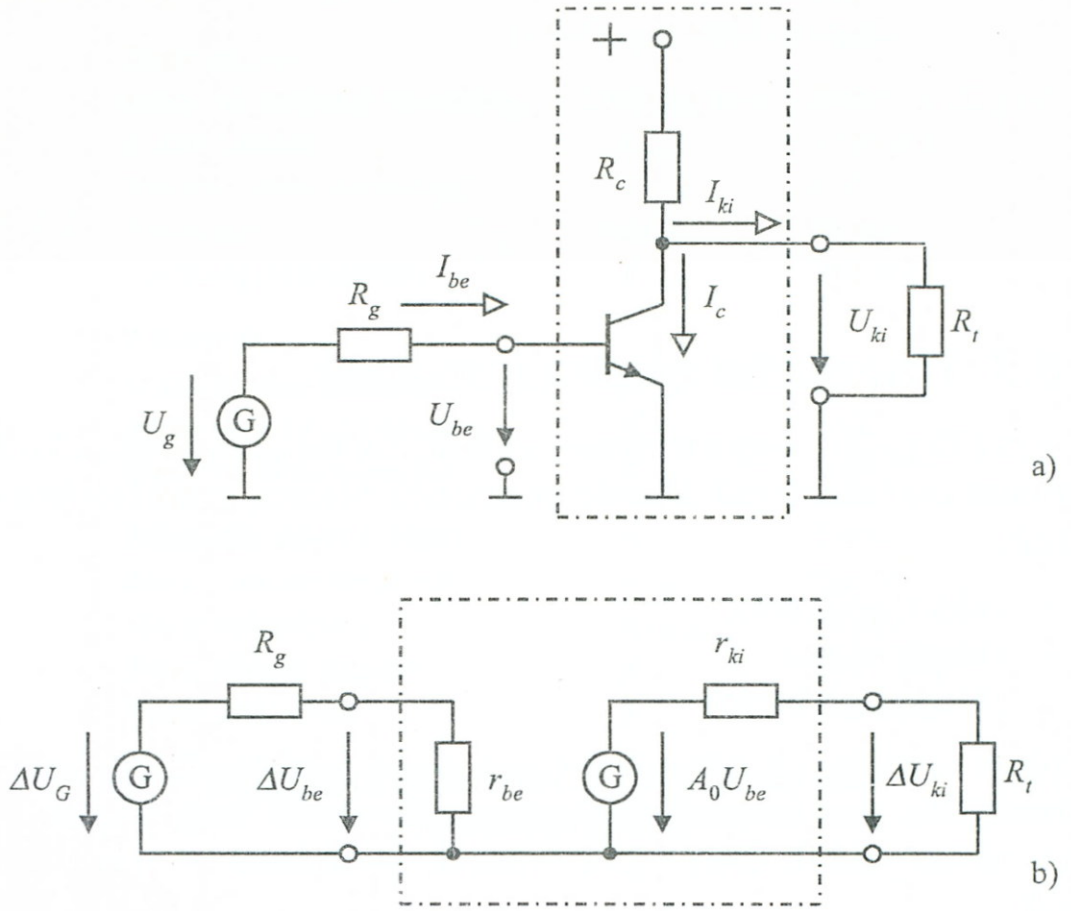
Bemeneti ellenállás (felhasználva a (3.27) összefüggést)

$$r_{be} = r_{BE} = \frac{\beta}{S} = \frac{\beta U_T}{I_C} \tag{3.33}$$

A *kimeneti ellenállás* meghatározásához a 3-52a. ábra kollektorpontjára felírt csomóponti törvényből indulhatunk ki:

$$-\Delta I_C - \Delta I_{ki} - \frac{\Delta U_{ki}}{R_C} = 0$$

majd



3–52. ábra *Földelt emitteres kapcsolás és kisjelü helyettesítő képe*

$$\Delta I_C \approx \frac{\Delta U_{CE}}{r_{CE}}$$

behelyettesítése és a rendezés után felírható:

$$r_{ki} = -\frac{\Delta U_{ki}}{\Delta I_{ki}} = \frac{R_C \cdot r_{CE}}{R_C + r_{CE}} \tag{3.34}$$

A *feszültségerősítés* kiszámításához a terheletlen tranzisztor U_{ki0} kimeneti feszültségéből indulhatunk ki:

Mivel kapcsolásunknál:

$$U_{BE} = U_{be},\ U_{CE} = U_{ki0},\ \Delta U_{kio} = -\Delta I_C \cdot R_C$$

Ezekkel felírható (3.28) általános összefüggéseinek felhasználásával:

$$-\frac{\Delta U_{ki}}{R_C} = S\Delta U_{be} + \frac{\Delta U_{ki0}}{r_{CE}}$$

ezt átrendezve kapjuk:

$$A_0 = \frac{\Delta U_{ki0}}{\Delta U_{be}} = -S\frac{R_C \cdot r_{CE}}{R_C + r_{CE}} \tag{3.35}$$

$R_C >> r_{CE}$ esetén:

$$A_0 \approx -SR_C$$

Mivel az r_{ki} és R_t feszültségosztót képeznek, ezért az *üzemi feszültségerősítés:*

$$A_{ü} = A_0 \frac{R_t}{R_t + r_{ki}} \tag{3.36}$$

b) Torzítások

A tranzisztorkarakterisztikák non-linearitása miatt az átvitt jelek eltorzulnak. A torzulás mértékét a *torzítási tényező*vel jellemzik:

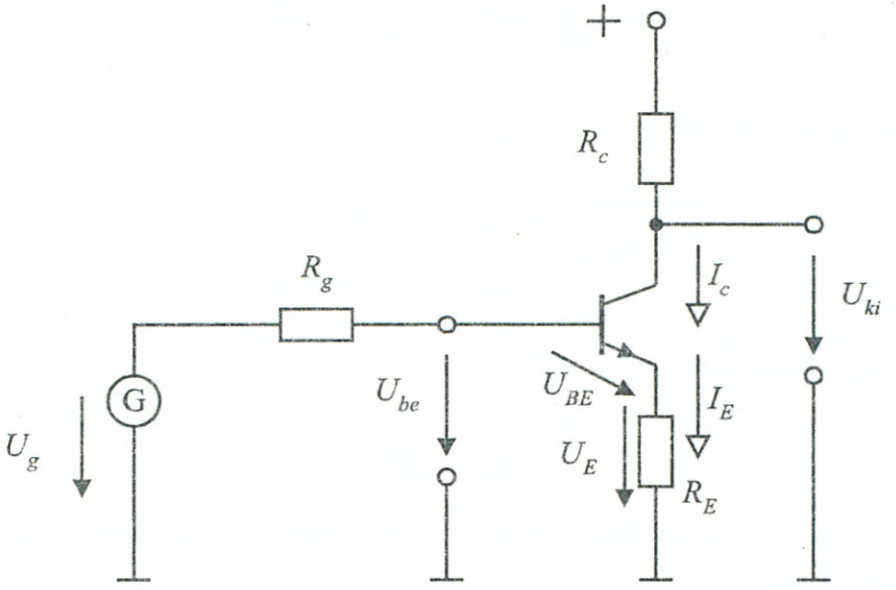
$$k = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \hat{U}_n^2}}{\hat{U}_1} \tag{3.37}$$

mely kifejezi az U_n felharmonikusok effektív értékének viszonyát az U_1 alapharmonikushoz képest, bemeneti színuszjel esetén.

c) Visszacsatolások

A torzítási viszonyok javítására *negatív visszacsatolást* használhatunk, ami azt jelenti, oly módon módosítjuk az eredeti kapcsolást, hogy a kimenő jel bizonyos hányadát ellentétes fázisban visszavezetjük a bemenetre. Ilyenkor az erősítés némileg csökken, de az átvitel jósága javul.

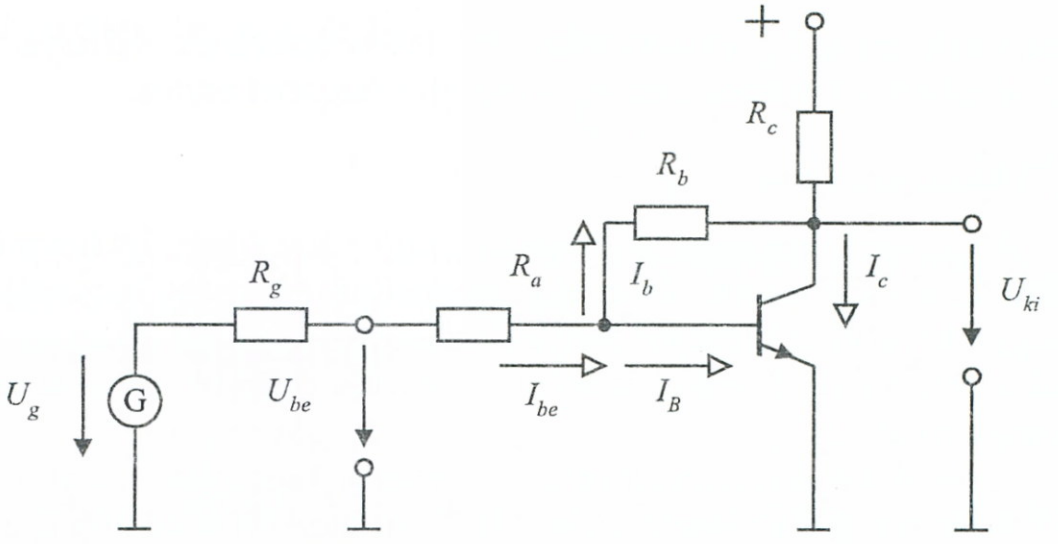
Soros áramvisszacsatolt földelt emitteres kapcsolást mutat a 3-53. ábra. A negatív visszacsatolást az R_E emitterköri ellenállás hozza létre, azáltal, hogy a növekvő U_{BE} hatására növekvő $I_C \approx I_E$ kollektor-(emitter) áram növeli az R_E ellenálláson fellépő $U_E = I_E \cdot R_E$ feszültség-



3–53. ábra *Soros áramvisszacsatolás*

esést, amely viszont a vezérlő-feszültség csökkenését okozza az $U_{BE} = U_{be} - U_E$ miatt. A leírt folyamat csökkenti az erősítést, így negatív visszacsatolást eredményez. Levezethetők a következő jellemzők:

$$\left.\begin{aligned} r_{be} &\approx r_{BE} + \beta R_E \\ r_{ki} &\approx R_C \\ A_u &= \frac{\Delta U_{ki}}{\Delta U_{be}} \approx -\frac{R_C}{R_E} \end{aligned}\right\} \qquad (3.38)$$



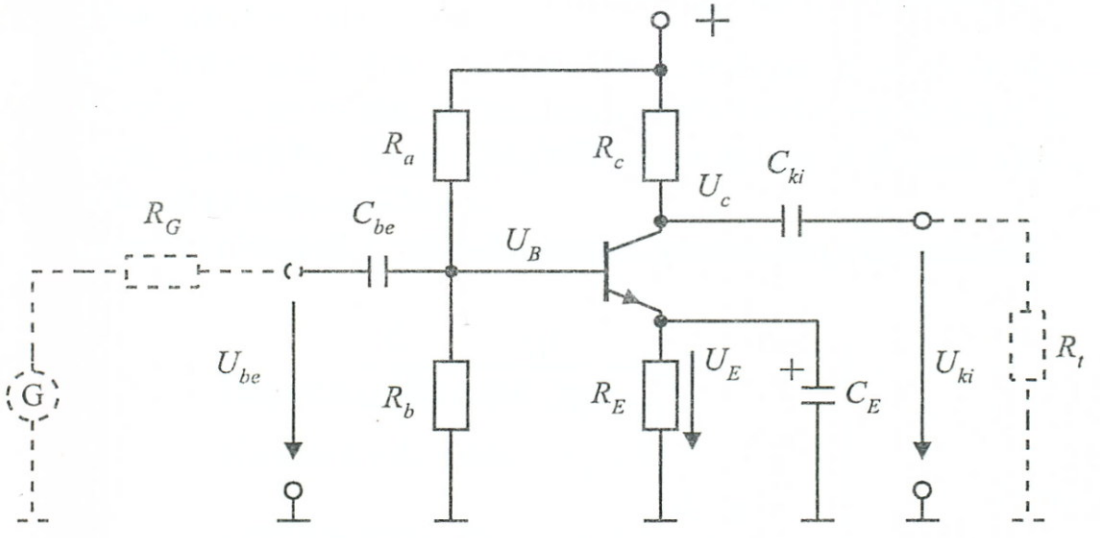
3–54. ábra *Feszültségvisszacsatolás*

Feszültség visszacsatolt földelt emitteres kapcsolás látható a 3-54. ábrán. Itt a kollektorponti kimenő feszültséget vezetjük vissza az R_b ellenálláson keresztül a bemenetre. Az R_C-Tranzisztor osztólánc miatt a kollektorponti feszültség ellenfázisban van a bemenetihez képest, így negatív visszacsatolás alakul ki. A fontosabb jellemzők ennél az esetnél:

$$\left.\begin{aligned} r_{be} &\approx R_a \\ r_{ki} &= \frac{R_b}{\beta}\left(1+\frac{r_{BE}}{R_a+R_b}\right)+\frac{1}{S} \\ \frac{1}{A_u} &= \frac{\Delta U_{be}}{\Delta U_{ki}} = -\frac{1+R_a/(r_{BE}\times R_b)}{S(R_C\times r_{CE}\times R_b)} - \frac{R_a}{R_b} \end{aligned}\right\} \qquad (3.39)$$

d) Munkapont beállítás

A tranzisztorok mindig a karakterisztika egy kijelölt pontjának, az ún. *munkapont*nak környezetében működnek. A tranzisztorok, meredek karakterisztikái miatt a munkapont-beállítás stabilitására különösen érzékenyek erősen hőfokfüggő tulajdonságaik miatt. Például, ha állandó kollektoráramot tételezünk fel, $\Delta\vartheta = 1°C$ hőmérséklet növekedésre a bázis-emitter feszültség $\Delta U_{BE} = 2$ mV-tal csökken, ezt az „elsodródás"-t *hőmérsékleti drift*-nek nevezik. A driftből eredő feszültség-módosulás hozzáadódik a meghajtó generátor feszültségéhez és az erősítő a kettőt együttesen erősíti. A káros körülmények kiküszöbölésére alkalmas a 3-55. ábrán átható munkapont stabilizált hálózat, melynél többféle stabilizáló hatás érvényesül:



3–55. ábra *Munkapont stabilizált kapcsolás*

Az R_E emitterköri ellenállás negatív visszacsatolást eredményez, mely a drift-et tartalmazó erősítést R_C/R_E értékre redukálja.

A bázis előfeszítését az R_a–R_b ellenállásosztó végzi, meghatározott fix bázisáramot állít be a munkapontnak megfelelően.

A kapcsolásnál, ha feltételezzük, hogy hasznos jelei *váltakozó áramú* jelek, akkor beépíthetők a C_{be}, C_{ki} csatoló kondenzátorok, melyek megfelelő méretezést feltételezve a hasznos jeleket átengedik, de a lassú változású drift hatással szemben nagy impedanciát képviselve, azt leválasztják. A C_E emitterkondenzátor beépítésével a negatív visszacsatolás csak a munkapont destabilizáló, lassú hatásokat fogja kompenzálni, míg a hasznos, váltakozó jeleknél R_E-t a C_E rövidre zárja, így ezekre a negatív visszacsatolás nem lesz hatással.

A három kapacitás mindegyike a környezetükben található ellenállásokkal egy-egy felüláteresztő-szűrőt képez. Bebizonyítható, hogy több kaszkádba kapcsolt felüláteresztő-szűrő eredő határfrekvenciája közelítőleg:

$$f_a \approx \sqrt{\sum_{i=1}^{n} f^2 a_i}$$

A 3-55. ábra kapcsolása esetére ($n = 3$), mindhárom szűrőt azonos határfrekvenciára vonatkoztatva, a minimális eredő határfrekvencia:

$$f_a \approx \sqrt{n} \cdot fa_i$$

A konkrét kapacitás-értékek kiszámítására az irodalom a következő összefüggéseket adja meg a 3-55. ábra jelöléseivel:

Bemeneti csatoló kondenzátor:

$$C_{be} = \frac{1}{2\pi f_a \left(R_g + r_{be}\right)}$$

Emitterközi párhuzamos kondenzátor:

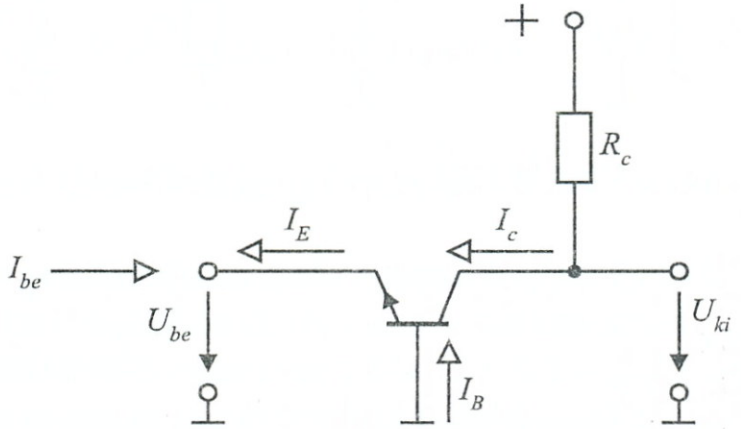
$$C_E = \frac{I_C}{2\pi f_a \cdot U_T} = \frac{S}{2\pi f_a}$$

Kimeneti csatoló kondenzátor:

$$C_{ki} = \frac{1}{2\pi f_a (r_{ki} + R_t)}$$

3.6.3.2. Földelt bázisú kapcsolás

A földelt bázisú kapcsolás áramköri képeit a 3-56. ábrán tanulmányozhatjuk.



3–56. ábra *Földelt bázisu kapcsolás*

Mint az ábrából látható, a meghajtó generátornak az I_E emitter áramot kell táplálnia, mely ~β-szorosa a földelt emitteres kapcsolás által igényelt I_B bázisáramnak. Ez annyit jelent, hogy a földelt bázisú kapcsolás bemeneti ellenállása alacsony és erősen terheli a megelőző, meghajtó áramkört. Emiatt ezt a kapcsolást alacsonyabb frekvenciákon nem előnyös alkalmazni.

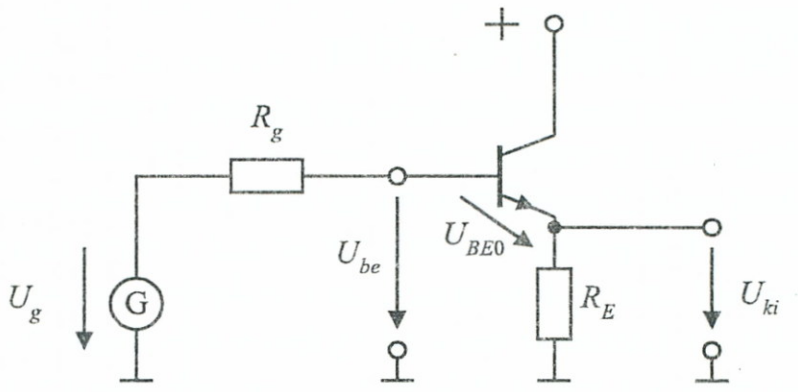
Magas frekvenciákon a tranzisztorok *szórt kapacitásai* is szerepet kapnak, ezért, ha az ezeket is tartalmazó helyettesítő modelleket felrajzolnánk, kiderülne, hogy ilyen feltételek között a földelt bázisú kapcsolás alkalmazása előnyös.

A normál feltételek közötti fontosabb jellemzők a következők:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Bemeneti ellenállás:} && r_{be} = \frac{1}{S} \\ &\text{Kimeneti ellenállás:} && r_{ki} \approx R_C \\ &\text{Feszültségerősítés:} && A_u = S\frac{R_C \cdot r_{CE}}{R_C + r_{CE}} \end{aligned}\right\} \qquad (3.40)$$

3.6.3.3. Földelt-kollektoros kapcsolás

A földelt kollektoros kapcsolás áramköri képét a 3-57. ábrán tanulmányozhatjuk.



3–57. ábra *Földelt kollektoros (emitterkövető) kapcsolás*

Mint az ábrából látható, amíg a bemeneti feszültség nem haladja meg az U_{BE0} bázis-emitter dióda nyitófeszültségét (szilícium-tranzisztornál pl. $U_{BE0} \approx 0{,}6$ V), addig számottevő kollektoráram nem indul meg. $U_{be} > U_{BE0}$ felett a kollektoráram és egyúttal az emitter áram is megindul, és az R_E ellenálláson feszültségesés keletkezik, mely *követi* a bemeneti feszültség alakulását:

$$U_{ki} = U_{be} - U_{BE0} \tag{3.41}$$

E „feszültségkövetési" tulajdonság miatt a kapcsolást gyakran *emitterkövető*nek is nevezik.

Rendszerint, U_{BE0} kollektoráramtól függő változása nem számottevő, így $U_{be} >> U_{BE0}$ esetén

$$U_{ki} \approx U_{be}$$

A kapcsolás *bemeneti ellenállása* megegyezik az áramvisszacsatolt, földelt emittereskapcsolás bemeneti ellenállásával (3.38).

$$r_{be} = r_{BE} + \beta R_E \approx \beta R_E \tag{3.42}$$

A *kimeneti ellenállás* a korábbi formulákból leszármaztatható. Amennyiben a meghajtó-generátor R_g ellenállása nem elhanyagolható, a kimeneti ellenállás:

$$r_{ki} = \left(\frac{1}{S} + \frac{R_g}{\beta} \right) \times R_E \tag{3.43}$$

vagy $R_g \approx 0$ esetén:

$$r_{ki} \approx \frac{1}{S}$$

r_{ki} ennél a kapcsolásnál rendkívül kicsi értékű r_{be}-hez viszonyítva, ezért az emitterkövetőt gyakran alkalmazzák *impedancia-transzformátor*ként.

A *feszültségerősítés* levezetésből adódóan:

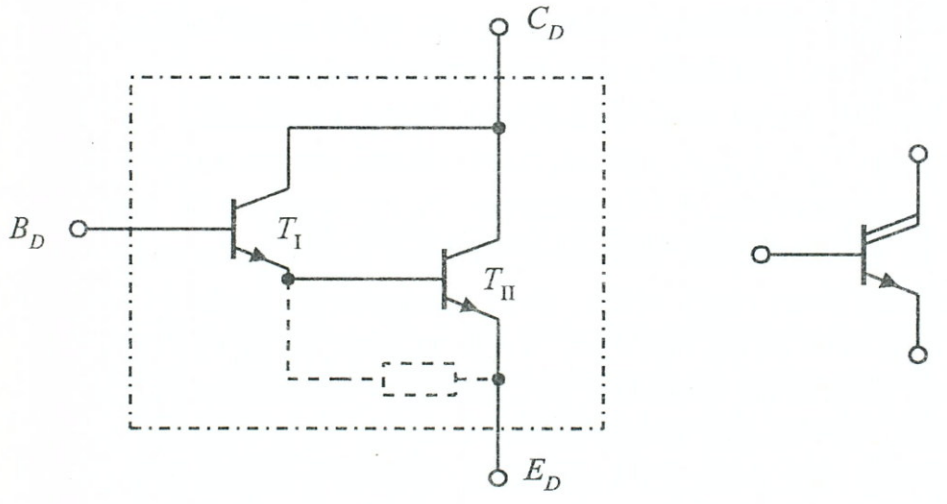
$$A_u = \frac{\Delta U_{ki}}{\Delta U_{be}} \approx \frac{S \cdot R_E}{1 + S \cdot R_E} \approx 1 \tag{3.44}$$

mely várható volt (3.40), ill. (3.41) alapján.

Darlington kapcsolás

Olyan feladatoknál, ahol különösen nagy áramerősítésre van szükség, gyakran alkalmazzák a 3-58a. ábrán látható Darlington kapcsolást.

Mint látható, itt két földelt kollektoros kapcsolás kombinációjáról van szó, melyeket gyakran egyetlen tokba beépítve is forgalmaznak. A rajzjelölést a 3-58b. ábra mutatja.



3–58. ábra *Darlington kapcsolás és rajzjele*

A kapcsolásnál

$$I_{EI} = I_{BII}$$

ezért az *eredő áramerősítés:*

$$A_I = \beta_D = \beta_I \cdot \beta_{II} \tag{3.45}$$

A *bemeneti ellenállás* (3.42)-ből kiindulva

$$r_{BE_D} = r_{BE_I} + \beta_{BE_{II}}$$

mivel: $$I_{CII} = \beta_{II} \cdot I_{CI}$$

végül kapjuk (3.33)-at is felhasználva:

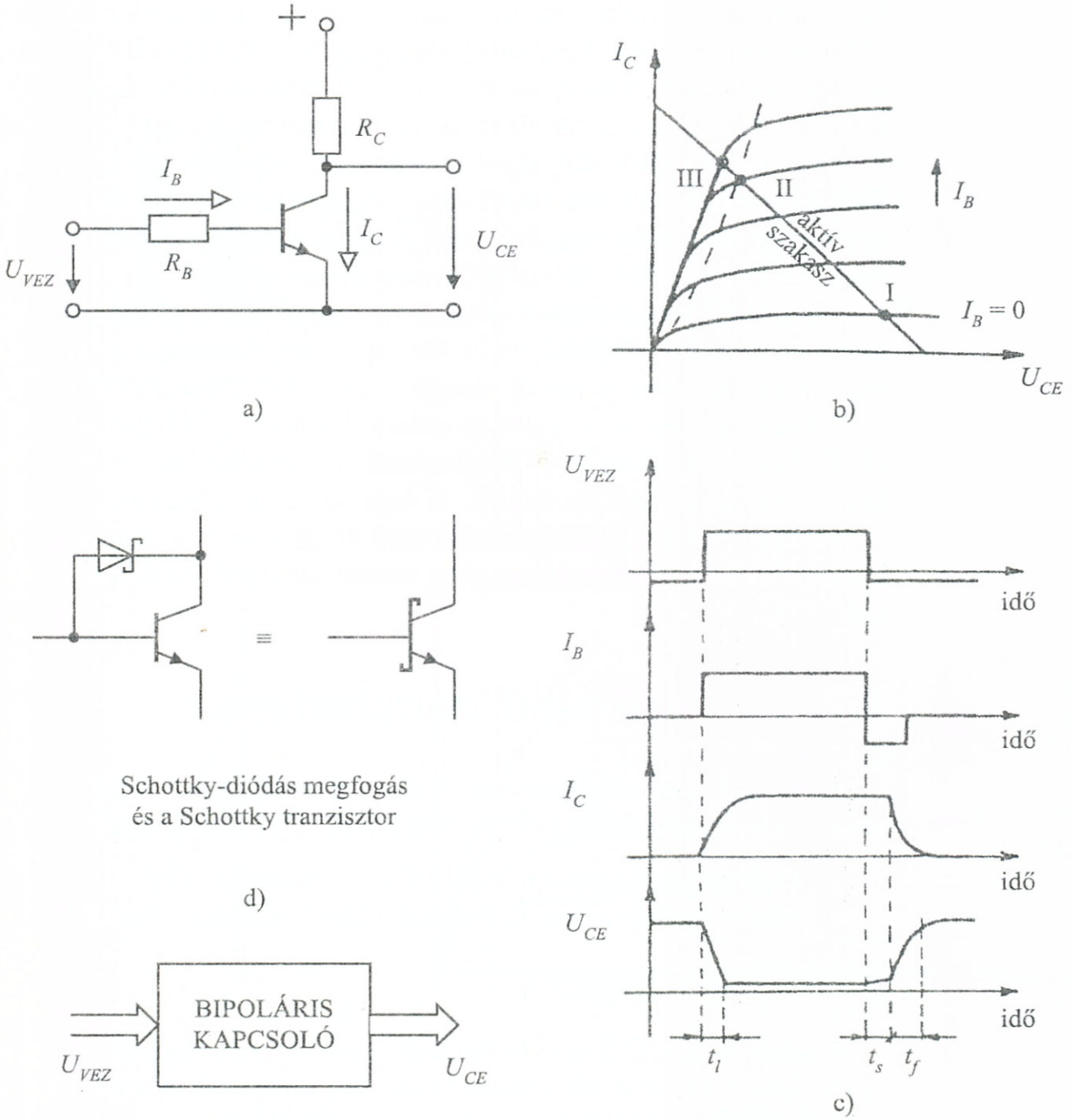
$$r_{BE_D} = 2 \cdot r_{BEI} = 2\beta_D \frac{U_T}{I_{CD}} \tag{3.46}$$

A *kimeneti ellenállás,* nem részletezve a levezetést:

$$r_{ki} = r_{CED} = \frac{2}{3} r_{CEII} \tag{3.47}$$

3.6.4. Bipoláris tranzisztor, mint kapcsoló eszköz

A bipoláris tranzisztor kapcsolóüzemű működését a 3-59a. ábra jelöléseivel a 3-59b. karakterisztikáján követhetjük. A karakterisztika R_C-től függő munkaegyenese mentén zajlik a működési folyamat. Az I. jelű ($I_B = 0$) pontnál a tranzisztoron számottevő áram (I_C) nem folyik, bontott (nem vezető) kapcsolóként viselkedik. A disszipált teljesítmény ($P_d = U_{CE} I_C$) kicsi, mert a feszültséget nagyon kis árammal kell megszorozni. A bázisáramot (I_B) növelve a II. pont felé haladunk, ez a tranzisztor működésének ún. aktív tartománya itt a P_d már meglehetősen nagy érték, mert számottevő áram és feszültségértékek szorzatából áll elő. Elérve a II. pontot, az úgynevezett telítési tartomány határához érkezünk (a kollektor-bázisdióda rész a szaggatott karakterisztikának megfelelően kinyit), és a tranzisztor rövidre zárt (vezető) kapcsolóként viselkedik. Mivel a feszültség erősen lecsökkent, a P_d értéke itt újra alacsony lesz.



3-59. ábra *Bipoláris tranzisztor, mint kapcsoló*

Ha továbbhaladunk a III. pont felé, a tranzisztor „túlvezérlődik", bázisrétegében nagymennyiségű töltéshordozó halmozódik fel és a tranzisztor telítésbe kerül. Ez a telítődés a kapcsolás működési sebessége szempontjából kedvezőtlen hatású, mert (a 3-59c. ábra idődiagramjain megfigyelhetően) kikapcsoláskor a felhalmozódott töltéshordozók kiürülése számottevő időt vesz igénybe (t_s), így az áramkör működése lelassul.

A működés gyorsításának érdekében – a telítődést elkerülendő – a bázis-kollektor diódát egy ún. *Schottky-diódával* söntölik a 3-59d. ábrának megfelelően. A Schottky-dióda nyitófeszültsége kisebb, mint a bázis-kollektor diódáé, ezért a II. pont elérése után, annál előbb kinyitva a többlet-áramot elvezeti, így a tranzisztor nem kerülhet telítésbe. Az integrált áramköri technológia lehetővé teszi, hogy a Schottky-diódát és a vele kapcsolatos tranzisztort „összeintegrálják", így az egy kapcsoló elemnek tekinthető *Schottky-tranzisztorhoz* jutunk, melyet a 3-59d. ábrán ugyancsak feltüntettünk.

A bipoláris tranzisztorok túlvezérelt kapcsolóként történő működtetése az áramkör által felvett és disszipált teljesítmény szempontjából – mint már fenn is láttuk – nagyon előnyös. A tranzisztor logikai „1" állapot esetén az I. munkapontban, logikai „0" állapot esetén a II–III. környezetében levő munkapontban tartózkodik, mely helyeken P_d mindig alacsony értékű. A logikai értékváltozások: $0 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 0$ átmenetek idején rövid idő alatt átugrik az I–II. közötti aktív (nagyobb P_d-jű) tartományon, így ennek melegítő hatása nem lesz számottevő.

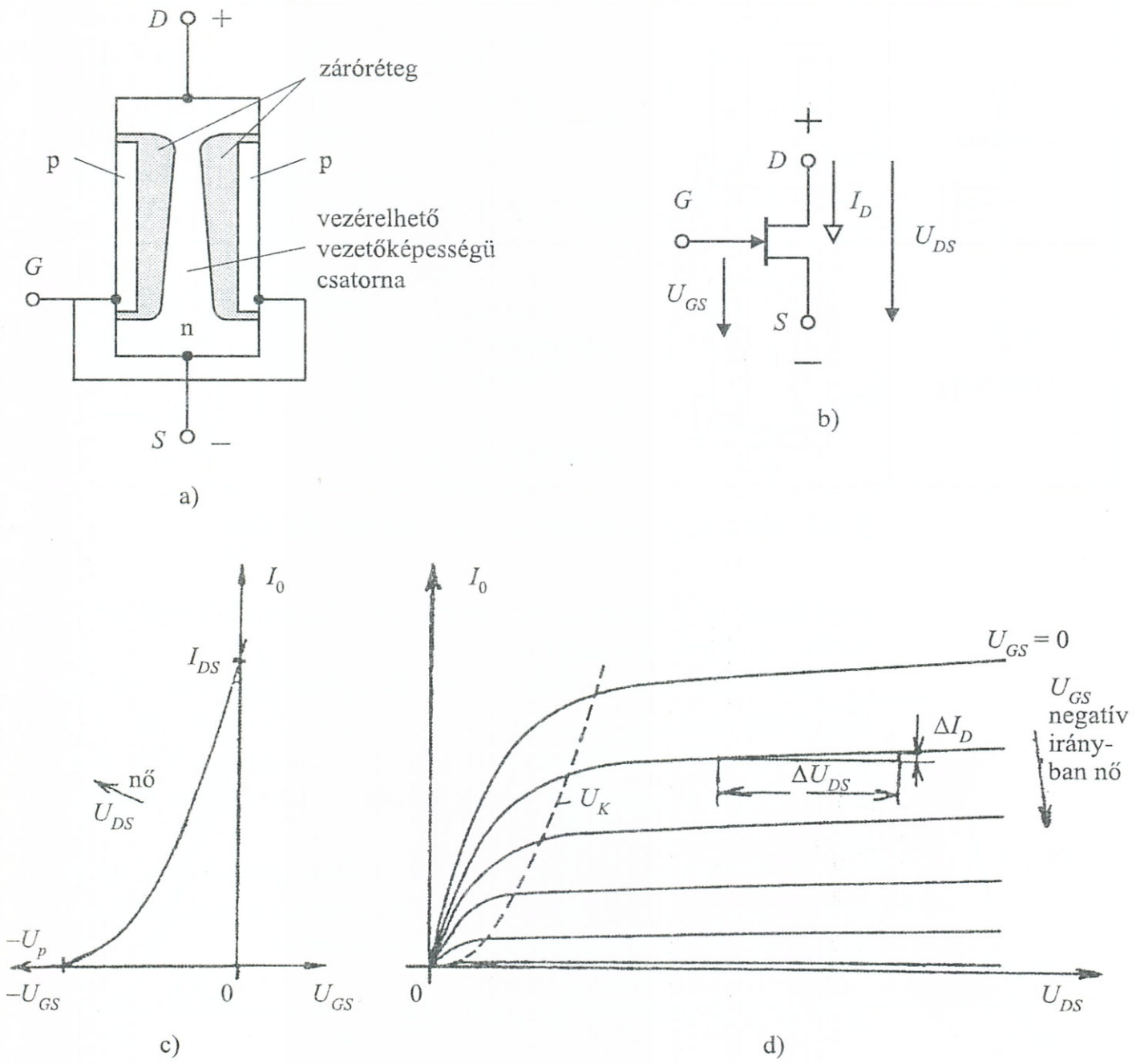
3.7. Térvezérlésű tranzisztorok

A térvezérlésű tranzisztorok (Field-Effect-Transistor: FET) a bipolárisoktól eltérő fizikai elven működnek. Két alaptípusuk:

- záróréteges (Junction Field Effect-Transistor: JFET)
- MOS (Metal-Oxide-Semiconductor-Transistor: MOSFET).

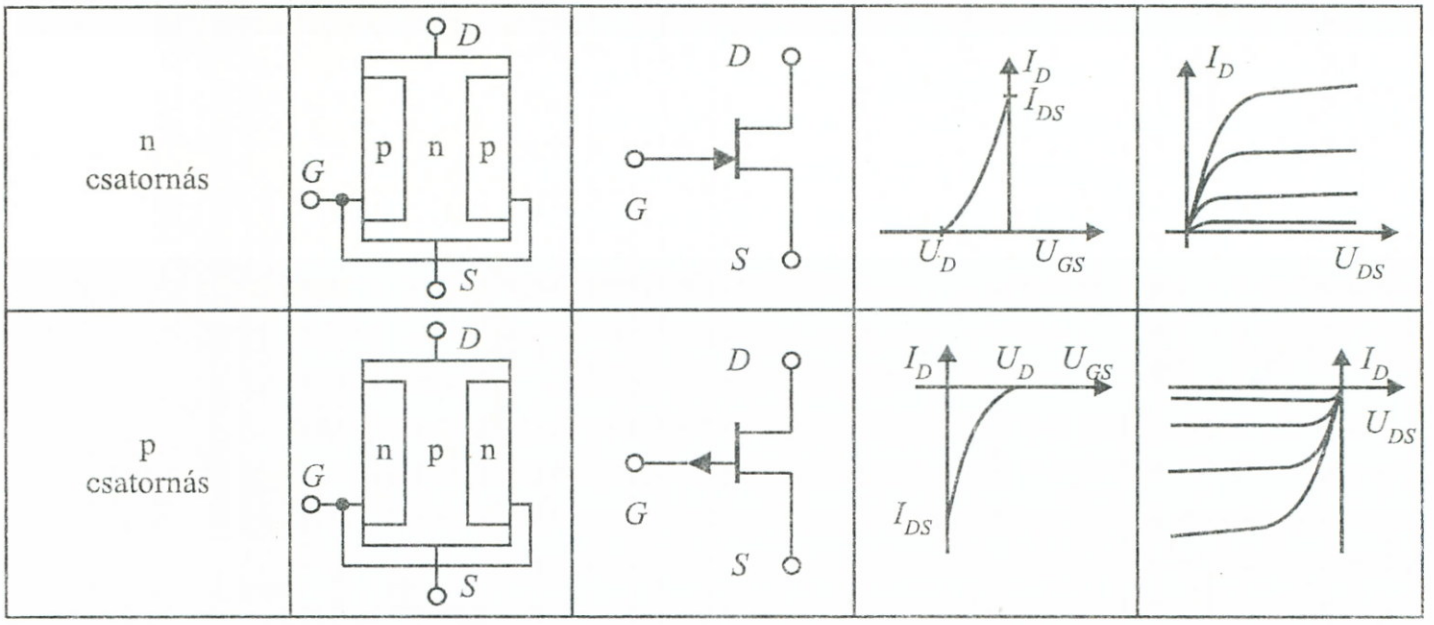
3.7.1. JFET eszközök

A *záróréteges FET* elvi felépítését a 3-60a. ábra mutatja, melynél egy n típusú kristályt két p típusú zóna fog közre. (A modellben p és n szerepe felcserélhető.) Az n típusú kristályt két végpontjára az *S* (Source-Forrás) és a *D* (Drain-Nyelő) kivezetések csatlakoznak, a p zónák egy *G* (Gate-kapu) kivezetéssel rendelkeznek. Az elrendezésre kapcsolt tápfeszültségek hatására a pn-np határokon ún. *záróréteg* alakul ki, melyben töltéshordozók nem tartózkodhatnak, így a S–D irányú töltéshordozó-áramlás csak a semleges *csatornán keresztül* valósulhat meg. Ha a G–S közötti U_{GS} feszültség negatívabbá válik, akkor a zárórétegek kiszélesednek és a csatorna beszűkül, miáltal ellenállása megnövekszik, azaz az U_{GS}-sel a csatornán átfolyó I_D áramot vezérelni tudjuk. A vezérléskor vezérlőáram gyakorlatilag nem



3-60. ábra *n csatornás záróréteges FET jellemzői*

folyik, csupán a feszültség változik, emiatt a vezérlés *teljesítményt nem igényel.* Az U_{GS} nem lehet pozitív, mivel ilyenkor a zárórétegek nem alakulnak ki és a fenti működés nem jöhet létre. A 3-60a. ábra szerinti elrendezést *n-csatornás, záróréteges FET*-nek nevezzük. Rajzjelét, áram- és feszültségviszonyait a 3-60b. ábra mutatja. A FET-ek karakterisztikái rokonságba hozhatók a bipoláris tranzisztorok karakterisztikáival, csak itt vezérlő árammal nem kell számolnunk, így a kimeneti karakterisztika görbeseregénél paraméterként a $-U_{GS}$ ve-



3–61. ábra *n- és p-csatornás záróréteges FET-ek*

zérlőfeszültség szerepel. Az átviteli és a kimeneti-karakterisztikák a 3-60c., d. ábrákon láthatók.

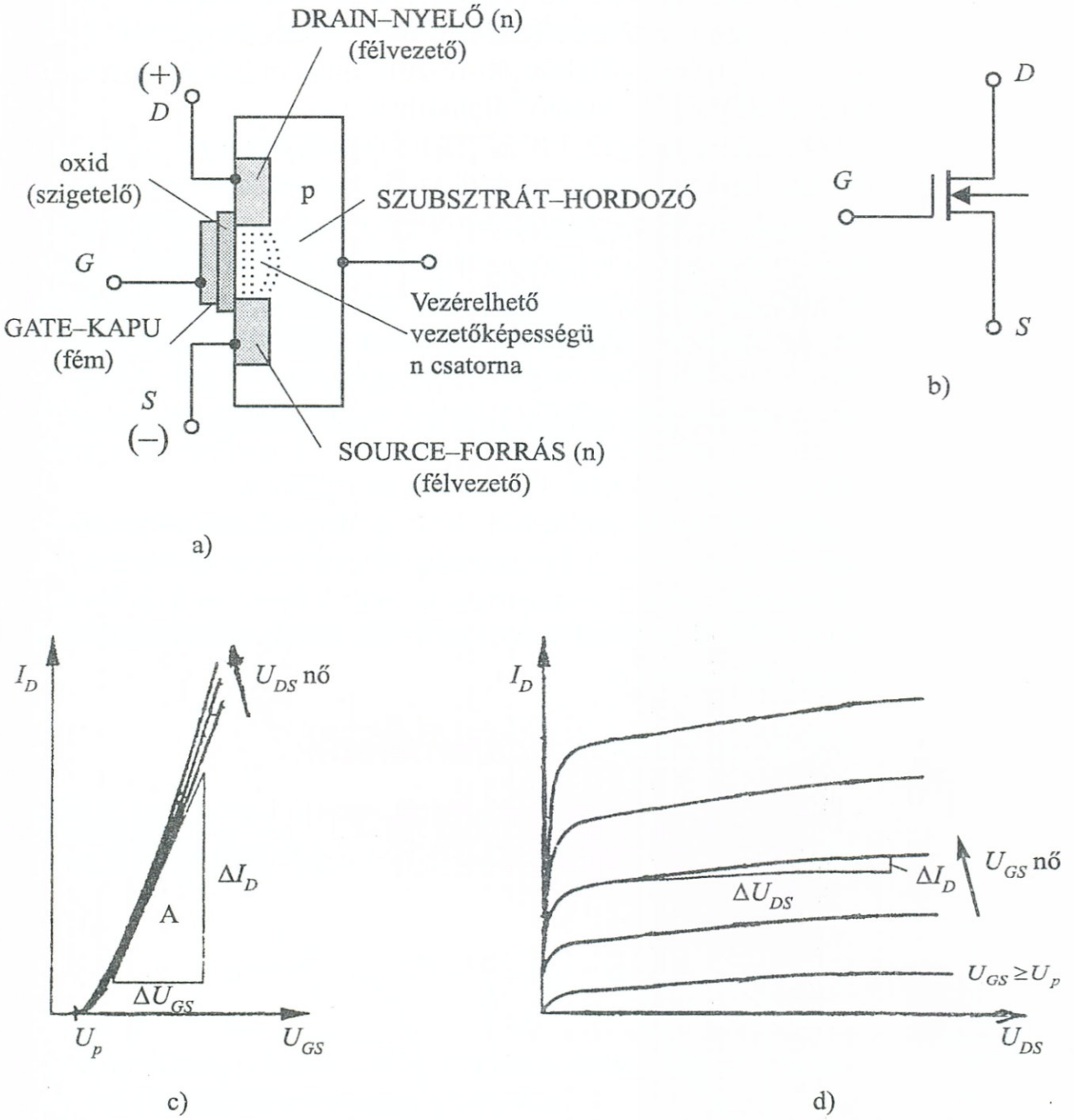
Mint említettük, a fizikai modellben p és n szerepe felcserélhető, így alakíthatók ki a *p-csatornás záróréteges FET*-ek. A kétféle záróréteges FET összehasonlítására ad lehetőséget a 3-61. ábra. Eltérés a rajzjelek ellentétes nyilazásában és a karakterisztikák előjelváltásában mutatkozik.

A záróréteges FET-eket elterjedten alkalmazzák analóg integrált áramkörökben és diszkrét erősítő-kapcsolásokban, kihasználva a rendkívül nagy bemeneti-ellenállás adta előnyöket.

3.7.2. MOSFET eszközök

A MOSFET elvi felépítését a 3-62a. ábra mutatja, melynél egy p-típusú hordozón (ún. *szubsztrát*on) két n-típusú „zseb" van kialakítva, melyek az *S* (source)-hez, illetve a *D* (drain)-höz csatlakoznak. Az egész együttest egy oxid ($Si0_2$) szigetelő választja el a *G* (gate)-höz csatlakozó fémlemeztől (Al). (Hasonlóan a JFET-eknél elmondottakhoz, a felépítésben a p és n szerepe itt is felcserélhető.) A szubsztrátot néha külön kivezetik, néha az S-sel eleve összekötik.

Az *S* és *D* között mindaddig nem folyik áram, míg a *G*, *S*-hez képest pozitív feszültséget nem kap. A pozitív Gate-feszültség a szubsztrátban elektromos erőteret hoz létre, minek következtében töltésmegoszlás alakul ki. Az elektronok, a pozitív *G* vonzása követ-



3-62. ábra *Növekményes (enhancement) n-csatornás MOSFET jellemzői*

keztében, a szigetelő mentén az *S* és *D* zsebek közötti térrészben feldúsulnak és egy n típusú vezető csatornát képeznek. A csatorna vezetőképessége, és ezzel a Source–Drain közötti I_D áram az U_{GS} közötti feszültséggel vezérelhető. A vezérlés – hasonlóan a JFET-ekhez – teljesítményt nem igényel. Az ilyen MOSFET-eket *növekményes* (enhancement) típusúnak nevezzük. Az irodalomban *önzáró* elnevezés is előfordul, utalva arra, hogy az eszköz nulla körüli gate-feszült-

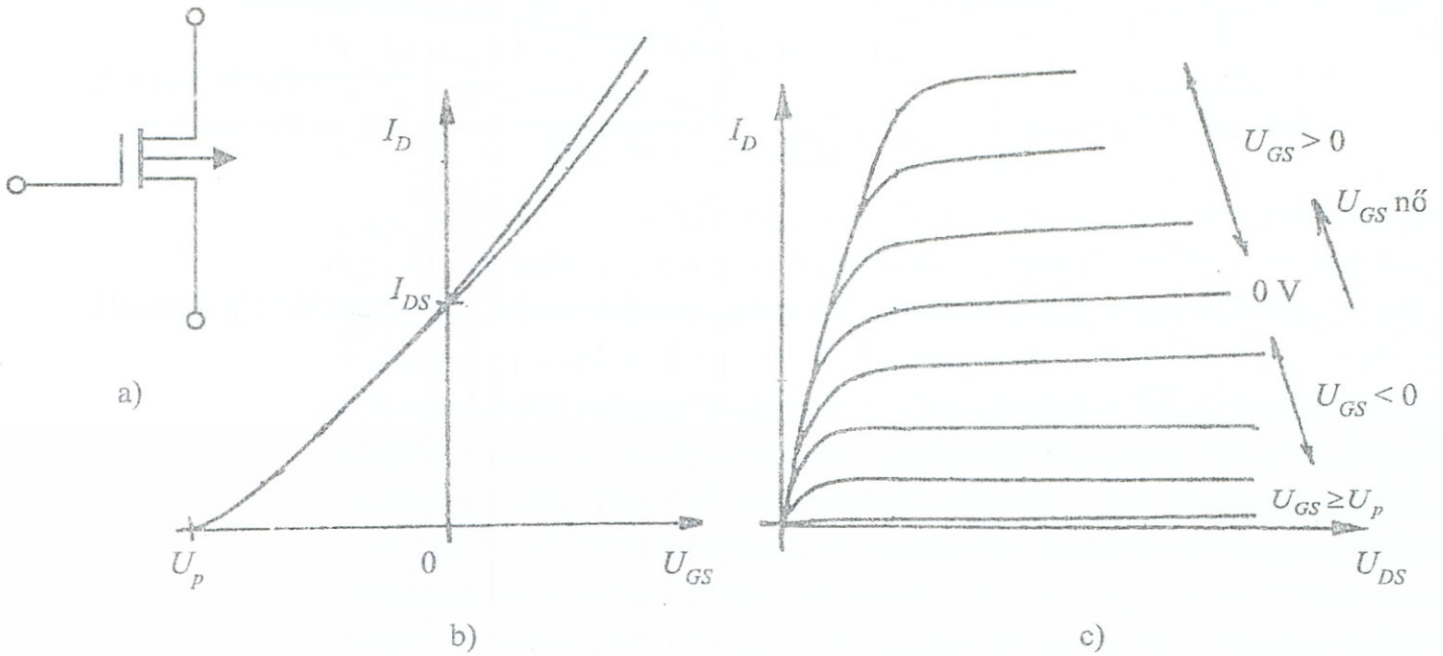
ségnél magától lezár. Növekményes típusú, n csatornás MOSFET rajzjelölését, átviteli- és kimeneti karakterisztikáját a 3-62b., c., d. ábrákon tanulmányozhatjuk. A bemeneti karakterisztika, mint látható, egy U_p (pinch-off) küszöb-feszültségnél indítja a drain áramot, U_p alatt a MOSFET „önzáró" állapotban van.

Az eddig tárgyalt MOSFET-típus tulajdonságai némileg módosulnak, ha a gyártás során az *S* és *D* szigetek közé enyhe n szennyezettségű félvezetőt integrálnak. Ilyenkor, $U_{GS} = 0$ esetén már létezik bizonyos mértékű n típusú csatorna, így *S* és *D* között már áram is folyhat, és az U_p lezáró feszültség balra tolódik a negatív tartományba. Az ilyen MOSFET-eket *kiürítéses* (depletion) típusúnak nevezzük. Az irodalomban megtalálható az *önvezetésű* elnevezés is, mely a *G* közreműködése nélküli, vezetési tulajdonságra utal. Egy kiürítéses típusú, n csatornás MOSFET rajzjelölését, átviteli- és kimeneti karakterisztikáit a 3-63a., b., c. ábrákon láthatjuk.

Már korábban említettük, hogy a tárgyalt modellekben a p és n szerepe felcserélhető. Így alakíthatók ki n típusú szubsztrát és p típusú zsebek mellett p-csatornás növekményes- és kiürítéses típusú MOSFET-ek, melyek tanulmányozása teljes analógiában van az n-csatornás esetekkel.

3.7.3. Jellemzők, paraméterek

Az előző pontokban bemutatott vezérlő karakterisztikákkal kapcsolatosan több matematikai jellemző fogalmazható meg.



3-63. ábra *Kiürítéses (depletion) n-csatornás MOSFET jellemzői*

Mint például a 3-60c. ábra *vezérlési karakterisztikája* esetében láttuk az $U_{GS} = U_p$ vezérlő feszültségnél: $I_D = 0$. Az U_p-től jobbra eső feszültségeknél az I_D növekedni kezd. Lefolyását az

$$I_D \approx I_{DS}\left(1-\frac{U_{GS}}{U_P}\right)^2 \tag{3.48}$$

összefüggés írja le, melyben I_{DS} az U_{GS}-nál fellépő drain áram. A (3.48) összefüggés a többi típusú FET-re is érvényes, csak az U_{GS} és U_p feszültségek előjelváltozásával, ill. a tengelyen történő eltolódás figyelembevételével kell velük számolni. (Például a kiürítéses típus esetén I_{DS} az $U_{GS} = 2U_p$-hez tartozik.)

Az ún. *transzfer meredekség*et az alábbi módon adhatjuk meg:

$$S = \left.\frac{\Delta I_D}{\Delta U_{GS}}\right|_{U_{DS}=\text{állandó}} \tag{3.49}$$

(3.48) behelyettesítése, a határérték és a deriválás után felírható

$$S = \frac{2I_{DS}}{U_p^2}\left(U_{GS}-U_p\right) = \frac{2}{U_p}\sqrt{I_{DS}\cdot I_D} \tag{3.50}$$

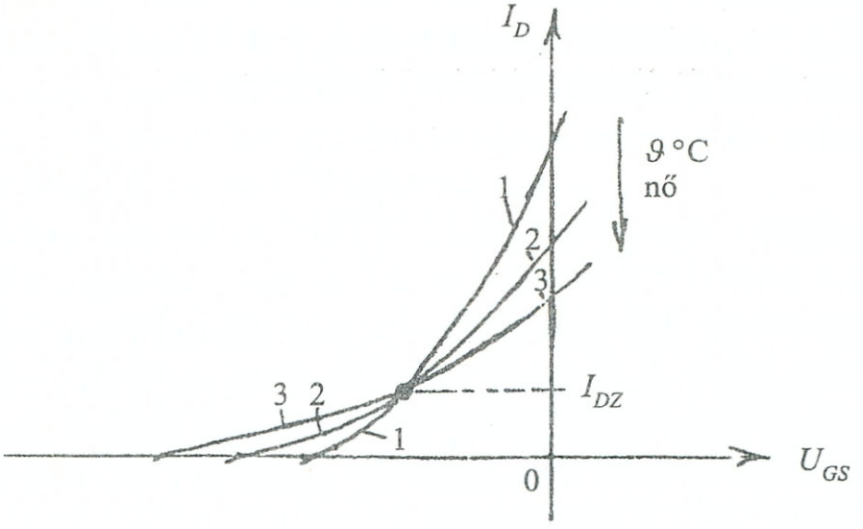
A *kimeneti karakterisztika* (pl. 3-60d. ábra) esetében az $U_K = U_{GS} - U_p$ ún. *könyökfeszültség alatti* lineáris szakaszra felírható az irodalomból:

$$I_D = \frac{I_{DS}\cdot U_{DS}}{U_p^2}\left(2U_K - U_{DS}\right) \tag{3.51}$$

A *könyökfeszültség feletti* részen I_D-t gyakorlatilag csak U_{GS} határozza meg. A differenciális kimeneti ellenállás:

$$r_{DS} = \left.\frac{\Delta U_{DS}}{\Delta I_D}\right|_{U_{GS}=\text{állandó}} \tag{3.52}$$

A MOSFET-ek gate–szubsztrát közötti *bemeneti kapacitása* ($C_{GS} \approx 1\text{~}6$ pF) dielektrikumát az elválasztó oxid-réteg (SiO_2) képezi. Mivel a *bemeneti ellenállás* rendkívül nagyértékű ($r_{GS} \geq 10^{14}\ \Omega$), a felhalmozódó statikus töltések következtében kialakuló magas feszültség átütheti a dielektrikumot és a MOS tönkremegy. Szállításkor, vagy



3-64. ábra *Átviteli karakterisztika hőfokfüggése FET-nél*

egyszerű kézbevételkor már ez a jelenség felléphet, ezért a gyári csomagoláskor az elektródákat rövidre zárják, mely rövidzárt csak beépítés után, ellenőrzött körülmények között távolítják el.

A *FET-ek hőmérsékletfüggése* sajátos természetű. A hőmérsékleti együttható egy bizonyos I_{DZ} áram alatt negatív, efelett pozitív előjelű. A 3-64. ábrán láthatók a különböző hőmérséklethez tartozó átviteli karakterisztikák.

Az irodalom I_{DZ} kiszámítására a következő formulát adja meg:

$$I_{DZ} \approx 0{,}4 \cdot U^2 \frac{I_{DS}}{U_p^2} = 120 \sim 580 \text{ mA} \qquad (3.53)$$

A *katalógusok,* a felhasználók tájékoztatása céljából, a karakterisztikákon túlmenően, további jellemzőket és határértékeket is összefoglalnak az egyes típusokkal kapcsolatosan. A 3-65. ábra táblázatában egy kisjelű záróréteges FET fontosabb jellemzőit gyűjtöttük össze, szemléltető célzattal.

3.7.4. CMOS eszközök

p-csatornás és n-csatornás MOSFET-ek *egy szubsztráton* történő összeépítéséből alakul ki az ún. CMOS (Complementary MOS) tranzisztor, melynek elrendezése a 3-66. ábrán látható.

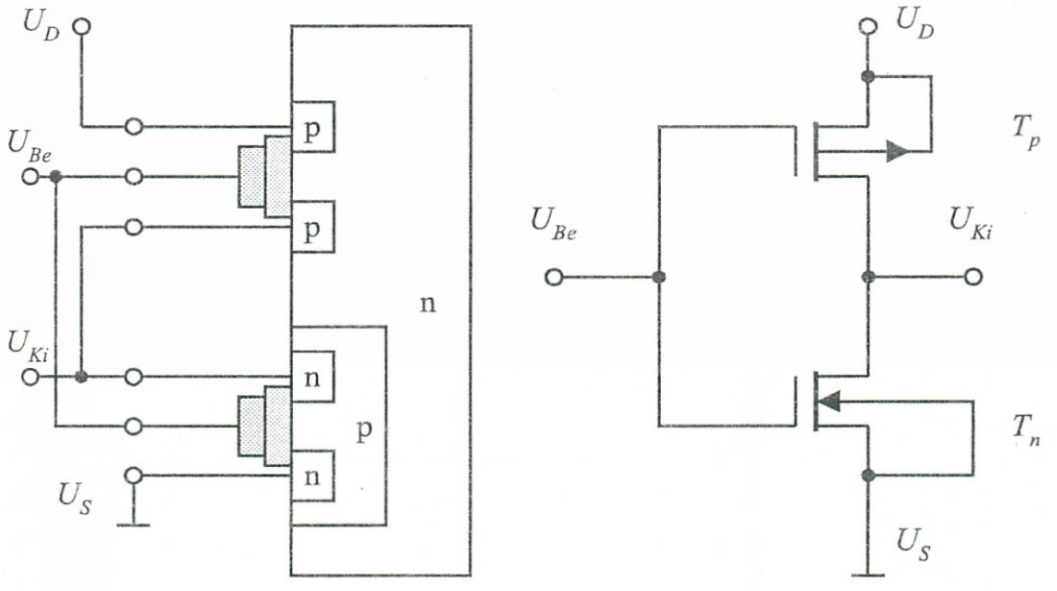
A CMOS felépítésű áramkörök kapcsolástechnikai alkalmazása különösen előnyös, mivel csak a logikai állapotváltozáshoz szükséges energiát fogyasztják, így a sztatikus disszipáció nagyon alacsony

Határadatok		
Drain – source feszültség	U_{DSmax}	30 V
Draináram	I_{Dmax}	25 mA
Gate – source feszültség	U_{GSmax}	– 30 V
Disszipációs teljesítmény	P_{max}	300 mW
Jellemzők		
Elzáródási feszültség	U_p	– 1,5...– 4,5 V
Draináram	I_{DS}	6...15 mA
Maximális meredekség	S_s	5 mA/V
Minimális ellenállás	R_{DSbe}	200 Ω
Maximális gate-záróáram	I_{Gmax}	5 nA
Maximális drainzáróáram	I_{Dmax}	10 nA
Bemeneti kapacitás	C_{eS}	4 pF
Kimeneti kapacitás	C_{aS}	1,6 pF
Visszaható kapacitás	C_{rS}	1,1 pF
Meredekség határfrekvencia	f_s	700 MHz

3–65. ábra *BF 245B (TEXAS) kisjelű záróréteges FET szemléltető adatai*

értékű. CMOS kapcsolásokkal a későbbi fejezetekben még foglalkozunk.

Vizsgáljuk meg részletesebben a 3-66. ábra MOS alapkapcsolásának működését:



3–66. ábra *CMOS felépítése és elvi rajza*

Ha U_{Be} értékét U_D szintre (H szint) kapcsoljuk, a felső T_p tranzisztor lezár, az alsó T_n pedig – vele egyidejűleg – vezető állapotba kerül, így $U_{Ki} \approx U_S$ (L szint) lép fel a kimeneten. Fordított esetben $U_{BE} \approx U_S$-nél (L szint) T_p fog vezetni és T_n lezár, miáltal $U_{Ki} \approx U_D$ (H szint) jelenik meg a kimeneten. A működést követve megállapítható, hogy a T_p–T_n tranzisztorok ellenütemben dolgoznak és a CMOS valóban „eleget tesz" a nevében is szereplő komplementer működésének.

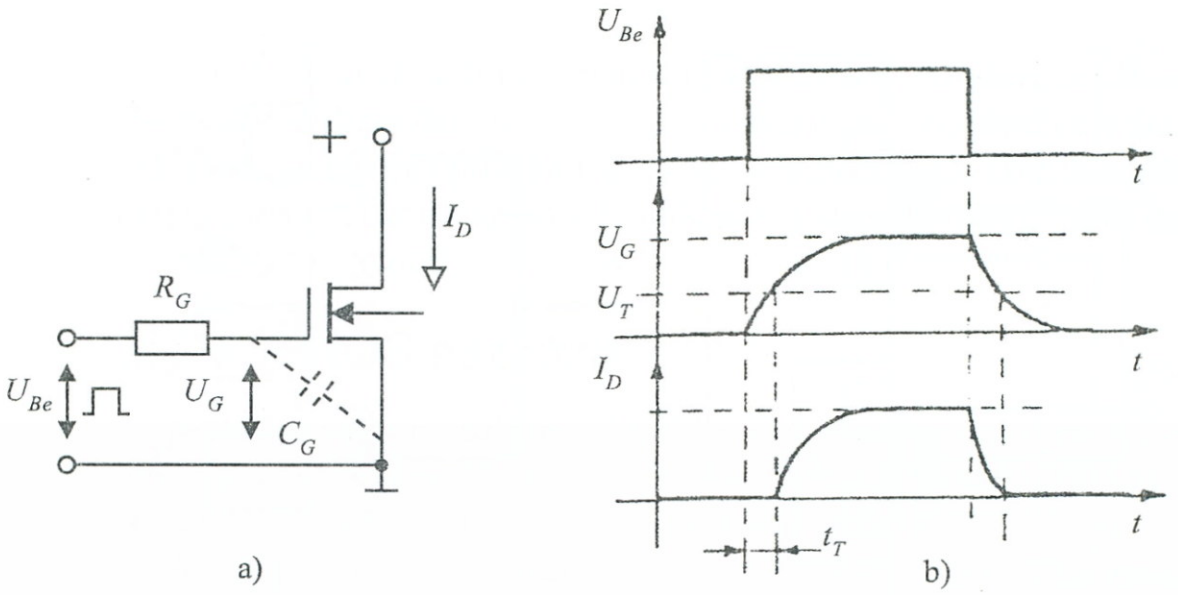
3.7.5. Működési sebesség, kapcsoló üzemmód

Az elektronok mozgékonysága többszöröse a lyukakénak, ezért az n-csatornás MOS tranzisztorok gyorsabbak a p-csatornásoknál. Ez kihat a CMOS áramkörökre is a bennük levő p-típusú összetevők miatt.

Az eszköztervezésnél irányadó szempont, hogy a csatornahossz geometriai csökkentésével *négyzetesen csökken* a tranzisztor sebességét befolyásoló töltés áthaladási idő, azaz, nő a sebesség.

A 3-67a. ábra áramkörét *kapcsoló üzemmód*ban négyszögjellel vezérelve, lényegében egy $R_G C_G$ integráló tagot működtetünk, melynek karakterisztikái a 3-67b. ábrán láthatók. Az I_D áram t_T indulási késleltetését az a *holtidő* jellemzi, mely addig tart, amíg az U_{GS} feszültség felfutásában el nem éri az U_T küszöbfeszültséget. A kikapcsolási idő általában rövidebb a bekapcsolásinál.

A MOS áramkörök működési sebességét a kiegészítő áramköri elemek, terhelőkapacitások is lényegesen befolyásolják.



3-67. ábra *MOS kapcsoló üzemmódban*

3.7.6. Alapkapcsolások FET eszközökkel

A bipoláris tranzisztoroknál tárgyalt alapkapcsolások párhuzamba állíthatók a FET megvalósítású, hasonló kapcsolásokkal.

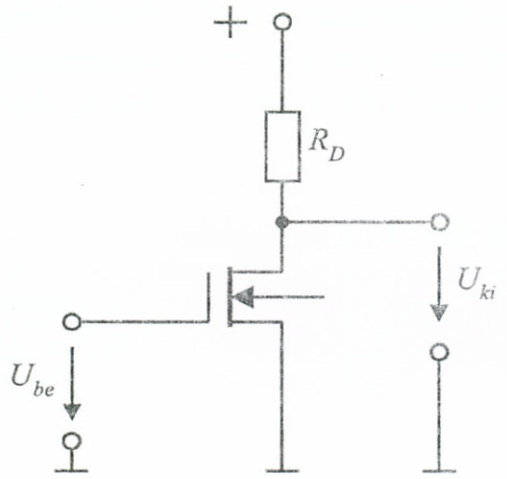
Megjegyezzük, hogy a földelt bázisu kapcsolás analógját a *földelt gate-* kapcsolást a gyakorlatban nem használják.

3.7.6.1. Földelt source-ú kapcsolás

Az áramkör rajza a 3-68. ábrán látható.

A *bemeneti ellenállás,* mivel bemeneti áram gyakorlatilag nem folyik: ($I_G \approx 0$)

$$r_{be} \approx r_{GS} \approx \infty \tag{3.54}$$



3–68. ábra *Földelt source-ú kapcsolás*

A *kimeneti ellenállás* analógiában a bipoláris eset (3.34) összefüggésével:

$$r_{ki} = \frac{R_D \cdot r_{DS}}{R_D + r_{DS}} \tag{3.55}$$

A *feszültségerősítés* a (3.35) felhasználásával:

$$A = -S\frac{R_D \cdot r_{DS}}{R_D + r_{DS}} \tag{3.56}$$

A *munkapont beállításnál* a 3-55. ábra szolgálhat analógiaként. Az I_D-t úgy kell megválasztani, hogy fennálljon:

$$0<|U_{GS}|<|U_p|$$

és U_{GS}-t (3.48) átrendezésével fejezhetjük ki, végül a soros áramvisszacsatoló R_S ellenállás az alábbi feltételből számítható ki:

$$RS=\frac{|U_{GS}|}{I_D}=\frac{|U_p|}{I_D}\left(1-\sqrt{\frac{I_D}{I_{DS}}}\right) \tag{3.57}$$

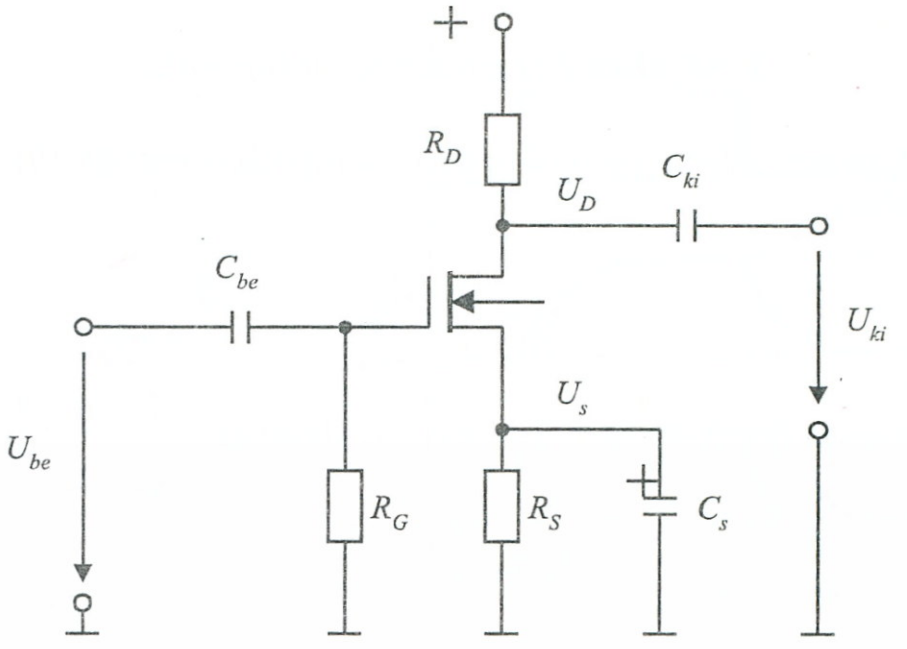
A munkaponti U_{DM} drain-feszültséget az határolja be, hogy legnagyobb (ΔU_{Dmax}) kivezérléskor se kerüljön az U_K feszültségnél alacsonyabbra, a torzításveszély miatt:

$$U_{DM}>U_S+U_K+|\Delta U_{Dmax}|$$

Analógiában a 3-55. ábrával a 3-69. ábrán felrajzoltunk egy munkapont stabilizált, soros, drain-áramvisszacsatolású, egyenáramú, leválasztó kondenzátoros földelt source-ü hálózatot, szemléltetési célzattal.

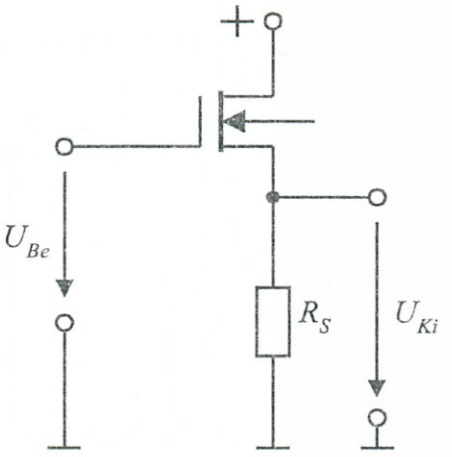
3.7.6.2. Földelt drain-ű kapcsolás

A kapcsolás jellemzője elsősorban a kis bemeneti kapacitás, továbbá a bipoláris, analóg kapcsolástól eltérően az, hogy a kimeneti



3–69. ábra *Földelt source-u kapcsolás soros visszacsatolással*

ellenállásában itt nem szerepel a bemeneti vezérlőgenerátor R_g ellenállása. A nagy bemeneti ellenállás továbbra is fennáll, de a FET-eknél a földelt source-u kapcsolás is elég nagy bemenő ellenállású – mint láttuk. A kapcsolást a 3-70. ábra mutatja.



3–70. ábra *Földelt drain-ü kapcsolás (source követő)*

A bemeneti ellenállás:

$$r_{be} = \infty$$

Kimeneti ellenállás a (3.43) analógiája és az R_g-s tag elhagyása alapján:

$$r_{ki} = R_S \times \frac{1}{S} \tag{3.57}$$

A kimeneti ellenállás számszerűen nagyobbnak adódik, mint a bipoláris esetben a FET *kisebb meredeksége* miatt.

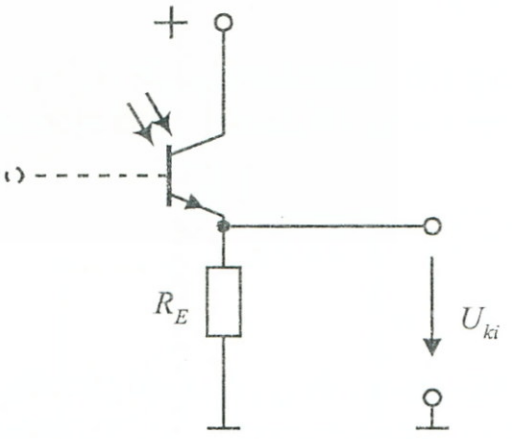
A *feszültségerősítés* (3.44) értelmében:

$$A_u = \frac{S \cdot R_S}{1 + S \cdot R_S} \tag{3.58}$$

3.8. Különleges eszközök

3.8.1. Fototranzisztorok, optikai csatolók, fényelemek

a) A *fototranzisztorok* olyan különleges tranzisztorok, melyeknek bázis-kollektor dióda része hasonlóan működik, mint a 3.5.4. pontban tárgyalt fotodiódák. Emiatt tokozásuk olyan kialakítású, hogy a beérkező fény a bázis-kollektor zárórétegere juthasson. A fény hatására közvetve bázis-áram indul meg, mely a kollektor-áramot vezérli. A bázist gyakran külön kivezetik, a munkapont-beállítás elősegítése érdekében.



3–71. ábra *Földelt kollektoros fotóvevő*

A fototranzisztort elsősorban foto-vevőként alkalmazzák: földelt emitteres, vagy földelt kollektoros alapkapcsolásban.

Összehasonlítva egy fototranzisztort egy fotodiódával, a *fényérzékenység* lényegesen nagyobb a tranzisztor egyenáramú erősítése *(B)* jóvoltából. A spektrális érzékenység a fotodiódákéhoz hasonló.

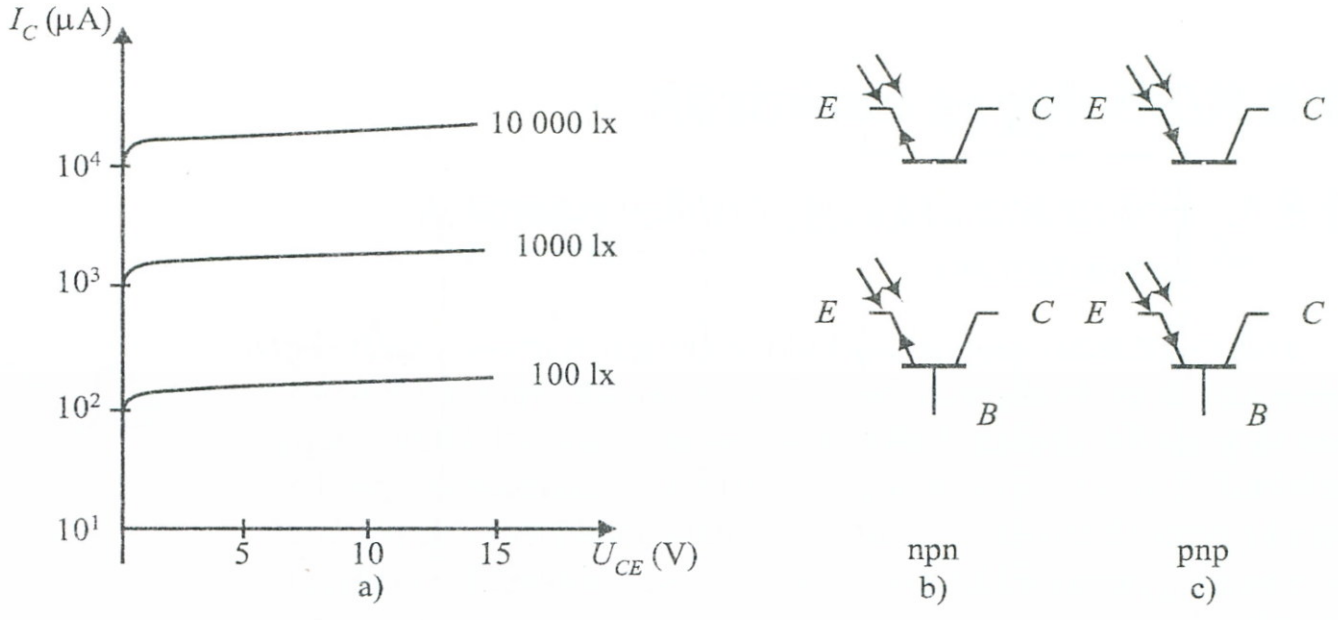
A 3-71. ábrán látható egy földelt kollektoros fotovevő kapcsolás. A fény hatására megjelenő U_{ki} feszültség az alábbi összefüggéssel jellemezhető:

$$U_{ki} = B \cdot R_E \cdot I_F \tag{3.59}$$

ahol I_F a fotodióda-részen átfolyó áram.

Olyan helyeken, ahol nagyobb kimenő áramra van igény, Darlington felépítésű fototranzisztorokat is alkalmaznak.

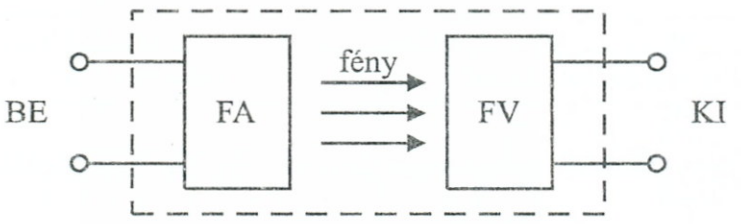
A 3-72a. ábrán szemléltető célzattal fototranzisztor jelleggörbéket rajzoltunk fel. A 3-72b. és c. ábrákon az npn és pnp felépítésű



3-72. ábra *Fotótranzisztor jelleggörbék és rajzjelek*

bázis-kivezetés nélküli és bázis-kivezetéses fototranzisztorok rajzjelei láthatók.

b) Az *optikai csatolók* elektromos áram csatolását valósítják meg, két olyan áramkör között, melyeket *galvanikusan* el kell egymástól választanunk; továbbá felhasználhatók olyan esetekben, ha el akarjuk kerülni a meghajtott áramkör *visszahatását* a meghajtó fokozatra. A csatolást fény közreműködésével valósítják meg a 3-73. ábra elvi sémájának megfelelően.



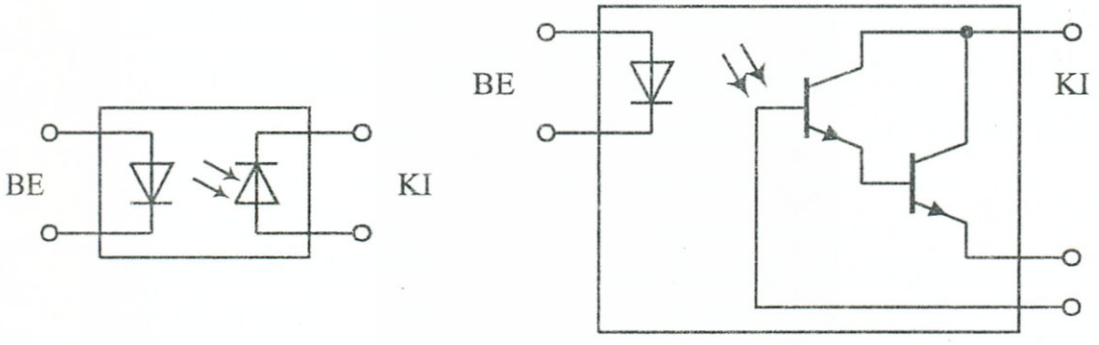
3–73. ábra *Optikai csatoló elvi vázlata*

A fény-adó (FA) rendszerint egy *fénykibocsátó dióda,* a fény-vevő (FV) *fotodióda* vagy *fototranzisztor* lehet. A kapcsolások alapvető jellemzői:

- áramcsatolási viszony: $\alpha = \frac{I_{ki}}{I_{be}}$ $(50 \sim 500)$
- átütési szilárdság, mely egy maximális feszültség-érték
- határfrekvencia.

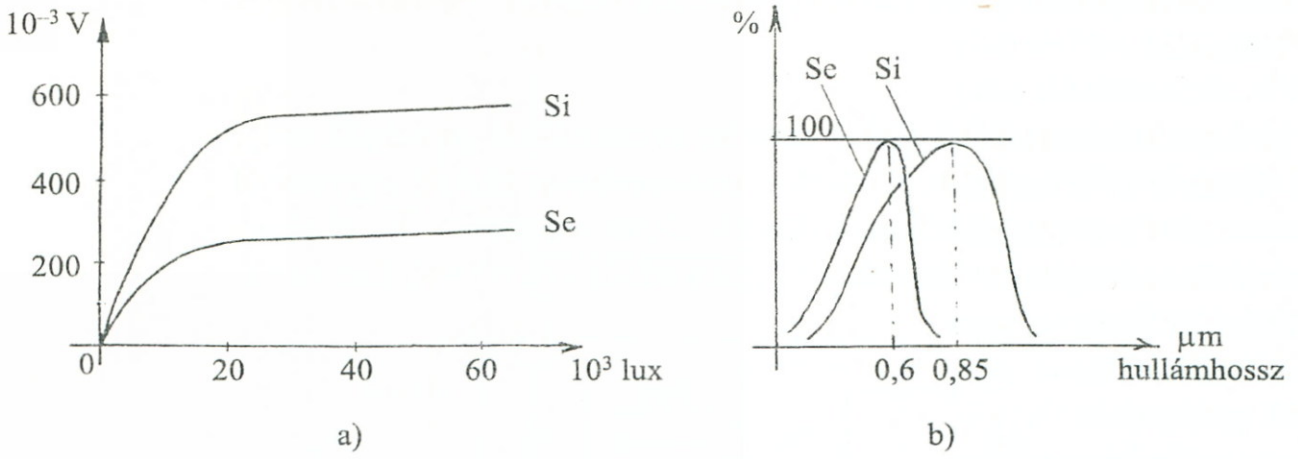
Az optikai csatolókat mind analóg, mind digitális rendszerekben alkalmazzák.

Optikai csatolók elvi változatait ábrázoltuk a 3-74a., b. ábrákon.



a) b)

3–74. ábra *Fotódiódás és Darlington kapcsolásu optikai csatolók*



3-75. ábra *Se és Si fényelemek üresjárási feszültsége és spektrális érzékenysége*

c) *Fényelemek*ről (fotoelemekről) már a 3.5.4. fejezetben, a fotodiódákkal kapcsolatosan történt említés. A fényelemek a fényenergiát elektromos energiává alakítják át.

A klasszikus fényelemek *szelén* alapúak voltak, meghatározott területeken ma is alkalmazzák őket, mivel a spektrális érzékenységük közel esik az emberi szem érzékenységéhez.

A *szilícium* fényelemek hatásfoka több mint tízszerese a szelén fényelemekének és szélesebb spektrumú az érzékenységük is, ezért elterjedtebbek.

Szelén- és szilícium fényelemek üresjárási feszültségeit és spektrális érzékenységét hasonlítják össze a 3-75a., b. ábrák.

A szilícium fényelemek maximális terhelhetősége 100 mA felett van, maximális leadott teljesítményük 100 mW alatti érték. Rajzjelüket a 3-41c. ábra mutatja.

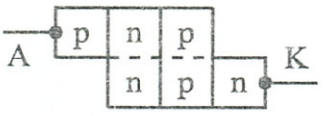
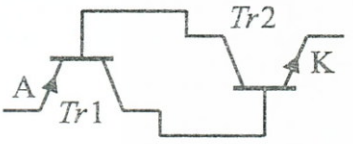
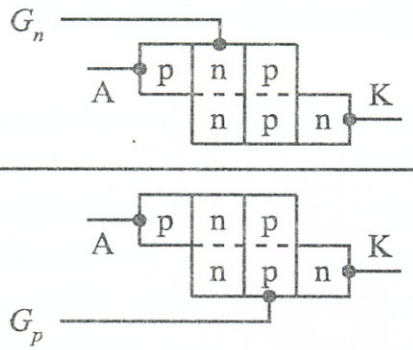
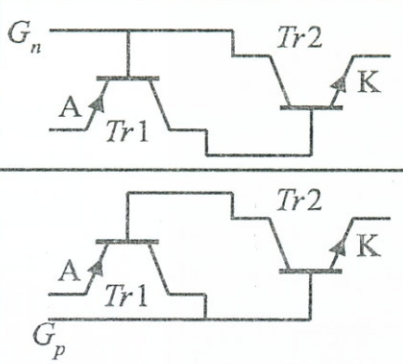
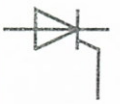
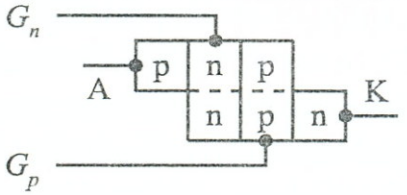
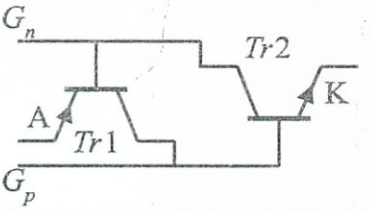
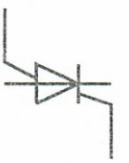
3.8.2. A tirisztor család

A tirisztor család elemei többnyire egy A (anód)- K (katód) kivezetésű, négyrétegű: p-n-p-n típusú szilícium alapú félvezető eszközön alapulnak, melyet a család különféle elemeinél különféle módon kombinálnak.

3–76. ábra *A tirisztor család négyrétegü alapeszköze*

Az első csoportnál a négyrétegű eszközt, két háromrétegű (p-n-p) – (n-p-n) eszköz összetevőjének is tekinthetjük a 3-76. ábra szerint.

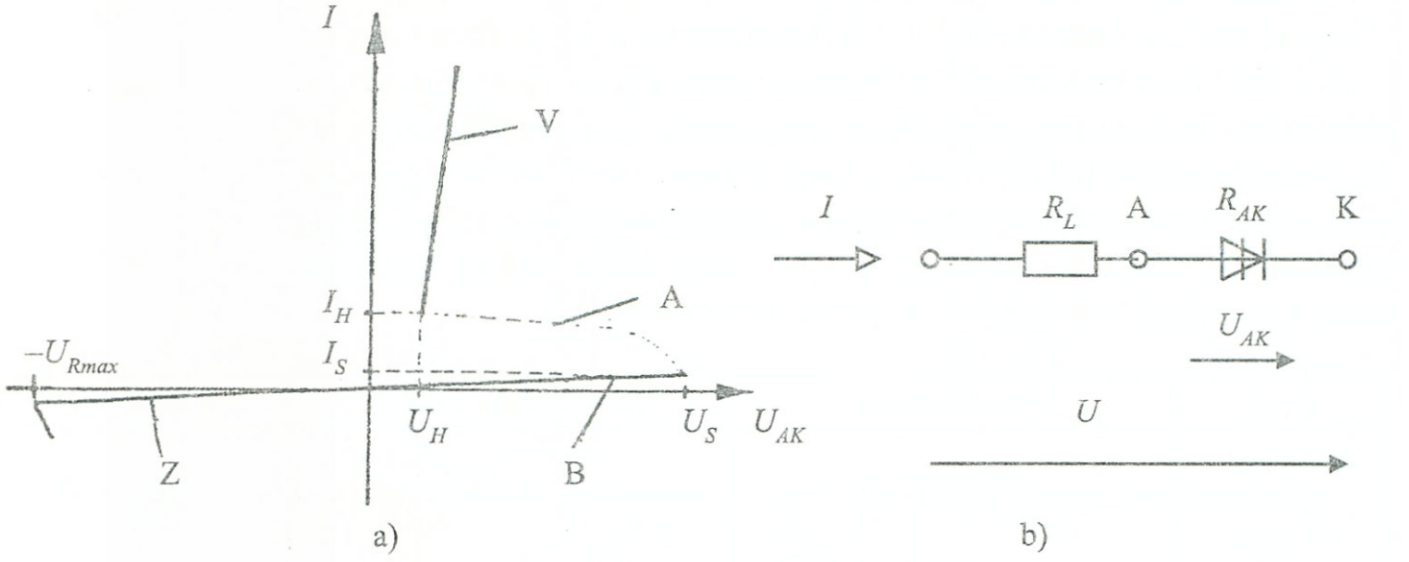
A 3-76b. ábra szerinti háromrétegű eszközöket komplementer tranzisztorként értelmezve, ezek bázis pontjainak, mint esetleges vezérlési bemeneteknek kivezetésével, vagy ki nem vezetésével négy variációs eset adódik, melyek mindegyike a tirisztor család egy-egy tagját képviseli. A különféle eseteket a 3-77. ábra táblázatában foglaltuk össze a hozzájuk rendelhető rajzjelek feltüntetésével.

Típus	Elvi elrendezés	Tranzisztoros modell	Rajzjelölés
Tirisztor-dióda (Trigger-dióda)			
Tirisztor-trióda (Tirisztor)			anód vez. katód vez.  általános
Tirisztor-tetróda			

3–77. ábra *A tirisztor család tagjainak első csoportja*

3.8.2.1. Tirisztor-dióda

$I = I(U_{AK})$ Karakterisztikáját a 3-78a. ábrán elemezhetjük. A negatív Z (zárási) szakaszban a tirisztor-diódán áram alig folyik (hasonlóan a diódáknál tapasztaltakhoz), és itt is létezik egy $-U_{Rmax}$ (~ 60 V) záró feszültség, melynél letörés következik be, minek következtében az eszköz tönkremehet. A pozitív B (blokkolási) szakaszban az anódfeszültséget növelve egy U_S feszültségig (~ 50 V) áram alig folyik, nagy az R_{AK} ellenállás. U_S elérésekor az R_{AK} „váratlanul" lecsökken, a görbe „visszatörik" egy A (átmeneti) szakaszon olyan mértékig, hogy a 3-78b. ábra feszültségosztóján a tirisztor-diódára



3-78. ábra *Tirisztordióda (triggerdióda) jelleggörbéje*

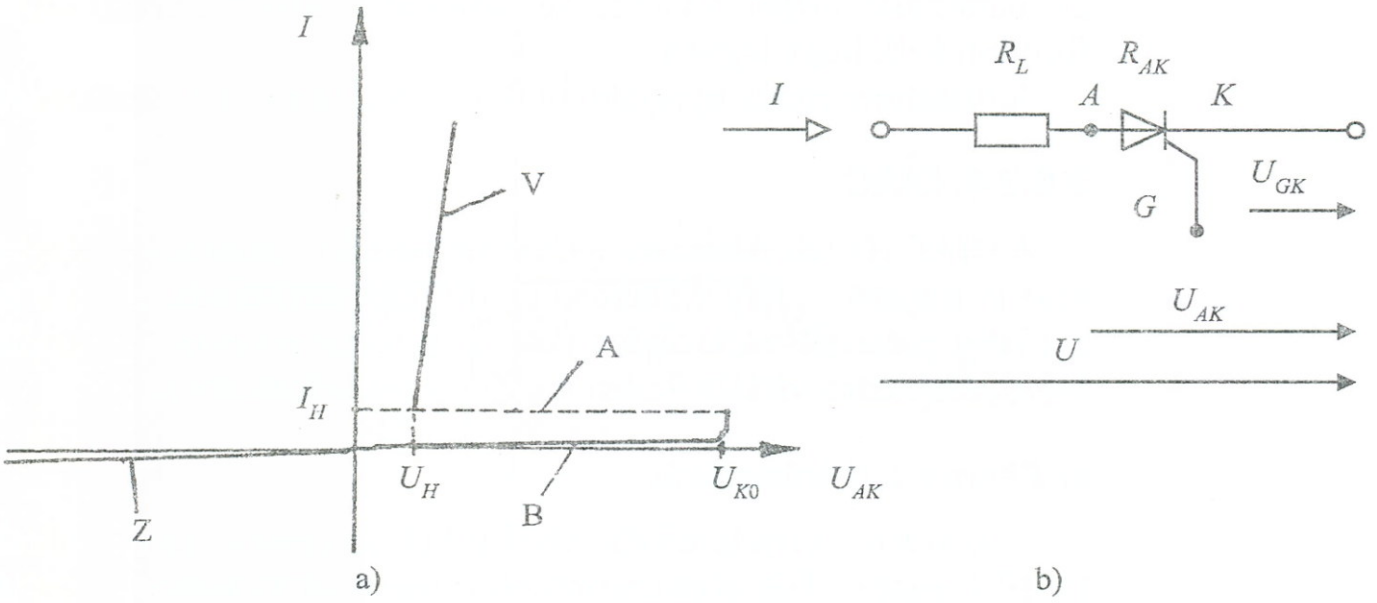
eső feszültség alacsony értéket vesz fel, és az áramot csak a soros R_L ellenállás korlátozza. Mindaddig, míg a tirisztor-diódán mérhető feszültség nem csökken az U_H (~0,8 V) határfeszültség alá, az R_{AK} alacsony marad, a V (vezetési) szakaszban kis feszültségváltozás a meredekségnek megfelelően nagy áramváltozást okoz. Ha az áram I_H (~14 mA) alá csökken, akkor R_{AK} újra nagy értéket vesz fel.

A jelenséget a 3-77. ábra tranzisztoros modelljével lehet magyarázni, melynél U_{AK} növelésekor a két pozitívan keresztbe csatolt tranzisztor zárási áramai (melyek a másiknál bázisáramok) U_S-nél elérik azt a küszöböt, ahol a kis ellenállású állapotban való „átbillenés" bekövetkezik. Ha az áram I_H alá csökken, akkor az eszköz belsejében a záróréteges visszarendeződnek és a „normális" alapállapot újra beáll.

A közönséges tirisztor-diódák működési hőmérséklet-tartománya $\vartheta_{min} \sim -50°C - \vartheta_{max} \sim +70°C$ környezetbe esik, a maximális disszipált teljesítményhatárok: $P_{max} \approx 100–200$ mW.

3.8.2.2. Tirisztor-trióda (Tirisztor)

A tirisztorok kívülről vezérelhető, többnyire négyrétegű eszközök, a 3-77. ábrán bemutatott p-, illetve n-típusú változatoknak megfelelően. Működési karakterisztikájuk hasonló a 3-78a. ábrán megismert karakterisztikához. Itt is megtalálhatók a *Z, B, A, V* működési szakaszok és a *B–A* szakaszok közti billenésre jellemző (itt U_{K0}-lal jelölt) billenőfeszültség, mely nyitott vezérlőcsatlakozású (G) tirisztorra vonatkozik (3-79a. ábra).



3-79. ábra *Tirisztordióda (Tirisztor) jelleggörbéje*

A lényeges működésbeli eltérés a *G* (Gate) vezérlőcsatlakozás aktivizálódása kapcsán jelentkezik. Amennyiben a *G*-re a katódnál pozitívabb impulzust adunk, akkor a tirisztor B szakaszból a kis ellenállású állapoba billenthető ezt „begyujtásnak" nevezik. Jellegzetes adottság, hogy *G*-vel ezután *nem tudjuk* a kapcsolást a *B* ágba újra visszavezérelni, a visszabillenés csak az áram I_H alá csökkentésekor fog bekövetkezni, mivel a záróréteges csak ekkor tudnak az eszköz belsejében visszarendeződni.

A tirisztor áram korlátozására (hasonlóan a tirisztor-diódánál tapasztaltakhoz), itt is alkalmaznunk kell egy R_L korlátozó ellenállást a 3-79b. ábra kapcsolásának megfelelően.

3.8.2.3. Tirisztortetróda

A tirisztortetródák *két vezérlőelektródával,* G_1, G_2 rendelkező négyrétegű eszközök, elvi felépítésükre a 3-77. ábra utal.

Működési karakterisztikájuk hasonló a család korábbi tagjaira jellemző, 3-78a. vagy 3-79. ábrabeli karakterisztikához.

A tirisztortetróda *begyújtása* a G_n vagy G_p, vagy mindkét vezérlő elektróda együttes működtetésével elvégezhető, miáltal a kis-ellenállású szakaszba kerülünk.

A tirisztortriódával szembeni *lényeges előrelépés* az, hogy a G_n vagy G_p, vagy mindkét elektróda együttes működtetésével a tirisztortetródát a nagyellenállású, blokkolási szakaszba *vissza* tudjuk vezérelni. Ilyenkor, ha a begyújtás pozitív G_n ill. negatív G_p ve-

zérlőárammal történt, a visszakapcsolásnál a vezérlő áramok iránya fordított kell, hogy legyen.

A tirisztortetródák gyorsabb működésűek, mint a tirisztortriódák.

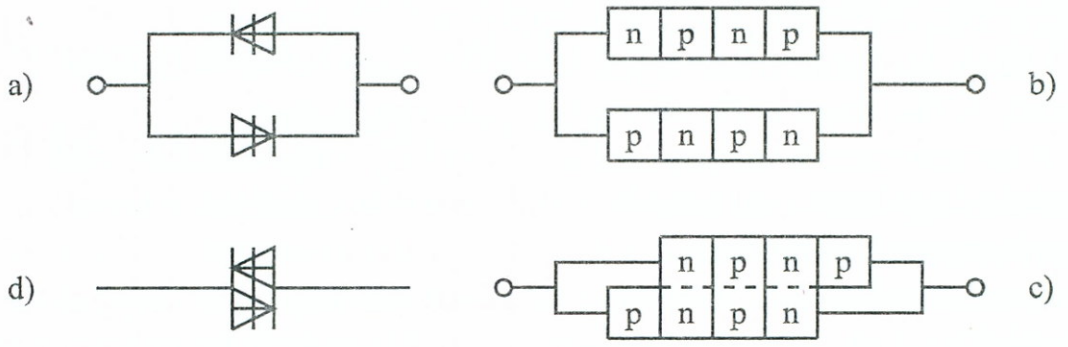
3.8.2.4. DIAC

A DIAC (Diode Alternating Current Switch) – mint angol elnevezése is mutatja –, egy váltakozó áramú kapcsoló-dióda, mely a feszültség polaritás-változására (közel) szimmetrikusan viselkedik. Megvalósítására kétféle fizikai eszköz is rendelkezésre áll:

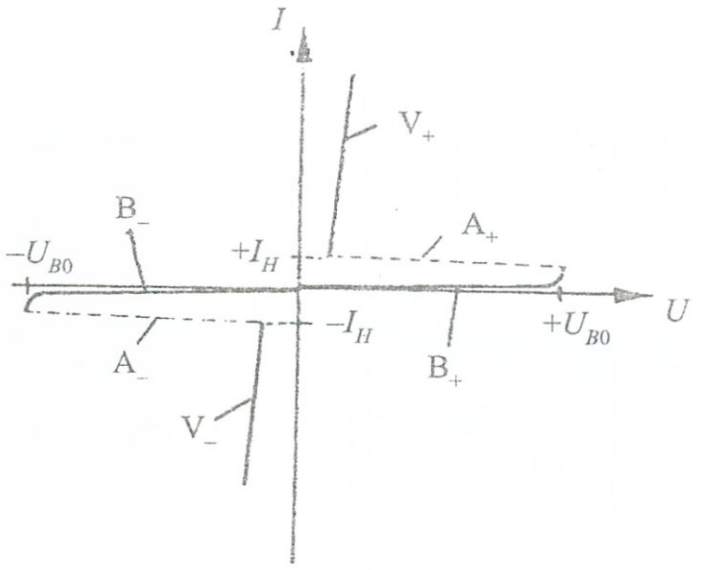
a) Kétirányú tirisztordióda

A kétirányú tirisztordiódát elvileg két „normális" tirisztordióda (3.8.2.1. pont) 3-80a. ábra szerinti *ellenirányú* párhuzamos kapcsolásával állíthatjuk elő. A DIAC ezért a tirisztor család egy további tagjának is tekinthető. A tirisztordiódák a 3-80b. ábra szerinti párhuzamos négyrétegű eszköz-elrendezést szimbolizálják. Amennyiben a két párhuzamos eszközt a 3-80c. ábra szerint egyetlen áramkörben egyesítik, megkapják a kétirányú tirisztordiódát, melynek rajzjelét a 3-80d. ábra mutatja.

A tirisztordióda a 3-81. ábra karakterisztikája szerint működik, mely némileg rokon az előző pontokban tárgyalt tirisztorok viselkedésével, de a működés (mint bevezetőben jeleztük) feszültség-áram vonatkozásában előjelszimmetrikus. Mindkét oldalon megtalálható a nagy-ellenállású, alacsony áramú B blokkolási szakasz, mely a $\pm U_{B0}$ billenőfeszültség elérésekor a kis ellenállású, nagy áramú V szakaszba megy át. A nagy ellenállású állapotba történő visszakapcsolás az $\pm I_H$ kritikus áram elérésekor következik be.



3–80. ábra *Kétirányu tirisztordióda elvi felépítése és rajzjele*



3-81. ábra *Kétirányu tirisztordióda jelleggörbéje*

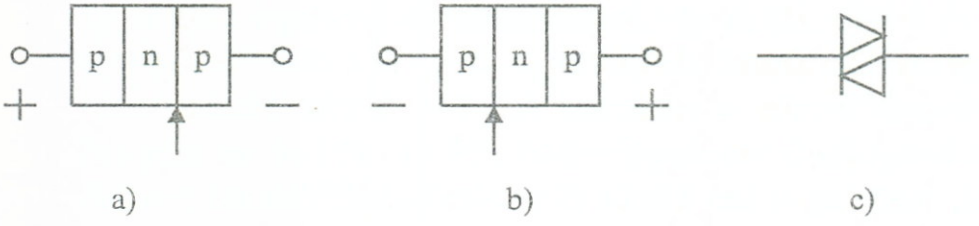
b) Háromrétegű kétirányú dióda

A kétirányú tirisztordiódával megoldott feladatot egy más felépítésű, háromrétegű eszközzel is megvalósíthatjuk. A 3-82a., b. ábrákon látható pnp (esetleg npn) elrendezés első látásra tranzisztor is lehetne, de itt a kristályszennyezési viszonyok mások. Az ábrák értelmében a két csatlakozási pontra kapcsolt feszültség polaritásától függően, hol a jobbszélső, hol a balszélső -pn átmenet működik záró, ill. nyitó irányban.

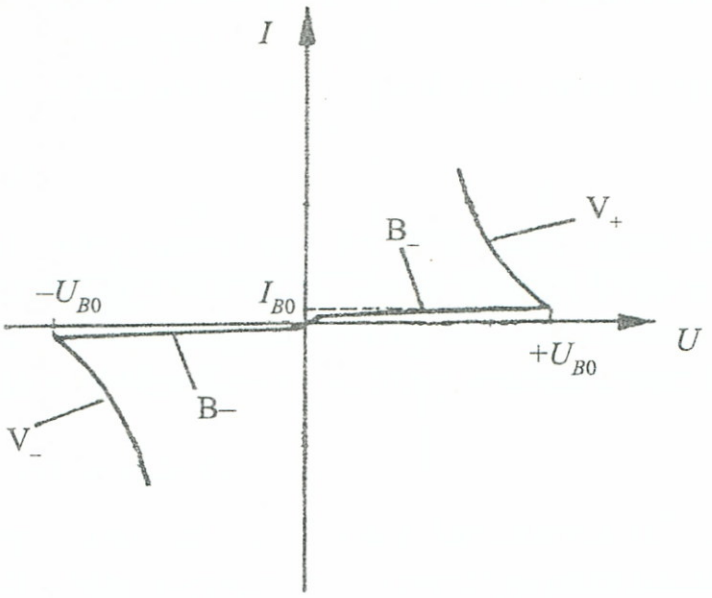
Ennek következtében a működtetés során, a feszültség-áram vonatkozásában szimmetrikus viselkedést tapasztalunk. Erre utal a 3-82c. ábrán szereplő rajzjel is.

A feszültségáram viszonyokat szemléltető karakterisztikát a 3-83. ábrán rajzoltuk fel.

Mint látható, ez a karakterisztika rokon az előző eszköz viselkedését leíró 3-81. karakterisztikával. Itt is mindkét oldalon megtalálható a nagyellenállású, alacsony áramú (20 ~ 100 μA) *B* blokkolási szakasz, mely az U_{B0} elérésekor (a Z diódáknál tapasztalt áttöréshez



3–82. ábra *Kétirányu dióda elvi felépítése és rajzjele*



3-83. ábra *Kétirányu dióda jelleggörbéje*

hasonlóan) átbillen a kisellenállású, nagyáramú (1 ~ 3A) *V* szakaszba. A nagyellenállású állapotba való visszakapcsolás egy meghatározott U_H:

$$0<|U_H|<|U_{B0}|$$

feszültségnél következik be.

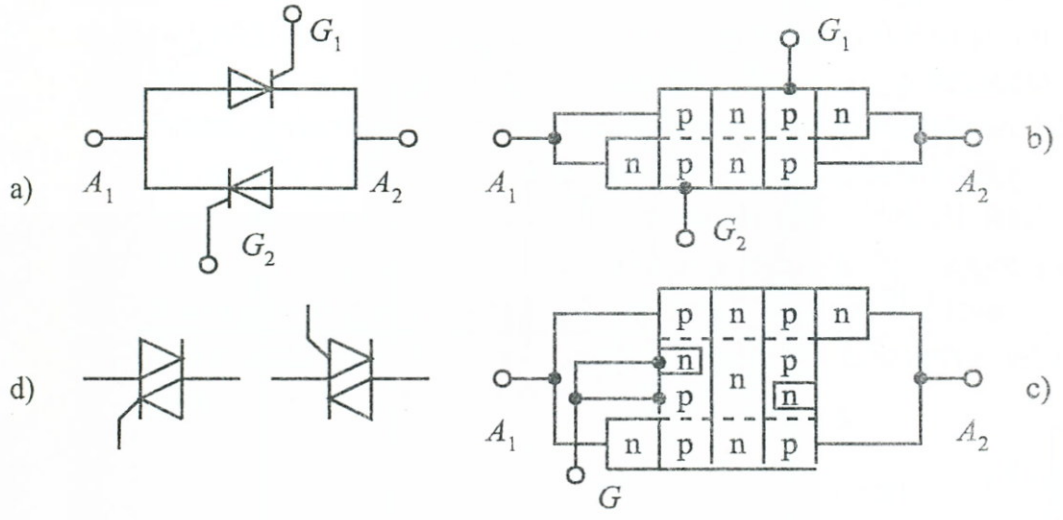
A kétirányú diódákat $\vartheta_{min}/\vartheta max \approx -50/+100°C$ hőmérséklethatárok között üzemeltetik.

3.8.2.5. TRIAC

A TRIAC (Triode Alternating Current Switch) egy váltakozóáramú kapcsoló-trióda, mely a DIAC-hoz képest, külső begyújtást lehetővé tevő G vezérlő elektródával is rendelkezik.

Hasonlóan a kétirányú tirisztordiódánál követettekhez, a TRIAC-ot elvileg két „normális" tirisztortrióda (3.8.2.2. pont) 3-84a. ábra szerinti ellenirányú párhuzamos kapcsolásából származtathatjuk le. Emiatt a TRIAC is a tirisztor család egy újabb tagját képezi.

A 3-84b. ábrán így leszármaztatott *ötrétegű* eszköz már TRIAC-ként működtethető, de hátránya, hogy két vezérlő-elektródája van, és a visszabillentés is nehézkes. A 3-84c. ábrán látható (már meglehetősen bonyolult) *hétrétegű* eszköznél sikerült olyan megoldást kialakítani, mely egyetlen közös *G* vezérlő-elektródával rendelkezik és *G*-re adott pozitív-, illetve negatív vezérlőimpulzussal a TRIAC a 3-85. ábra kisellenállású szakaszaiba átkapcsolható.

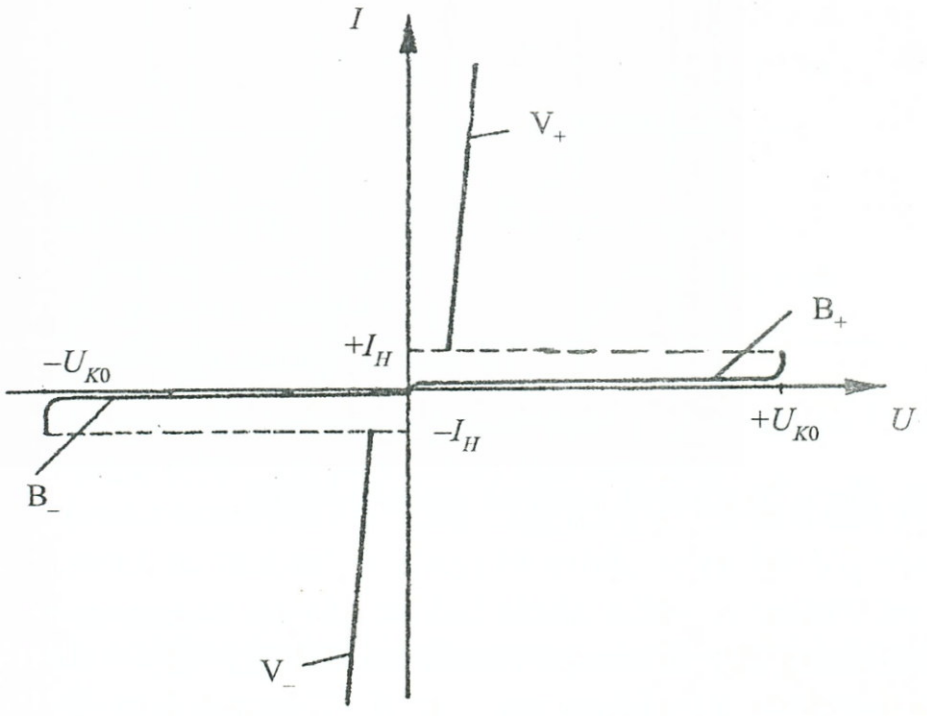


3–84. ábra *TRIAC működési elve és rajzjelei*

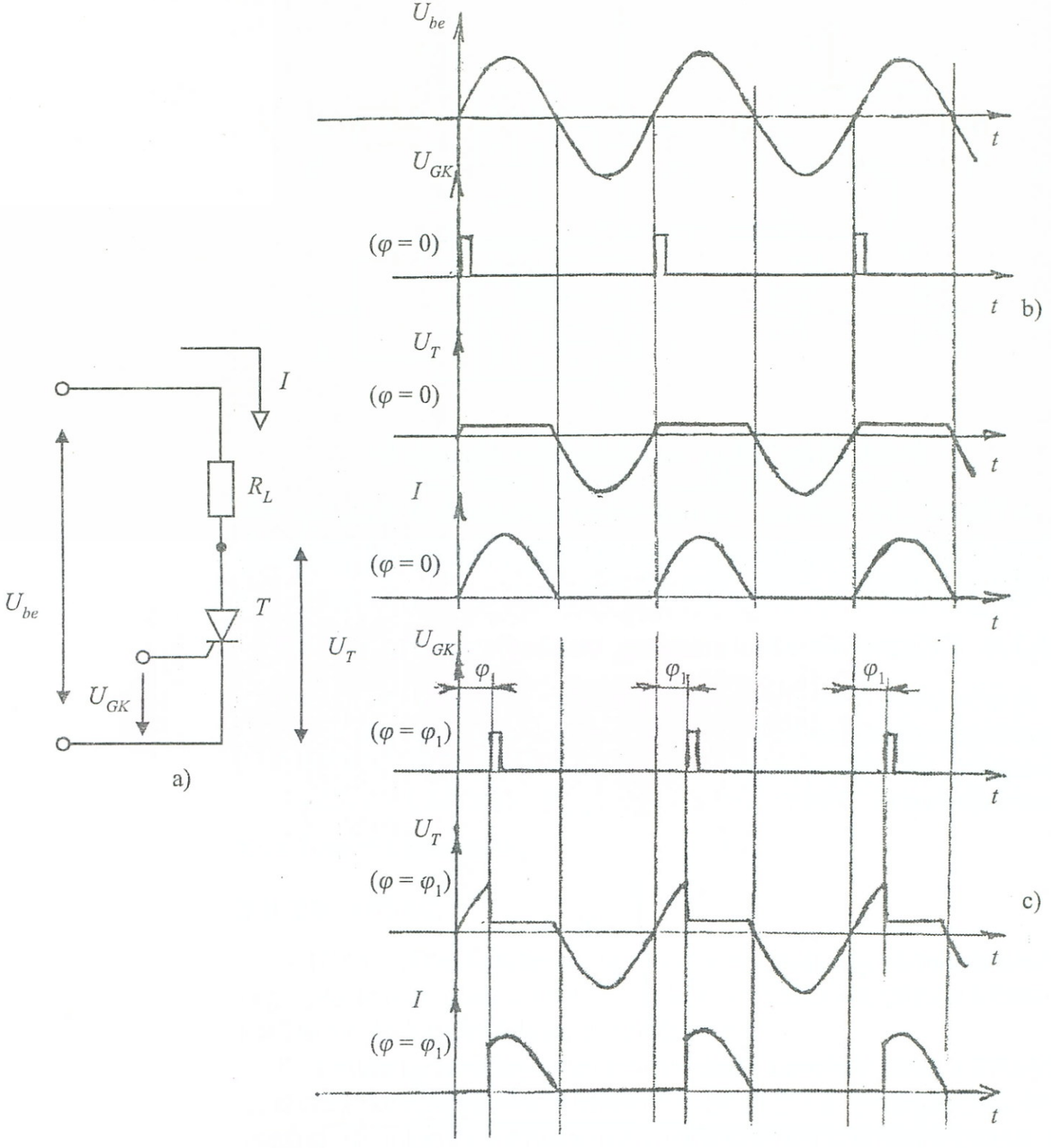
A TRIAC „két-anódos", szimmetrikus működésű eszköz, így váltakozó-áramú alkalmazásoknál vele mindkét félhullám vezérelhető. A TRIAC rajzjelét a 3-84d. ábra mutatja.

3.8.2.6. Tirisztorok alkalmazása, vezérelt egyenirányítók

A tirisztorok klasszikus, legelterjedtebb felhasználása a *vezérelt egyenirányítók*hoz kötődik. Ezekkel kapcsolatosan vizsgáljuk meg a következő, klasszikus példát:



3-85. ábra *TRIAC jelleggörbéje*



3-86. ábra *Tirisztoros vezérelt egyenirányító*

3.10. Példa: A 3-86a. ábrán látható hálózat bemenetelére érkező U_{be} feszültség egy színuszgörbe szerinti időfüggvény. Amennyiben a T tirisztortrióda ellenállása nagy, az R_L–T osztón áram nem folyik. Nagy az ellenállás a karakterisztika mind Z, mind B szakaszain. (3-

79. ábra) Ha a *B* szakaszbeli félhullám során a *G* vezérlő elektródára U_{GK} begyújtó impulzus érkezik, az osztón áram indul meg, mivel a *T* tirisztor kis ellenállású, *V* szakaszba ugrik át. A bekövetkező pozitív áramfélhullám csak akkor lesz teljes, amikor pontosan a félhullám kezdetén érkezik a begyújtó impulzus, ha ez *φ gyújtási-szöggel* késik, akkor az áramfélhullámnak csak *φ* utáni része valósul meg (3-86b., c. ábrák). Amennyiben a kapott, csonk pozitív félhullámokat szűrő-integráló *R–C* tagon vezetjük át, akkor a kimenő jel nagysága, a *φ* gyújtási szögtől függően maradék területek *összegével* lesz arányos, azaz a kimenő feszültség a *φ* gyújtási szöggel közvetve *vezérelhetővé* válik:

$$U_{ki} = U_{ki}(\varphi) \tag{3.60}$$

A példa kapcsán bemutatott működési elvet *fázis-levágásos elv*nek nevezik.

3.8.3. HALL-hatáson alapuló eszközök

A múlt században felismert HALL-hatás szerint, ha I árammal átjárt, lapos vezető anyagot mágnes térbe *(B)* helyezünk, (3-87. ábra) akkor a mágneses tér asszimetrikussá teszi a vezetőbeli elektroneloszlást. A vezető egyik szélén több, a másikon kevesebb elektron helyezkedik el, emiatt a két vezetőoldal között feszültségkülönbség, az ún. HALL-feszültség keletkezik, melynek értéke:

$$U_H \approx \frac{R_H}{V} \cdot B \cdot I \tag{3.61}$$

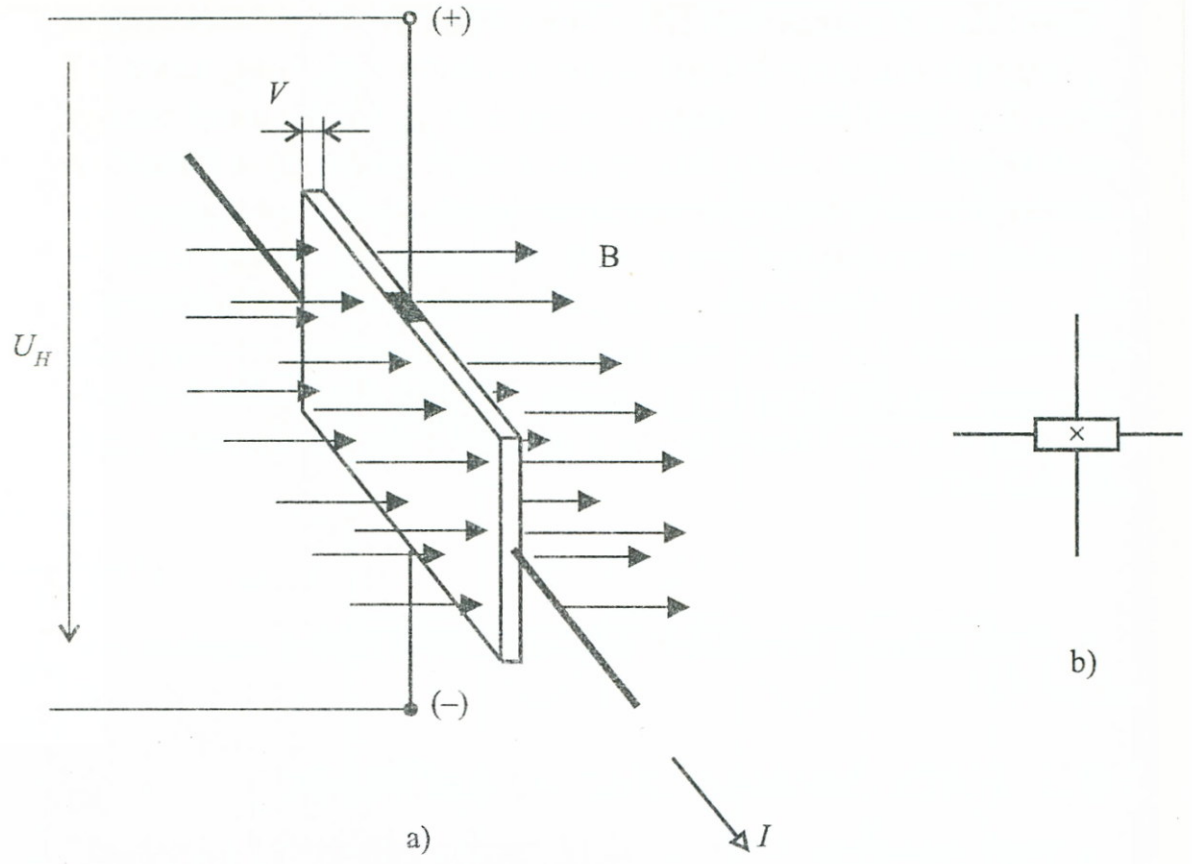
A formulában:

R_H – anyagtól függő HALL állandó (m^3/As)
v – a lemez vastagsága (m)
B – mágneses indukció (T)
I – a lemezen átfolyó áram (A)

Az R_H értéke speciális indium vegyületeknél, $(1{,}2 \sim 2{,}4) \cdot 10^{-14}$ m^3/As normál fémekre több nagyságrenddel alacsonyabb.

Az U_H értéke bizonyos mértékig függ még a vezető hossz/szélesség viszonyától is, melynél a nagyobb érték, nagyobb U_H eredményez.

A HALL eszköz hőmérsékletfüggését a (3.62) összefüggéssel jellemezhetjük:



3-87. ábra *HALL eszköz működési elve és rajzjele*

$$\frac{\Delta U_H}{\Delta \vartheta} = \beta \cdot U_{H20} \tag{3.62}$$

Itt: ß – az anyagra jellemző hőfokténye zető (1/°C)
U_{H20} – a 20 °C-on mért U_H érték (V)

A HALL eszközöket elmozdulás-érzékelésre alkalmazzák elterjedten, mivel kimenetükön (néhány tized V-tól néhány V-ig) a méréstechnikában már számottevő U_H feszültség jelentkezik.

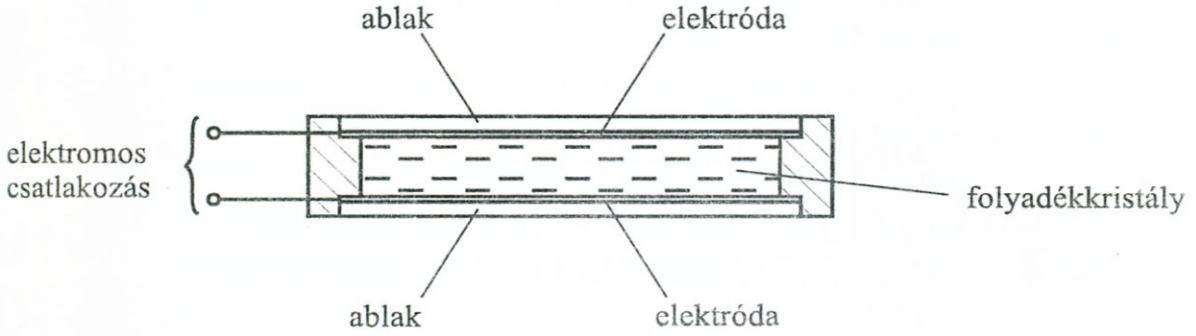
3.8.4. Folyadékkristályos kijelzők

A napjainkban rendkívül elterjedt, kis teljesítmény-igényű folyadékkristályos kijelzők a 3-88. ábra szerint épülnek fel.

Két átlátszó ablaklemez felületére, ugyancsak átlátszó elektródákat (pl. cink-oxid) gőzölnek fel, és a lemezek közé 10 µm-es rétegben *anizotróp* tulajdonságú anyagot, ún. *folyadékkristályt* töltenek. A folyadékkristály olyan tulajdonságú, hogy normál állapotban átlátszó. Ha az elektródákra feszültséget kapcsolnak, akkor a folyadékkristály megzavarosodik, mely megvilágítva (vagy átvilágítva) lát-

hatóvá válik. Ily módon egy kétállapotú kijelző elem keletkezik, melynek vezérléséhez tized mW nagyságrendbe eső teljesítmény elegendő. Az igényelt tápfeszültség 3 ~ 8 V közötti érték.

Alkalmazás során a folyadékkristály-modulokat kívánt alakzatokba (betű, szám, szegmenskészlet stb.) építik össze.



3-88. ábra *Folyadékkristályos kijelző felépítése*

3.E. Ellenőrző kérdések és feladatok

E.3.1. Milyen összetevőkből épül egy elektronikus berendezés konstrukciója?
E.3.2. Milyen típusú ellenállásokat ismer?
E.3.3. Milyen szabványos jellemzőkkel rendelkezik egy ohmos ellenállás?
E.3.4. Milyen a PTC (PTK) és NTC (NTK) ellenállás?
E.3.5. Mi jellemzi a fotoellenállásokat?
E.3.6. Mit tud a VDR ellenállásokról?
E.3.7. Mi az a permittivitás és az átütési feszültség?
E.3.8. Milyen szabványos jellemzőkkel rendelkeznek a kondenzátorok?
E.3.9. Milyen típusú kondenzátorokat ismer?
E.3.10. Miből tevődnek össze a tekercsek működési veszteségei?
E.3.11. Mi jellemzi a tekercs vasmagokat?
E.3.12. Ismertesse egy dióda karakterisztikáját és működését!
E.3.13. Rajzoljon fel egy egyenirányítót és ismertesse működését.
E.3.14. Mire jó a Schottky-dióda?
E.3.15. Mit tud a Zener-diódákról, mi a jellemző feszültség?
E.3.16. Rajzoljon fel egy egyszerű Zener-diódás feszültség-stabilizáló kapcsolást.
E.3.17. Mi jellemzi a fotodiódákat, működhet-e a fotodióda külső, ráadott feszültség nélkül?
E.3.18. Mi az a LED?
E.3.19. Mit tud a kapacitás-diódákról?
E.3.20. Ismertesse a mágnesdióda felépítését és működését!
E.3.21. Milyen jelleggörbékkel jellemezhető egy bipoláris tranzisztor?
E.3.22. Magyarázza el, mi a differenciális áramerősítési tényező, bemeneti ellenállás, kimeneti ellenállás.
E.3.23. Mit értünk egy bipoláris tranzisztor meredekségén?
E.3.24. Milyen általános összefüggésekkel jellemezhetők a bipoláris tranzisztorok?
E.3.25. Milyen típusjelölések használatosak a tranzisztoroknál?
E.3.26. Mit tud a tranzisztorok hőellenállásáról és határteljesítményéről?
E.3.27. Ismertesse a földelt emitteres kapcsolást és főbb jellemzőit!
E.3.28. Mi az erősítés?
E.3.29. Mi a visszacsatolás, és milyen változatait tudja összefoglalni?

E.3.30. Mit tud a torzításokról?
E.3.31. Foglalja össze a munkapont beállítással kapcsolatos meggondolásokat.
E.3.32. Mi a földelt bázisú kapcsolás, és mik a főbb jellemzői?
E.3.33. Mi a földelt kollektoros kapcsolás, és mik a főbb jellemzői?
E.3.34. Mire jó a Darlington-kapcsolás?
E.3.35. Mit kell tudni a tranzisztorok kapcsoló-üzemével kapcsolatosan?
E.3.36. Milyen jelleggörbékkel jellemezhető egy térvezérlésű tranzisztor?
E.3.37. Mi a különbség a JFET és a MOSFET között?
E.3.38. Hasonlítsa össze egy növelményes és egy kiürítéses MOSFET karakterisztikáit.
E.3.39. Mi az a SZUBSZTRÁT?
E.3.40. Mit értünk a FET meredekségén?
E.3.41. Mi a sajátos a FET-ek hőmérséklet-függésénél?
E.3.42. Ismertesse a CMOS felépítési elvét és előnyeit!
E.3.43. Mit tud a FET-ek kapcsolóüzemű viselkedéséről?
E.3.44. Mi a földelt source-u kapcsolás és mik a főbb jellemzői?
E.3.45. Mi a földelt drain-ű kapcsolás és mik a jellemzői?
E.3.46. Mi jellemzi a fototranzisztorokat?
E.3.47. Rajzoljon fel egy foto-vevő kapcsolást.
E.3.48. Mi az az optikai csatoló és mire használható?
E.3.49. Mi különbözteti meg a szilícium és szelén alapú fotoelemeket?
E.3.50. Mi a közös a tirisztor-családba tartozó eszközöknél?
E.3.51. Ismertesse a tirisztordióda működési elvét és jellemzőit!
E.3.52. Mutassa be a tirisztortriódát és karakterisztikáját!
E.3.53. Miben különbözik a tirisztortetróda a tirisztortriódától?
E.3.54. Mi a DIAC?
E.3.55. Hogy működik a kétirányú tirisztordióda és a háromrétegű kétirányú dióda?
E.3.56. Mi a TRIAC és miben különbözik a DIAC-tól?
E.3.57. Mi a vezérelt egyenirányítók működési elve?
E.3.58. Mi az a HALL-hatás?
E.3.59. Ismertesse egy HALL eszköz működési elvét!
E.3.60. Hogy működik a folyadékkristályos kijelző?

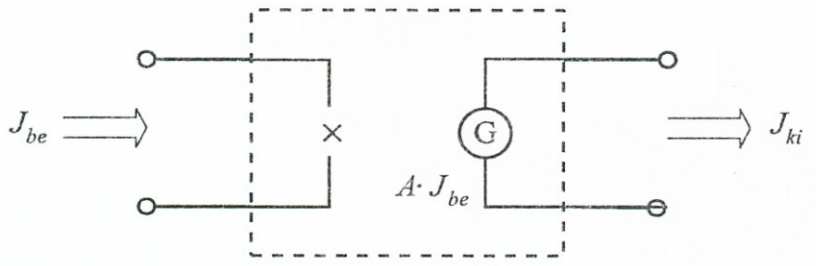
4. JELLEGZETES ELEKTRONIKUS ÁRAMKÖRÖK

4.1. Erősítők

4.1.1. Általános jellemzők, ideális erősítő

Erősítő fogalmával és definíciójával az 1.5. pontban már foglalkoztunk. A 3.6.3. pontban tárgyalt alapkapcsolások működésének tanulmányozásakor pedig további, erősítőkkel kapcsolatos jellemzők is bevezetésre kerültek. Mivel az erősítők az elektronikus áramkörök egy fontos, jellegzetes csoportját alkotják, célszerű velük kapcsolatosan néhány további meggondolást tennünk.

Egy ideális erősítő helyettesítő képét rajzoltuk fel a 4-1. ábrán. A főbb jellegzetességeket a következőkben foglalhatjuk össze:



4–1. ábra *Ideális erősítő*

- $R_{be} \approx \infty$: *nagy bemeneti ellenállás,* hogy ne terhelje a megelőző, meghajtó áramkört
- $R_{ki} \approx 0$: *kis kimeneti ellenállás,* hogy az általa meghajtott fokozat működési feltételei legkedvezőbbek lehessenek.
- Kívánt mértékű *erősítés*

$$A = \frac{J_{ki}}{J_{be}}$$

frekvenciától független teljesítése a felhasználási–működési tartományban.

– A J_{be} bemeneti jel *alakhű, torzításmentes, nem késleltetett* megjelenítése erősített formában a kimeneten J_{ki}-ként.

A gyakorlatban alkalmazott erősítők minősítésekor vagy megvalósításakor fenti követelményeket kell irányelvként tekintenünk.

Természetesen, az ideális erősítőt egy valóságos erősítővel csak közelíteni tudjuk, egyidejűleg minden szempontból „jó" erősítőt nehéz előállítani. A realizáció során valamelyik paraméter előtérbe-helyezése gyakran csak a másik rovására érhető el.

A bemeneti- és kimeneti ellenállásviszonyokat az erősítőben alkalmazott kapcsolási alaptípusok határozzák meg, melyek paramétereit a 3.6.3. és 3.7.6. fejezetekben már összefoglaltuk.

Az erősítés általában egy dimenzió-nélküli viszonyszám (1.148) értelmében. Feszültségerősítés felírásakor néha előnyösebb a feszültségviszony logaritmusával számolnunk. Az ilyenkor alkalmazott összefüggés:

$$A_{dB} = 20 \cdot \lg \frac{U_{ki}}{U_{be}} = 20 \cdot \lg A_u \quad [\text{dB}] \tag{4.1}$$

(4.1) szerinti összefüggésnél az erősítést *decibel*ben mérjük. Lineáris és logaritmikus erősítésskála összehasonlító értékeit tartalmazza a (4.2) táblázat:

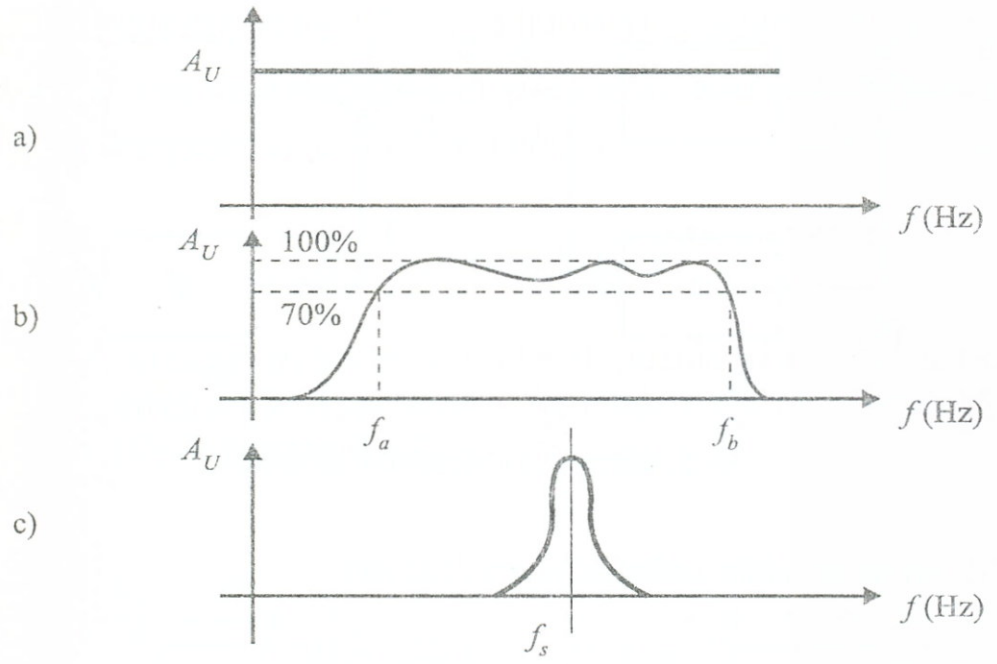
A_u	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	10	100	1000
A_{dB}	–6	–3	0	3	6	20	40	60

(4.2)

A 4-2. ábrán, frekvencia-átvitel szempontjából többféle erősítő karakterisztikát hasonlíthatunk össze.

A 4-2a. eset *egyenáramú erősítő* karakterisztikáját mutatja, mely nulla frekvenciánál is kell, hogy erősítsen. Sok tekintetben ez a legnehezebb feladat, mivel a már tárgyalt *drift jelenségből* eredő munkapont-stabilizálási problémák itt fokozottan jelentkeznek. Az egyes fokozatok egyenáramúlag (csatoló kondenzátorokkal) nem választhatók el egymástól, ezért az átterjedő drift korlátozására komplikáltabb megoldásokat kell alkalmaznunk.

A 4-2b. ábrán *széles sávú erősítő* karakterisztikája látható, melynél az f_a alsó és f_f felső határfrekvenciák távolesnek egymástól és közöttük a kívánt mértékű erősítést biztosítani kell.



4-2. ábra *Erősítő karakterisztikák*

A 4-2c. ábrán ún. *szelektív erősítő* karakterisztikát rajzoltunk fel, melynek feladata, hogy csak egy kiszemelt f_s frekvencia szűk környezetében erősítsen, valamely adott műszaki feladat (pl. méréstechnikai alkalmazás) keretében.

Erősítés kapcsán bekövetkező jeltorzulásokra a (3.37) összefüggésben bevezetett *torzítási tényező* nyújthat – többek közt – tájékoztatást. Általában a karakterisztika lineáristól való eltérését tekinthetjük a torzításokért felelősnek, melyek mértékét – mint a következőkben látni fogjuk – visszacsatolással előnyösen befolyásolni tudjuk.

4.1.2. Visszacsatolás

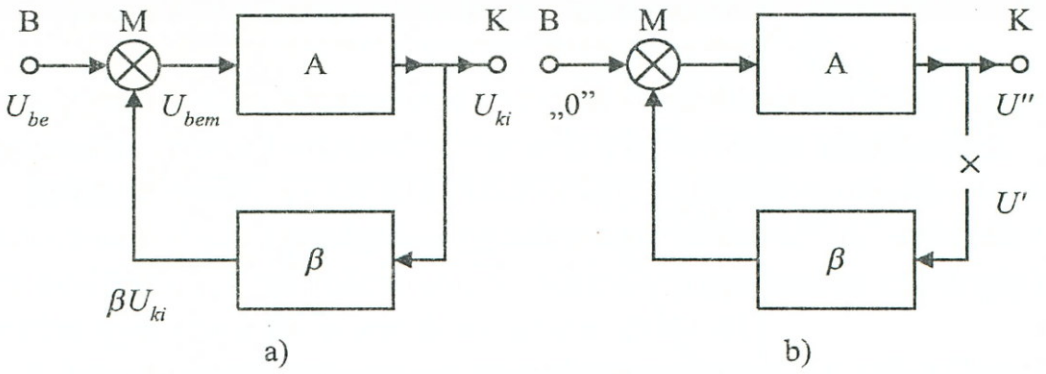
A visszacsatolás lehetőségét a 3.6.3.1. pontban már érintettük.

Visszacsatoláskor az erősítő kimenő jelének egy részét visszavezetjük az erősítő bemenetére, ahol a módosított bemeneti jel, az eredeti bemeneti jel és a visszavezetett jel között elvégzett M művelet eredőjeként jelenik meg az erősítő bemenetén.

A 4-3a. ábrán látható általános érvényű elvi vázlatnál a *módosított* bemeneti jelet feszültségekre felírva (M = kivonást feltételezve):

$$U_{bem} = U_{be} - \beta U_{ki} \qquad (4.3)$$

ahol: β az ún. visszacsatolási tényező.



4–3. ábra *Visszacsatolt erősítő*

Mivel az erősítés definíciója értelmében:

$$U_{ki} = A \cdot U_{bem} = A\left(U_{be} - \beta U_{ki}\right)$$

és bevezetve az A_V visszacsatolt erősítést:

$$A_V = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{A}{1+\beta A} \tag{4.4}$$

β ill. A előjeleitől, valamint a M műveletvégző (összeadó–kivonó) típusától függően a visszavezetett jel pozitív, vagy negatív irányban módosíthatja az U_{be} bemenő jelet, ennek megfelelően pozitív és negatív visszacsatolásról beszélhetünk.

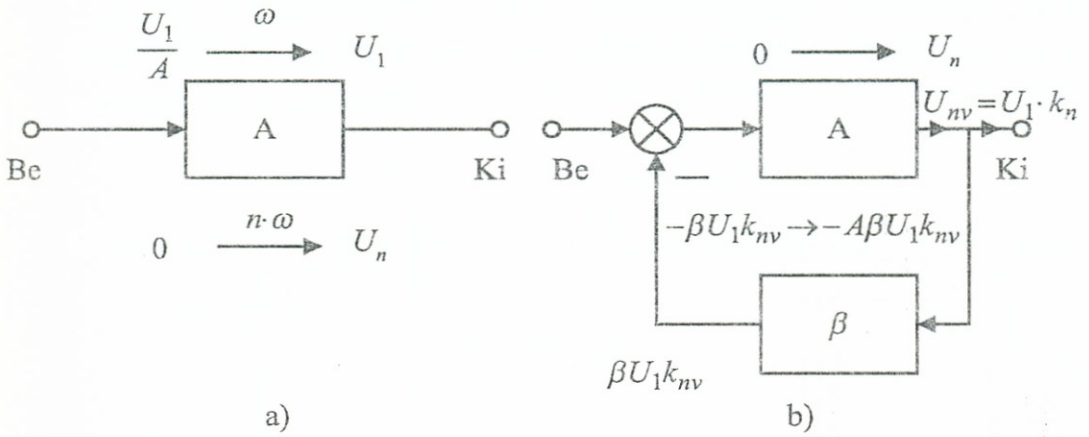
Mint látni fogjuk, a visszacsatolás révén az erősítők tulajdonságai lényegesen módosulnak és nagyon kedvező változások érhetők el (pl. a torzítások csökkentésében) az eredő paramétereknél. Az évszázad első felében felismert negatív, majd a pozitív visszacsatolás jelentősége túlnőtt napjainkban az elektronika területein, hatása már kiterjedt lényegében minden (nem csak műszaki) tudományágra és az élet számos más területére is.

Visszacsatoló hurkot tartalmazó hálózatoknál, az eredeti *(A)* és a visszacsatolt *(A_V)* erősítések mellett, definiálni szoktak egy ún. *hurokerősítést (H)* is. A hurokerősítés megállapításához a 4-3a. ábra hálózatának B bemeneti pontján az M műveletvégzőre „0" értéket adnak, továbbá a visszacsatoló hurkot (elvileg bármelyik pontján) megszakítják. Legyen esetünkben ez a megszakítási pont a *-gal jelzett helyen. Megszakítást követően a 4-3b. ábra jelöléseivel a nyílt hurok visszavezető ágára U' feszültséget kapcsolva a K kimenethez közelebbi hurok-ponton egy U'' feszültséget fogunk mérni. E módosított kapcsolásban az M műveletvégző (mivel egyik operandusa:

0), csak előjelképzést fog végezni a hurok visszaérkező jelénél, ezért a hurok nyitott pontjánál a kimenő (U'') és az induló (U') feszültségek között megadható az ún. hurokerősítés:

$$H=\frac{U''}{U'}=(\operatorname{sgn} M)\beta\cdot A \qquad (4.5)$$

Negatív visszacsatolás esetén: $H < 0$, pozitív visszacsatolás esetén: $H > 0$ értéknek kell fennállnia. Az eredő érték (4.5) értelmében M, β, és A előjelviszonyaitól függ.



4–4. ábra *Torzítás visszacsatolásnál*

4.1. Példa: Vizsgáljuk meg a visszacsatolás hatását egy erősítő nem-lineáris torzításviszonyainak szemszögéből.

Tegyük fel, hogy a 4-4a. ábrán a *bemeneti jel* csak egyetlen ω frekvenciát tartalmaz, ugyanakkor a *kimeneti jel*nél a torzítás miatt már megjelennek az $n\cdot\omega\,(2\omega,3\omega,...)$ felharmónikusok is. Jellemezzük a torzítást a példában oly módon, hogy az egyes $(n\cdot\omega)$ felharmónikusok torzítási tényezőjét (k_n) az alapharmonikusra vonatkoztatott feszültségarány fejezze ki.

$$k_n=\frac{U_n}{U_1}$$

ahol: U_n és U_1 az adott felharmónikusnak és a bemeneti jelnek (alapharmonikus) az erősítő kimenetén mért értékei. Ha az erősítés A, akkor a bemeneti feszültségek:

$$U_{1be} = \frac{U_1}{A}$$
$$U_{nbe} = 0$$

mivel a bemeneten még nincs felharmónikus. A kimeneti, $n \cdot \omega$ frekvenciájú komponens:

$$U_n = k_n \cdot U_1$$

Vezessünk be most visszacsatolást a 4-4b. ábra szerint. Mivel az erősítés lecsökkent, ezért a bemenetre adjunk annyival nagyobb U_{1be}-t, hogy a kimeneten ismét U_1-et mérhessünk, ilyenkor a torzítás az eredeti erősítőrészben ugyanannyi lesz, mint előzőleg.

Jelöljük az n felharmonikus visszacsatolt rendszerbeli (egyelőre nem ismert) torzítását k_{nv}-vel akkor írható:

$$U_{nv} = k_{nv} \cdot U_1 = U_n - \beta \cdot A \cdot U_1 k_{nv}$$

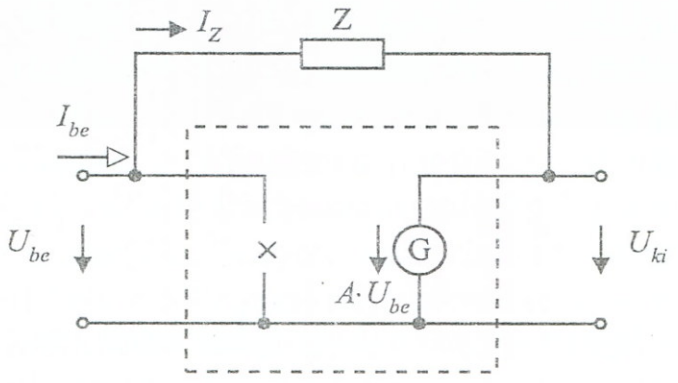
melyből a visszacsatolt rendszer torzítási tényezője kifejezhető:

$$k_{nv} = \frac{k_n}{1 + \beta A} \tag{4.6}$$

A kapott eredmény azt mutatja, hogy nagy hurok-erősítések esetén a torzítás rendkívül lecsökkenthető.

4.1.3. A MILLER-effektus

A 4-1. ábrával kapcsolatosan bevezetett ideális erősítőn végezzük el a 4-5. ábra szerinti módosítást, melynél a bemenetet és kimenetet egy Z impedanciával összekötöttük.



4–5. ábra *Miller effektus elve*

Az eredeti ideális erősítő bemeneti ellenállása $R_{be} = \infty$ volt – mint láttuk –, most folyhat bemeneti áram, így az új bemeneti impedancia:

$$Z_{be} = \frac{U_{be}}{I_Z}$$

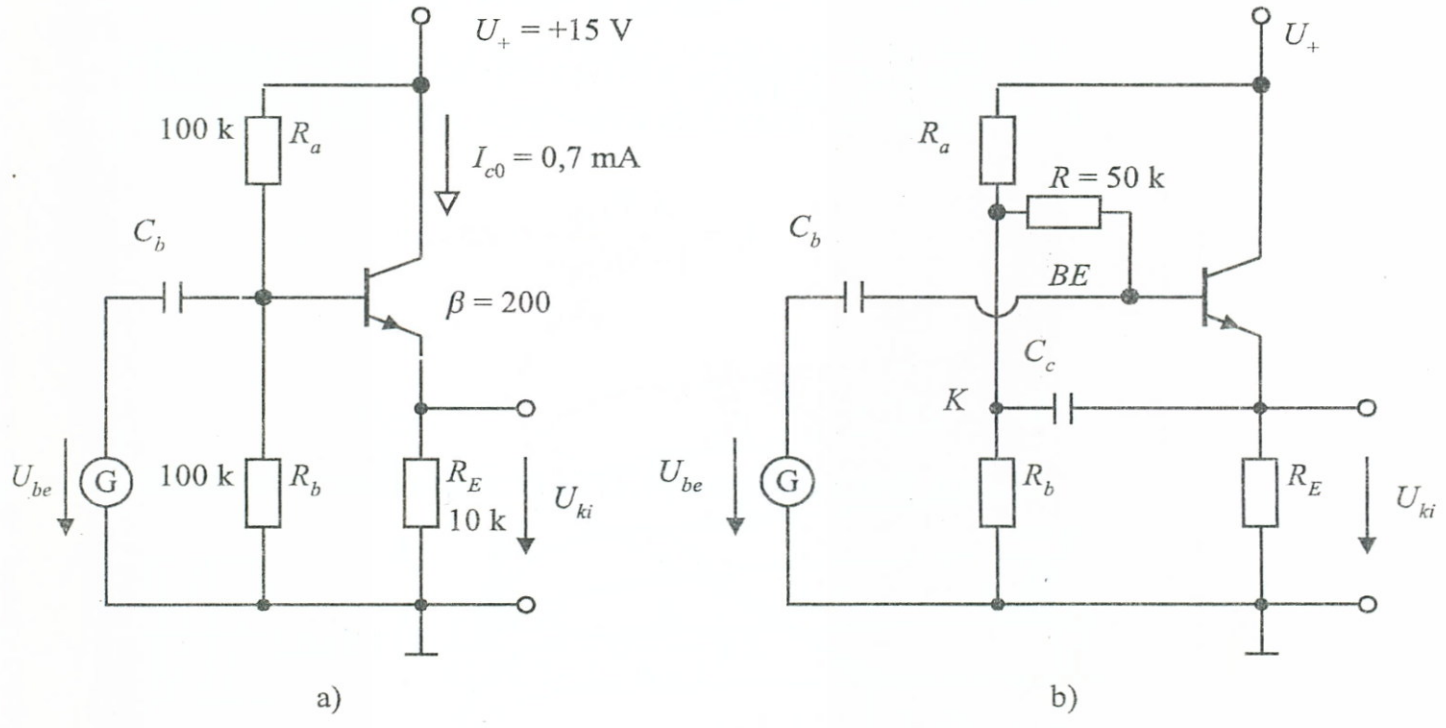
A Kirchhoff-féle hurokegyenlet felhasználásával és behelyettesítések után írható:

$$I_Z = \frac{U_{be} - U_{ki}}{Z} = \frac{U_{be}}{Z}\left(1 - \frac{U_{ki}}{U_{be}}\right) = \frac{U_{be}}{Z}(1 - A)$$

$$Z_{be} = \frac{Z}{1 - A} \tag{4.7}$$

A kapott (4.7) összefüggés a *Miller-effektus*-t szemlélteti, mely szerint a bemenet-kimenet közötti impedancia az erősítő bemenetére áttranszformálható az erősítés, mint paraméter felhasználásával.

4.2. Példa: A Miller-effektus használhatóságának szemléltetésére vizsgáljuk meg a 4-6a. és 4-6b. ábrákon látható kapcsolások bemeneti ellenállásának alakulását.



4–6. ábra *Miller effektus hatása a bemeneti ellenállásra*

A 4-6a. ábrán látható, C_b bemeneti csatolókondenzátorral ellátott emitterkövető munkapontja az R_a–R_b osztólánccal van beállítva. A bemeneti ellenállás az osztó nélkül (3.42) értelmében

$$r_{be} \approx \beta \cdot R_E = 200 \cdot 10\,\text{k} = 2\,\text{M}\Omega$$

lenne, ami elég kedvező bemeneti érték. A munkapont-beállító osztó sajnos nagyon lerontja a helyzetet, mivel ellenállásai váltóáramú szempontból párhuzamosan kapcsolódnak az eredeti bemeneti ellenállással, így a teljes fokozat bemeneti ellenállása kedvezőtlenül kicsinek adódik.

$$r'_{be} = (R_a \times R_b) \times r_{be} = (100\,\text{k}\Omega \times 100\,\text{k}\Omega) \times 2\,\text{M}\Omega \approx 49\,\text{k}\Omega$$

Ha a kapcsolást a 4-6b. ábra szerint módosítjuk, a C_c újabb kondenzátor beiktatásával, és az osztópontot egy $R = 50\,\text{k}\Omega$ ellenálláson keresztül kapcsoljuk a bázispontra, a helyzet lényegesen megváltozik. Ez esetben ugyanis az R ellenállás váltóáramú szempontból (mivel ilyenkor $C_c \approx$ rövidzár) a bemenet- és kimenet között helyezkedik el, így a Miller-effektus érvényesülhet, továbbá (ugyancsak C_c miatt) a tényleges, váltóáramú szempontból effektív emitter ellenállás három párhuzamos összetevőből lesz számítható:

$$R_{Eeff} = R_E \times R_a \times R_b \approx 8{,}3\,\text{k}\Omega$$

A feszültségerősítést a Miller-effektus miatt kiszámítva (3.44) és (3.26) felhasználásával és a részletes számításokat mellőzve:

$$A_u = \frac{S \cdot R_{Eeff}}{1 + SR_{Eeff}} = 0{,}9956 \quad (<1)$$

adódik. (mivel: $S = \frac{I_C}{U_T}$)

Ezzel, felhasználva a (4.7) Miller-effektusra vonatkozó összefüggést:

$$Z = \frac{R}{1 - A} = \frac{50\,\text{k}\Omega}{1 - 0{,}9956} = 11{,}3\,\text{M}\Omega$$

A Z-vel kapcsolódik párhuzamosan a tranzisztor által képviselt ellenállás-összetevő, mely (3.42) alapján:

$$r_{bem} \approx R_{Eeff} \cdot \beta = 8{,}3\,\text{k}\Omega \cdot 200 = 1{,}6\,\text{M}\Omega$$

Így a módosított fokozat (4-7b. ábra) bemeneti ellenállása:

$$r''_{be} = r_{bem} \times Z = 1{,}45\,\text{M}\Omega$$

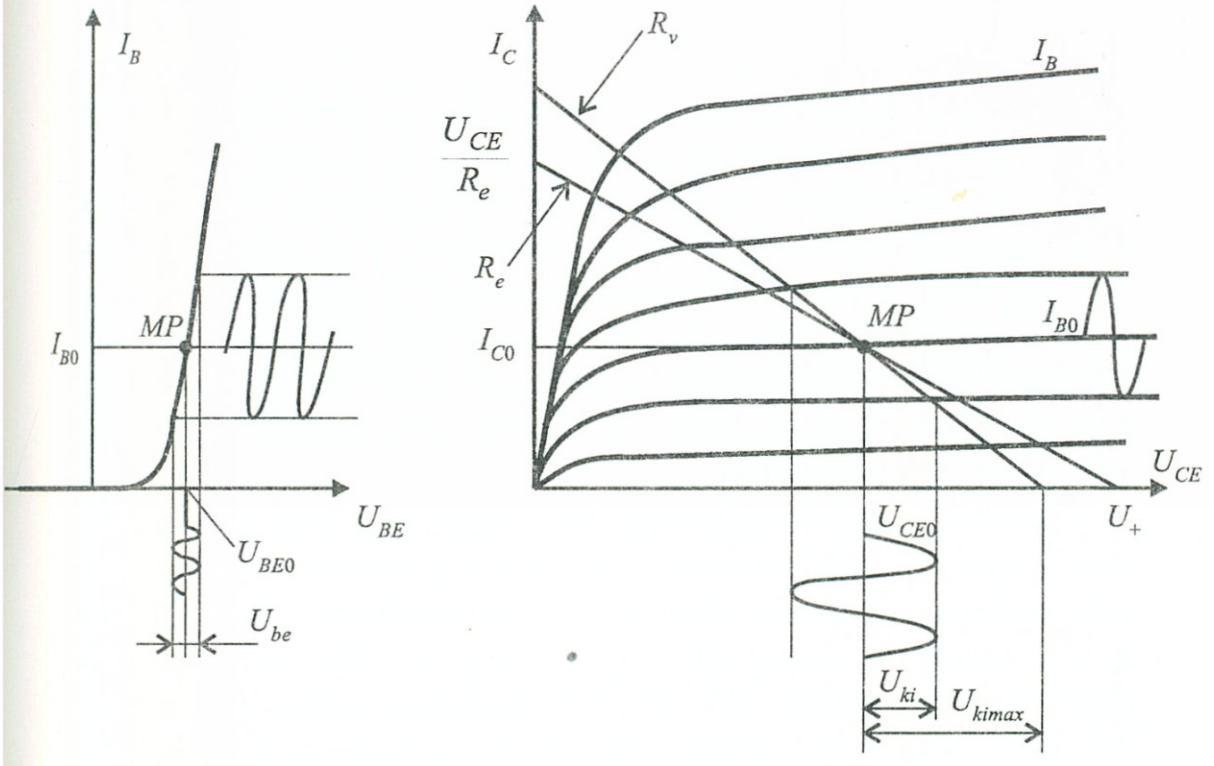
Összehasonlítva a 4-6a. ábra kapcsolásának $r'_{be} = 49\,\text{k}\Omega$ értékével, a kapott eredmény másfél nagyságrenddel kedvezőbbnek tekinthető.

4.1.4. Munkaegyenes, kivezérelhetőség

A 3. fejezetben tanulmányozott tranzisztoros áramköröknél a paraméterek kiszámítását többnyire a bevezetett formulák segítségével végeztük. Mivel az alkalmazott tranzisztorok karakterisztikái nem pontosan követik az elméleti összefüggéseket, ezért az erősítők működésének tanulmányozásánál gyakran alkalmazzuk a katalógusokban megadott jelleggörbéket.

Szemléltetésül vizsgáljuk meg a 3-55. ábra földelt emitteres kapcsolású erősítőjének viselkedését színuszos jel esetén, a jelleggörbék felhasználásával.

Tételezzük fel, hogy a munkapont-beállítást (például a G.3.7. feladat F.3.7. szerinti megoldásával) elvégeztük és az R_a, R_b, R_E, R_C ellenállások, már ismertek. Ily módon a katalógusból kimásolt, 4-7. ábrán látható karakterisztika-seregre az M munkapontot (a hozzá tartozó ugyancsak kiszámított I_{BO}, I_{CO}, U_{CEO} értékek ismeretében) bejelölhetjük.



4-7. ábra *Munkaegyenes, kivezérelhetőség*

Ezt követően berajzolhatók a karakterisztikába az ún. *munkaegyenesek.*

A kapcsolást *egyenáramu* szempontból vizsgálva felírható ($I_C \approx I_E$ feltételezéssel):

$$U_{CE} = U_+ - I_C(R_C + R_E) \approx U_+ - I_C \cdot R_e$$

Ez az összefüggés az $I_C - U_{CE}$ koordinátarendszerben egy egyenes, az ún. egyenáramú munkaegyenes egyenletét jelenti, mely az I_C tengelyt: az $(U_{CE} = 0)$, $I_C = \frac{U_+}{R_e}$ az U_{CE} tengelyt: az $(I_C = 0)$, $U_{CE} = U_+$ pontokban metszi, továbbá a munkaponti I_{BO} bázisáram-paraméterhez tartozó görbével való metszéspontja megadja a M munkapontot a hozzá tartozó I_{CO}, U_{CEO} áram-, és feszültségjellemzőkkel.

Váltóáramú szempontból megvizsgálva a kapcsolást, megállapíthatjuk, hogy ilyenkor egyrészt R_E-t a C_E rövidre zárja, másrészt C_{ki} ugyancsak rövidzárrá válása miatt az R_t terhelő ellenállás kapcsolatba kerül az áramkörrel R_t és R_C váltóáramú szempontból párhuzamosan fognak kapcsolódni, mivel a „+" és a földpont váltóáramúlag mindketten „hideg" pontoknak tekintendők (a telep belső ellenállása nulla). Végeredményben az R_E rövidrezárása miatt a tranzisztor-ágban az R_e helyett az

$$R_V = R_C \times R_t$$

váltakozó áramú munkaellenállás fog szerepelni, mely egy más iránytangensű *váltóáramú munkaegyenest* fog eredményezni.

A 4-7. ábrán látható be- és kimeneti jelleggörbékbe berajzoltuk a G-meghajtó generátorról érkező U_{be} bemeneti, és az erősítő kimenetén megjelenő U_{ki} kimeneti színuszos jeleket. A görbék meredekségéből adódó „erősítést" a rajz vizuálisan is szemlélteti.

Az ábrákból jól látható, hogy a váltakozó jelek a munkaponti egyenáramú jelekre szuperponálódva az M pont környezetében „váltakoznak" a $\pm U_{ki}$ határok között.

A kimeneti karakterisztikából leolvasható az is, hogy elvileg mekkora az az $U_{ki\,max}$ *maximális kivezérelhetőség,* melyet egy adott munkapont környezetében el lehet érni. Ezt az a határpont limitálja, ahol az R_V munkaegyenese az U_{CE} tengelyt metszi, itt ugyanis a kollektoráram nullává válik. Ha a munkapontot jobbra tolnánk, akkor kisebb amplitúdójú jelek „férnének be" a munkapont abszcisszá-

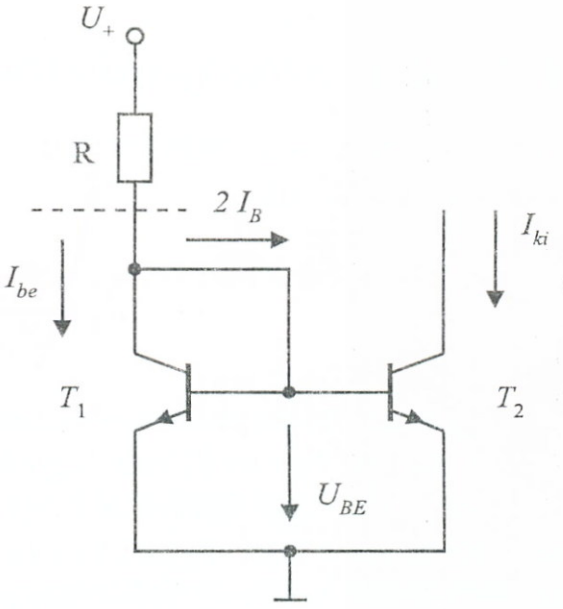
ja és a határpont közé. Az M balra mozgatása esetén a maximális kivezérelhetőség növekszik. Fentiek miatt a munkapont kivezérelhetőség vonatkozásában optimális elhelyezésére az alábbi összefüggést szokták ajánlani:

$$U_{CEO} \approx \frac{U_+}{2} \tag{4.8}$$

4.1.5. Áramtükör

A munkapont-beállítás egy jellegzetes kisegítő áramköre az ún. *áramtükör*. Szerepe különösen integrált áramköri alkalmazásoknál növekedett meg, mivel itt az aktív elemek jobb jellemzőkkel állíthatók elő, mint a passzívak. A 4-8. ábrán egy ilyen áramtükör kapcsolást rajzoltunk fel.

Mint látható, a két tranzisztor emittere és bázisa azonos jeleket kap és a T_1 tranzisztor valójában diódaként üzemel, mivel bázisa–kollektora össze van kapcsolva. Amennyiben a T_1–T_2 paraméterei nem különböznek lényegesen, akkor áramaik azonosak (közös az U_{BE}). Az áramkör bemenete T_1 kollektoránál van, a kimeneti és bemeneti áramok közötti kapcsolat az ábra alapján felírható (figyelembevéve, hogy $\beta >> 1$):



4–8. ábra *Áramtükör*

$$I_{be} = I_{C1} + 2I_B = I_{C1} + \left(1 + \frac{2}{\beta}\right)$$

$$I_{ki} = I_{C2} = I_{C1} = \frac{I_{be}}{1 + \frac{2}{\beta}} \approx I_{be} \tag{4.9}$$

A bemeneti és kimeneti áramok tehát közel azonosak, és a kapcsolás valójában egy áramvezérelt *áramgenerátor,* melynek kedvező jellemzője, hogy a közös U_{BE} miatt I_{ki} a hőmérséklet változásakor nem változik.

4.1.6. Többfokozatú erősítők

Többfokozatú erősítőknél az egyes fokozatok általában láncba kapcsolódnak, így az *eredő* erősítésre a következők írhatók fel n fokozat esetén:

$$\begin{aligned} A &= \prod_{i=1}^{n} A_i \\ r_{be} &= r_{be1} \\ r_{ki} &= r_{kin} \end{aligned} \qquad (4.10)$$

4.1.7. Teljesítményerősítők

A nagy kimeneti teljesítményt szolgáltató erősítőket *teljesítményerősítőknek* nevezzük.

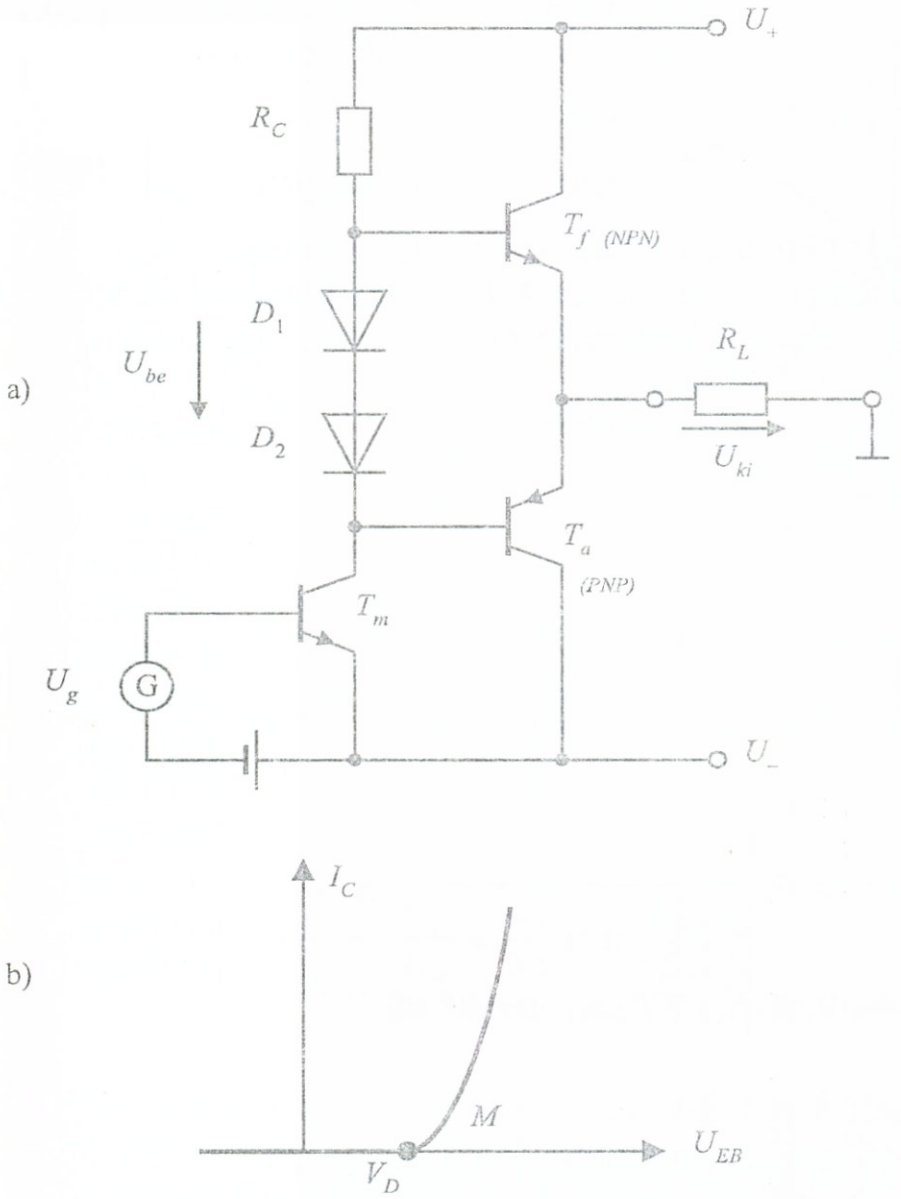
$$A_p = \frac{P_{KI}}{P_{BE}}$$

A nagy teljesítményhez csatlakozóan követelmény a kis kimeneti ellenállás, kis torzítás és itt már figyelembe veendők a veszteségek is.

A 4-9a. ábrán egy igényesebb jellemzőknek is elegettevő, elterjedten alkalmazott, ún. *végfokozatot* rajzoltunk fel, melynek meghajtását egy földelt emitteres erősítő-fokozat végzi.

A végfokozat egy komplementer (npn-pnp) tranzisztor-párt tartalmaz, ún. „B osztályú" kapcsolásban. Ez azt jelenti, hogy az egyes tranzisztorok munkapontja a karakterisztika könyökpontjába van beállítva (4-9b. ábra), és a T_f felső tranzisztor a bemeneti jel pozitív félperiódusát, a T_a alsó tranzisztor a negatív félperiódust fogja erősíteni. Ezúton biztosítható, hogy a kimeneti terhelésen a kimeneti teljes periódus torzítatlanul jelenjen meg.

Áramkörileg a T_a és T_f tranzisztorok egy-egy emitterkövetőt képviselnek, oly módon, hogy amíg az egyik vezet, a másik le van zárva. A végfokozat vezérlés nélküli állapotában nem fogyaszt áramot, a



4–9. ábra *B osztályú teljesítményerősítő*

tápáram-felvétel a kivezérléssel együtt növekszik. Fentiek miatt kicsik a veszteségek és kedvező a hatásfok. Az emitterkövető jelleg miatt kicsi a kimenőellenállás és nagy az áramerősítés. A meghajtó földelt emitteres fokozat kollektorkörében elhelyezkedő D_1, D_2 diódák szint-eltoló hatása állítja be a T_f, T_a tranzisztorokat a B osztályú működés által megkívánt könyök-munkapontba.

4.1.8. FET realizáció sajátosságai

Az előző pontokban általában bipoláris esetekre összefoglaltak kiterjeszthetők a FET-ekkel felépített erősítőkre is, ha a

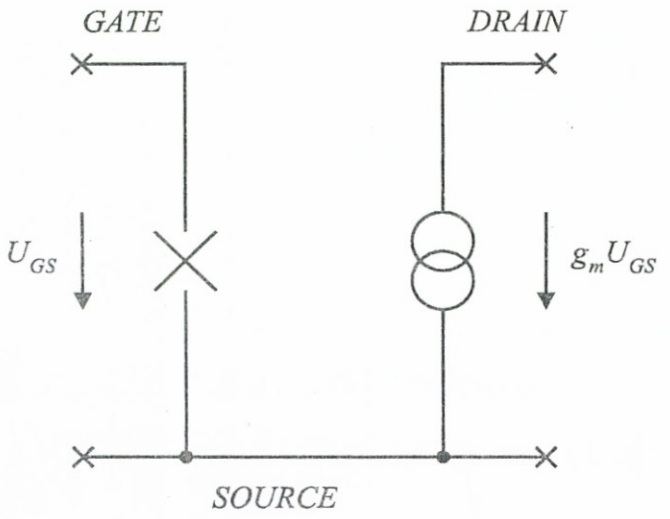
földelt emitter – földelt source
földelt kollektor – földelt drain

és esetleg a

földelt bázis – földelt gate

analógiákat értelemszerűen figyelembe vesszük.

Tekintettel kell lennünk a 4-10. ábrán felrajzolt FET helyettesítő képre is, melynél a bemenőáram értéke nulla, így ebből a szempontból itt jobban megközelítjük az ideális erősítő 4-1. ábrán megadott jellemzőit. Az összefüggések értelemszerű felhasználásánál viszont ügyelnünk kell arra, hogy a FET paraméterek lényegesen eltérhetnek a szemléltető bipoláris példák paramétereitől.



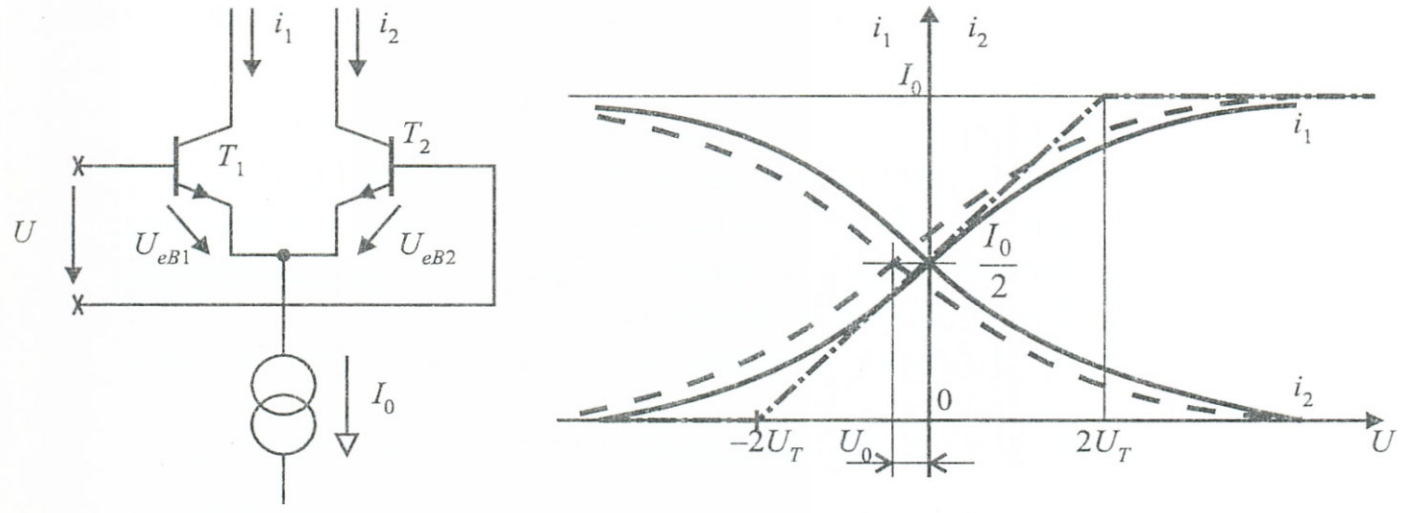
4–10. ábra *FET helyettesítő kép*

4.2. Differenciál-erősítők

A differenciál-erősítő egy szimmetrikus felépítésű egyenfeszültségű erősítő, melynek működését a 4-11. ábrán keresztül tanulmányozhatjuk. A 4-11a. ábra szimmetrikusan elhelyezkedő két tranzisztora aktív tartományban működik, és a bipoláris tranzisztorokra bevezetett átviteli karakterisztikát (3.24) mindkettőre alkalmazva a következő összefüggések írhatók fel:

$$I_{C1} = I_S \exp\frac{U_{BE1}}{U_T}, \quad U_d = U_{BE1} - U_{BE2}$$

$$I_{C2} = I_S \exp\frac{U_{BE2}}{U_T}, \quad I_0 = I_{C1} + I_{C2} \quad (\text{ha: } I_{Ci} \approx I_{Ei})$$



4–11. ábra *Differenciálerősítő és karakterisztikái*

Az egyenletek megoldása után, például a baloldali tranzisztor kollektor-árama a következőképpen alakul:

$$I_{C1}=\frac{I_0 \exp\frac{U_d}{U_T}}{1+\exp\frac{U_d}{U_T}}=\frac{I_0}{2}\left(1+\text{th}\frac{U_d}{2U_T}\right) \qquad (4.11)$$

A két tranzisztor működési viszonyait szemlélteti a 4-11b. ábra.

Konkrét számításoknál a (4.11) függvényt rendszerint sorba fejtik, így egy jobban kezelhető kifejezést kapnak (4.12)-nek megfelelően:

$$I_{C1}=\frac{I_0}{2}\left(1+\frac{U_d}{2U_T}-\frac{U_d^3}{24U_T}+\ldots\right) \qquad (4.12)$$

A 4-11b. ábra karakterisztikáját a vizsgálatoknál gyakran linearizálják, úgy, hogy (4.12)-ben már a harmadik tagot is elhagyják, így keletkezik a 4-11b. ábrán *pont-vonallal* bejelölt tört-vonalas közelítés, mely a számításoknál jól felhasználható.

Ugyancsak (4.12) felhasználásával mérhetők fel a torzítási viszonyok. Például, a harmadik felharmónikus és az alapharmonikus viszonyából ($U_d=\hat{U}_1 \sin\omega t$ bemenőjelet feltételezve) a számítások mellőzésével felírható a torzítási tényező:

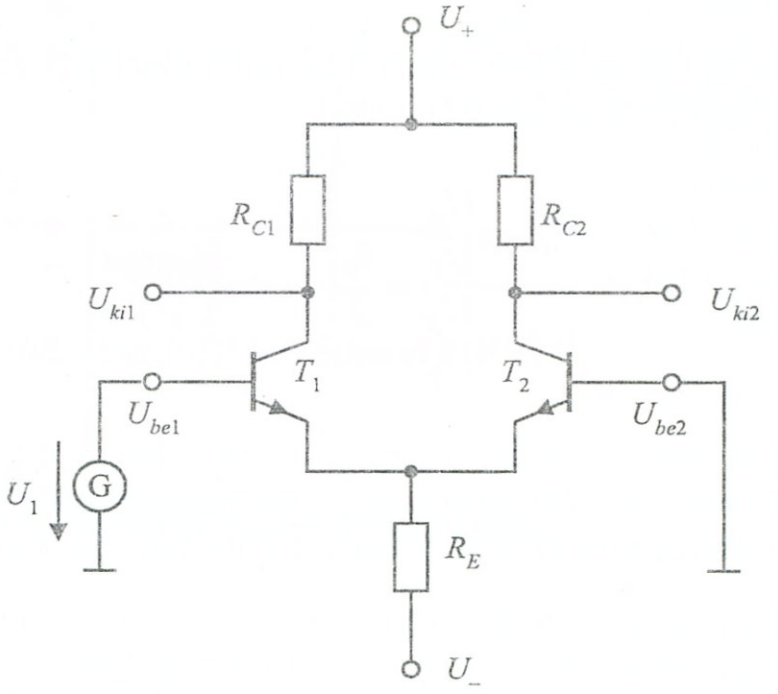
$$k \approx \frac{1}{48U_T^2} \cdot \hat{U}^2 \tag{4.13}$$

amely, mint látható, az alapharmonikus amplitúdójának négyzetével arányos. Ha az összehasonlító számításokat elvégeznénk, akkor kiderülne, hogy lényegesen kedvezőbb értékek adódnának, mint egy földelt emitteres kapcsolású erősítőnél.

A differenciál-erősítőket kétféle üzemmódban is működtethetjük.

4.2.1. Differenciális módú üzemeltetés

A 4-12. ábrán egy ún. *differenciális módú* erősítőt rajzoltunk fel. Az áramgenerátort a viszonylag nagyértékű R_E ellenállás képviseli.



4–12. ábra *Differenciális módú üzemeltetés*

A differenciális mód alapvető jellemzője az, hogy a vezérlő feszültséget a két tranzisztor bemenetei közé adjuk:

$$U_d = U_{be1} - U_{be2}$$

Például, ha $U_{be2} = 0$, akkor $U_{be1} = U_d = U_{be}$ és a felerősített feszültség az U_{ki1}, U_{ki2} pontokról vehető le. Az U_{ki1} kimenet polaritása (az első fokozat 180 ° fázis fordítása miatt) ellentétes, U_{ki2} polaritása (a kettős fázis fordítás miatt) megegyezik az U_{be1} polaritásával.

Általában a *differenciális erősítésre* felírható:

$$A_d = \frac{\Delta U_{kij}}{\Delta U_d} = \mp \frac{1}{2} S(R_C \times r_{CE}) \tag{4.14}$$

ahol: $j = 1,2$

A *differenciális bemeneti ellenállás:*

$$r_{bed} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_{bej}} = 2r_{BE} \tag{4.15}$$

Kimeneti ellenállás:

$$r_{kid} = R_C \times r_{CE} \tag{4.16}$$

4.2.2. Közös módú üzemeltetés

A 4-13. ábrán egy ún. *közös módú* erősítőt rajzoltunk fel. Az áramgenerátort itt is egy R_E ellenállás képviseli.

A lényeges különbség a differenciális üzemmódhoz képest az, hogy mindkét tranzisztor bemenete közös U_k feszültséget kap, ahol:

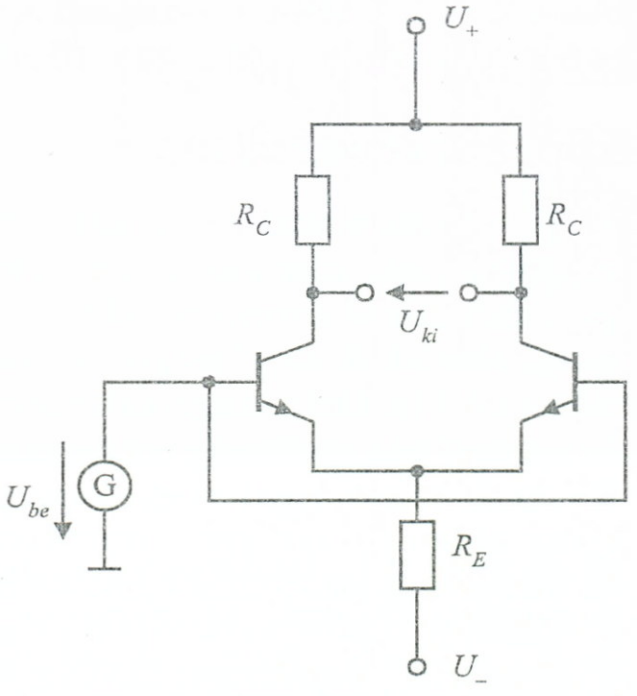
$$U_k = \frac{U_{be1} + U_{be2}}{2} \tag{4.17}$$

A vezérlőfeszültség az egyes bemeneteken valójában két összetevőjű: U_k a közös módú, U_d pedig a differenciális összetevő, azaz:

$$U_{be1} = U_k + \frac{U_d}{2}$$

$$U_{be2} = U_k - \frac{U_d}{2} \tag{4.18}$$

(4.17) és (4.18) felhasználásával, a levezetéseket nem részletezve fel-



4–13. ábra *Közös módú üzemeltetés*

írhatók a közös módú jellemzők:

Közös módú erősítés:

$$A_k = \frac{\Delta U_{kij}}{\Delta U_k} = -\frac{1}{2}\frac{R_C}{R_E} \tag{4.19}$$

Közös módú bemeneti ellenállás:

$$r_{bek} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_{bej}} = 2r_{BE} \tag{4.20}$$

Kimeneti ellenállás:

$$r_{kik} = R_C \times r_{CE} \tag{4.21}$$

Fontos differenciálerősítő paraméterként adják meg a kétféle üzemmódhoz tartozó erősítések hányadosát, melyet *közös módusú elnyomás*nak nevezünk és CMRR-vel jelölünk az eredeti angol elnevezés rövidítéseként (Common Mode Rejection Ratio). CMRR helyett gyakran G-jelölést is használnak.

(4.14) és (4.19) felhasználásával a közös módusú elnyomás:

$$G = CMRR = \frac{A_d}{A_k} \approx S \cdot R_E \tag{4.22}$$

Ideális esetben CMRR = ∞-nek kellene lennie, mivel $A_k \approx 0$ valóságos feltételek közötti értéke: 70 ~ 100 dB.

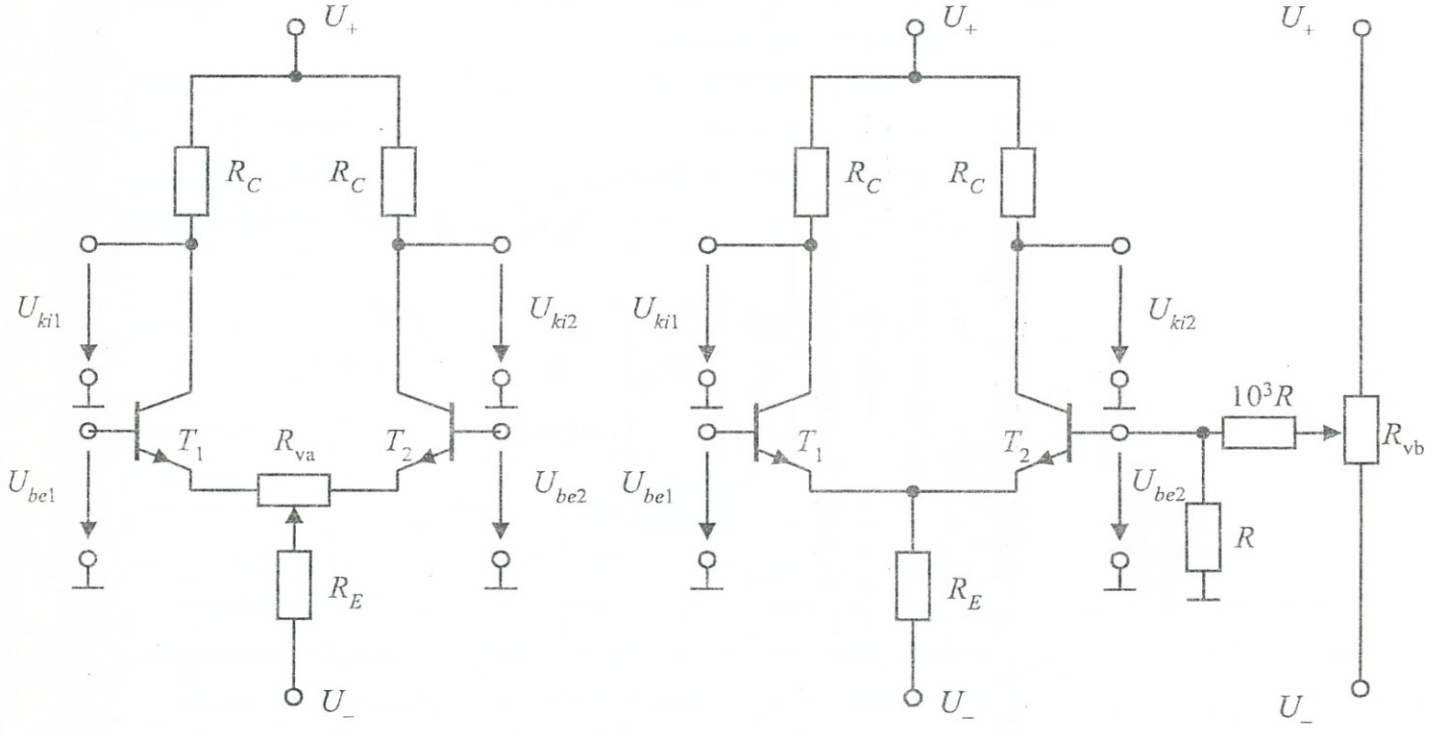
4.2.3. Ofszetfeszültség

Eddigi vizsgálatainknál feltételeztük, hogy T_1 és T_2 teljesen azonos tulajdonságnak, azaz a szimmetria ideális. Ez természetesen valóságos tranzisztorok esetén nem áll fenn, emiatt a 4-11b. ábra karakterisztikái eltolódnak az U-tengely mentén. Ilyen eltolódási esetet szemléltet a 4-11b. ábrán szaggatottan ábrázolt karakterisztika páros. Az ábrán bejelölt U_0 feszültség-eltolódás az ún. *ofszetfeszültség,* mely a differenciál-erősítő egyik alapjellemzője. Az ofszetfeszültség viszonylag alacsony integrált áramköri realizációnál, mivel a tranzisztorpárok hasonló értékű paraméterei itt könnyebben teljesíthetők. Alkatrész-tranzisztorokból való kialakítás esetén a tranzisztorokat rendszerint összeválogatják, vagy/és korrekciós-kompenzáló kapcsolásokat is alkalmaznak.

Differenciál-erősítőknél a tranzisztorok bázis-emitter feszültségének hőmérsékleti okból történő megváltozása úgy hat, mint a közös módú vezérlés, ezért elvileg nincs hatással a kimeneti feszültségre. Ez, a drift vonatkozásában kedvező tulajdonság, különösen alkalmassá teszi differenciál-erősítők felhasználását egyenfeszültség-erősítési feladatok ellátására.

4.3. Példa: Tegyük fel, hogy valamely berendezés építésekor a megengedett ofszetfeszültségnél rosszabb paraméterű differenciál-erősítő áll csak rendelkezésünkre. Vizsgáljuk meg, hogy miként csökkenthetnénk ezt az értéket alacsonyabbra, olyan esetekben, ha:

a) a differenciál-erősítő belső felépítését is módosíthatjuk,
b) az adott differenciál-erősítő tokozott kivitelezésű és csak csatlakozási pontjaihoz tudunk hozzáférni.



4–14. ábra *Ofszetfeszültség kiegyenlítési módozatok*

ad a) A 4-14a. ábrán felrajzolt megoldásnál a két bázis-emitter feszültség eltérését az R_{Va} változtatható ellenállás kívánt mértékű, asszimetrikus beállításával érhetjük el. Az R_{Va} ellenállás – megfelelő méretezés esetén – a korábbi rajzokon áramgenerátor feladatot betöltő R_E ellenállás szerepét is elláthatja, vagy azt kiegészítheti.

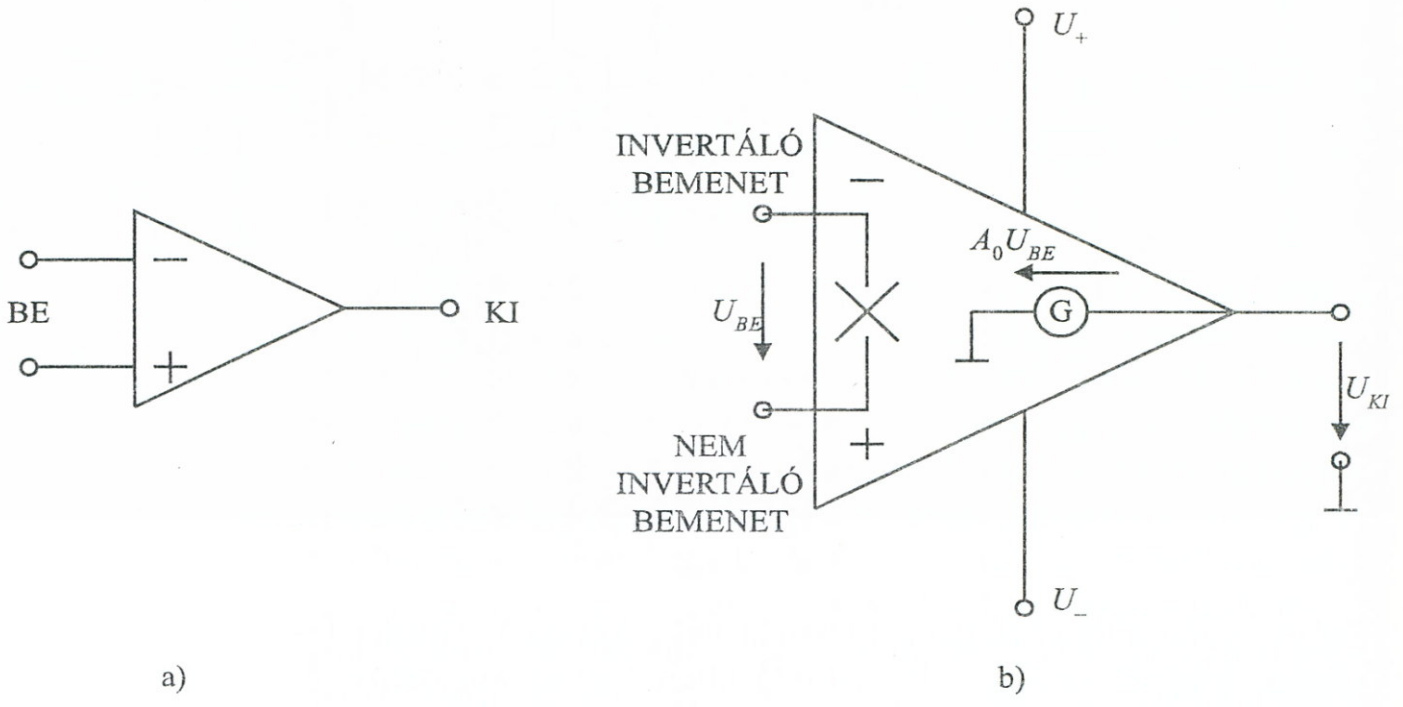
ad b) A 4-14b. ábra megoldásánál a bemeneti feszültség-eltérést az R_{Vb} változtatható ellenállás segítségével kompenzálhatjuk. Ez a megoldás akkor problémamentes, ha üzemszerűen csak az U_{be1} bemenetet használjuk.

4.3. Műveleti erősítők

!

A műveleti erősítők nulla be- és kimeneti munkapontú, kiváló tulajdonságokkal rendelkező egyenfeszültségű erősítők, melyeket napjainkban, az analóg-technika legfontosabb, univerzális felhasználhatóságú eszközeinek tekinthetünk. Korábbiakban a műveleti erősítőket az analóg számítás-, és méréstecnika igényes műveletvégzési feladataiban alkalmazták, ahol szigorú követelményeket kellett kielégíteniük. A korszerű műveleti erősítők a magas követelményeket és az integrált áramköri technika adottságaiból adódott lehetőségeket egyesítik magukban.

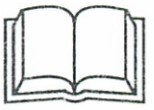
A műveleti erősítők rajzszimbóluma a 4-15a. ábrán látható és gyakorlati megvalósításuk – néhány kivételtől eltekintve – a differenciál-erősítőkön alapul. A rajzszimbólumnál a tápfeszültség csatlakozásokat csak akkor tüntetjük fel, ha a kapcsolásnál külön szerepet kapnak.



4–15. ábra *Műveleti erősítő jelölése és idealizált modellje*

4.3.1. Ideális és valóságos műveleti erősítő

Az ideális műveleti erősítő helyettesítő képét a 4-15b. ábrán rajzoltuk fel. Összehasonlítva az ideális általános erősítő 4-1. ábrabeli – lényegében azonos – modelljével, az ottanihoz képest kissé konkrétabb jellegzetességeket foglalhatunk össze, tekintettel a differenciál-erősítőkkel való rokonságra. A (4.23) táblázatban az ideális paraméterek mellett felsoroltuk a jobb minőségű valóságos műveleti erősítők tájékoztató értékeit is.

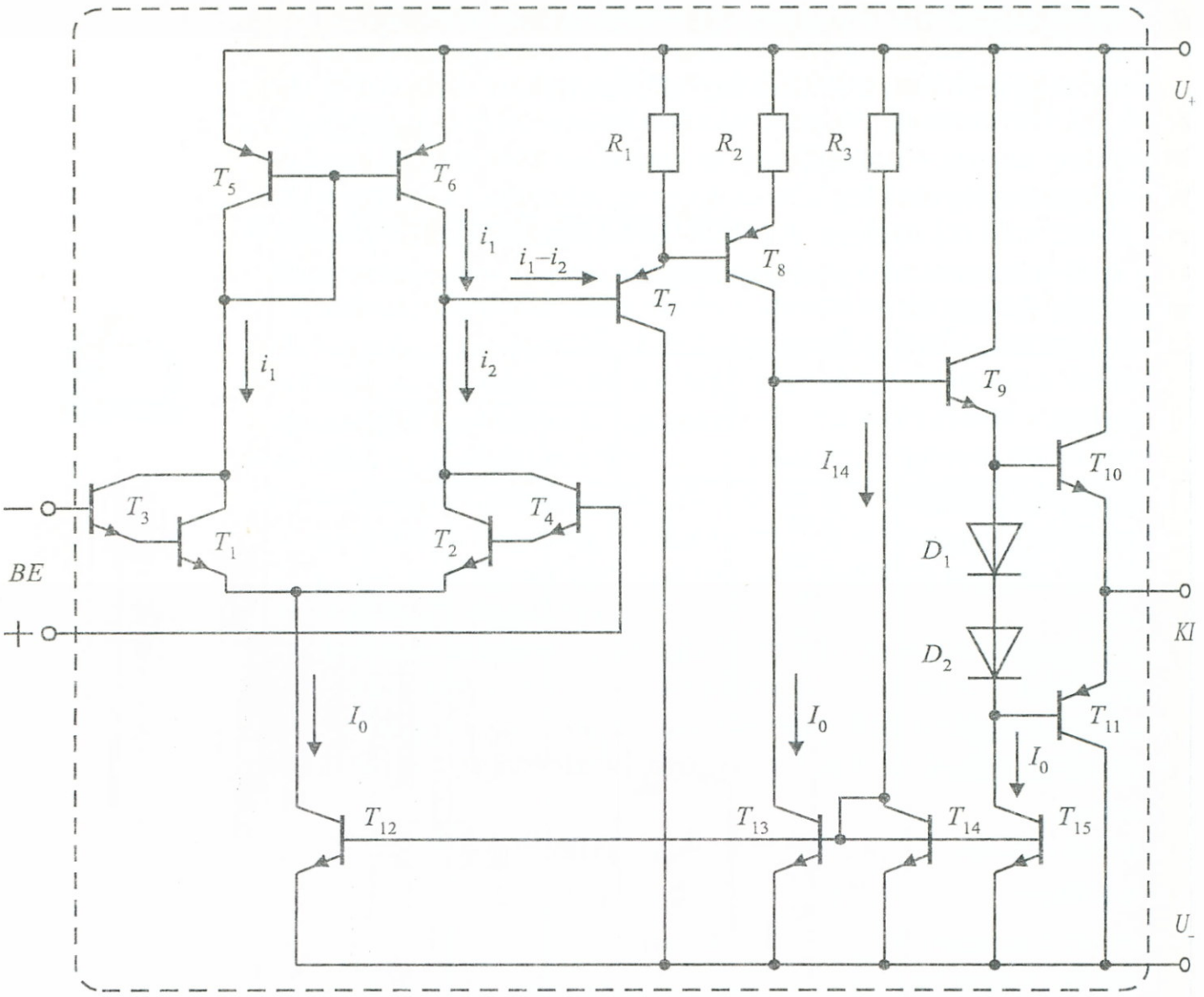


Jellemzők		Ideális		Valóságos		
				bipoláris	FET	
bemeneti ellenállás	R_{bed}	∞	Ω	$5 \cdot 10^7$	10^{13}	
bemeneti ellenállás	R_{bek}	∞	Ω	10^{11}	10^{15}	
kimeneti ellenállás	R_{ki}	0	Ω	10	1	
erősítés	A_d	∞		10^6	10^5	
közös módú elnyomás	G	∞		10^6	10^4	(4.23)
ofszetfeszültség	U_o	0	μV	10	200	
kimeneti kivezérelhetőség	ΔU_{ki}	$\leq \pm U_{táp}$	V	±13	±12	
határfrekvenciák	f_a/f_f	$0/\infty$	MHz	$0/100$	$0/70$	
zajfeszültség	U_{zaj}	0	μV	2	1	
kimeneti–bemeneti függvénykapcsolat	$U_{ki}=f(U_{be})$	lineáris				

Az ideális jellemzők között szereplő ($R_{be} = \infty$) végtelen bemeneti ellenállás azt eredményezi, hogy a bemeneti kapcsokon áram *nem folyik*, az ($A_d = \infty$) végtelen erősítésből pedig az következik, hogy U_{be} = *0 bemeneti feszültséghez* U_{ki} = véges kimeneti feszültség tartozik. Az ideális műveleti erősítőnek tehát nincs bemenő árama és a bemenetek a 4-15b. ábra modellje ellenére úgy viselkednek, mintha U_{be}= 0 révén közöttük rövidzár is fennállna. Ezt a feltételezést az irodalom *virtuális rövidzár*nak nevezi.

A 4-16. ábrában felrajzoltunk egy integrált áramköri megvalósítású, valóságos műveleti erősítőt, mely az előző pontokban bevezetett áramköri egységekből épül fel. A kapcsolásban mind npn, mind pnp-tranzisztorok alkalmazásra kerülnek.

A bemenő fokozat ($T_1 - T_2$) egy differenciál-erősítő, ahol a (+, –) bemenetek bemenőellenállását egy-egy Darlington-kapcsolás (T_3 –



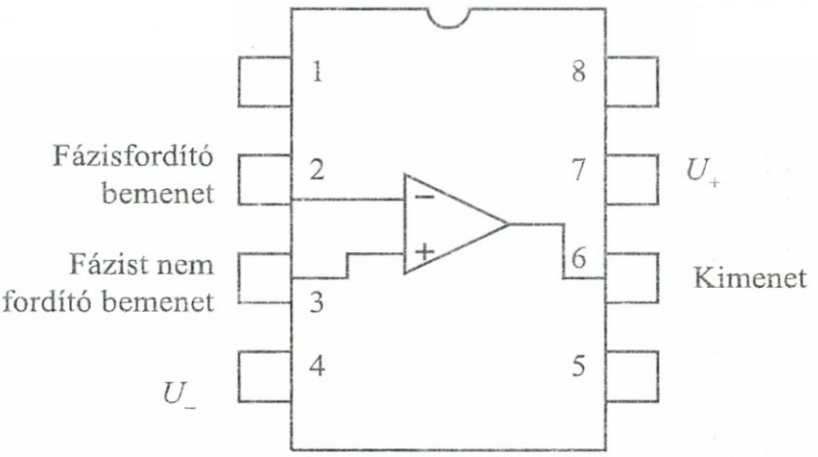
4–16. ábra *Integrált-áramköri műveleti erősítő*

T_4) javítja. Az áramgenerátort a T_{12} tranzisztor képviseli, ez jobb paraméterekkel rendelkezik, mint egy közönséges R_E ellenállás. A differenciál-erősítő kollektorkörében a 4-8. ábrán már tárgyalt *áramktükört* a $T_5 - T_6$ tranzisztorok képviselik, melyekről a kimenő jel egy emitterkövetős illesztőfokozaton (T_7) a T_8 tranzisztoros, földelt emitteres erősítőbe kerül. Ennek az erősítőnek aktív kollektormunkaellenállását a T_{13} tranzisztor képviseli, így az erősítés különösen nagy lesz. Az erősített jel a T_9 tranzisztoros emitterkövetőbe továbbítódik, ahol ugyancsak aktív emitter-ellenállásként a T_{14} tranzisztor szerepel. A T_9-hez tartozó emitterkövető kimenő jele egy ellenütemű komplementer végfokozatra jut, amelynek működését a 4.1.1.7. pontban, a 4-9. ábra kapcsán már megvizsgáltuk és ott már

megállapítottuk, hogy mind a torzítás, mind a kimenő-ellenállás vonatkozásában rendkívül kedvező jellemzőkkel rendelkezik. A teljes kapcsolás jó paramétereiben fontos szerepük van az aktív elemekből felépülő T_{12}, T_{13}, T_{14} tranzisztoros áramgenerátoroknak. Ezek ugyancsak áramtükör elven működnek és meghajtásukat a T_{15} tranzisztor látja el. Az igen nagy belső ellenállású áramgenerátorok által szolgáltatott I_0 áram három fokozatnál is javítja a paramétereket.

Korábban már említettük, hogy az integrált áramköri technológia szempontjából kedvezőbb a félvezető elemek előállítása, mint az ellenállásoké. Jelen kapcsolás ilyen szempontból is figyelemre méltó, mivel benne csupán három ellenállással találkozunk.

Differenciál-erősítő integrált áramköri tokozását szemlélteti a 4-17. ábra.



4–17. ábra *Műveleti erősítő IC tokozásban*

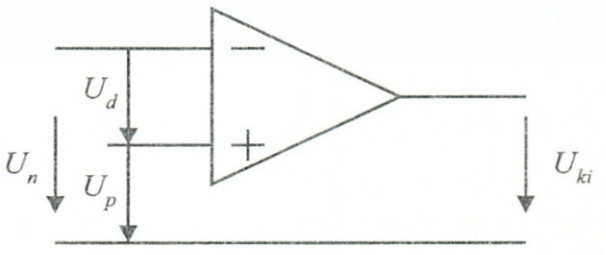
4.3.2. Kapcsolási változatok

A műveleti erősítők különféle kapcsolási változatait a differenciál-erősítőknél szerzett tapasztalatok alapján tanulmányozhatjuk.

A 4-18. ábra alapján felírhatók a következők:

$$U_{ki} = A \cdot U_d = A(U_p - U_n) \qquad (4.24)$$

Itt a differenciál-erősítőknél tárgyaltak szerint három eset különíthető el:

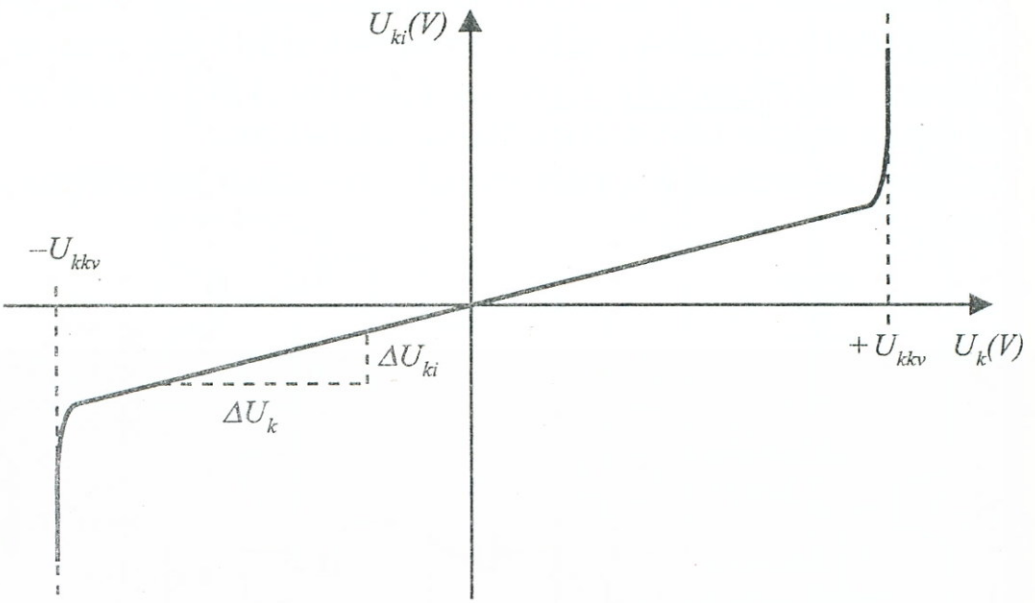


4–18. ábra *Műveleti erősítő feszültségei*

a) $U_p = U_n = U_k$ esetén (közös módú vezérlés) ideális esetben $U_{ki} = 0$ lenne a kimenőfeszültség. A valóságos műveleti erősítőknél az $U_{ki} = f(U_k)$ függvény a 4-19. ábra szerint alakul és mint látható az

$$|U_{kkv}| \approx |\pm U_{táp}| - 2V \tag{4.25}$$

feszültségeken túl, meredeken növekedni kezd.



4–19. ábra *Kimenet a közös módu feszültség függvényében*

A $\pm U_{kkv}$ tartomány az ún. *közös módú kivezérelhetőség*. A tartományban az átviteli karakterisztika jó közelítéssel lineárisnak tekinthető, ami megnyugtató az ideális műveleti erősítőnél megfogalmazott követelmények tekintetében.

b) $U_n = 0$ esetén (differenciális módú vezérlés egyik változata) (4.24) a következőképpen alakul:

$$U_{ki} = A \cdot U_p$$

azaz a (+) bemenetre érkező feszültséget a műveleti erősítő felerősíti, és fázisfordítás nélkül jelenteti meg a kimeneten

c) $U_p = 0$ (differenciális módú vezérlés másik változata) a kimenő jel (4.24) alapján:

$$U_{ki} = -A \cdot U_n$$

ami azt jelenti, hogy a (–) bemenetre érkező feszültség felerősítésre és *invertálás*ra (180 °-os fázisfordítás) kerül.

4.3.3. Visszacsatolt műveleti erősítők

A visszacsatolással kapcsolatosan 4.1.2. pontban elmondottak a műveleti erősítőkre is érvényesek és az alkalmazási esetknél fontos szerepet kapnak.

A (4.4) visszacsatolt erősítésre leszármaztatott formulánál (4.5)-öt is figyelembevéve felírható

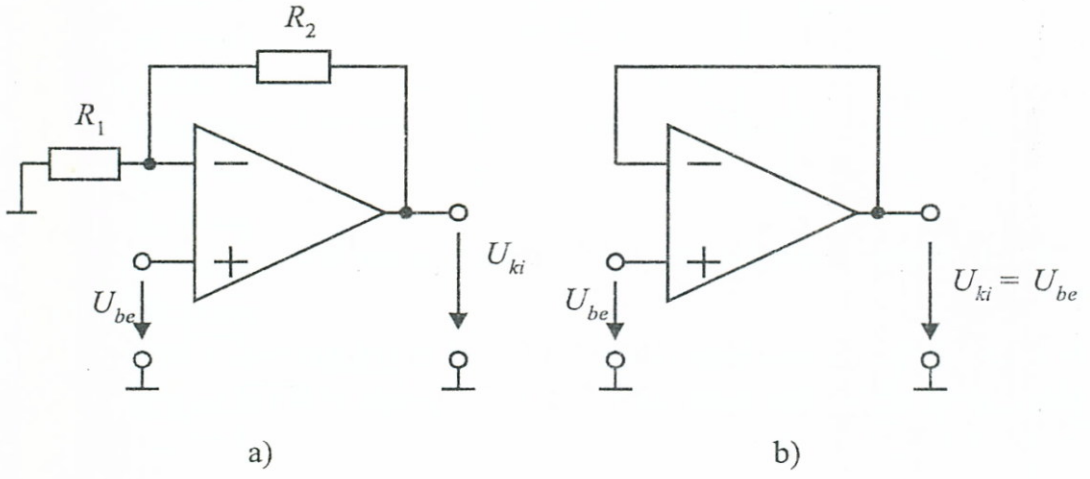
$$A_V = \frac{A}{1+\beta A} = \frac{A}{1+H}$$

Ha a hurokerősítésnél fennáll, hogy $H = \beta A >> 1$, a visszacsatolt erősítés csak a külső visszacsatoló hálózattól fog függeni, mivel értéke:

$$A_V \approx \frac{1}{\beta} \qquad (4.26)$$

4.3.3.1. Nem invertáló erősítő

Vizsgáljuk meg a 4-20a. ábrán felrajzolt, $R_1 - R_2$ feszültségosztóval a (–) bemenetére visszacsatolt hálózatot, ahol az $U_p = U_{be}$



4–20. ábra *Nem invertáló műveleti erősítő áramkör*

Az előzőkben említett virtuális rövidzár értelmében a (–) pontnak is U_{be} feszültsége van. Mivel a bemenő áram nulla, felírhatjuk:

$$U_{be} = U_{ki} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

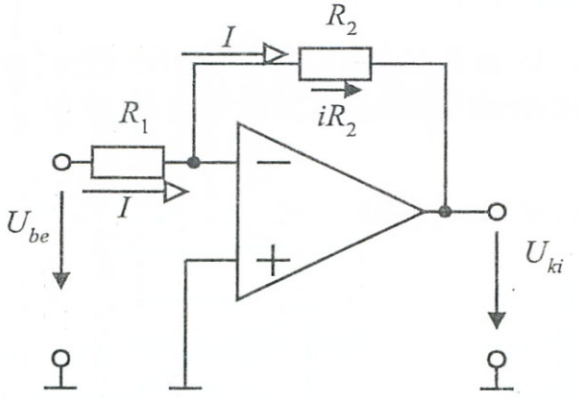
az erősítés:

$$A_V = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

A kapott összefüggésben az első látásra az a meglepő, hogy az erősítés „független" a műveleti erősítő paramétereitől és értéket a külső ellenállásokkal tudjuk beállítani. Mivel az ideális és valóságos műveleti erősítők között nem „nagyok" a különbségek, ezért ezen az elven sokkal jobb jellemzőjű erősíthetőket tudunk készíteni, mint a hagyományos elrendezésekkel.

$A_V = 1$ erősítést állíthatunk be $R_2 = 0$ vagy $R_1 = \infty$ értékek megválasztásával, ekkor egy ún. *feszültségkövető* kapcsoláshoz jutunk, melyeket elválasztó (buffer) fokozatként gyakran alkalmaznak. Ilyen feszültségkövetőt mutat a 4-20b. ábra.

4.3.3.2. Invertáló erősítő



4–21. ábra *Invertáló műveleti erősítő áramkör*

A 4-21. ábrán látható kapcsolásnál U_{be} az $R_1 - R_2$ osztóláncon keresztül fejti ki hatását és az $U_p = 0$. A már felhasznált virtuális rövidzár értelmében a (–) pont is 0 potenciálon van és a bemeneti áramnak a (–) pont belső szakadása (lásd 4-15b. ábra) miatt nincs az erősítő felé elágazása, ezért felírható az U_{ki} mérőirányát is figyelembevéve:

$$I = \frac{U_{be}}{R_1}$$

$$I = -\frac{U_{ki}}{R_2}$$

ezekből:

$$U_{ki} = -U_{be}\frac{R_2}{R_1}$$

és az erősítés

$$A_V = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

A kapott negatív előjel a be- és kimeneti jelek közötti ellenfázisra, *invertálásra* utal.

4.3.4. Műveletmegoldási feladatok

A 4.3.3.1. és 4.3.3.2. pontokban megvizsgált kapcsolásoknál a visszacsatoló hálózat egy ohmos feszültségosztóból állt. Ezért ezek a kapcsolások *lineáris erősítőként* működnek, mivel erősítésük csak az ellenállásoktól függ.

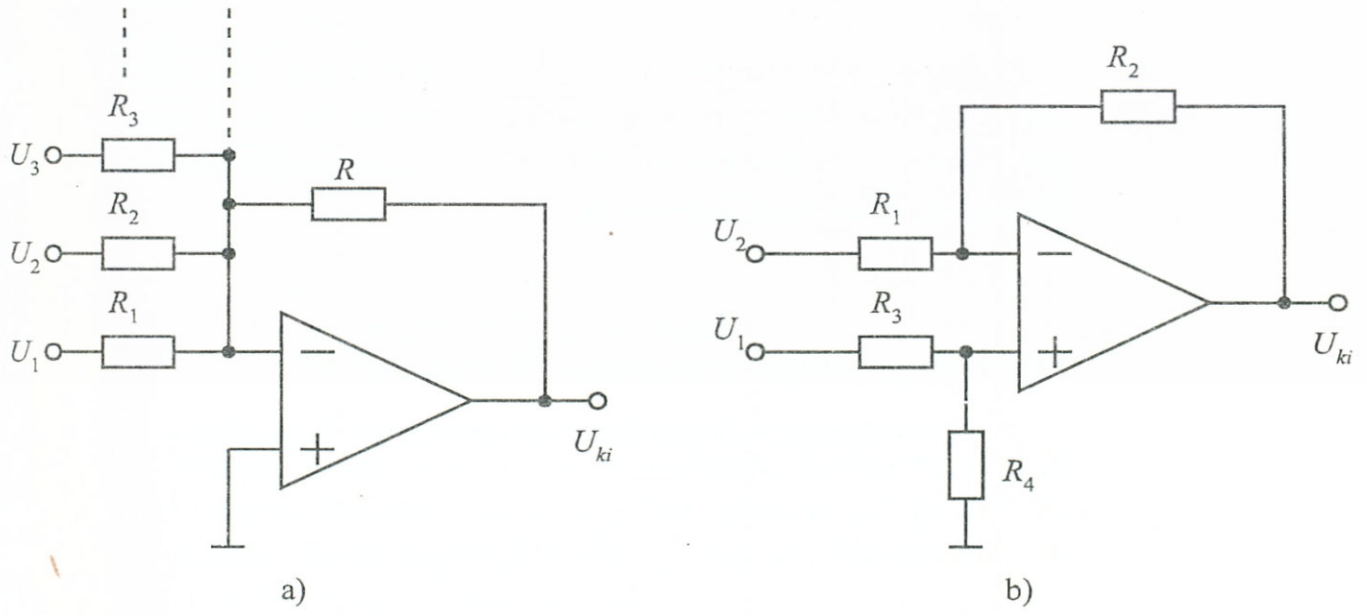
4.3.4.1. Összeadás, kivonás

A (–) és (+) pontokra kapcsolt további ellenállás-hálózatok, valamint visszacsatolások kombinálásával a műveleti erősítők révén, sokféle művelet és feladat elvégzése válik lehetővé.

Például a 4-22a. ábrán látható kapcsolás:

$$U_{ki} = -R\sum_{i=1}^{n}\frac{U_i}{R_i}$$

formulájával egy n operandusú *összeadás* elvégzésére alkalmas.



4–22. ábra *Összeadó és kivonó áramkörök*

A 4-22b. ábrán látható kapcsolással, az ellenállások arányainak megfelelő beállításával:

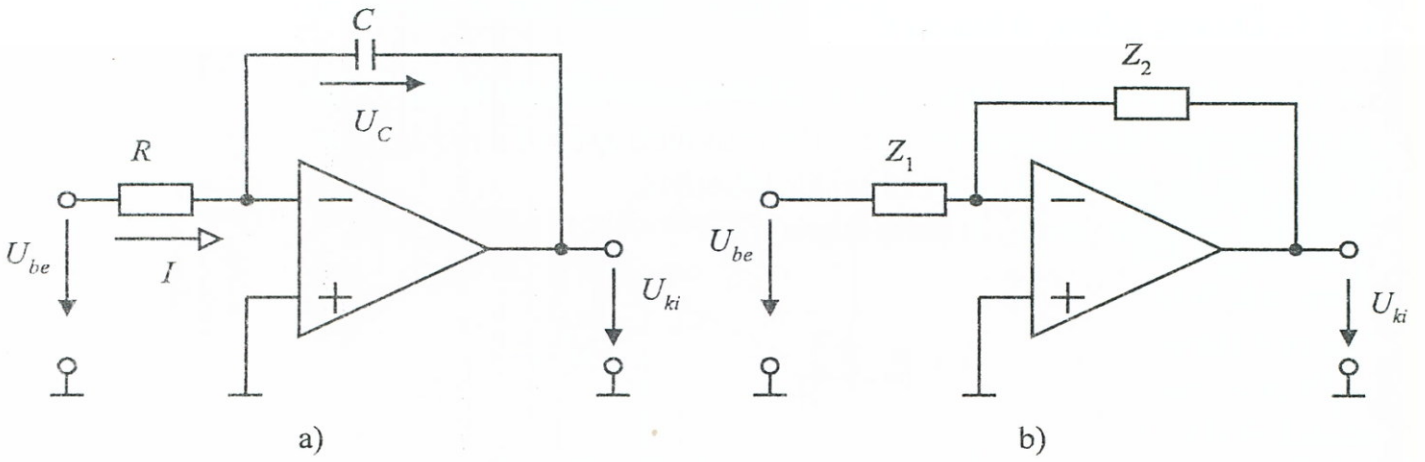
$$U_{ki} = k(U_1 - U_2)$$
$$(k = f(R_1, R_2, R_3, R_4))$$

formula szerinti *kivonás* végezhető el.

4.3.4.2. Integrálás

Ha a visszacsatoló ágakba *impedanciákat* iktatunk, az áramkör aktív szűrőként fog viselkedni.

Ilyen esetre vonatkozó szemléltető példaként vizsgáljuk meg, hogy milyen műveletet tud elvégezni a 4-23a. ábrán látható áramkör.



4–23. ábra *Integráló hálózat*

A kapcsolás jellegében a 4-21. ábra invertáló erősítőjére hasonlít. Általánosítandó az ott tapasztaltakat, vezessük be R helyett a Z_1, C helyett a Z_2 jelöléseket. (4-23b. ábra) Felhasználva az ott levezetett formulát, a kimenő feszültség:

$$U_{ki} = -U_{be}\frac{Z_2}{Z_1} = -U_{be}\frac{1}{sC \cdot R} \qquad (4.27)$$

A kondenzátorra korábbiakban levezetett impedancia:

$$Z_2 = X_C = \frac{1}{sC}$$

összefüggés behelyettesítésével.

Ha s-et operátorként fogjuk fel, akkor az 1. fejezet Laplace transzformációs 1-48a. ábrája-beli 4-es összefüggés szerint, az $\frac{1}{s} \cdot F(s)$ kifejezés *inverz Laplace transzformáltja* integrálást jelent, azaz (4.27)-nek időfüggvénnyé való visszatranszformálása után kapjuk:

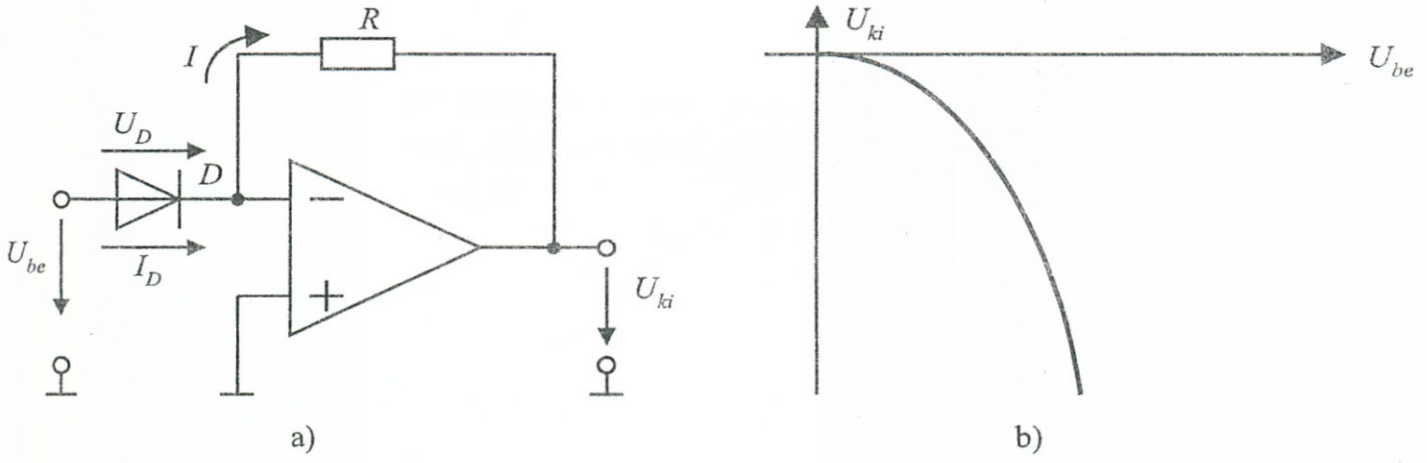
$$U_{ki}(t) = -\frac{1}{R \cdot C} \int U_{be}(t) dt$$

A példa kiinduló-kérdésére válaszolva, megállapíthatjuk, hogy a 4-23a. ábra áramköre kimenetén az $U_{be}(t)$ időfüggvény integrálja jelenik meg, azaz egy *integráló kapcsoláshoz* jutottunk.

4.3.4.3. Függvénygenerálás

A visszacsatoló ágba beiktatott *nem-lineáris elemekkel* (pl. dióda), különféle függvényeket megvalósító és magasabb rendű műveleteket is elvégezni tudó kapcsolásokhoz jutunk – a műveleti erősítő elnevezésnek megfelelően.

Nem-lineáris elem beiktatásának hatását szemléltető példaként vizsgáljuk meg a 4-24a. ábra kapcsolásának működését. Az ábra szerint az U_D dióda-feszültség az U_{be} feszültségnek felel meg.



4–24. ábra *Exponenciális függvénygenerátor*

Az I_D diódaáram, mivel a (–) pont szakadásra csatlakozik az R ellenálláson átfolyva, közvetlenül a $-U_{ki}$ feszültséget állítja elő. A dióda exponenciális viselkedését, $U_D = U_{be}$ figyelembevételével a már megismert (3.18) összefüggés alapján:

$$I_D = I_S \cdot \exp\frac{U_{be}}{U_T} = I_S \cdot e^{\frac{U_{be}}{U_T}} = -\frac{U_{ki}}{R}$$

azaz a kimeneti feszültség $k = \frac{1}{U_T}$ jelöléssel:

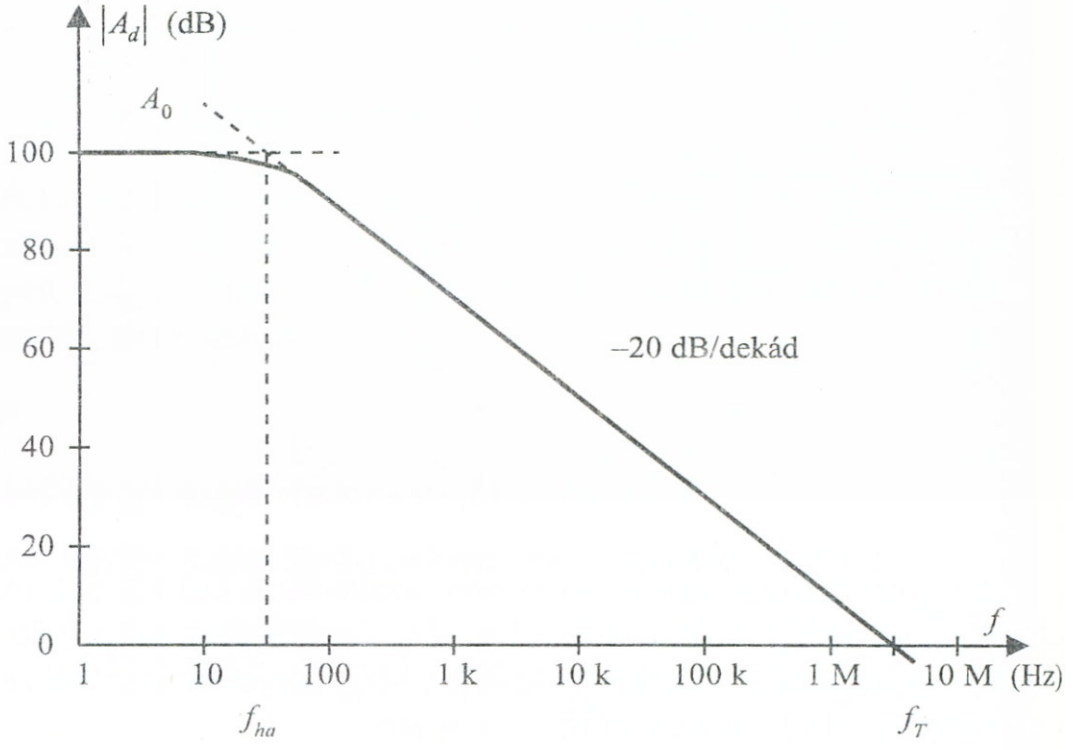
$$U_{ki} = -R \cdot I_s \cdot e^{kU_{be}}$$

Az áramkör által megvalósított exponenciális függvénygörbét a 4-24b. ábrán láthatjuk.

4.3.5. Műveleti erősítők frekvenciaviszonyai

A műveleti erősítők $A = A(f)$ erősítés-frekvencia kapcsolatot jellemző frekvenciamenetét stabilitási okokból úgy alakítják ki, hogy a karakterisztika jellege hasonló legyen egy *aluláteresztő* karakterisztikájához.

Az aluláteresztő működési elvét az 1. fejezet 1.5. pontjában már érintettük és az 1-58. ábrán felrajzoltuk egy passzív valóságos aluláteresztő kimenőfeszültség-frekvencia függvényét is. Ha az aluláteresztő aktív tulajdonságú, akkor az 1-58a. ábra-belihez hason-



4–25. ábra *Műveleti erősítő frekvenciakarakterisztikája*

ló jellegű karakterisztikáját úgy értelmezhetjük, hogy az áteresztő szakaszon nagyobb, a nem-áteresztő szakaszon kisebb erősítéssel rendelkezik. A 4-25. ábrán egy műveleti erősítő erősítés-frekvenciamenete látható dB értékű paraméterekkel. Az $1/\sqrt{2}$ (3 dB) csökkenéshez tartozó f_{hA} alsó határfrekvenciánál alacsonyabb frekvenciákon az A_d differenciálerősítés teljes értékű és közel állandó. Az ezt követő szakaszon a frekvenciafüggést a (4.28) komplex összefüggés írja le az irodalom alapján:

$$\overline{A} = \frac{A_d}{1 + j \cdot \frac{f}{f_{hA}}} \tag{4.28}$$

Tehát $|\overline{A}|$ fordítottan arányos a frekvenciával. Ez a 4-25. ábrán a lejtős szakasznak felel meg, melyre az jellemző, hogy tízszeres frekvencián az erősítés 10-ed részére csökken, vagyis a meredekség –20 dB/dekád. Az erősítés $|\overline{A}| = 1$ értékre csökkenésekor (0 dB) elérjük az f_T *tranzitfrekvenciát,* melyet az átalakítás után kapható

$$|\overline{A}| \cdot f = f_T \tag{4.29}$$

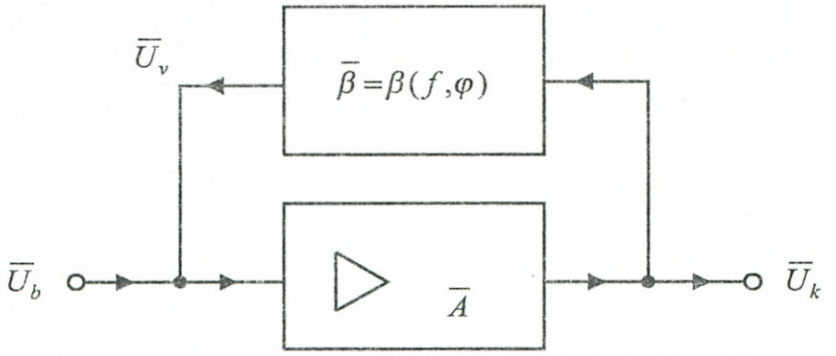
kifejezés alapján erősítés-sávszélesség szorzatnak (gain bandwidth product) is neveznek, és értékét, mint műveleti erősítő jellemzőt, gyakran a katalógusokban is megadják.

4.4. Oszcillátorok

4.4.1. Az oszcilláció feltételei

Az oszcillátorok az áramkörök működésekor szükségessé váló periódikus jeleket állítják elő.

Már az 1. fejezet 1.20. Példában találkoztunk berezgési feltételekkel, ahol a szereplő rezgőkör veszteségei szerepeltek a berezgés korlátjaiként. Az oszcillátorok olyan áramköri kialakításúak, melyeknél a veszteségekből eredő csillapítást erősítés és visszacsatolás segítségével kompenzálják. Ezen az elven alapul a 4-26. ábra elrendezése.



4–26. ábra *Oszcillátor elvi vázlata*

Az ábrán, általánosságban mind az A erősítésű erősítő, mind a β tényezőjű visszacsatoló hálózat frekvenciafüggő *(f)* és fáziseltolással *(φ)* is rendelkezik, ezért jellemzésükre komplex mennyiségeket használunk. Az oszcillátor berezgésének feltétele az ábra jelöléseivel:

$$\overline{U}_V = \overline{\beta} \cdot \overline{U}_k$$
$$\overline{U}_b = \overline{U}_V = \overline{\beta} \cdot \overline{A} \cdot \overline{U}_b$$

amiből következik, hogy a hurokerősítés:

$$\overline{H} = \overline{\beta} \cdot \overline{A} = 1$$

Ha az abszolút értékeket a komplex vektorjel elhagyásával jelöljük, megfogalmazhatók az oszcilláció feltételei:

$$H = \beta A = 1$$

$$\alpha + \varphi = 0 \pm 2\pi \cdot n \quad (n = \text{egész szám}) \tag{4.30}$$

A fázisszögekre vonatkozó második feltétel azt fejezi ki, hogy a visszacsatolt feszültség a bemeneti feszültséggel azonos fázisban kell, hogy legyen a visszacsatolt erősítéses csillapítás-kompenzálás érdekében.

Az oszcillátorokat rendszerint két csoportba soroljuk jeltípusaik alapján. A *harmonikus* oszcillátorok színuszos-jellegű jeleket, a *relaxációs* oszcillátorok négyszög-, háromszög-jellegű jeleket szolgáltatnak.

4.4.2. Klasszikus oszcillátor alaptípusok

A következőkben összefoglaljuk a klasszikus, színuszos (harmonikus) jeleket előállító oszcillátorok alaptípusait. Ezeknél a vissza-

csatoló hurok, valamely szakaszán L–C rezgőkör helyezkedik el, melynek rezonancia-frekvenciája jellemzi a kimenő jelet.

a) Egy ún. *Meissner-oszcillátor* tranzisztoros elvi vázlata látható a 4-27a. ábrán.

Az $R_E - C_E$ munkapont-beállítási elemekkel rendelkező, földelt emitteres kapcsolású tranzisztoros erősítő kollektor körébe beiktatott LC rezgőkör

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}} \tag{4.31}$$

rezonancia-frekvenciával rendelkezik. Ez határozza meg az oszcillátor jellemző frekvenciáját. A visszacsatolás az eredeti L-tekercscsel transzformátort alkotó L_V szekunder tekercs révén valósul meg. Mivel a földelt emitteres tranzisztor fázist fordít, ezért (4.30) fázis-előírásának biztosítása érdekében a transzformátor áttételét (pl. ellenirányú tekercseléssel) negatívra kell változtatni a szükséges újabb (eredőként 2π-t eredményező) fázis-fordítás érdekében. Erre utal az ábrán a tekercsek kezdetét szimbolizáló pontjelölés. Az áttétel számszerű értékét a (4.30) erősítés – előírásának megfelelően – úgy választják meg, hogy a hurokerősítés: $H = \beta A = 1$ teljesüljön.

A keletkező rezgés amplitúdóját a bázis-ágba beiktatott Zener-dióda (U_Z) feszültsége befolyásolja:

$$\hat{U} = U_+ - U_Z$$

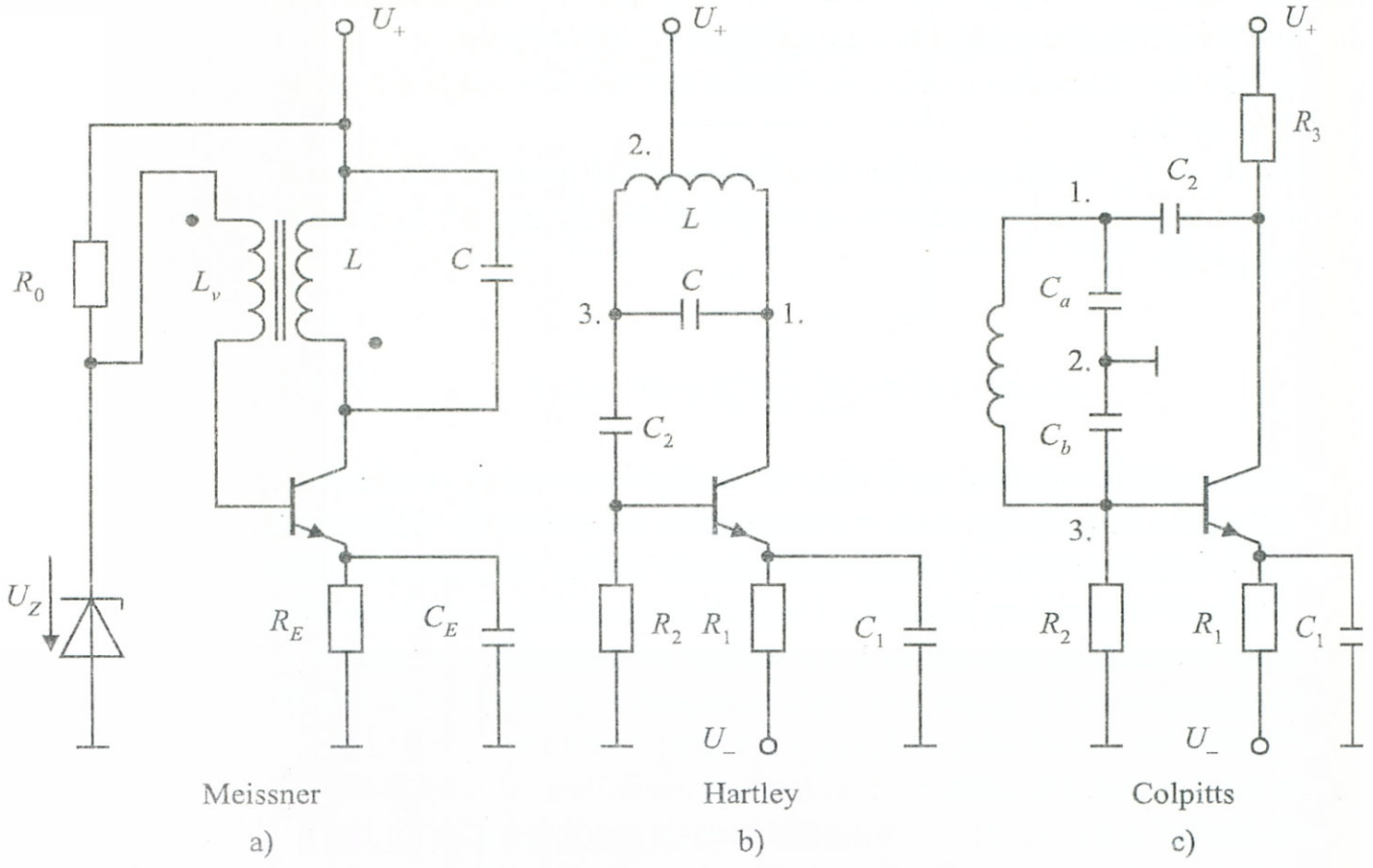
b) Az ún. *Hartley-oszcillátor*-t „hárompont kapcsolású" oszcillátornak is nevezik. Egy áramköri megoldást szemléltet a 4-27b. ábra.

A transzformátor itt egy leágaztatott tekercs (ún. autótranszformátor), melynél az 1–2. pontok közt mérhető feszültség π fázisszöggel van eltolódva a bemenő feszültséghez. A 3–2. pontok közötti feszültség az újabb fázis-fordítás révén már azonos fázisban van a bemenő feszültséggel, így a visszacsatoló hurok feszültségeként felhasználható. Az $R_E - C_E$ elemek áram visszacsatolásos munkapont-beállításra szolgálnak, hasonlóan a Meissner-változatnál tapasztaltakhoz. A rezonancia-frekvencia itt is a (4.31) összefüggéssel számolható.

c) Kapacitív hárompont kapcsolású az ún. *Colpitts-oszcillátor* (4-27c. ábra), melynél az L–C rezgőkör rezonancia-kapacitása:

$$C = C_a \times C_b$$

Működési elve hasonló a Hartley oszcillátoréhoz.

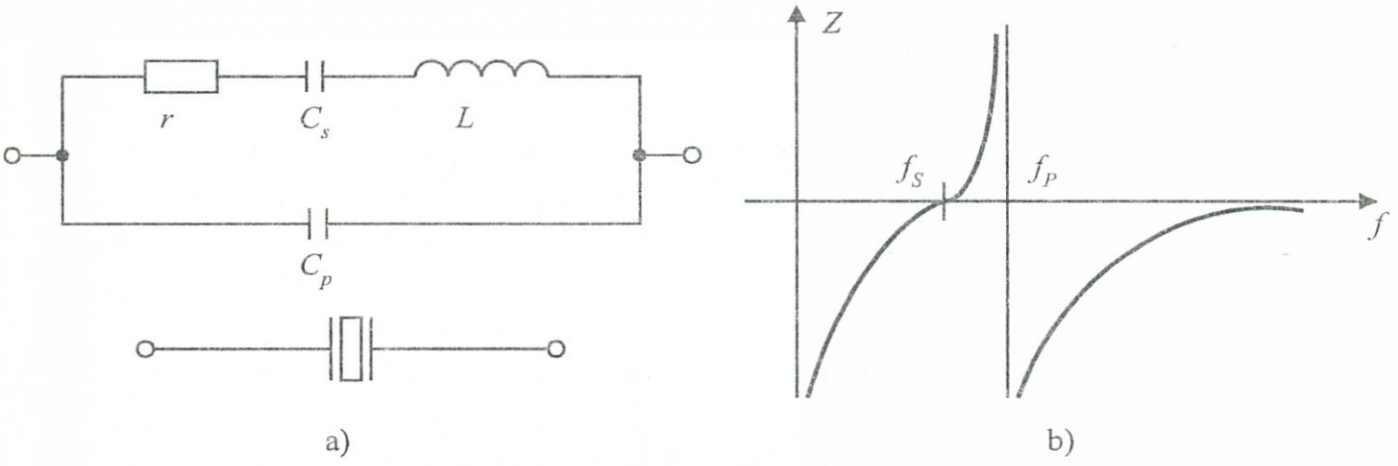


4–27. ábra *Klasszikus oszcillátor kapcsolások*

4.4.3. Kvarc-oszcillátorok

Kvarckristálynak oszcillátoroknál történő alkalmazása a piezo elektromos jelenségen alapul, mely a mechanikai alakváltozás és az elektromos jellemzők között létesít kapcsolatot. A kvarc kristályszerkezete és mechanikai méretei függvényében rendelkezik egy meghatározott, mechanikai *saját rezonancia-frekvenciával.* Ha külső elektromos térrel a kvarckristályt e rezonanciapont környezetében rezgésbe hozzuk, akkor egy *nagy hő-stabilitású* rezgőkörhöz hasonló viselkedést mutat. A mechanikai–elektromos analógia alapján, a tömegtehetetlenség, rugalmasság és belső súrlódási-veszteség jellemzők hatására a rezgő kvarckristályt kifelé a 4-28a. ábra szerinti elektromos modellel helyettesíthetjük.

Az L, C_s, r jellemzők a mechanikai analógiából, a C_p főként a csatlakozó elektródok kapacitásaiból származnak. Mint látható, a modell két rezonancia-frekvenciával is rendelkezik, az L–C_s soros-, és az L–C_p párhuzamos rezgőkör-jelleg révén. A kvarc impedancia



4–28. ábra *Rezgő kvarc jelölése, helyettesítő képe és karakterisztikája*

karakterisztikáját a 4-28b. ábrán szemléltettük veszteségmentes $r = 0$ esetet feltételezve. Mint látható, a soros rezonanciánál (f_s) az impedancia (közel) nulla, a párhuzamos rezonanciánál (f_p) az impedancia végtelen (rendkívül nagy).

A soros és párhuzamos rezonancia frekvenciák a 4-28a. ábrabeli kapcsolás ($\overline{Z}$) impedanciájának (itt nem részletezett) kifejezéséből számíthatók:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_s}}$$

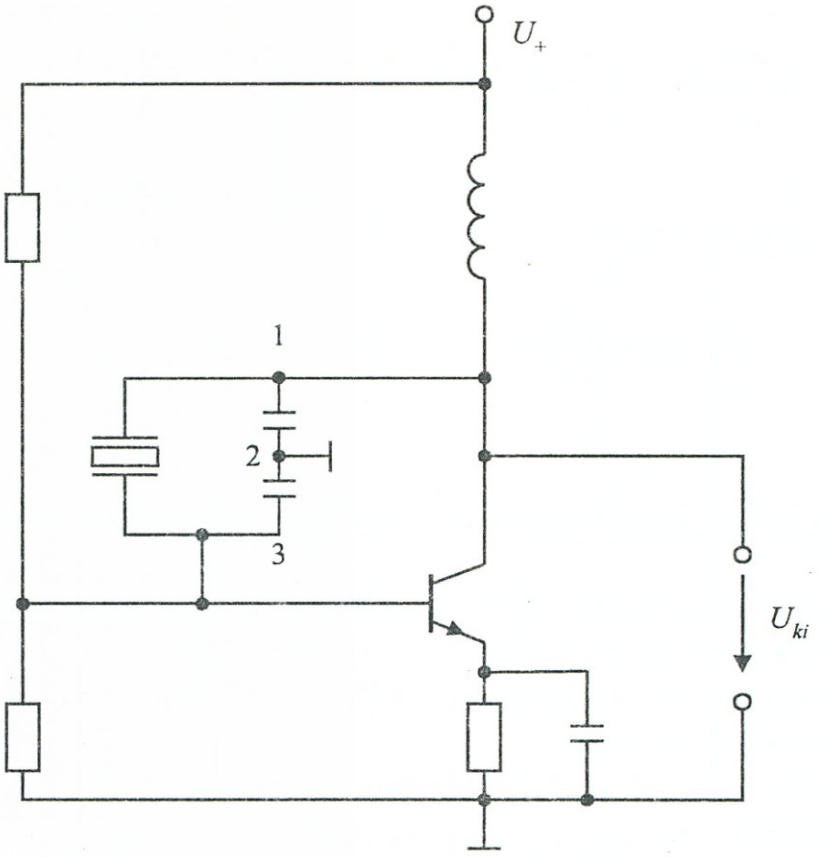
$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_s}} \cdot \sqrt{1+\frac{C_s}{C_p}} \qquad (4.32)$$

A rezgő kvarc – attól függően, hogy milyen áramkörbe helyezzük, mindkét frekvencián berezeghet.

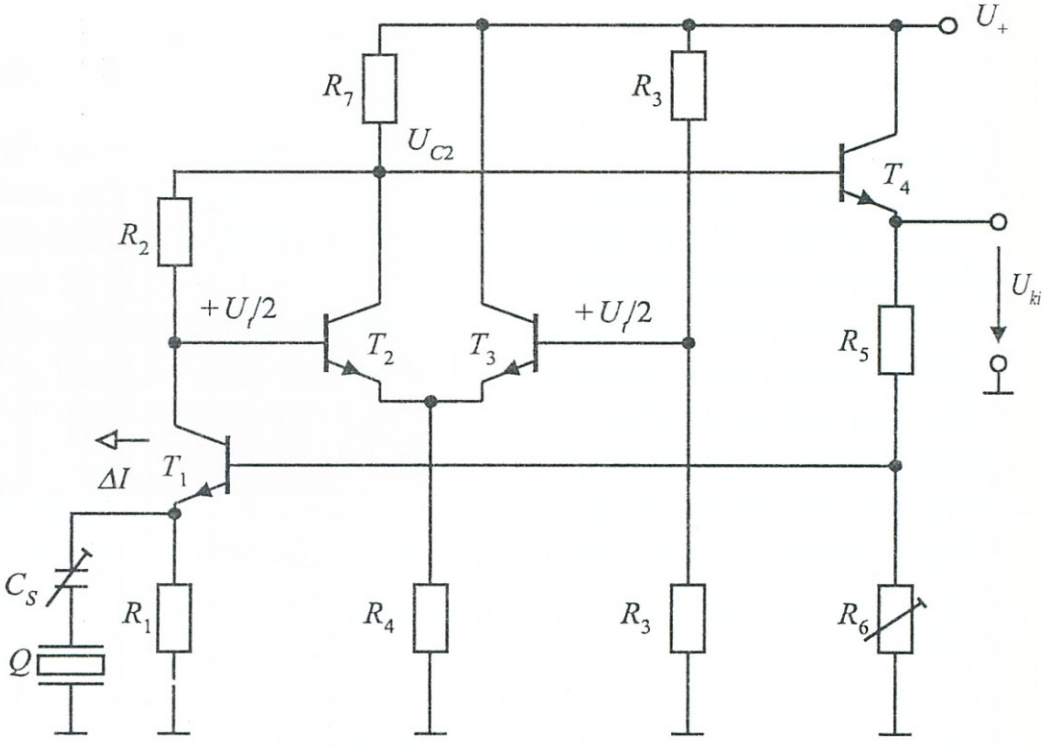
A 4-29. ábrán egy kvarckristállyal stabilizált, klasszikus hárompont kapcsolású oszcillátort rajzoltunk fel szemléltetésül.

Mint említettük, adott kvarckristálynál a rezonancia-frekvenciák kötött értékűek. Kismértékű korrigálásra lehetőség nyílik az f_s soros rezonancia-frekvenciánál, egy $C_T >> C_s$ trimmer kapacitásnak a kvarccal történő sorbakapcsolása révén. A módosított frekvenciát a módosult $\overline{Z}_m$ impedanciából lehet meghatározni, értéke:

$$f_{sm} = f_s\left(1+\frac{C_s}{2(C_p+C_T)}\right) \qquad (4.33)$$



4–29. ábra *Kvarccal stabilizált hárompont kapcsolásu oszcillátor*



4–30. ábra *IC kvarcoszcillátor kapcsolása*

A korrekció a párhuzamos rezonancia-frekvenciát nem módosítja.

A kvarc-oszcillátorok nagy frekvencia-hőstabilitási jellemzőjük révén a korszerű integrált áramkörös rendszerek fontos elemeinek tekinthetők. Egy integrált áramköri kivitelű, kívülről csatlakoztatható kvarckristállyal működő, igényes paraméterekkel rendelkező oszcillátort rajzoltunk fel katalógus alapján a 4-30. ábrán.

A kapcsolásnál a kvarckristály a visszacsatoló ágban elhelyezkedő T_1 tranzisztor emitterköréhez csatlakozik, melynek árama a T_2 – T_3 tranzisztorok differenciál-erősítőjének bemenetére jut. A differenciál-erősítő differenciális üzemmódban dolgozik, referencia-feszültségét a T_3 tranzisztor osztója állítja be. A kimenőfokozatot a T_4emitterkövető képviseli, melynek emitterköri osztója szolgáltatja a T_1 bázisára érkező visszacsatoló feszültséget.

4.5. Tápegységek, stabilizátorok

Az elektronikus berendezések energia-ellátását tápegységek biztosítják. A tápegységek valamilyen energiaforráshoz csatlakoznak, mely vagy váltófeszültségű (pl. elektromos hálózat), vagy egyenfeszültségű (pl. akkumulátor) elektromos energiát szolgáltat. Hagyományos váltó- és egyenáramú tápegységek blokkvázlatát mutatja a 4-31. ábra.

4–31. ábra *Hagyományos tápegység vázlata*

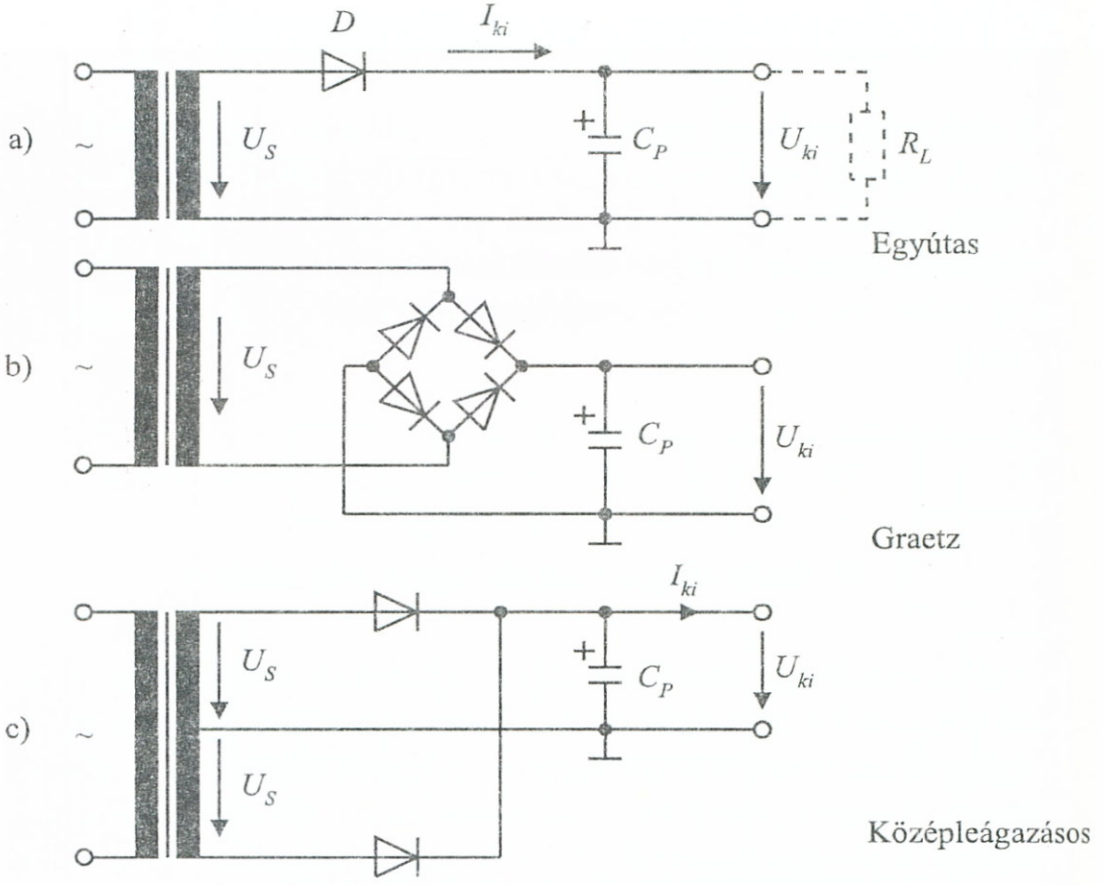
a) *Váltófeszültségű* energiaforrásnál a hálózati feszültséget, a fogyasztó szerepét betöltő elektronikus berendezés által igényelt tápfeszültséghez közeli értékre kell csökkenteni. Ez többnyire a *(TR)* transzformátorral történik, mellyel a külső hálózatról történő galvanikus leválasztást is elvégeztethetjük. A csökkentett érték ekkor még váltakozó-feszültség, melyet egy *(EI)* egyenirányító fokozat – ami rendszerint diódás felépítésű, és simító szűrővel is el van látva – szűrt egyenfeszültséggé alakít. Az egyenirányító fokozat kimenetére gyakran a felhasználó elektronikus berendezés már közvetlenül rákapcsolható. Azokban az esetekben, mikor a fogyasztó terhelése nem állandó, az időben változik, továbbá a berendezés zavartalan működése a tápfeszültség vagy tápáram állandóságára érzékeny, szükségessé válik az *(ST) stabilizátor* egység beiktatása is.

b) *Egyenfeszültségű* energiaforrás esetén a transzformátor és az egyenirányító elmarad, így az energiaforrásra a követelmények függvényében vagy közvetlenül a fogyasztó (pl. egy olcsóbb zsebkalkulátor), vagy igényesebb esetekben a stabilizátor csatlakozik.

4.5.1. Egyenirányítók

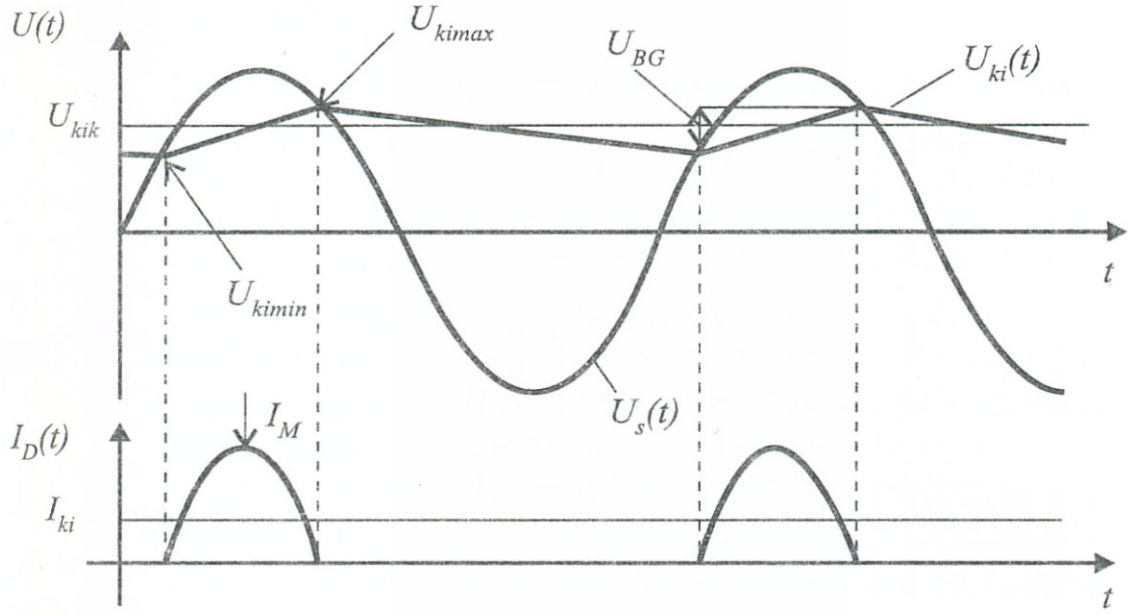
4.5.1.1. Alapkapcsolások

Az egyenirányítók többsége diódás felépítésű. Néhány alapváltozattal példa formájában a 3. fejezetben (3-33. ábra) és a Példatárban (7–20. ábra) már találkoztunk. A 4-32. ábrán szemléltető célzattal felrajzoltuk a leggyakrabban alkalmazott diódás kapcsolásokat, bemutatva a transzformátorhoz való csatlakozásukat is.



4–32. ábra *Egyenirányító kapcsolások*

A 4-32a. ábra *egyutas* egyenirányítója annyival több a 3-33. ábrán már bemutatott kapcsolásnál, hogy kiegészült egy C_p pufferkondenzátorral. A C_p-t a diódán átjutó pozitív félperiódus feltölti, majd a következő negatív félperiódus alatt – amikor a dióda zárva van – az R_L terhelésen lassan kisül. A kapott jelalak átnyúlik az eddig üres



4-33. ábra *Időfüggvények egyutas egyenirányítónál*

periódusba is, ezért a kapott U_k jel kevésbé lesz lüktető és jobban hasonlít az egyenszinthez. A hálózat jeleinek időfüggvényeit a 4-33. ábrán rajzoltuk fel.

A 4-32b. ábrán látható ún. *Graetz kapcsolás*ra már utaltunk az 7-20. ábrához tartozó példánál és ott láttuk, hogy ez a kapcsolás mind a pozitív, mind a negatív színusz félhullámot hasznosítja. Az itt is alkalmazott C_p puffer kondenzátor, hasonlóan további jelalak javulást eredményez.

A 4-32c. ábrán látható *középleágazásos* kapcsolás – hasonlóan a Graetz kapcsoláshoz – szintén hasznosítja mindkét félperiódust azzal az előnnyel, hogy itt a jelnek csak egy-egy diódán kell átjutnia, így kevesebb lesz a feszültségesés.

A felsorolt alapmegoldások kimenő jeleit még tovább lehet javítani az R_L külső terhelés és az U_{ki} csatlakozási helyek közé beiktatott RC aluláteresztő szűrővel.

4.5.1.2. Egyenirányítók fontosabb jellemzői

Az egyenirányítók fontosabb jellemzőit az egyutas kapcsolás tanulmányozásán keresztül mutatjuk be. A 4-32a. és 4-33. ábrák jelöléseivel, a levezetéseket nem részletezve a következők írhatók fel:

Kimeneti feszültség terheléskor:

$$U_{kik} = \left(\sqrt{2}\,U_{seff} - U_D\right)\left(1 - \sqrt{\frac{R_t}{R_L}}\right) \tag{4.34}$$

U_s – szekunder feszültség üresjárási értéke

U_n – névleges szekunder feszültség: $U_n = \dfrac{U_s}{\eta_t}$

I_n – névleges szekunder áram

η_t – $\eta_t \approx (1{,}05 \sim 1{,}31)$ transzformátor veszteségi tényező reciproka (melyeket táblázatokból lehet kikeresni)

U_D – D dióda nyitófeszültsége

R_t – a transzformátor belső ellenállása

$$R_t = \frac{U_n}{I_n}(\eta_t - 1) \tag{4.35}$$

R_L – kimeneti terhelés

Búgófeszültség: (Búgó csúcstól-csúcsig)

$$U_{BG} = \frac{I_{ki}}{f \cdot C_p}\left(1 - \sqrt[4]{\frac{R_t}{R_L}}\right) \tag{4.36}$$

f – a frekvencia

Közepes kimeneti áram:

$$I_{ki} = \bar{I}_D \tag{4.37}$$

Periódusonkénti csúcsáram:

$$I_M = \frac{\sqrt{2}\,U_{seff} - U_D}{\sqrt{R_t \cdot R_L}} \tag{4.38}$$

4.5.2. Analóg stabilizátorok

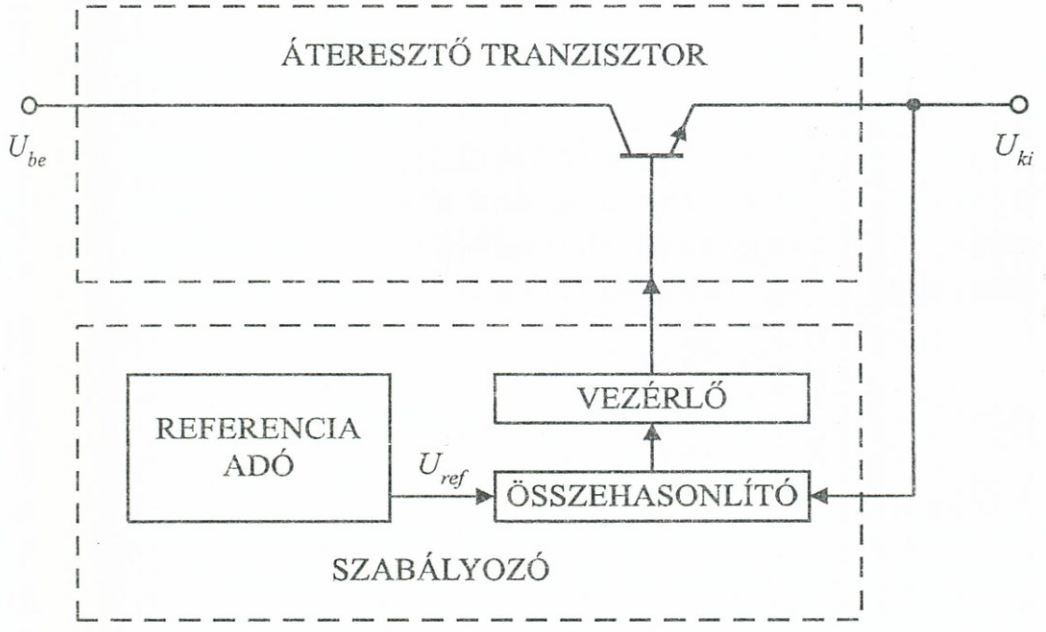
Felépítésükre utalva, az analóg stabilizátorokat gyakran *áteresztő tranzisztoros stabilizátor*oknak is nevezik. Stabilizálási feladattól függően megkülönböztethetünk feszültség- és áramstabilizátorokat.

4.5.2.1. Feszültségstabilizátorok

Egy egyszerű (nem áteresztő-tranzisztoros) feszültség-stabilizáló kapcsolást már felrajzoltunk a 3. fejezet 3-40. ábráján a 3.8. Példával kapcsolatosan. Ennél az állandó kimenőfeszültséget egy Zener-dióda biztosította, úgy, hogy meredek karakterisztikája révén, változó terhelő áram mellett is rákényszerítette a kimenetre a rá jellemző $U_Z \approx U_2$ Zener-feszültséget.

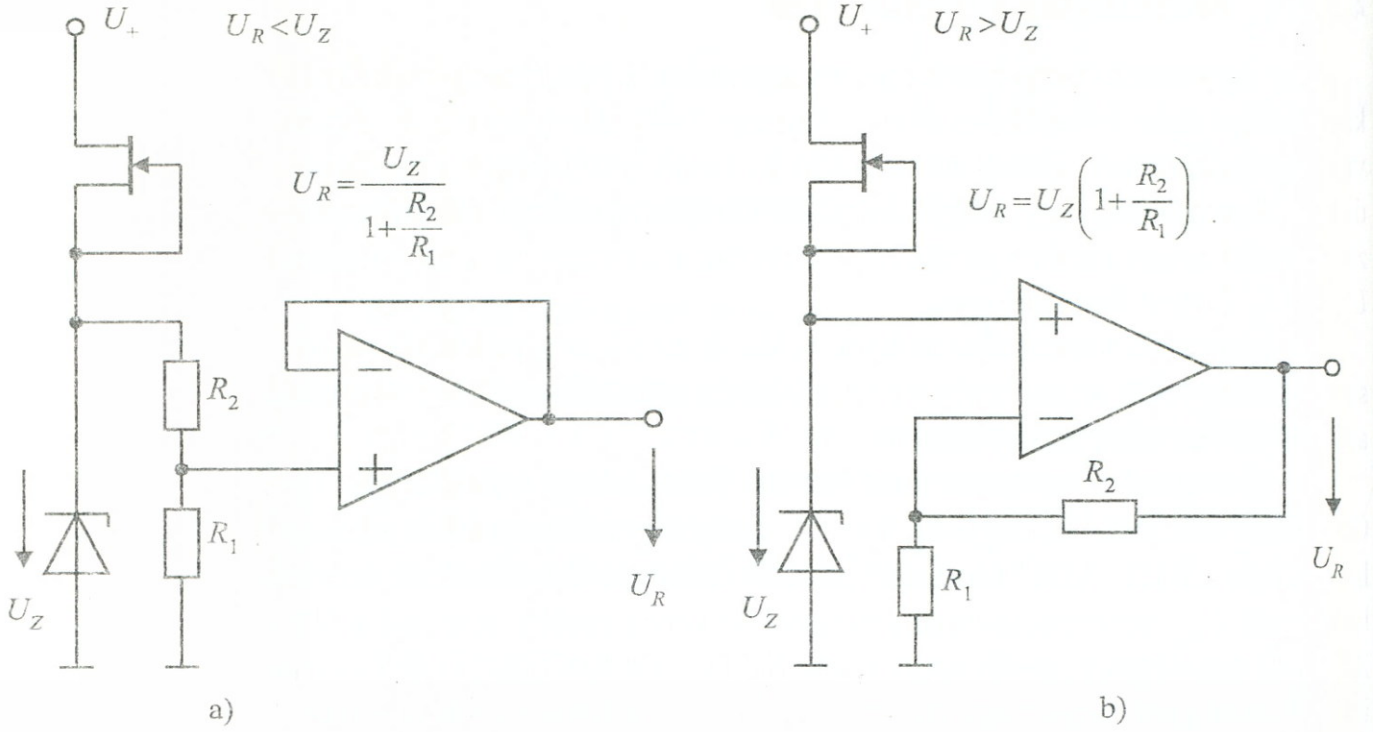
Az áteresztő tranzisztoros kapcsolások az idézett példánál pontosabb és nagyobb teljesítményű feladatokra alkalmasak. Elvi vázlatuk a 4-34. ábrán tanulmányozható.

Az *áteresztő-tranzisztor* kimenetén fellépő U_{ki} feszültséget egy ÖSSZEHASONLÍTÓ egység figyeli, mely U_{ki}-t folyamatosan összehasonlítja a REF. ADÓ által szolgáltatott állandó, kívánt érték szerint beállított U_{ref} referencia-feszültséggel. Eltérés esetén jelet ad a VEZÉRLŐ egységnek, mely az ÁTERESZTŐ-TRANZISZTORT olyan irányítottsággal zárja vagy nyitja, hogy az U_{ki} a kívánt értékre visszaálljon.



4–34. ábra *Áteresztő tranzisztoros stabilizátor elvi vázlata*

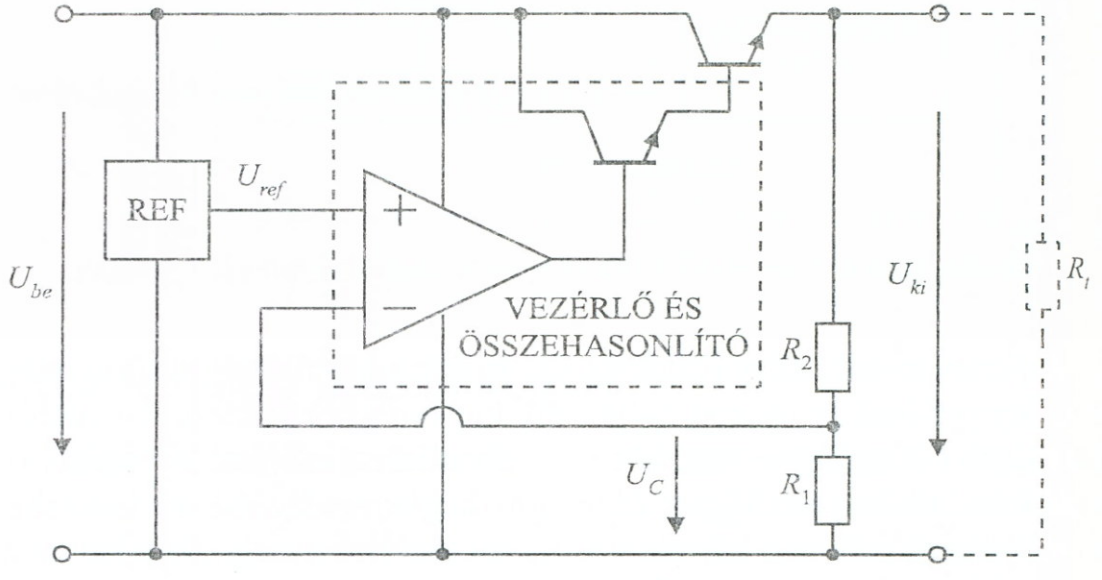
Referencia-adó-ként általában Zener-dióda áramköröket alkalmaznak, így például az idézett 3-40. ábra kapcsolása egyszerűbb esetekné referencia-adóként megfelelne. Felvetődhet azonban olyan kívánalom is, amikor az $U_{ref} \neq U_Z$ vagy még meredekebb és kevésbé terhelésfüggő referenciaforrásra van szükség. Ilyen megoldásokat mutat a 4-35.ábra, ahol az a) változat az $U_{ref} < U_Z$ a b) változat $U_{ref} > U_Z$



4–35. ábra *Referencia adó áramkörök*

esetén alkalmazható. A Zener-dióda soros ellenállásaként alkalmazott FET állandó áramot biztosít a Zener-diódának.

Az *összehasonlító és vezérlő* feladatát valamilyen eltérés-érzékelő kapcsolással lehet biztosítani. Erre különösen alkalmasak a differenciál-erősítők, vagy a műveleti erősítők. A 4-36. ábrán látható kapcsolásnál az ÖSSZEHASONLÍTÓ feladatát egy műveleti erősítő látja

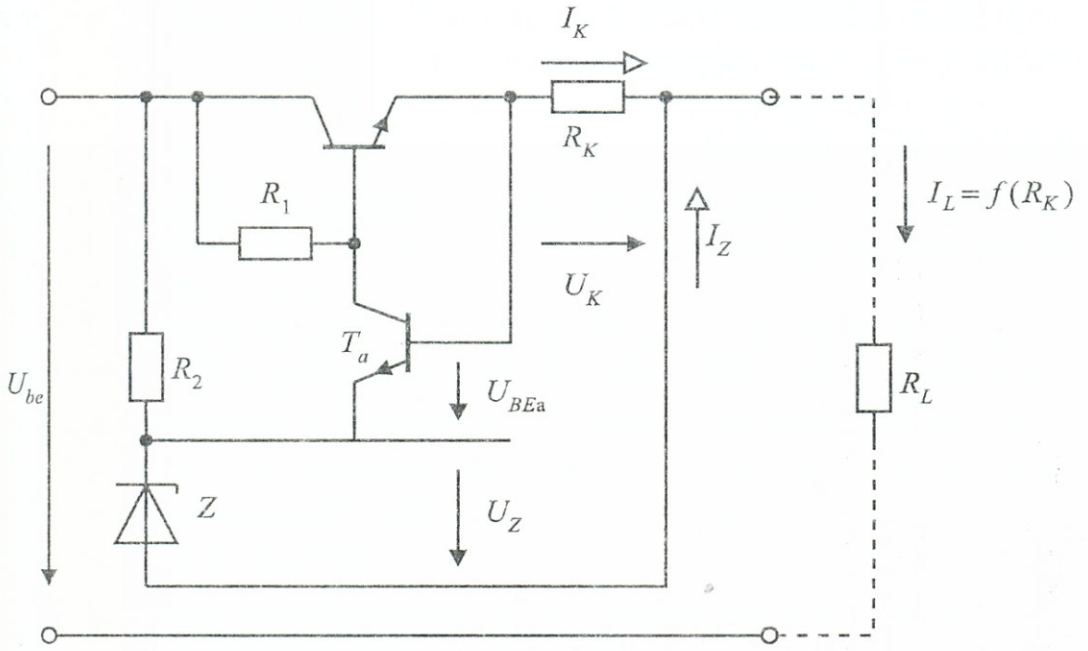


4–36. ábra *Analóg feszültségstabilizátor*

el, melynek (+) bemenetére a REF.ADÓ U_{ref} feszültsége, a (–) bemenetére az $R_1 - R_2$ feszültségosztóval kívánt mértékre csökkentett U_C mérőfeszültség érkezik. Eltérés esetén a műveleti erősítő, a kimenetére csatlakozó VEZÉRLŐ-egységként működő első Darlington fokozat segítségével állítja be a második Darlington fokozatként működtetett ÁTERESZTŐ-TRANZISZTOR-t.

4.5.2.2. Áramstabilizátorok

Bizonyos műszaki feladatoknál állandó kimenő áramra van szükség. Állandó áram előállítására szolgálnak, az áramstabilizátorok, melyek egy változatát rajzoltuk fel a 4-37. ábrán.



4–37. ábra *Áramstabilizátor*

A kapcsolás hasonlít egy áteresztő-tranzisztoros feszültség-stabilizátorhoz, a lényeges eltérést a kimenő ágba elhelyezett R_K ellenállás jelenti. Az áramkörnél valójában az R_K két végpontjának U_K feszültségét tartja állandó értéken az összehasonlítóként és vezérlőként működő T_a tranzisztor. Az ábrából leolvasva felírható:

$$U_K = U_Z + U_{BEa}$$

és a stabilizált kimeneti áram:

$$I_L = I_Z + I_K \approx I_K = \frac{U_K}{R_K}$$

$$I_L = \frac{U_Z + U_{BEa}}{R_K} = f(R_K) \tag{4.38}$$

(4.38)-ból leolvasható, hogy a stabilizált I_L értéke R_K segítségével különböző értékekre beállítható.

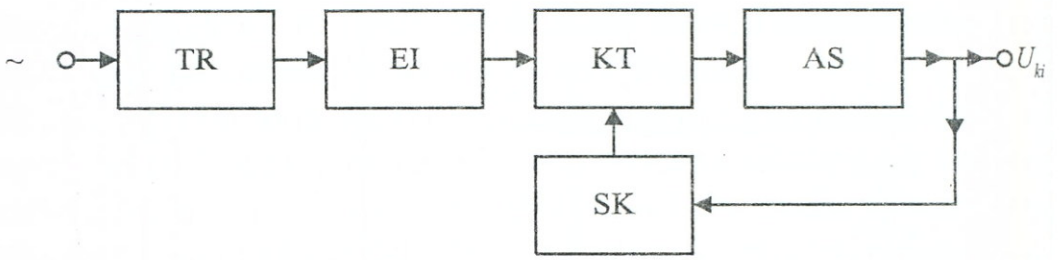
4.5.3. Kapcsoló üzemű tápegységek

Nagyobb kimeneti teljesítményeknél az aktív tartományban dolgozó áteresztő-tranzisztornak nagymennyiségű hőt kell disszipálnia, ezen túlmenően a teljesítmény növekedésével a hatásfok jellemzők is kedvezőtlenül alakulnak.

Fentiek miatt fejlesztették ki az ún. kapcsolóüzemű tápegységeket, melyeknek két alaptípusa alakult ki.

4.5.3.1. Alaptípusok

a) *Szekunder oldali* kapcsolóüzemű tápegység blokkvázlata látható a 4-38. ábrán.

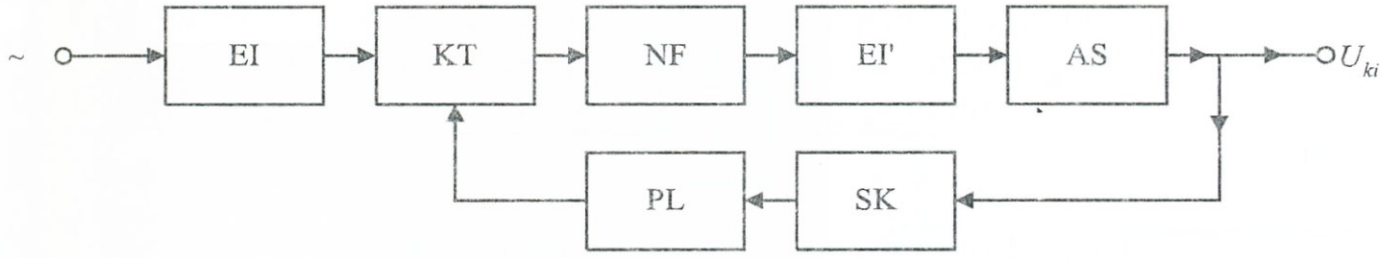


4–38. ábra *Szekunder-oldali kapcsolóüzemü tápegység*

A hálózati *TR* transzformátort követő *EI* egyenirányítás után a jel, a folytonos szabályozású áteresztő-tranzisztor helyére beépített, periódikusan szaggatott *KT* kapcsoló-tranzisztoron halad át, melynek kimenő szaggatott jelsorozatát egy *AS* aluláteresztő szűrő integrálja és így a kimeneti feszültség időbeli középértékét állítja elő.

A kimeneti feszültség alakulása a kapcsoló átvezető állapotainak megfelelő időkitöltési tényezőtől függ. A kimenő jel stabilizálását – hasonlóan a 4-34. ábrához – visszacsatolt *SK* szabályozókör biztosítja.

b) *Primer oldali* kapcsolóüzemű tápegységeknél a transzformátor – eddig nem kézben tartható – veszteségei is csökkenthetők azon az alapon, hogy a transzformátor szükséges menetszámai fordítottan arányosak a frekvenciával. A kisebb menetszám kisebb rézveszteséget jelent a 3. fejezet (3.13) összefüggése szerint, emiatt a hálózati letranszformálást célszerűnek látszik magasabb frekvencián elvégez-



4–39. ábra *Primer-oldali kapcsolóüzemü tápegység*

ni. E meggondolást figyelembevevő kapcsolóüzemű tápegység látható a 4-39. ábrán.

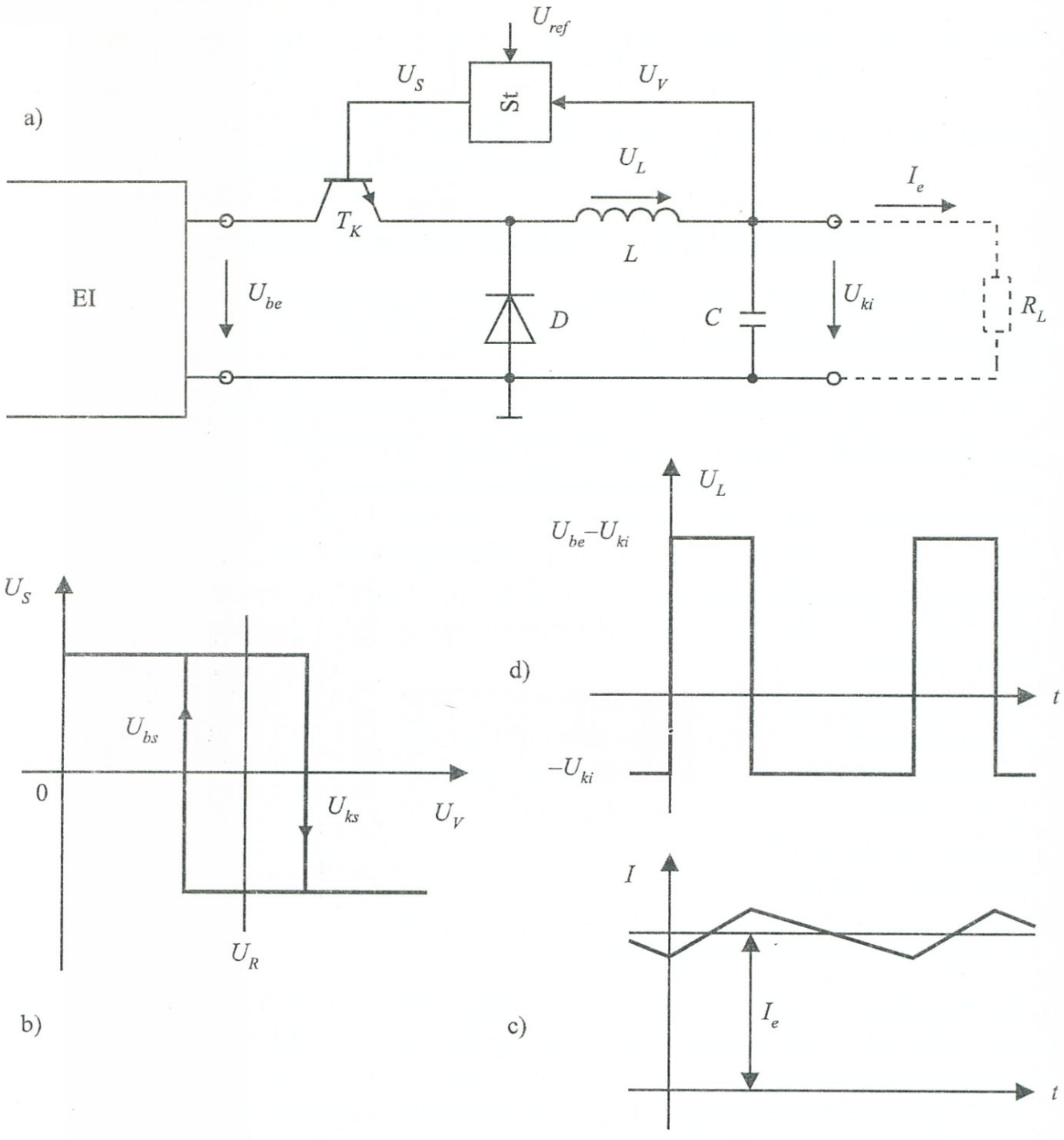
Itt a beérkező hálózati feszültséget közvetlenül egyenirányítják *(EI),* majd a jelet egy magasabb frekvencián periódikusan szaggatott *KT* kapcsolóra vezetik. Ezután végzik el a *NF* nagyfrekvenciás (gyakorlatban 20 ~ 250 kHz) jel le-transzformálását, majd az azt követő *EI'* egyenirányítást és *AS* szűrést. A kimeneti egyenfeszültség szabályozásáról itt is a visszacsatolt *SK* szabályozókör gondoskodik, a nagyfrekvenciás transzformátor primer oldalán lévő periódikusan szaggatott kapcsoló (impulzus-szélesség modulátor) időkitöltési tényezőjének módosításával.

A blokksémából látható, hogy az alacsonyabb potenciálú visszacsatoló ág a bemenethez közeli pontú, nagyobb feszültségen avatkozik be a szabályozási folyamatba. Emiatt, biztonsági okokból is, a visszacsatoló körbe *PL potenciál leválasztó* fokozatot kell beiktatni. Ilyen feladatot láthat el például a 3. fejezet 3.8.1. pontjában megismert *optocsatoló* eszköz.

4.5.3.2. Egy szemléltető megoldás

A kapcsolóüzem szemléltetésére a 4-40a. ábrán felrajzoltuk egy szekunder oldali kapcsolóüzemű tápegység egyenirányító utáni részét megvalósító áramkört.

Az ábra T_K tranzisztora kapcsolóüzemben működik, kapcsolgatását a St jelű Schmitt trigger (lásd 4.6. pont) vezérli. Itt előzetesen elég annyit tudnunk a Schmitt triggerről, hogy a bemenetére adott bekapcsoló (U_{bs}) és kikapcsoló (U_{ks}) feszültségszintek nem egyenlők, ezért a kimenetén jelentkező U_s jel 4-40b. ábra szerinti transzfer karakterisztikája egy hiszterézis hurkot tartalmaz. A kapcsoló-tranzisztor utáni L induktivitás képezi a már bevezetőben említett szűrő integráló elemét, azaz *vezető állású* kapcsoló mellett felírható az I áramra az 1. fejezetben megismertek alapján:



4–40. ábra *Szekunder-oldali kapcsolóüzemü tápegység*

$$I=\frac{1}{L}\int(U_{be}-U_{ki})dt=\frac{U_{be}-U_{ki}}{L}t+I_e=I_v+I_e$$

A kapott I_e integrálási állandó azt jelenti, hogy az áram egy (közel) lineáris (I_v) és egy állandó komponensből tevődik össze a 4-40c. áb-

rának megfelelően. A kis amplitúdójú váltakozó komponens a C kondenzátor töltésében kap szerepet. Az állandó I_e áramra – mivel $I_e >> I_v$ – felírható, hogy közel egyenlő az L induktivitás áramával:

$$I \approx I_e$$

Az induktivitáson mérhető feszültség (U_L) időbeli alakulását a 4-40d. ábra mutatja. Innen és a 4-40c. ábrából a következők olvashatók le:

Ha a T_K tranzisztor áramot vezet, akkor $U_L = U_{be} - U_{ki}$ és közben a C kondenzátor töltődik. Ha a C töltőfeszültsége (mely egyúttal az St Schmitt triggert vezérli) eléri az U_{ks} *kikapcsoló* feszültséget, akkor St a T_K-t kikapcsolja, ez „szakadássá válik", és az U_L feszültség a 4-40d. ábra szerint átvált $-U_{ki}$ értékre, miközben a D dióda is kinyit. Ezt követően az I_V áramösszetevő csökkenő irányú lesz és a C kondenzátor feszültsége is csökkenni kezd. Ha e csökkenés eléri a Schmitt trigger U_{bs} *bekapcsoló* feszültségét, akkor az St újra bekapcsolja T_K az vezetni fog és a folyamat ciklikusan ismétlődik.

A működést végiggondolva, megállapíthatjuk, hogy a T_K tranzisztor csak a működési periódus egy meghatározott szakaszában vezet, mely a disszipáció szempontjából kedvező, továbbá egy periódus hossza, valamint T_K vezető állapotának idő-kitöltési tényezője az I_V meredekségétől és az U_{bs}, U_{ks} hiszterézis-feszültségektől függenek.

4.6. Billenő áramkörök

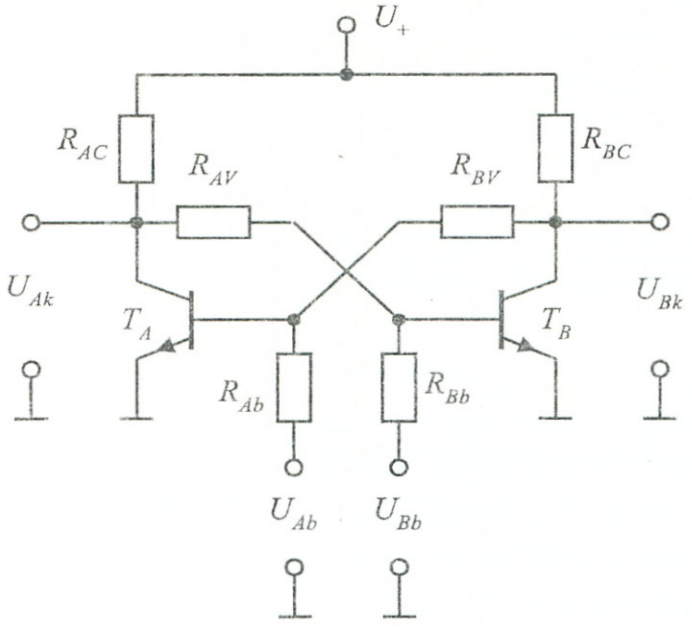
A billenő áramkörök olyan pozitívan visszacsatolt áramkörök, melyek kimenő jele ugrásfüggvény szerint változik és az „átbillenés" következtében csak két diszkrét értéket (L-Low, H-High) vehet fel.

!

4.6.1. Bistabil billenőkörök

Az átbillenési folyamatot a 4-41a. ábra hálózatán tanulmányozhatjuk.

A hálózat bal- és jobboldalára nézve teljesen szimmetrikus felépítésű és két kimenettel rendelkezik. Kísérjük figyelemmel a kimeneti feszültségek alakulását a két bemenetre adott jelek függvényében. A kimenetelhez hasonlóan a bemeneti jelek is a két fenti diszkrét értékkel rendelkezhetnek, ezért a bemenetre adható vezérlési jelkombinációk száma legfeljebb négy lehet.



a)

VEZÉRLÉS		*VEZÉRLÉS UTÁNI KIMENETEK*		*MŰKÖDÉSI FELADAT*
U_{Ab}	U_{Bb}	U_{Ak}	U_{Bk}	
L	*L*	U_{Ak} U_{Bk} *Korábbi állapotai*		*EMLÉKEZÉS AZ ELŐZŐ ÁLLAPOTRA*
H	*L*	*L*	*H*	*ÁTBILLENÉS*
L	*H*	*H*	*L*	*VISSZABILLENÉS*
H	*H*	*L*	*L*	*NEM BILLENŐ ÁLLAPOT*

b)

4–41. ábra *Bistabil billenőkör működése*

Tételezzük fel, hogy a vizsgálat kezdetén $U_{Bk} = L$ (0 Volt) értéket mutat és adjunk az áramkörre egymást követően különféle U_{Ab}, U_{Bb} feszültségkombinációkat, megfigyelve a T_A, T_B tranzisztorok működési állapotait.

a) U_{Ab}, $U_{Bb} = L, L$:

A T_A tranzisztor bázispontja az R_{Ab} és R_{Bv} ellenállásokra csatlakozik, melyek túloldalán ($U_{Ab} = L$, $U_{Bk} = L$ miatt) alacsony, közel 0 Volt mérhető, így T_A bázisfeszültsége is közel 0 Volt értékű. Ez annyit jelent, hogy T_A-n áram nem folyik, zárt állapotban van, úgy is tekinthető, mint egy megszakított kapcsoló és mivel felírható, hogy $R_{AC} << R_{Av}$ ezért az U_{Ak} kimenő feszültség H ($\approx U_+$) értékű lesz. A T_B tranzisztor bázisára az R_{Av} és R_{Bb} ellenállások csatlakoznak. Az R_{Av} T_A felőli oldalán H feszültség van, R_{Bb} bemeneti pontján pedig L (közel 0 V) mérhető. $R_{Av} - R_{Bb}$ feszültségosztó a végpontjain levő H feszültséget oly mértékben osztja le T_B bázispontjánál, hogy ott akkora nyitófeszültség (szilícium-tranzisztornál $\approx 0{,}7$ V) álljon elő, ami T_B-t kinyitja. Emiatt T_B egy rövidrezárt kapcsolónak is tekinthető és kollektorfeszültsége, ami egyben az U_{Bk} feszültség is: $U_{Bk} = U_{BCE} \approx 0$, azaz L szint. Ez megegyezik a vizsgálódás kezdetén feltételezett értékkel, és azt jelenti, hogy amíg az L, L bemeneti vezérlés fennáll, addig az áramkör ebben a stabil állapotában meg is marad.

b) U_{Ab}, $U_{Bb} = H, L$:

Tételezzük fel, hogy ezt a vezérlési kombinációt az előző a)-beli L, L bemenet után elért stabil állapotában adjuk az áramkörre.

A kezdő pillanatban T_A bázisára az R_{BV} ágról L, az R_{Ab} ágról H szint érkezik. A kettő eredője H lesz, mely túllépve T_A nyitófeszültsége azt nyitó (áramot vezető) irányba vezéreli. A folyamatosan növekvő kollektor-áram miatt R_{Ac}-n növekedni kezd a feszültség és U_{Ak} csökkenni kezd. Ez a csökkenő feszültség R_{Av}-n keresztül lezáró irányba kezdi vezérelni T_B bázisát, minek következtében T_B kollektor árama is csökken. Emiatt viszont csökken R_{BC}-*n* a feszültségesés, ezért U_{Bk} növekedésnek indul. Ez a növekedés az R_{Bv} ellenálláson keresztül T_A bázisára jut és „hozzásegít" az R_{Ab}-n keresztül érkezett T_A-*t* nyitó feszültséghez. A bejövő- és visszacsatoló ágról érkező, egymást erősítő, T_A-t nyitó hatások egy *lavina-effektust* hoznak létre, ahol T_A nyitása T_B zárását, ennek zárása T_A nyitását segíti a pozitív visszacsatolás eredményeképpen. Ez a lavina-jelenség az áramkör belső állapotának és kimenő feszültségeinek meredek *átbillenését* eredményezi, ezért is nevezzük az ilyen áramköröket *billenő áramkörök*nek. Az átbillenés után $U_{Ak} = L$, $U_{bk} = H$ kimeneti értékek alakulnak ki, és az áramkör természetesen stabilan így marad a H, L bemeneti vezérlés fennmaradása esetén.

Ha végiggondoljuk az a) pont L, L bemeneti vezérlésnél tapasztaltakat és egyben azt, hogy az áramkör bal-jobb oldalát tekintve teljesen szimmetrikus, akkor levonhatjuk azt a következtetést, miszerint az áramkör mostani állapotában a bemeneteken U_{Ab}, $U_{Bb} = L, L$-re változtatva a vezérlést, a kimeneteken változás nem történik.

Általánosítva kimondhatjuk, hogy az L, L bemeneti vezérlés a kimeneteket nem módosítja, az áramkör ilyenkor „emlékezik" az előzőleg beállított állapotára.

c) U_{Ab}, $U_{Bb} = L, H$:

Miután az áramkör tükörszimmetrikus, ennél a vezérlésnél értelemszerűen a b) eset fordítottja zajlik le, azaz a *visszabillenés* után $U_{Ak} = H$, $U_{Bk} = L$ értékeket kapunk.

d) U_{Ab}, $U_{Bb} = H, H$:

Itt mind T_A, mind T_B kinyitnak és $U_{Ak} = U_{Bk} = L$ kimeneti állapot jelentkezik, melynél a hálózat billenőképessége (a visszacsatoló ágak egyformán L szintre kerülése miatt) nem érvényesülhet. Ezt a vezérlési esetet ezért ritkábban használják üzemszerűen. További proble-

ma is adódhat, ha a bemeneten már meglevő *H, H* vezérlést *L, L* típusú vezérlés követi. Ilyenkor a

$$H, H \rightarrow L, L$$

átmenet folyamán a billenőkön bal- és jobboldali részeinek (pl. gyártási okból előálló) eltérő késleltetései következtében:

$$H, H \rightarrow L, H \rightarrow L, L$$

vagy

$$H, H \rightarrow H, L \rightarrow L, L$$

versenyfutási jelenségek alakulhatnak ki, melyek miatt nem egyértelmű, hogy a billenő áramkör balra-, vagy jobbra billent állapotban stabilizálódik a versenyfutás lezajlása után.

Az áramkör viselkedésével kapcsolatos a), b), c), d) pontokbeli tapasztalatokat a 4-41b. ábra táblázatában foglaltuk össze, ahol az U_{Ak}, U_{Bk} kimeneti feszültségek értékeit ábrázoltuk az U_{Ab}, U_{Bb} bemeneti feszültség-értéke, függvényében. Ha ezt a táblázatot összehasonlítjuk a 2. fejezet 2-22b. ábrájának táblázatával, akkor $U_{Ab} = S$, $U_{Bb} = R$, $U_{Bk} = Q$, $L = 0$, $H = 1$ analógiák felhasználásával, megállapíthatjuk, hogy a tárgyalt kapcsolás azonos módon működik, mint az ott, elvi meggondolások alapján bevezetett *S–R* tárolóelem, így annak egy lehetséges áramköri megvalósításának tekinthető.

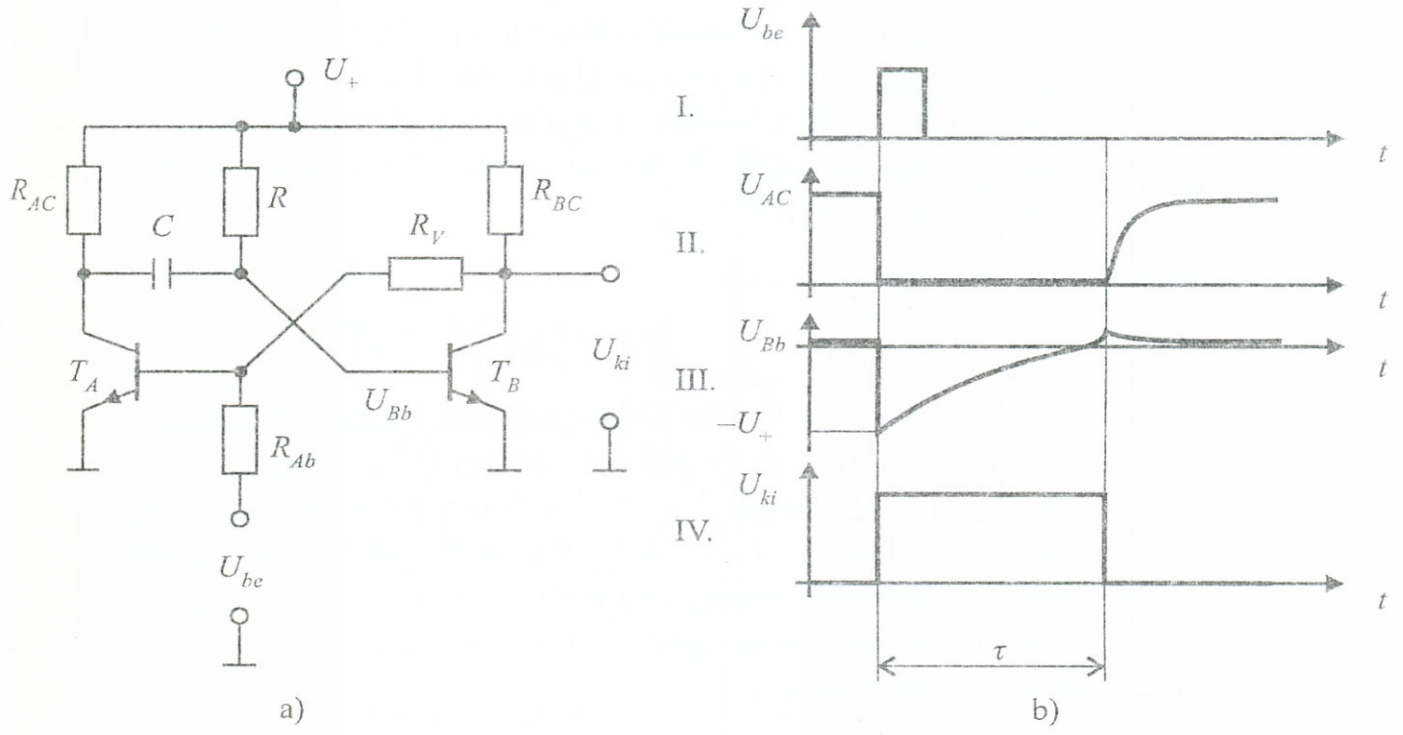
A vizsgálat során azt is megállapíthattuk, hogy (eltekintve az utolsó vezérlési esettől) a billenési tranziensek lezajlása után az áramkör csak kétféle stabil állapotban (átbillent–visszabillent) lehet, ez utóbbi tulajdonság miatt az irodalomban gyakran *bistabil-billenőkör*nek vagy *bistabil multivibrátor*nak is nevezik.

4.6.2. Monostabil billenőkörök

Az előző pontban megismert, két stabil állapotú áramkörökkel ellentétben kialakíthatók olyan kapcsolások, melyek csak egyetlen stabil állapottal rendelkeznek. Ebből a stabil állapotból külső vezérlés hatására kibillenthetők, ekkor instabil állapotba kerülnek, melyből meghatározott idő eltelte után automatikusan visszatérnek a stabil állapotba. Az egyetlen stabil állapot miatt az ilyen áramköröket *monostabil billenőkör*nek, vagy *monostabil multivibrátor*oknak nevezik.

A 4-42a. ábrán egy monostabil billenőkör látható.

A kapcsolást, hasonlóan a 4-41a. ábra bistabil esetéhez itt is két keresztbe visszacsatolt tranzisztor alkotja, de az ottani R_{Av} visszacsatoló ellenállás helyett, itt egy kondenzátor van beiktatva, továbbá csak



4–42. ábra *Monostabil billenőkör és működése*

egy vezérlő bemenet található, mellyel a T_A tranzisztor kívülről R_{Ab}-n keresztül vezérelhető.

A vizsgálat kezdetén tegyük fel, hogy az áramkör *stabil állapotban* van. Ilyenkor a T_B tranzisztor bázisára R ellenálláson keresztül nyitófeszültség csatlakozik, ezért T_B vezető nyitott állapotban van, kollektorfeszültsége $U_{BC} = U_{ki} \approx 0$. Ez az alacsony szint az R_V–R_{Ab} ellenállás-osztón keresztül zárófeszültséget ad T_A bázisára, így T_A lezárt, nem vezető állapotú, kollektorfeszültsége $U_{AC} \approx U_+$ magas szinten van.

Ha a stabil állapotban a bemenetre, R_{Ab} ellenálláson keresztül egy meredek homlokú, magas szintű (pozitív impulzust adunk, ez a T_A tranzisztort kinyitja és ennek kollektorfeszültsége $U_{AC} \approx 0$ közel földpotenciálra ugrik le, a 4-42b. ábra I. és II. idődiagramjának megfelelően.

A T_A kollektorpontján megjelenő ugrásfüggvény számára a C kapacitás közel rövidzárként viselkedik, ezért az eddig nyitott T_B tranzisztor bázispontján egy nagy: $\approx -|U_+|$ amplitúdójú zárófeszültség jelenik meg a 4-42. ábra III. idődiagramja szerint, minek következtében T_B lezár és az áramkör instabil állapotba billen.

T_B lezárása R_V-n keresztül a pozitív visszacsatolás értelmében segíti T_A nyitását, így a billenési jelenség létrejöhet.

A C kapacitás az R ellenállással egy RC tagot képez, így a leugrás után megindul R-en keresztül a C kondenzátor feltöltése, mely az 1. fejezet 1-61. ábra időfüggvényének megfelelően alakul. Mint láttuk, ez egy exponenciális függvény, mely adott a feltételeknél, a következőképpen írható fel:

$$U_{Bb} = U_+ - 2U_+ e^{-\frac{t}{RC}} \tag{4.39}$$

A C kondenzátor töltődése mindaddig tart, míg U_{Bb} el nem éri T_B nyitófeszültségét (≈0,6 V), amikor T_B tranzisztor újra kinyit, kollektorfeszültsége $U_{BC} = U_{ki}$ újra alacsony szintre kerül és R_V-n keresztül lezárva T_A-t bekövetkezik a kiinduló stabil állapot.

A *töltési idő* kiszámítható (4.39)-ből, ha oda: $U_{Bb} = 0{,}6 \approx 0$V feszültséget helyettesítünk és az időt kifejezzük:

$$\tau \approx RC \ln 2 \approx 0{,}7\, RC \tag{4.40}$$

A τ időérték egyben a monostabil billenőkör kimenetén megjelenő U_{ki} magas feszültségszintű impulzus hosszát is megadja a 4-42b. ábra IV. idődiagramjának megfelelően.

A monostabil multivibrátort instabil állapotba billentő impulzust célszerű rövid időtartamúra választani. Ha ennek időtartama pl. hosszabb τ-nál, akkor a pozitív visszacsatolás nem tud érvényesülni. Problémát jelent az is, ha a C kondenzátor nem tud teljesen feltöltődni, ekkor a kimeneti impulzus hossza (4.39) értelmében rövidebb lesz.

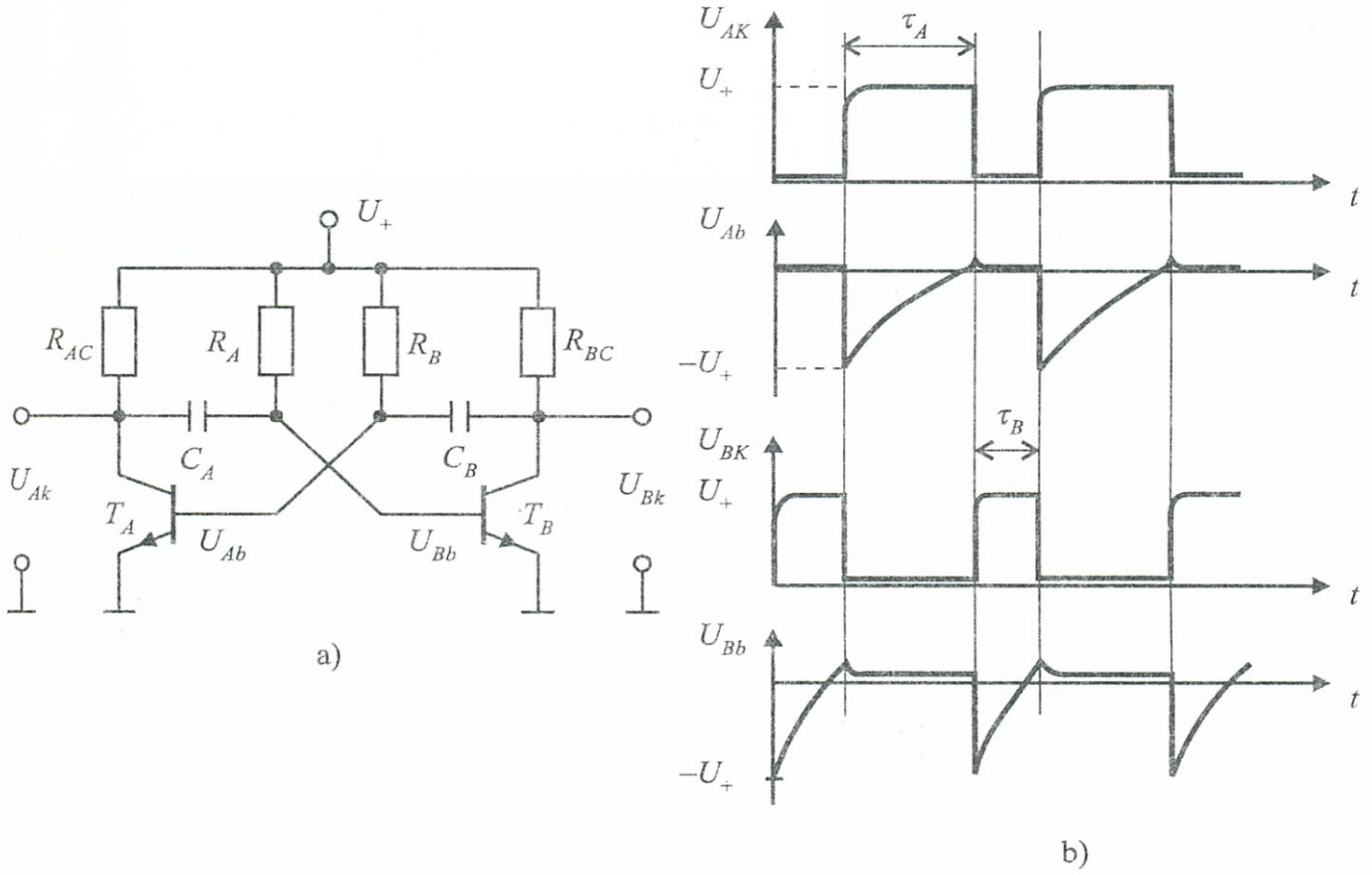
4.6.3. Astabil billenőkörök

Az astabil billenőköröknek, más néven astabil multivibrátoroknak nincs stabil állapotuk, két instabil állapot között billegnek ideoda periódikusan. Valójában olyan relaxációs oszcillátoroknak is tekinthetők, melyek kimenetükön ugrásfüggvény homlokú impulzus-sorozatot bocsátanak ki.

Egy astabil billenőkör tanulmányozható a 4-43a. ábrán.

Mint látható, a keresztbecsatoló ágak mindegyikében kondenzátorok találhatók, így mindkét oldalon váltakozva fellépnek kondenzátor töltődési periódusok, melyek időállandói:

$$\begin{aligned} \tau_A &\approx 0{,}7 \cdot R_A C_A \\ \tau_B &\approx 0{,}7 \cdot R_B C_B \end{aligned} \tag{4.41}$$



4–43. ábra *Astabil billenőkör és működése*

A jellemző pontok idődiagramjait a 4-43b. ábrán rajzoltuk fel, hasonlóan a monostabil esethez.

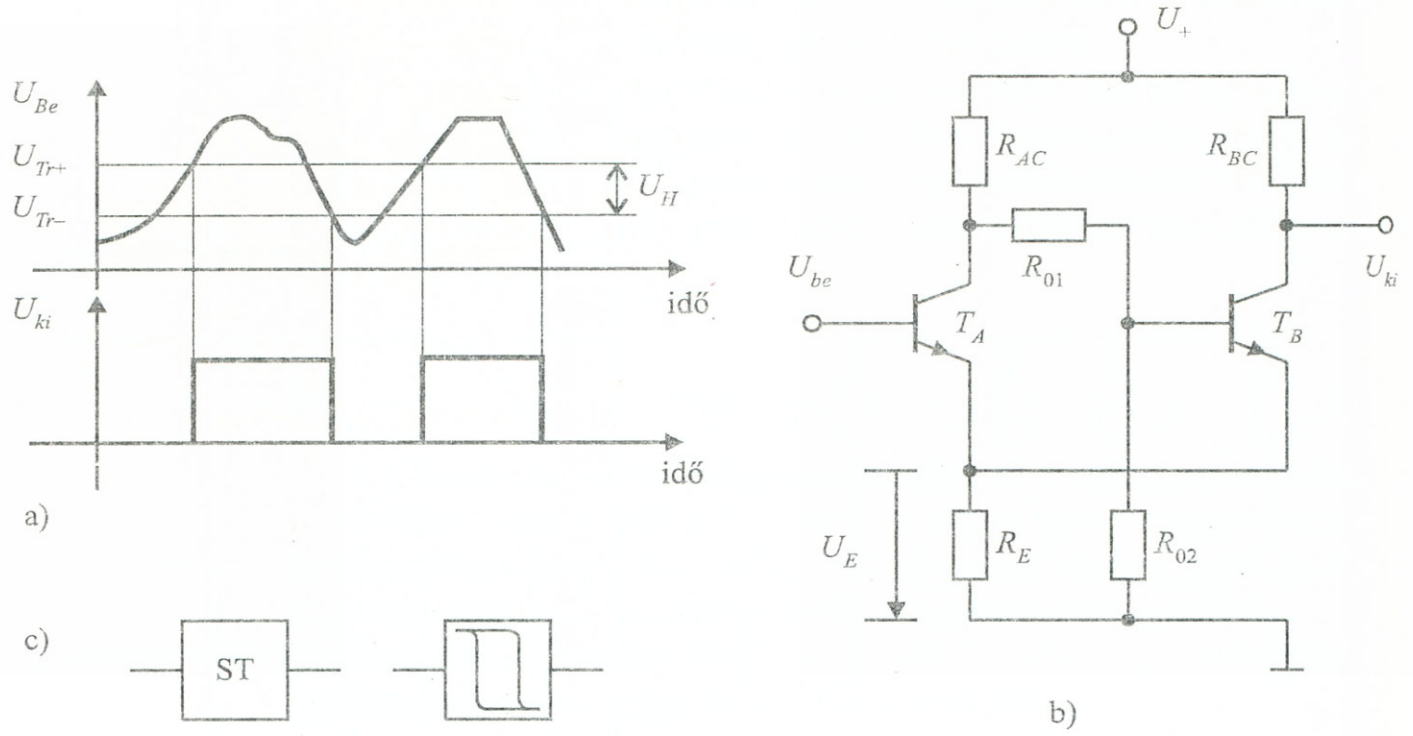
Az astabil billenőkör alapfrekvenciájára felírható a következő összefüggés:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{\tau_A+\tau_B} \qquad (4.42)$$

4.6.4. Schmitt triggerek

A Schmitt trigger egy olyan tulajdonságú áramkör, melynek bemenete két jól elkülönülő *küszöbszint*-tel van jellemezve (U_{Tr+}, U_{Tr-}). Ha a bemenetre a digitális rendszer szokványos jeleitől *eltérő* (pl. lankás fel-lefutású, bizonyos határok között „tetszés-szerinti" jel-alakú) jel érkezik, ennek

– felfutásakor az: U_{Tr+}
– lefutásakor az: U_{Tr-}



4–44. ábra *Schmitt trigger felépítése és működése*

küszöbszintek elérésekor a Schmitt trigger kimeneti állapota átvált az előzőleg fennálló állapotával ellentétes állapotba a 4-44a. ábra idődiagramjainak megfelelően. Mint látható, a Schmitt trigger jól felhasználható például nem szokványos jeleknek előírt jel alakú digitális jelekké alakítására, vagy feszültség-komparáló kapcsolóként stb.

A Schmitt trigger egy differenciál-erősítős áramköri változatát a 4-44b. ábrán rajzoltuk fel. Tételezzük fel, hogy kiinduláskor az U_{Be} bemeneti feszültség a 4-44a. ábrának megfelelően az U_{Tr-} küszöbérték alatt van. Ilyenkor a T_B tranzisztor vezet, T_A pedig „szakadt" állapotban van. U_{Be} növekedésekor $U_{Be} = U_{Tr+}$ átlépésekor T_A vezetni kezd és csökkenő kollektorfeszültsége az R_{01}–R_{02} osztó révén T_B bázis-feszültségét is csökkenti, minek hatására T_B emitter árama is csökkenni fog. Ez utóbbi csökkenés hatására a közös, R_E emitter ellenálláson folyó áram és így az R_E sarkain mérhető U_E feszültség is csökken. Mivel U_E egyben a T_A emitterfeszültsége is, ennek csökkenése növeli a T_A bázisára érkező U_{Be} nyitófeszültség hatását, tehát közvetve gyorsítja az átkapcsolási folyamatot, mely a lényegében *pozitív visszacsatolás* hatására ugrásszerűen lezajlik, és végül a T_A vezet – T_B szakadt állapotot eredményezi. Ez az állapot mindaddig fennáll, míg a csökkenő U_{Be} bemeneti feszültség az U_{Tr-} küszöbfeszültséget el nem éri, mikor is az ugrásszerű átkapcsolás – az előzővel ellentétesen – be

nem következik. Az $U_{Ki} = f(U_{Be})$ időbeli kapcsolat alakulását a 4-44a. ábrán követhetjük. Az U_{Tr+}, U_{Tr-} feszültségek különbségét:

$$U_{Tr+} - U_{Tr-} = U_H$$

a Schmitt trigger *hiszterézis* feszültségének nevezzük, mely az áramkör egyik, katalógusokban is megadott fontos jellemzője. A Schmitt triggerek leggyakrabban alkalmazott elvi jelölése a hiszterézisgörbére utaló elvi szimbólum, vagy az St betűk feltüntetése révén történik (4-44c. ábra).

4.E. Ellenőrző kérdések és feladatok

E.4.1. Milyen egy ideális erősítő?
E.4.2. Mi az a decibel?
E.4.3. Milyen típusú erősítő karakterisztikákat ismer?
E.4.4. Írja fel egy visszacsatolt erősítő erősítését!
E.4.5. Rajzolja fel egy visszacsatolt erősítő blokkvázlatát.
E.4.6. Mi a hurokerősítés?
E.4.7. Miért javít a torzításon a visszacsatolás?
E.4.8. Mi a MILLER-effektus?
E.4.9. Milyen munkaegyeneseket ismer?
E.4.10. Mi a kivezérelhetőség?
E.4.11. Írja fel egy többfokozatú erősítő eredő erősítését!
E.4.12. Mire kell tekintettel lenni a FET-ekből felépült erősítők vizsgálatakor?
E.4.13. Mi jellemzi a differenciál-erősítőket?
E.4.14. Mit jelent a differenciális módú üzemeltetés?
E.4.15. Mit jelent a közös módú üzemeltetés?
E.4.16. Mi a közös módú elnyomás (CMRR)?
E.4.17. Mi az ofszetfeszültség?
E.4.18. Mutassa meg, hogy miként egyenlíthető ki az ofszetfeszültség.
E.4.19. Mi jellemzi a műveleti erősítőket?
E.4.20. Milyen az ideális műveleti erősítő?
E.4.21. Mi az a virtuális rövidzár?
E.4.22. Rajzolja fel egy kivonásra alkalmas műveleti erősítő elvi vezérlését.
E.4.23. Mi jellemzi általánosan a visszacsatolt műveleti erősítőket?
E.4.24. Mi a feszültségkövető?
E.4.25. Mi az invertáló műveleti erősítő?
E.4.26. Mutassa be, hogyan lehet műveleti erősítőt integrálásra felhasználni.
E.4.27. Rajzolja fel egy műveleti erősítő frekvenciamenetét.
E.4.28. Mi a tranzitfrekvencia?
E.4.29. Rajzolja fel egy oszcillátor elvi vázlatát.
E.4.30. Mik az oszcilláció feltételei?
E.4.31. Milyen klasszikus oszcillátort ismer?
E.4.32. Rajzolja fel egy rezgő kvarckristály elektromos helyettesítő modelljét.
E.4.33. Hány frekvencián rezeghet egy kvarckristály?
E.4.34. Rajzolja fel egy hagyományos tápegység elvi blokkvázlatát.

E.4.35. Milyen egyenirányító alapkapcsolásokat ismer?
E.4.36. Mi a búgófeszültség?
E.4.37. Rajzolja fel egy hagyományos feszültségstabilizátor blokkvázlatát.
E.4.38. Mi a különbség a feszültségstabilizátor és az áramstabilizátor között?
E.4.39. Mi jellemzi a kapcsolóüzemű tápegységeket?
E.4.40. Rajzolja fel egy szekunder oldali kapcsolóüzemű tápegység blokkvázlatát.
E.4.41. Rajzolja fel egy primer oldali kapcsolóüzemű tápegység blokkvázlatát.
E.4.42. Ismertesse egy bistabil billenőkör működését.
E.4.43. Ismertesse egy monostabil billenőkör működését és időviszonyait.
E.4.44. Ismertesse egy astabil billenőkör működését és időviszonyait.
E.4.45. Ismertesse egy Schmitt-trigger működését és jellemzőit.

5. DIGITÁLIS ÁRAMKÖRÖK

A bevezetőben már tettünk néhány alapvető meggondolást a digitális jelekkel és realizációs kérdésekkel kapcsolatosan. Ebben a fejezetben a realizáció hardver eszközeivel, az ezeket felépítő alapáramkörökkel foglalkozunk részletesebben.

5.1. Kapcsolók és integrált áramkörök

A digitális alapáramkörök legfontosabb építő-eleme a *kapcsoló,* mely általánosságban két-, vagy többállapotú lehet. Elektronikus berendezéseinkben főként *kétállapotú* kapcsolók szerepelnek:

– bekapcsolt,

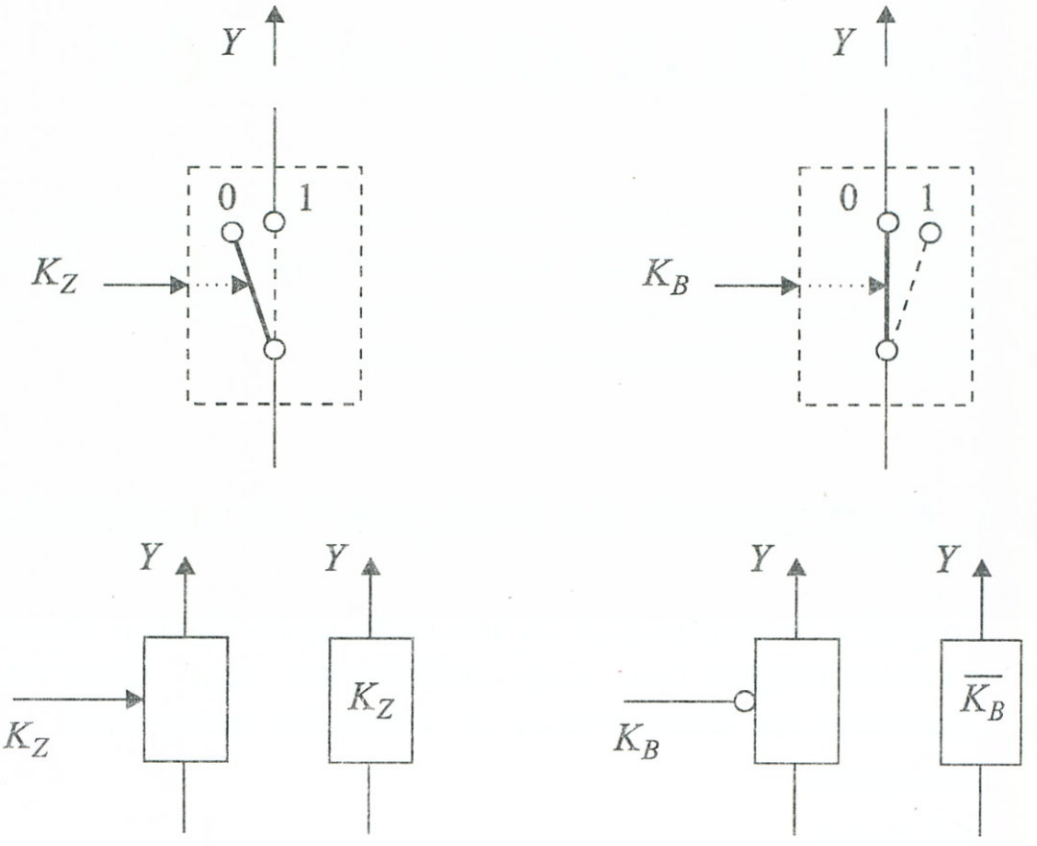
– kikapcsolt

állapotokkal. Egy kétállapotú kapcsoló kétféle elvi változatban épülhet fel az 5-1. ábrának megfelelően.

Az 5-1a. ábrabeli *ZÁRÓ kapcsoló* a K_Z bemeneti kapcsoló működtetés hatására zárt utat (vezető állapotot) biztosít a befolyásolt fizikai mennyiség (eseteinkben legtöbbször az elektromos áram) számára, míg az 5-1b. változatbeli *BONTÓ kapcsoló* K_B hatására bontott utat (szakadt állapotot) állít elő.

A kapcsolók működésük során – miután nem idealizált tulajdonságokkal rendelkeznek – torzítják a kapcsolt fizikai mennyiséget (pl. áramot, feszültséget), a zárt állapotban mérhető *átmeneti ellenállásuk,* bontott állapotban mérhető *átvezetésük,* kapcsolási *hiszterézisük, késleltetésük,* jelalak *torzításuk* stb. révén. Ideális és valóságos kapcsolók viselkedésének összehasonlítására szolgálhat az 5-2a., és b. ábra.

Attól függően, hogy a digitális információt milyen fizikai jellemzővel fejezzük ki, különféle megoldások alakultak ki. Ha az információt az elektromos *áram* kapcsolt értékei hordozzák *áramlogikáról* („ág" struktúrájú hálózatról), ha a *feszültség* kapcsolt értékei kapnak szerepet, *feszültség-logikáról* („kapu" struktúrájú hálózatról) beszélünk.

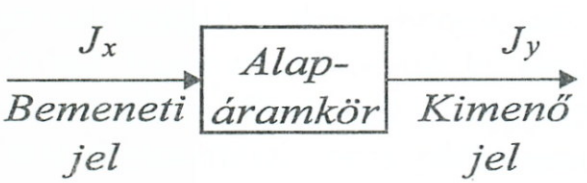


a.) Záró: $Y = K_Z$ b.) Bontó: $Y = \overline{K_B}$

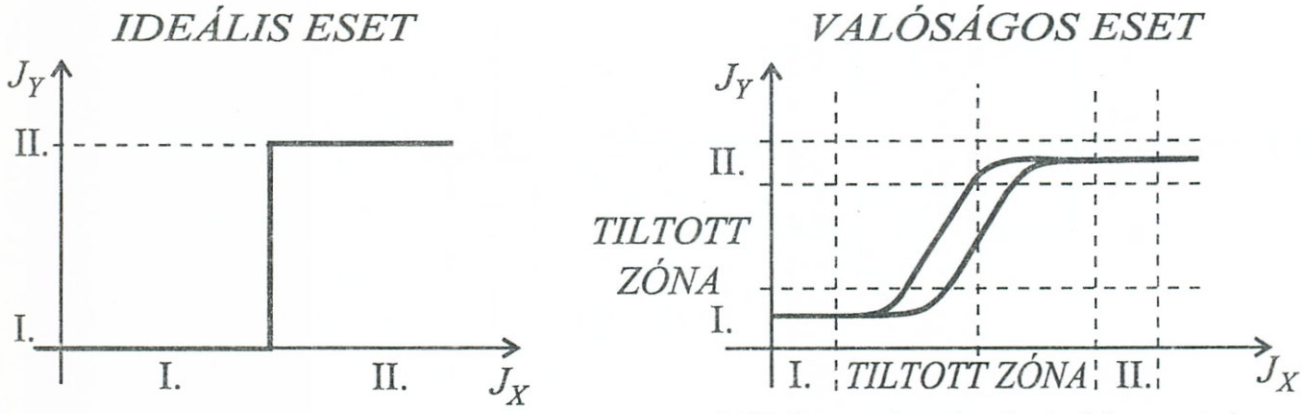
5-1. ábra: *Kétállapotú kapcsolók elvi változatai*

5.1.1. Áram-logikás hálózatok

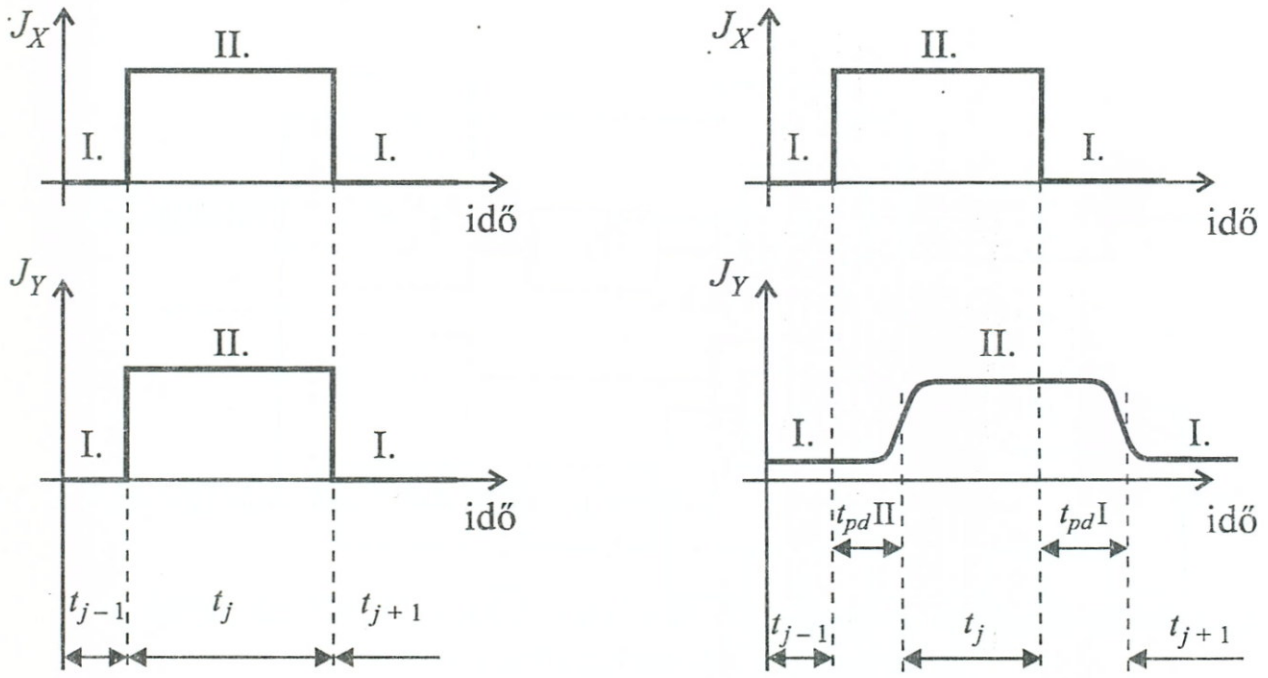
Az áramlogikás hálózatokban történt realizáció az egyedi elektromechanikus érintkezőkből felépülő (jelfogós) hálózatok alkalmazásánál volt korábban elterjedt, elektronikus rendszerekben kevésbé alkalmazták. Újabban a MOS logikás integrált áramkörök kialakítása kapcsán (pl. a „transzfer" kapuk alkalmazása) újra előtérbe került, és itt főként az áramkörök belső kialakításának tervezésekor kap szerepet.



$$J_X = \{J_{XI}, J_{XII}\}$$
$$J_Y = \{J_{YI}, J_{YII}\}$$



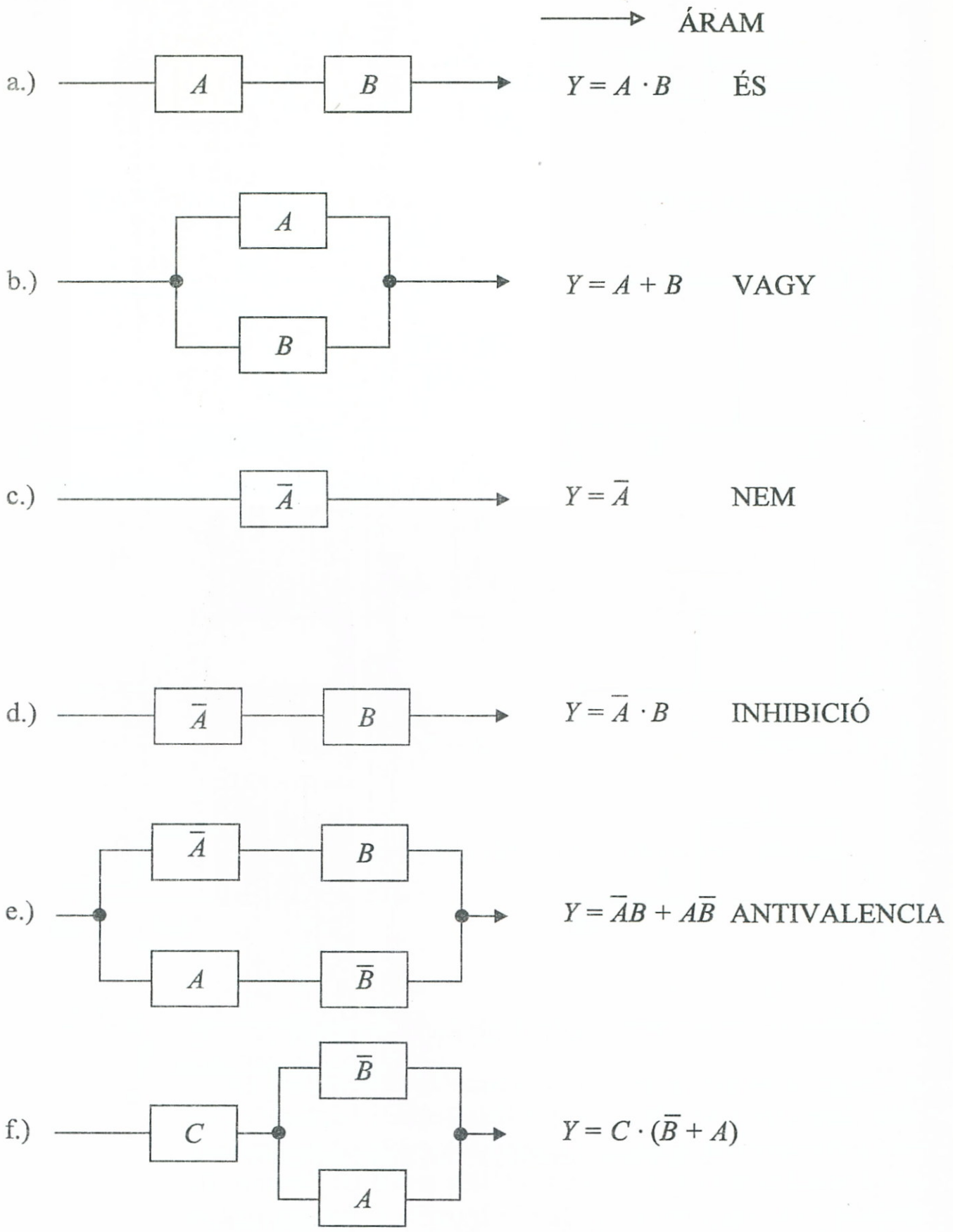
a.) Tolerancia sávok és hiszterézis



b.) Terjedési idő hatása

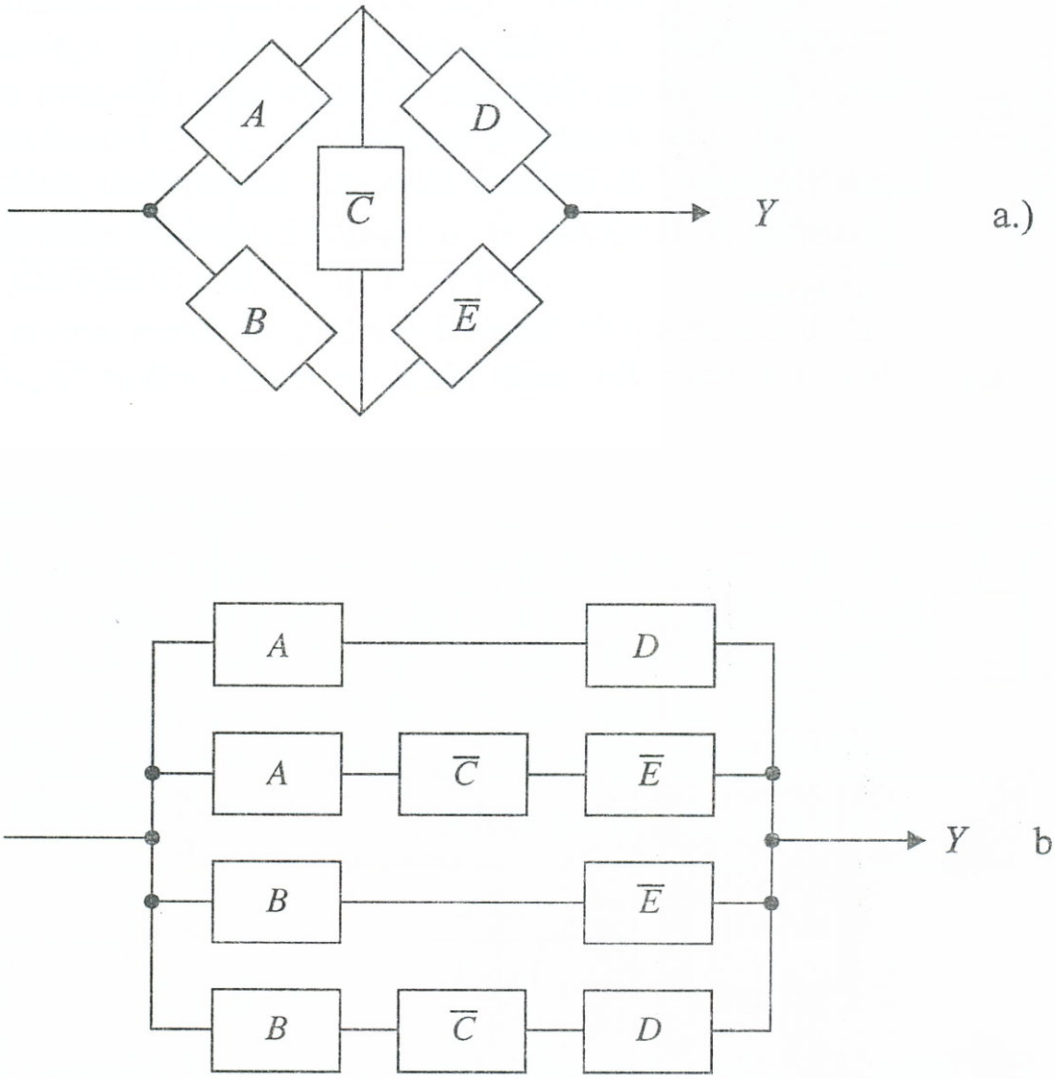
5-2. ábra: *Ideális és valóságos kapcsoló*

Áramlogikás ÉS, VAGY, NEM, INHIBÍCIÓ, ANTIVALENCIA eseteket realizáló kapcsolóegyüttesekre mutatnak példákat az 5-3a., b., c., d., e. ábrák, míg az 5. 3f. ábra kapcsolása egy összetettebb függvény realizálására alkalmas.



5-3. ábra: *Áramlogikás kapcsolások*

A bemutatott példák záró, ill. bontókapcsolók soros és párhuzamos struktúrájú összekapcsolásainak kombinálásával oldották meg a feladatokat. Az 5-4a. ábrán egy ún. *híd*-típusú kapcsolás látható, míg egy vele egyenértékű soros–párhuzamos struktúrát az 5-4b. ábrán láthatunk.

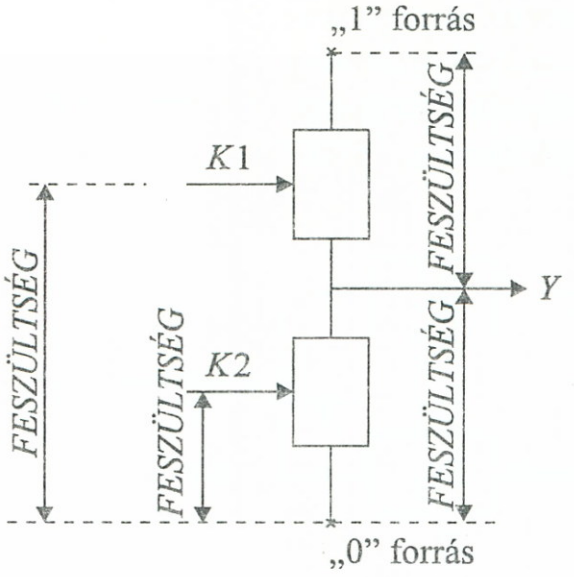


5-4. ábra: *Az* $Y = AD + A\overline{C}\overline{E} + B\overline{E} + B\overline{C}D$ *függvény realizálásai híd (a.), soros–párhuzamos (b.) struktúrában*

Az ábrákból az is kitűnik, hogy a híd-struktúrás realizálás egyszerűbb megoldást eredményezett. Az egyszerűsödés a híd ágbeli elem(ek) többszörös kihasználhatóságának köszönhető.

5.1.2. Feszültség-logikás hálózatok

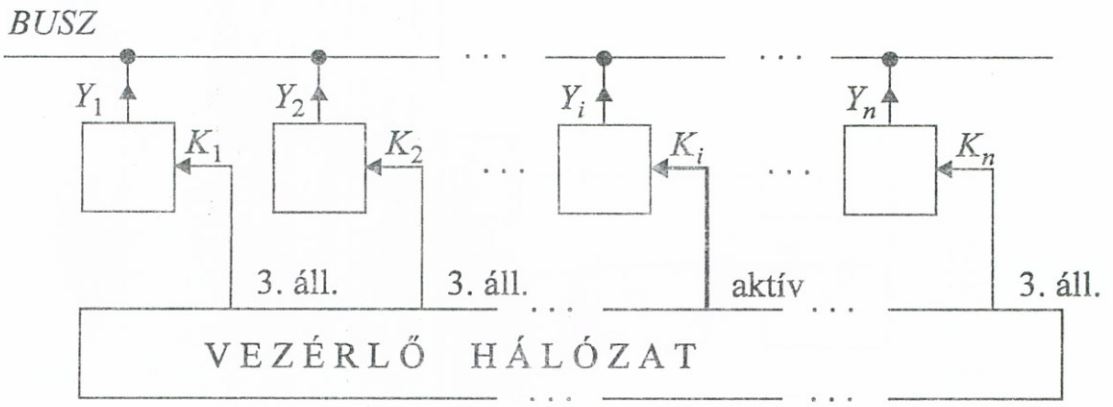
Feszültséglogikás-, vagy „kapu" struktúrájú hálózatokban realizálódik a digitális elektronikus berendezések túlnyomó többsége.



a.)

K1	K2	Y
0	0	*Harmadik állapot*
0	1	0
1	0	1
1	1	*Tilos állapot*

b.)



c.)

5-5. ábra: *Feszültség–kapcsoló osztó és a harmadik állapot*

Egy feszültségkapcsoló alap-elem működését az 5-5. ábrán tanulmányozhatjuk:

Itt az 5-5a. ábrán a K_1-K_2 záró-kapcsolók egy „feszültségosztó"-t alkotnak a „0" forrás és „1" forrás logikai függvényekkel absztrahált tápfeszültség kapcsok (pl. 0 Volt és +5 Volt) között. A kapcsolók K_1-K_2 működtető pontjaira csak a „0", ill. „1" értékű feszültségek érkezhetnek, melyek hatását az 5-5b. ábra táblázata szemlélteti:

Itt az első sor látszólag meglepő eredményt szolgáltat, mivel a K_1-K_2 egyidejű bontott állapota esetén az Y kimenet „leszakad" az osztóról, és ún. *nagy impedanciájú,* más néven *harmadik* állapotba

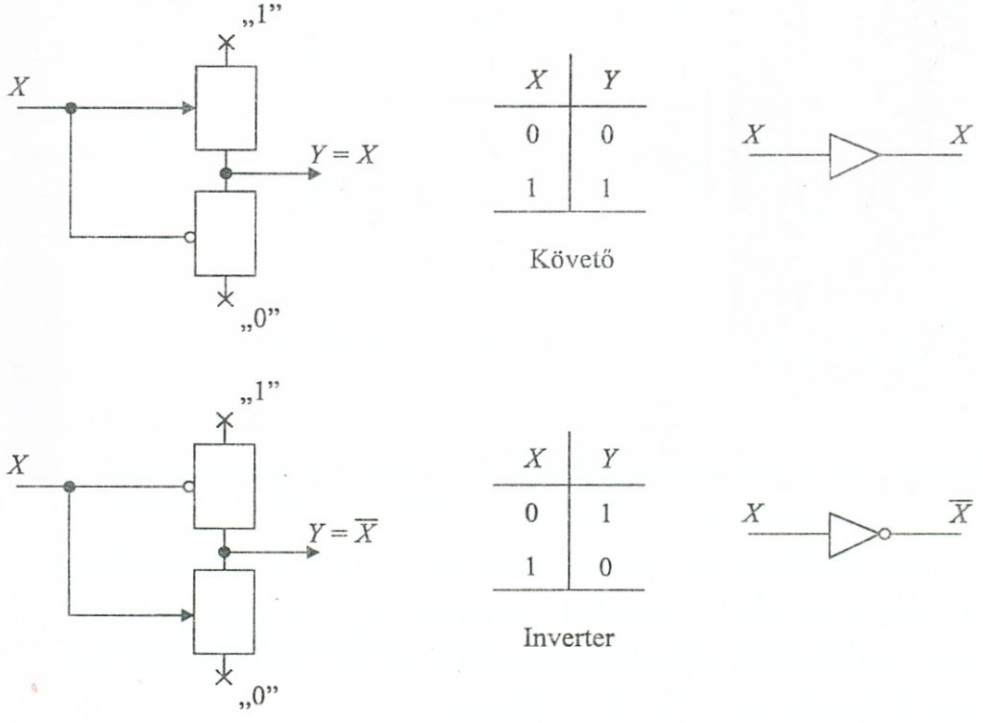
kerül. Ez „kilóg" a kétértékű logikák normális eseteiből, ahol szokásosan csak „0" és „1" értékek szerepelhetnek. A „kilógás" ellenére a harmadik állapotot rendkívül jól hasznosíthatjuk olyan esetekben, amikor egyszerre több áramkör kimenete csatlakozik ugyanarra a közös vezetékre (*busz*ra) és a több kimenet közül mindig csak az egyiket kívánjuk aktivizálni (5-5c. ábra). Ilyenkor a többieket nagy impedanciájú, harmadik állapotba vezérelve – lényegében – leválasztjuk a busz-ról és az egyetlen aktivizált elem zavartalanul működhet a szokásos „0", ill. „1" állapotú jelrendszerben.

Az 5-5b. ábra táblázatának második sorában K_2 vezet K_1 szakadt, így Y rövidzár kapcsolatba kerül a „0" forrással. A harmadik sorban K_2-K_1 szerepet cserél, így itt $Y = 1$ lesz.

Az utolsó sorban mindkét kapcsoló átvezető állapotba kerül, és a tápforrás „0"–„1" sarkai között rövidzár lépne fel, melyet ki kell zárnunk.

5.1.2.1. Követők, inverterek

Az 5-5a. ábra szerinti alapkapcsolást kissé átalakítva és a K_1-K_2 kapcsolóknak összehangolt vezérlést adva az 5-6a. és b. ábrák szerinti *követő,* ill. *inverter* kapcsolásokhoz jutunk. K_1 és K_2 működtetésének összehangolása révén az 5-5b. táblázat első és utolsó sora itt nem fordulhat elő, mivel K_1 és K_2 mindig ellentétesen kapcsolt (ellenütemű) állapotban vannak.

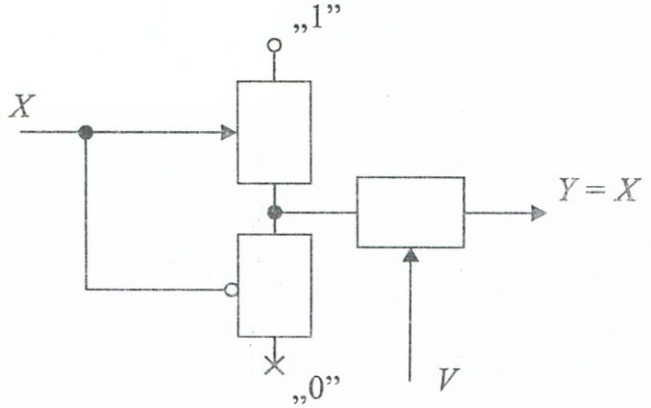


5-6. ábra: *Komplementer kapcsolások*

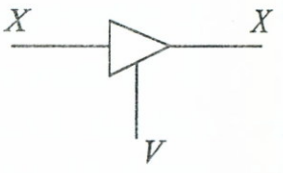
Ezért ezt az elrendezést *komplementer* kapcsolásnak nevezzük. Az ilyen kapcsolások kis kimenő impedanciával rendelkeznek, mely előnyös tulajdonság – többek között – az általuk meghajtott áramkör(ök) szempontjából. Komplementer kapcsolás elvén működnek pl. a CMOS áramkörök, melyekkel később még foglalkozunk.

Az 5-7a. és b. ábrákon az előző elrendezést egy soros, ÉS feltételt biztosító (valójában áramlogikás elven működő) kapcsolóval, és az ezt működtető „*V*" *üzemmód-vezérlő* bemenettel egészítettük ki, miáltal *háromállapotú kimenettel* rendelkező követő, ill. inverter kapcsoláshoz jutottunk. A működtetési táblázatokból az is megállapítható, hogy az 5-5b. ábra táblázatában szereplő TILOS ÁLLAPOT bekövetkezését ez a kapcsolás is kizárja.

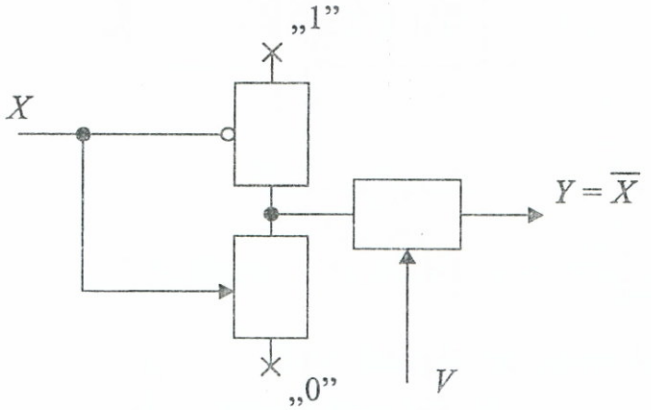
a.)



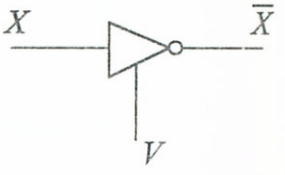
V	X	Y
0	0	3. áll.
0	1	
1	0	0
1	1	1



b.)



V	X	Y
0	0	3. áll.
0	1	
1	0	1
1	1	0



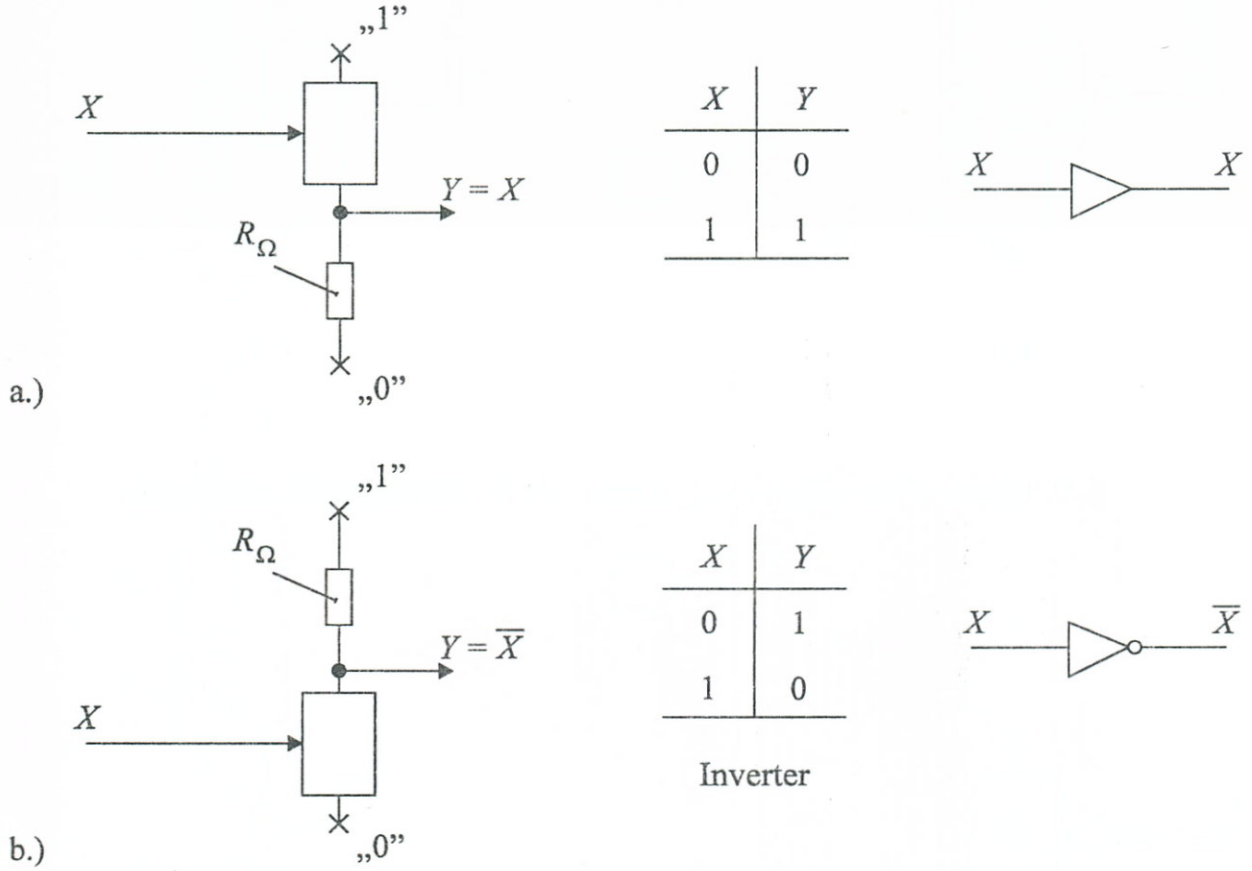
5-7. ábra: *Háromállapotú követő és inverter kapcsolások*

Kialakítható követő és inverter azon a gyakran alkalmazott elven is, hogy az aktív kapcsoló elemek egyikét egy *passzív impedanciával,* rendszerint *ohmos ellenállással* helyettesítjük. Ilyen megoldások láthatók az 5-8a. és b. ábrákon.

E kapcsolások a terhelhetőség, ill. a kimenő impedancia tekintetében kevésbé jó jellemzőkkel bírnak, mint az ellenütemű esetek.

5.1.2.2. Összefüggés a feszültség és áramlogikák között

Az áramlogikás hálózatoknál már láttuk, hogy záró-, ill. bontókapcsolók különféle kombinációkban való összekötésével különféle logikai függvényeket tudunk realizálni. Ezt az elvet a feszültséglogikás hálózatoknál is követhetjük, ha felhasználjuk az 5-9a. és b. ábrákon szemléltetett, áramlogikás és feszültséglogikás hálózatok közötti összefüggéseket. Itt az 5-6. ábrabeli komplementer kapcsolásokat általánosítottuk oly módon, hogy az ottani „*K*" kapcsolók helyébe itt összetett „*H*" kapcsoló hálózatot helyettesítettünk. Az ábrákról felírhatjuk a következő (5.1) összefüggéseket:



5-8. ábra: *Követő és inverter kapcsolások*

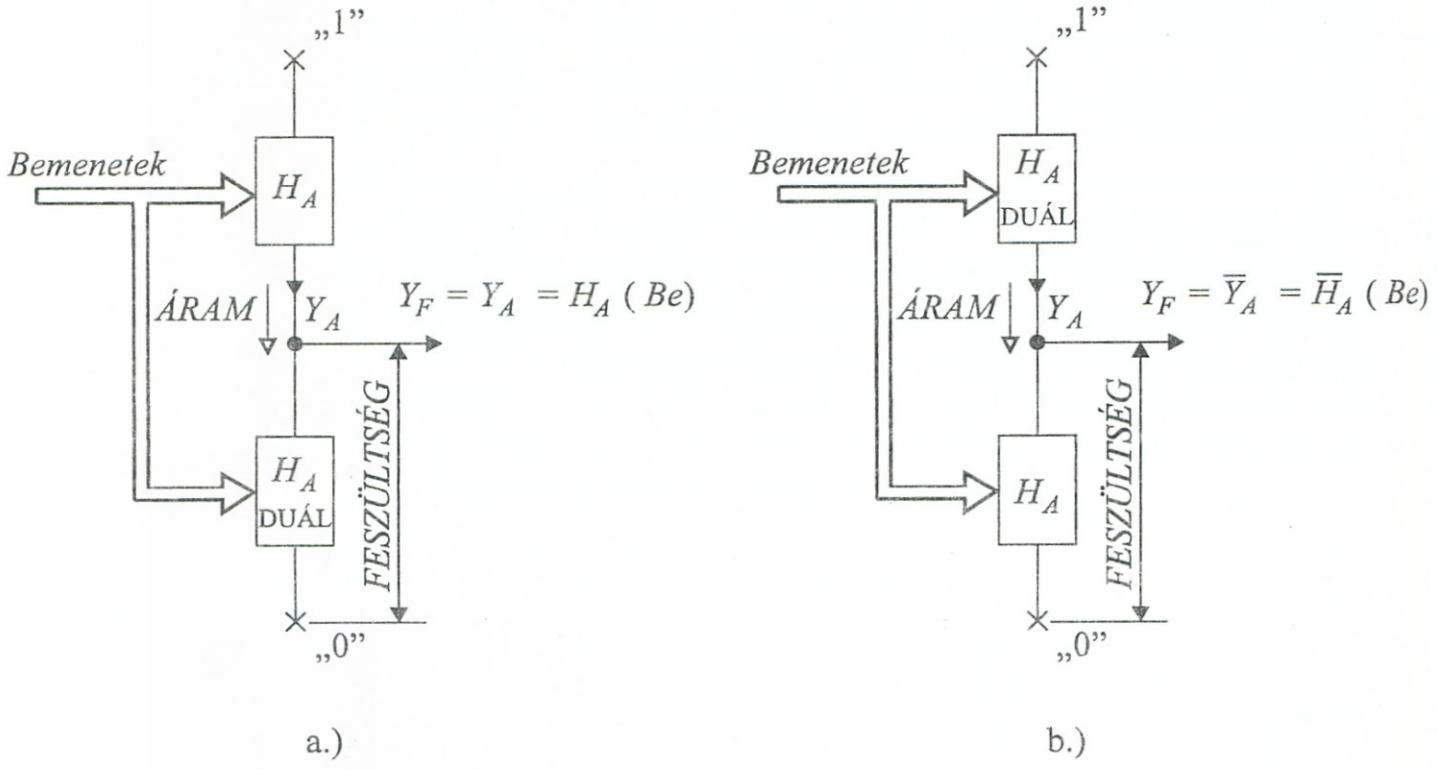
a.) *esetnél:*

$$Y_{ÁRAMLOGIKÁS} = H(\text{Bemenetek}) = Y_{FESZÜLTSÉGLOGIKÁS} \tag{5.1}$$

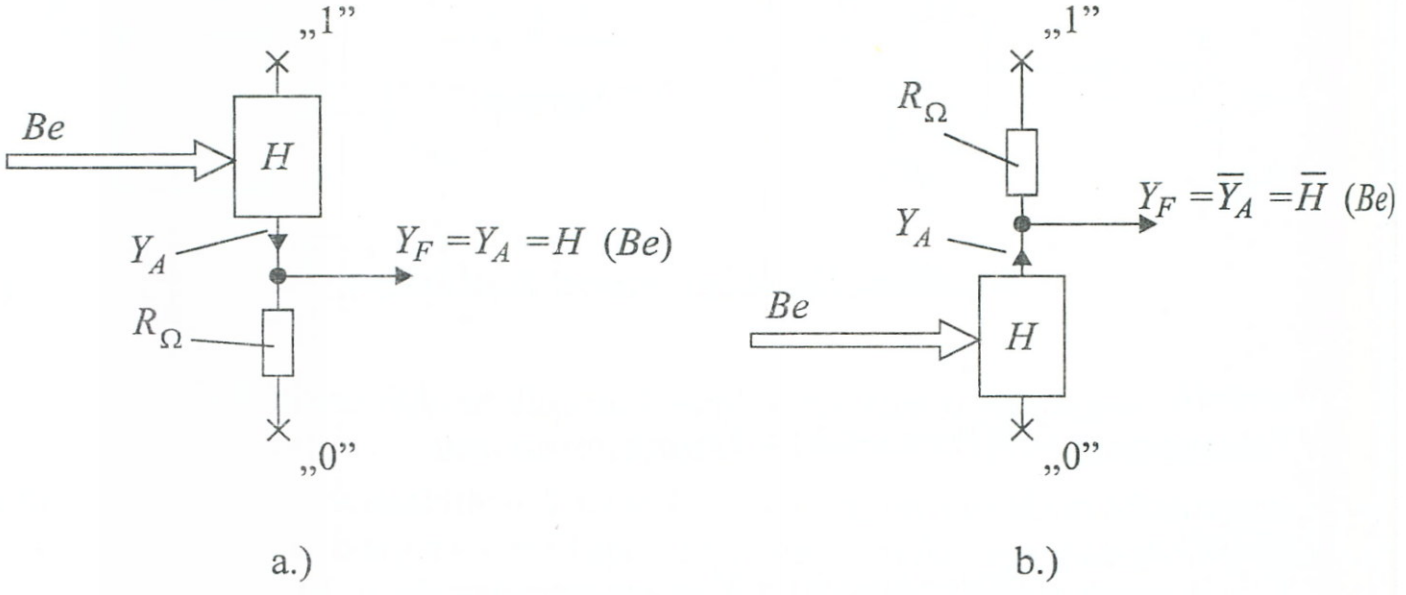
b.) *esetnél:*

$$Y_{ÁRAMLOGIKÁS} = H(\text{Bemenetek}) = \overline{Y}_{FESZÜLTSÉGLOGIKÁS}$$

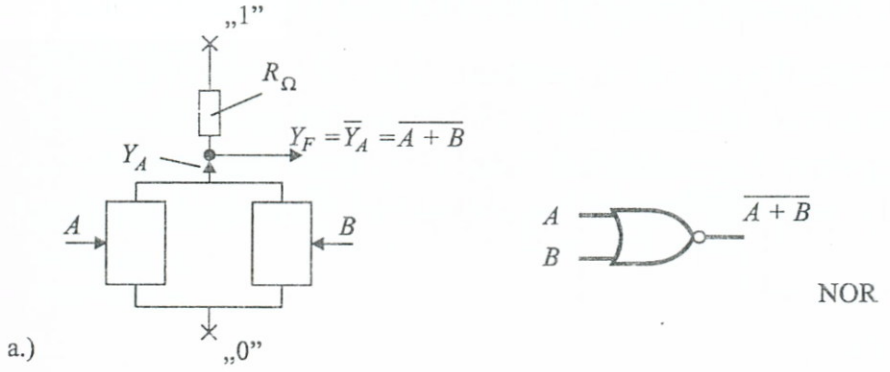
Az 5-10a. és b. ábrákon végezetül felrajzoltuk az 5-9a., és b. ábrák passzív impedanciás változatait is.



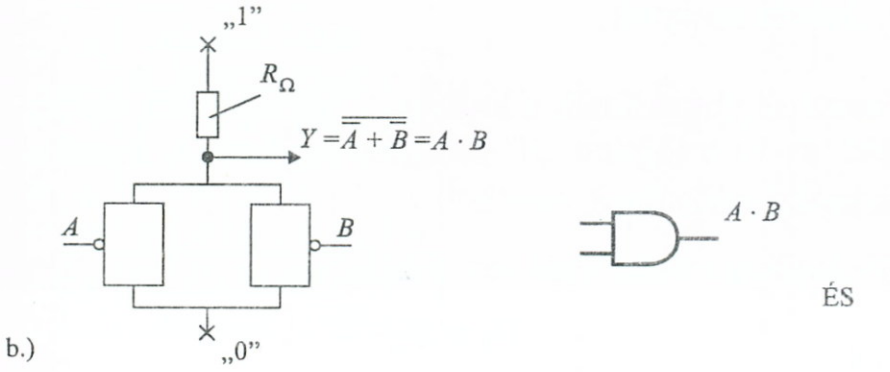
5-9. ábra: *Összefüggés az áram- és feszültséglogikák között*



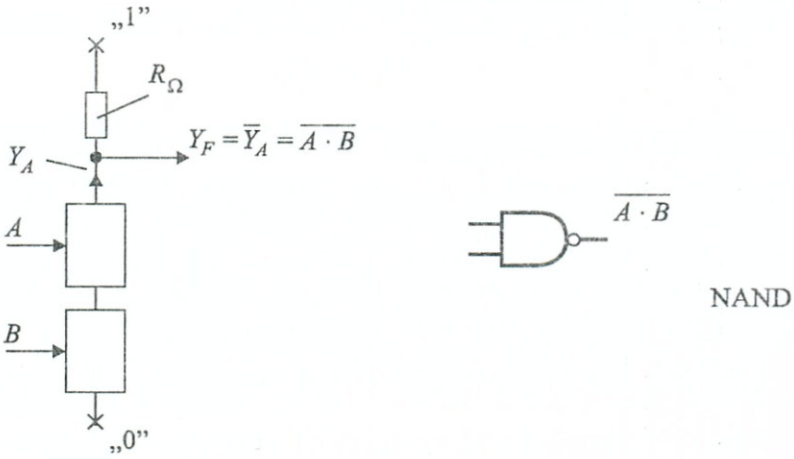
5-10. ábra: *Passzív impedanciás esetek*



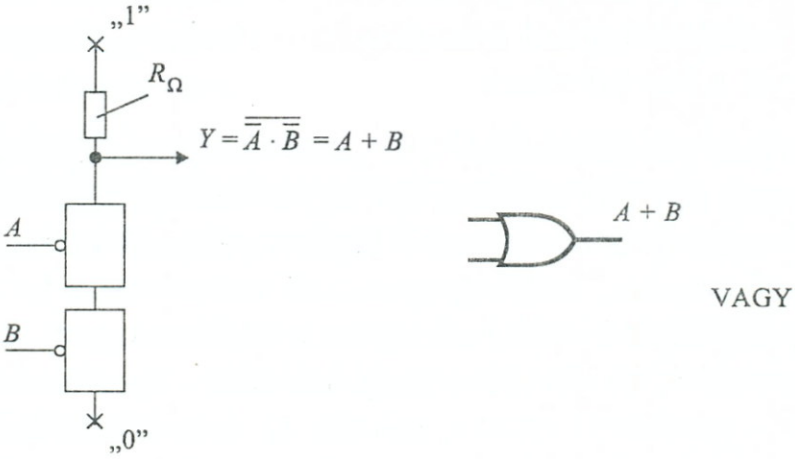
a.) NOR



b.) ÉS



c.) NAND



d.) VAGY

5-11. ábra: *Kapuáramkörök felépítése kapcsolókkal*

5.1.2.3. Kapuáramkörök kialakítása kapcsolókkal

Felhasználva az előző pontban felírt 5.1. összefüggéseket és az 5-10. ábra elvi vázlatait, az 5-11. ábrán felrajzoltuk néhány gyakoribb függvény kapcsolókkal felépített feszültség-logikás realizációját, mely realizációkat a továbbiakban *kapuáramköröknek* nevezünk.

5.1.2.4. Jelviszonyok

a.) Feszültséglogikáknál, a logikai „1" értékekhez rendelt fizikai jelhordozó U_1 és a logikai „0" értékhez rendelt U_0 feszültség egymásközti relációinak függvényében

pozitív logikás rendszerről beszélünk:

$$U_1 > U_0$$

negatív logikás rendszerről beszélünk:

$$U_1 < U_0$$

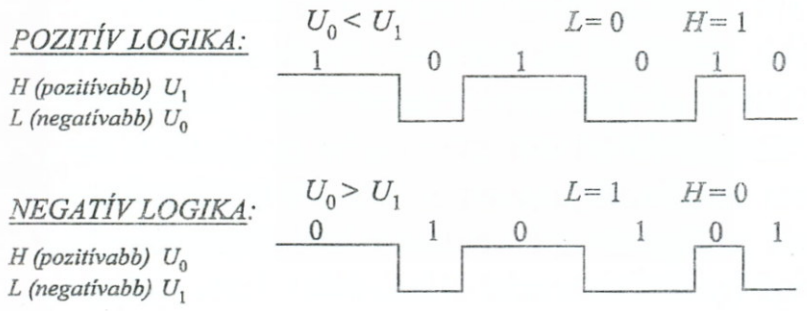
esetén. A pozitív jel „magasabb" lévén ezt a H (High), a negatív jel „alacsonyabb" lévén ezt L (Low) betűkkel fogjuk gyakran megkülönböztetni. Lényeges annak a felismerése, hogy ugyanaz a kapuáramkör más függvényt valósít meg pozitív és mást negatív logikában. Pozitív és negatív logikás viszonyokra utal az 5-12. ábra. Mint látható, a kapott függvénypárok között *dualítás* áll fenn.

b.) Mind a feszültség-, mind az áramlogikáknál – a realizációs eszközök adottságaiból következően – kétféle jelrendszerben működhetnek a berendezések.

Sztatikus jelrendszerben a logikai változók értékeit „hosszabb" időtartamig fennálló jelekhez (pl. egyenfeszültség) rendeljük.

Dinamikus jelrendszerben a logikai változók értékeit egy „rövidebb" időtartamra, még egy garantált toleranciasávba eső jelekhez (pl. egy kapacitás kisülési görbéjének felső szakasza) rendeljük.

A hosszabb, ill. rövidebb meghatározás – mint az idézőjelezés is mutatja – rendkívül relatív, miután az áramkörök működésénél a nanosecundum alattitól a sec. értéktartományig terjedő időjellemzők is előfordulhatnak.



a.)

X_1	X_2	POZITÍV LOGIKA					
		ÉS	VAGY	NAND	NOR	ANT.	EKV.
L	L	L	L	H	H	L	H
L	H	L	H	H	L	H	L
H	L	L	H	H	L	H	L
H	H	H	H	L	L	L	H
X_1	X_2	VAGY	ÉS	NOR	NAND	EKV.	ANT.
		NEGATÍV LOGIKA					

b.)

5-12. ábra: *Pozitív és negatív-logikák jellegzetességei*

5.1.3. Integrált áramkörök általános kérdései

A digitális technika témakörébe tartozó feladatok áramköri realizálása napjainkban főként az *integrált áramkörökön* (IC-ken) alapul. Általános megfogalmazásban integrált áramkörnek nevezzük az áramköröknek vagy áramkör-együtteseknek elválaszthatatlanul összekapcsolt, egy összefüggő testben (chip) történő fizikai megvalósítását az áramkör vagy áramkör-együttes feladatainak elvégzése érdekében.

Az integrált áramkörben elhelyezkedő kapcsolók és elemek száma (az integráltság *mértéke*) alapján több integráltsági fokozatot szoktunk megkülönböztetni.

SSI (Small Scale Integration). Kismértékű integráltság, melynél egy chip-ben néhány darab elemi kapuáramkör található.

MSI (Medium Scale Integration). Közepes mértékű integráltság, melyben az alapáramkörök, kapcsolók száma annyira megnövekedett, hogy a chipben velük felépített áramkör már összetettebb funkciók (pl. számláló, összeadó, kivonó egység stb.) elvégzésére is alkalmas.

LSI (Large Scale Integration). Nagymértékű integráltság.

VLSI (Very Large Scale Integration). Nagyon nagymértékű integráltság.

A két utóbbi közötti határt korábban számszerűen is igyekeztek megadni, de a rohamos fejlődés során ezek az értékek relatívvá váltak. A 60-as évek mikroprocesszorai még néhány ezer, a 80-as évek elején megjelent 32 bit szóhosszal dolgozó mikroprocesszor már 450 ezer kapcsolót tartalmazott, az utóbbi évek memória-fejlesztéseinél pedig már a 16 millió feletti kapcsoló-elem (16 Mbit feletti kapacitás) beépítése is lehetővé vált.

5.1.3.1. Integrált áramkörök főbb jellemzői

Az integrált áramkörök jellemzőit a gyártó cégek katalógusokban adják meg. A fontosabb jellemzőket a következőkben foglaljuk össze:

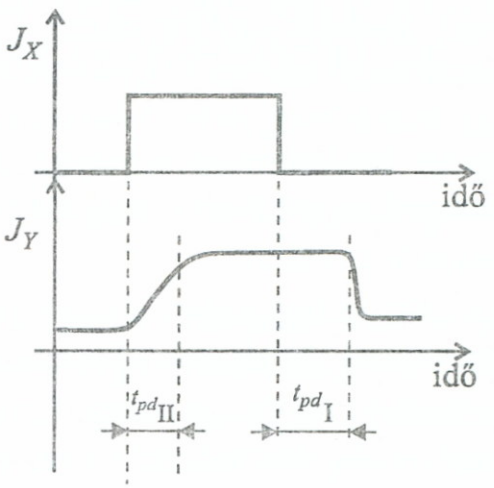
– a.) *Az áramkör által realizált feladat.*

Ez SSI logikai alapkapuk esetén rendszerint a logikai függvény megadásával teljesül, de pl. egy VLSI processzor esetén önmagában egy többszáz oldalas katalógust jelenthet, mely a sok bemenet és sok kimenet működését, összefüggéseit, vezérlését megadja.

– b.) *Működési sebesség-, idő-jellemzők*

Ebbe a körbe tartoznak a be- és kimeneti pontok jelhomlok (felfutási–lefutási) időértékei, vagy egy bemeneti jel hatására az aktuális kimeneten megjelenő változás késleltetése az ún. terjedési időkésleltetés (propagation delay: t_{pd} lásd: 5-13. ábra), de ide sorolhatók a bonyolultabb áramkörök idődiagramjai és működési frekvenciajellemzői is.

$$t_{pd} = \frac{t_{pd_I} + t_{pd_{II}}}{2}$$

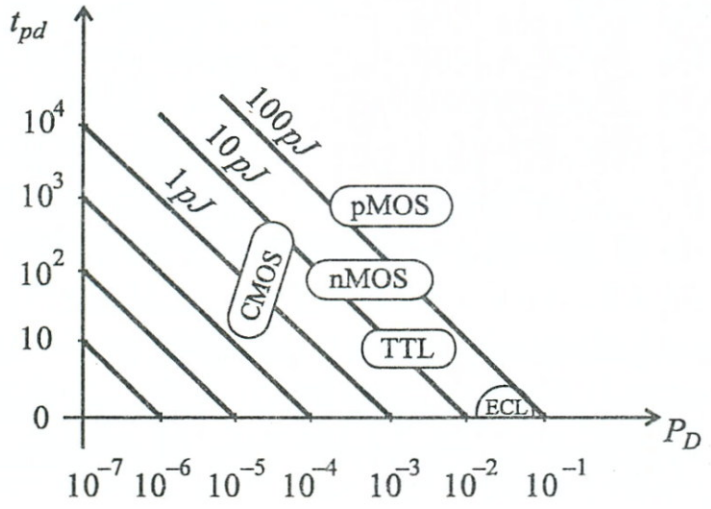


5-13. ábra: *A terjedési idő hatása*

– c.) *Teljesítmény-jellemzők*

Fontos jellemző az IC által disszipált teljesítmény (P_D), mely az áramkör „fogyasztására" és az általa leadott hőmennyiségre utal. A

P_D érték csökkentésére általában minden gyártó törekszik. Mint látni fogjuk, a disszipált teljesítmény csökkentése gyakran ellene dolgozik a működési sebesség jellemzőknek, ezért gyakran az áramkörre vonatkozó: $t_{pd} \cdot P_D$ = terjedési idő-teljesítményveszteség szorzatot („SPEED/POWER") is megadják. Ilyen szorzatok (pJ-piko-Joule-ban történő) összehasonlítására alkalmas az 5-14. ábra, melynél a később részletesebben is ismertetendő integrált áramkör-családok mezőit is feltüntettük.



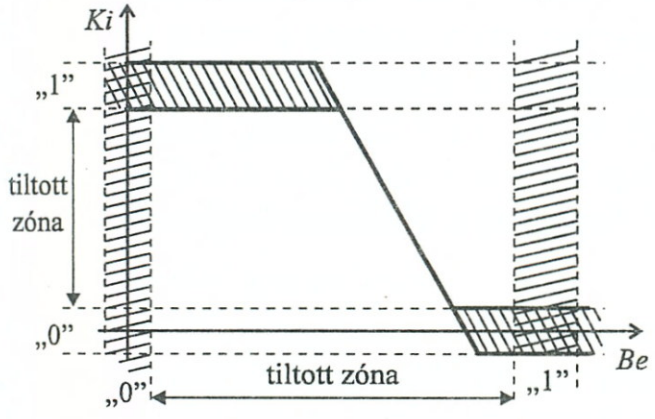
5-14. ábra: *IC családok $t_{pd} \cdot P_D$ szorzata*

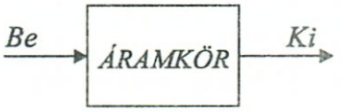
– d.) *Tápfeszültség, ill. tápáram adatok*

Ezek az áramkör (esetleg többféle) tápfeszültségének értékeit, tolerancia-határait, az áramkör által felvett áramérték limiteket adják meg.

– e.) *Logikai értéktoleranciák*

Annak a tolerancia-sávnak határai, melyek a be-, ill. kimeneti pontok „1", ill. „0" logikai értékeit jellemző feszültség és áramjellemzőknél még megengedhetők. Ilyenre mutat példát az 5-15. ábra.





5-15. ábra: *Logikai értéktoleranciák*

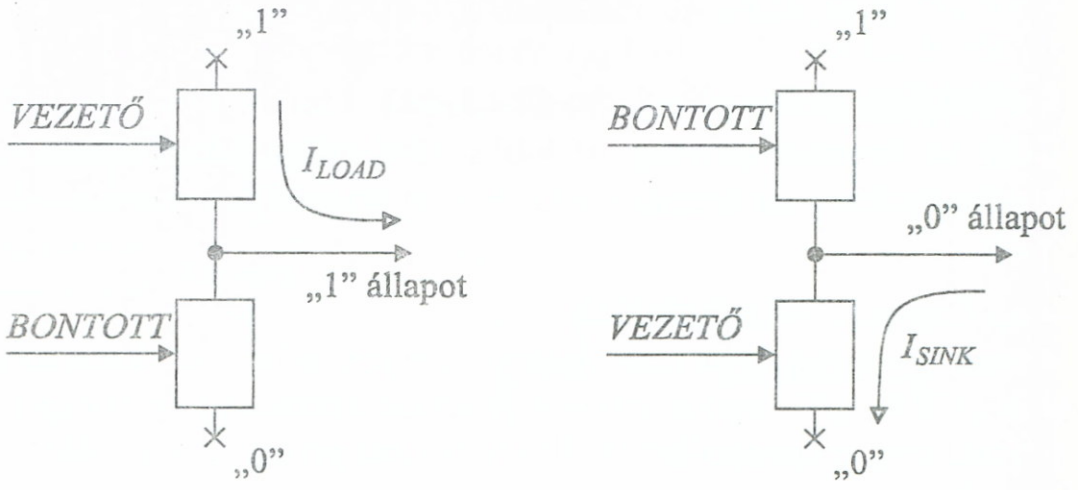
– f.) *Terhelhetőség (FAN-OUT)*

A kérdéses logikai áramkör kimenetének egy-, vagy több meghajtott áramkör által gyakorolt megengedhető terheléséről az ún. FAN-OUT ad tájékoztatást. Ezt rendszerint az adott logikai áramkörkészletre a kialakításkor már specifikusan megállapított *egységterhelés*-ek számával, vagy áramjellemzőre vonatkoztatva (pl. mA, μA) adják meg. A FAN-OUT a „0" és „1" értékekre különböző is lehet. A terhelési áramviszonyokat szemlélteti az 5-16. ábra.

Ha az áramkört a terhelhetőségi specifikáción túlmenően igénybevesszük, akkor a logikai szempontból helyes működés lehetetlenné, vagy kiszámíthatatlanná válhat. Például úgy, hogy a logikai „1" értékhez tartozó U_1 feszültségszint annyira lecsökken, hogy „belelóg" a „0" értékek toleranciasávjába, vagy annyira megközelíti azt, hogy zavarjelek szuperponálódása esetén hamis érték jelentkezhet.

– g.) *Zavarérzéketlenség* (NOISE IMMUNITY)

Az a feszültség, ill. áram-érték, mely a tolerancia-sáv kedvezőtlenebb határértékéhez hozzáadódva, még zavarmentes működést tesz lehetővé.



5-16. ábra: *Terhelési viszonyok „1", ill. „0" állapotnál*

A rendszerkialakításnál egyik kedvező szempont, hogy a zavarérzéketlenség és a feszültség-amplitúdó minél nagyobb legyen, ennek ellene dolgozik a feszültséggel együtt növekvő disszipáció, melynek viszont a csökkentése volna előnyös.

– h.) *Hőmérsékleti jellemzők*

Itt az áramkör tárolásakor, illetve beépített formában történő működtetésekor fellépő hőfokhatárokat adják meg, szükség esetén információt közölnek a hőleadást elősegítő hűtőbordák alkalmazására és méretére vonatkozóan.

– i.) *Geometriai méret és mechanika jellemzők*

Az integrált áramköröket különféle tokozásban hozzák forgalomba. A tok megvédi az áramkört a külső mechanikai-, vegyi-, hő-, esetleg sugárzási hatásoktól. A gyártó cégek elterjedten az ún. FLAT, ill. az ún. DIL (Dual-In-Line) rendszerű tokozást használják. E két rendszeren belül számos további variáció létezik.

A tokok anyaga rendszerint műanyag, fém-üveg vagy kerámia, de előfordulnak különleges felhasználású anyagok is. A normál kiviteleknél a kivezető lábak száma 50 alatt van, de léteznek 64 (pl. QUIP), 104 (PINBELL), sőt 196 (PIN-GRID-ARRAY) lábú speciálisabb megoldások. Például a QUIP (Quad-IN-Line) tokozásnál nem hagyományos láb-kivezetéseket találunk (leadless), hanem a kerámia-tok oldalán 64 „kontakt felület" van kialakítva, melyek a tok belsejében elhelyezkedő áramkörök külső csatlakozásait biztosítják. Az IC tokot egy foglalatba kell helyezni, és a foglalat lábai forraszthatók be a nyomtatott áramköri lemezbe. A tok-foglalat párost még egy, a tokra ráhelyezhető hűtőlemez is kiegészíti. A háromdarabos garnitúra olyan kialakítású, hogy rajta mérőpontok is találhatók, így ezeken keresztül az egyes csatlakozásokon megjelenő jelek beépített állapotban is ellenőrizhetők.

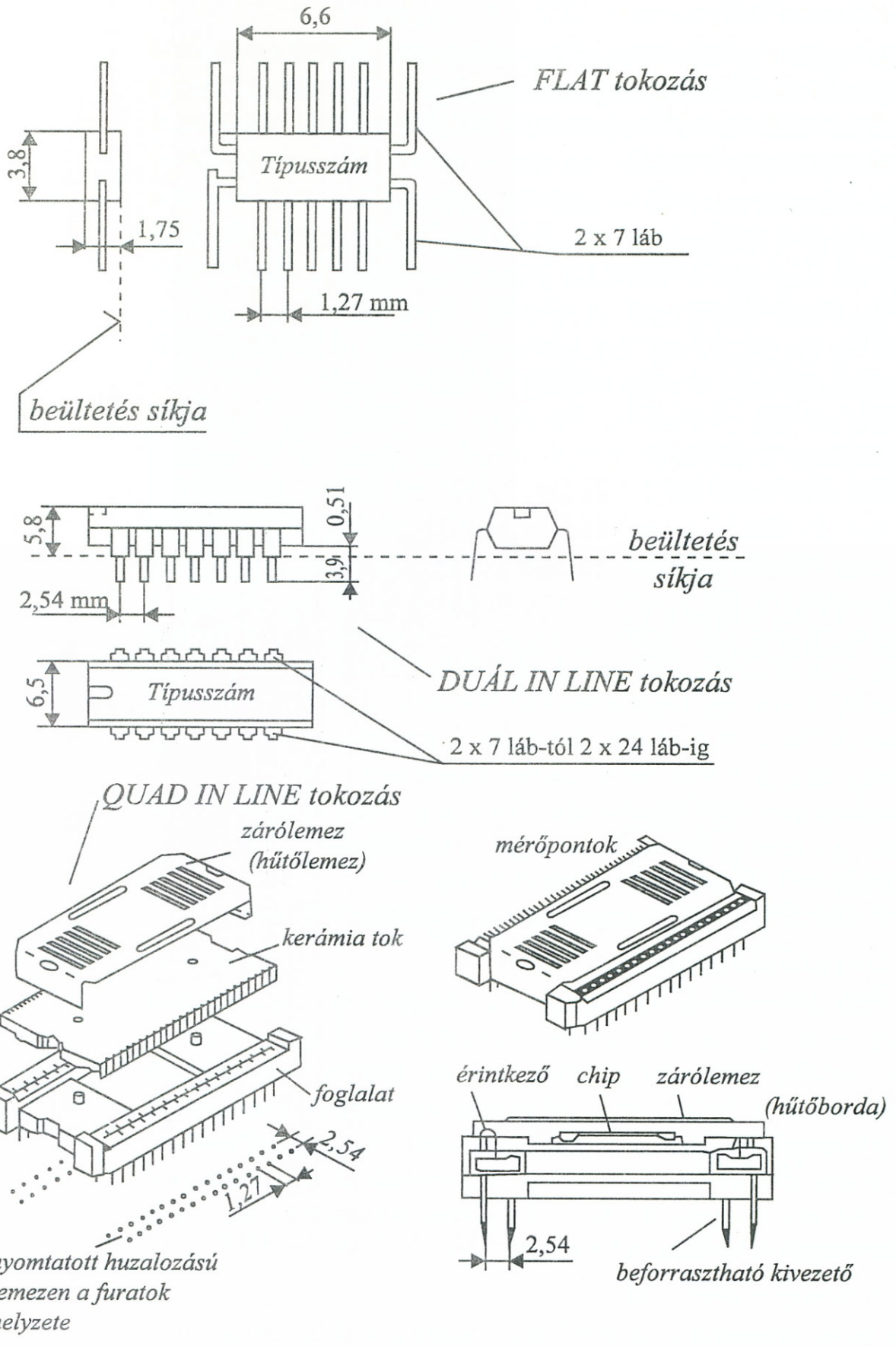
FLAT, DIL ÉS QUIP tokozásra mutat példát az 5-17.ábra.

– j.) *Csatlakozási topológia*

E jellemzők keretében az áramkör külvilággal való kapcsolódási pontjainak és az IC tok lábainak összerendelését, valamint a tápfeszültség csatlakozásokat adják meg. Ha az áramkör egyszerűbb felépítésű, akkor a logikai szimbólumokat berajzolják közvetlenül az IC-t jelképező téglalapba a megfelelő „láb"-ak megjelölésével, (ilyenre mutat példát az 5-18. ábra). Ha összetettebb áramkörről van szó, akkor a csatlakozásokat a katalógus táblázatban esetleges kiegészítő magyarázatokkal adja meg.

– k.) *Különleges előírások*

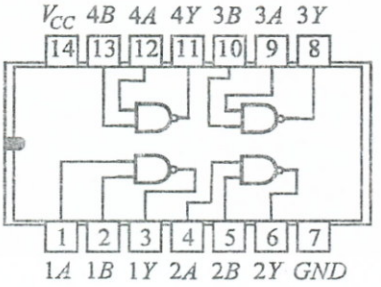
Ezek az IC szerelésére, szállítására, csomagolására, mechanikai gyorsulásra, mágneses-, nukleáris-, optikai behatásokra vonatkozó előírások, klimatikus feltételek, sztatikus feltöltődési feszültségek védelmére utaló előírások stb., lehetnek.



5-17. ábra: *Tokozási példák*

Bekötési rajz katalógusból
4 x 2 bemenetű pozitív NAND kapu bekötése

$$Y = A \mid B = \overline{A \cdot B}$$



5-18. ábra

5.1.3.2. Integrált áramkör-családok

Az alkalmazott félvezetők fizikai működési elve és az előállítási technológia alapján az integrált áramköröket hasonlóan a 3. fejezet félvezető csoportosítását két nagy csoportra soroljuk:

– bipoláris áramkörök,
– MOS áramkörök.

Mindkét csoportban további felosztást végezhetünk, és így többféle *integrált áramköri családot* különíthetünk el. Ezek közül – digitális rendszereinkben – leggyakrabban a következő családokkal fogunk találkozni:

Bipoláris:	TTL
	SDTL, STTL
	ECL
MOS:	p-MOS
	n-MOS
	c-MOS

A különféle családok egymástól számos mutatóban térnek el, mint például:

– működési sebesség (frekvencia),
– működési jelalakok,
– teljesítményfelvétel,
– IC tokon belüli helyszükséglet,
– működtető feszültség,
– megbízhatóság,
– költségek
– stb.,

ezért a különféle felhasználási feladatoktól függően egyik vagy másik alkalmazása az előnyösebb valamely áramkör megépítésénél.

Az áramkör-családok létrehozásakor bemeneti-, belső-, kimeneti típusú „modul elemeket" alakítottak ki az egyes gyártók. E modulokat az aktuális áramkör megvalósításakor – attól is függően, hogy SSI, MSI, LSI, VLSI az integráltság mértéke – az adott feladatnak megfelelően kombinálják a tokon belül.

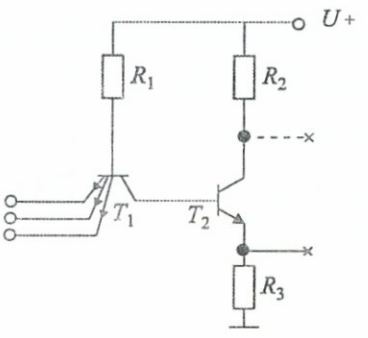
5.2. Bipoláris integrált áramkörök

A bipoláris tranzisztor kapcsolóüzemű működtetésének alapelveit már a 3. fejezet 3.6.4. pontjában tárgyaltuk. A következőkben az elterjedtebb bipoláris családok jellemzőit foglaljuk össze.

5.2.1. A T²L család (T²L – *Transistor to Transistor Logic*)

A *T²L* integrált áramkörök klasszikus alap-eleme az 5-19. ábrán látható, több emitteres-tranzisztort tartalmazó alapkapcsolás, melyet valamennyi gyártó cég (TEXAS, SYLVANIA, Fairchild, MOTORO-LA, PHILIPS stb.) áramköreiben kisebb variációs eltérésekkel megtalálunk és mind bemeneti, mind belső modulelemként használatos.

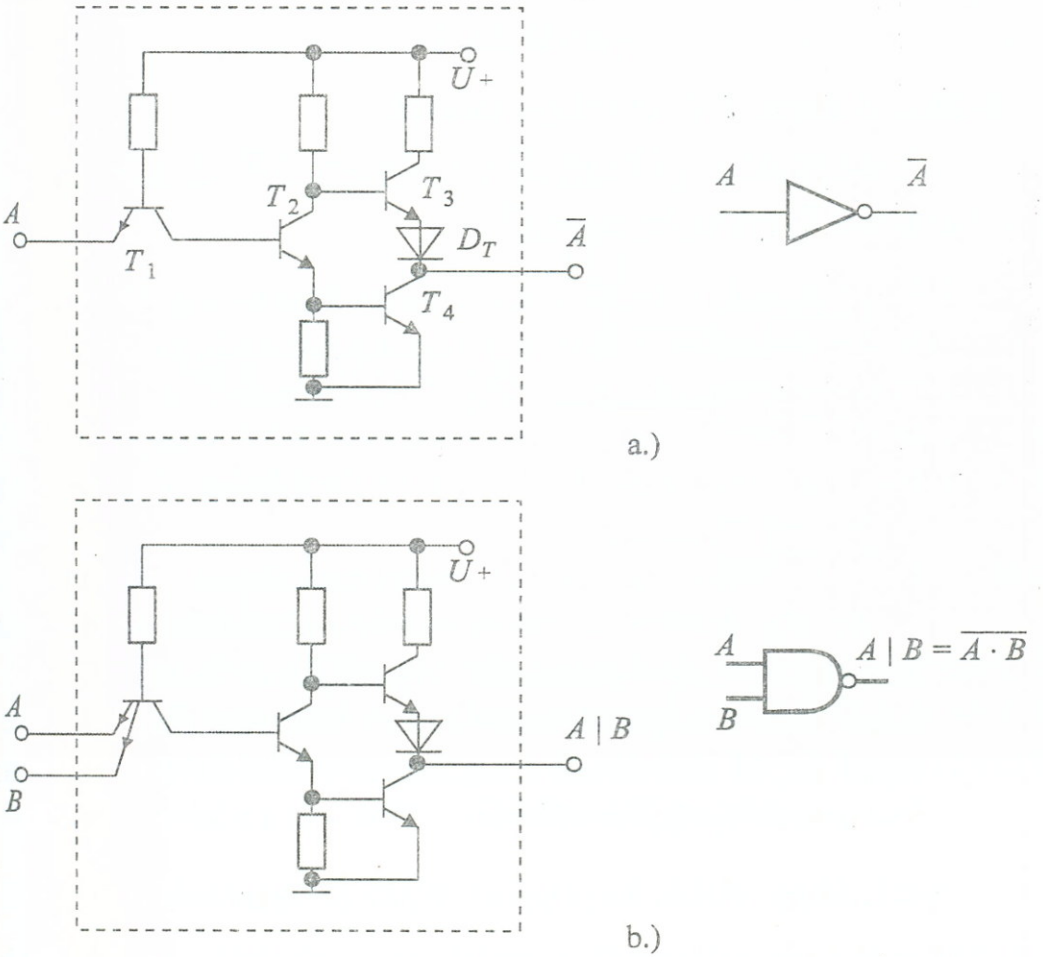
Az ábrán szereplő T_1 tranzisztor bármelyik bemenetére 0V-ot adva, ez a tranzisztor telítésbe kerül és közel rövidzárként viselkedik. Így a T_2 tranzisztor lezár, emitter-ponti kimenetén közel 0V, kollektorponti kimenetén magas feszültségszint jelenik meg. A T_2 tranzisztor után vagy egy újabb belső modul elem (pl. MSI-nél), vagy egy kimeneti elem (pl. SSI-nél) következik, mely a legtöbb esetben vagy ún. *totem-pole* megoldású, vagy ún. *szabadkollektoros* megoldású, de háromállapotú *(three state)* is lehet.



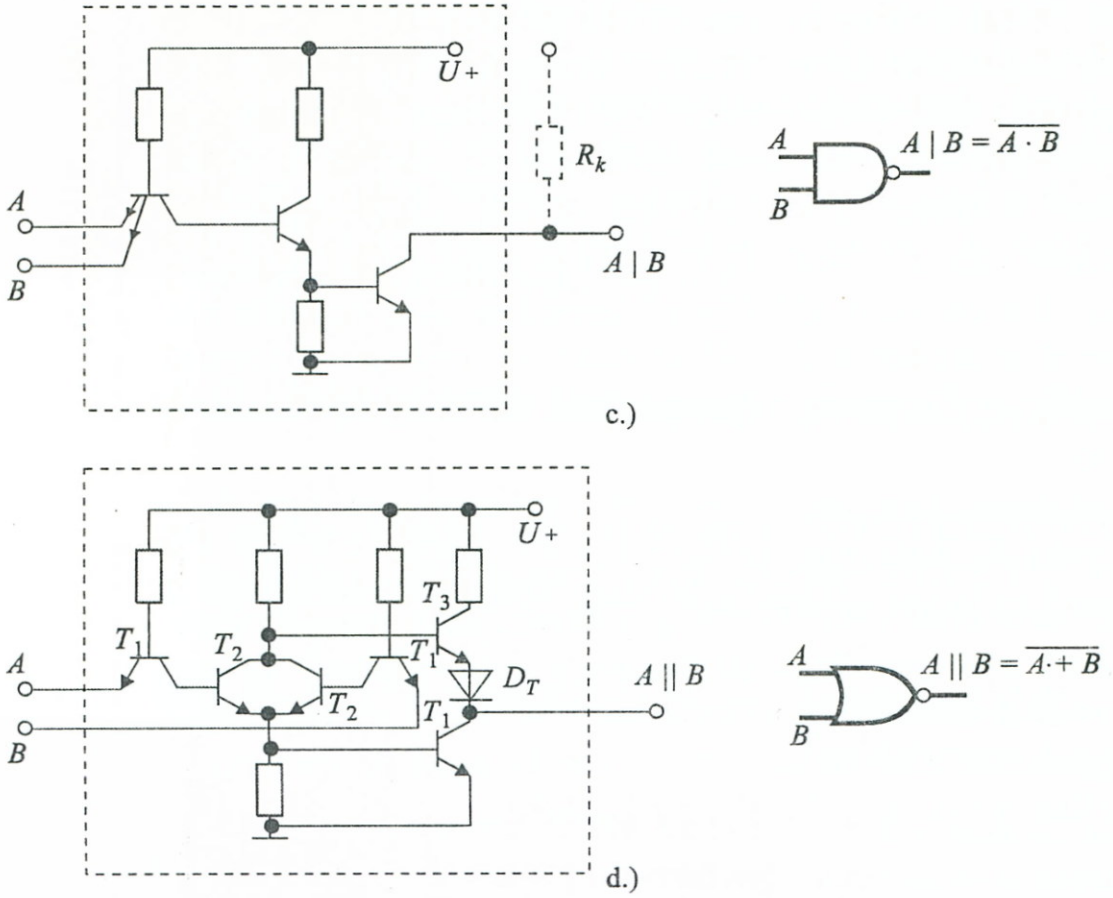
5-19. ábra: *T²L alapelem*

TOTEM POLE kimenettel van ellátva például az 5-20a. ábrán látható NEM, az 5-20b. ábrán látható 2 bemenetű SSI NAND kapcsolás, vagy az 5-20d. ábrán látható SSI NOR kapu. A totem-pole kimenetnél a T_3 és T_4 tranzisztorok ellenütemben működnek telített üzemmódban. Kimeneti $Y = 1$ értéknél pozitív logika esetén T_3 vezet, T_4 zárva van. $Y = 0$-nál T_3-T_4 szerepe megfordul. Ez a kapcsolás igen előnyös, mert kis kimenő impedanciával rendelkezik. Az ellenütemű működést a T_2 kollektoráról, ill. emitteréről történő hajtás biztosítja. A D_T dióda a T_2 tranzisztor biztonságosabb lezárását segíti elő.

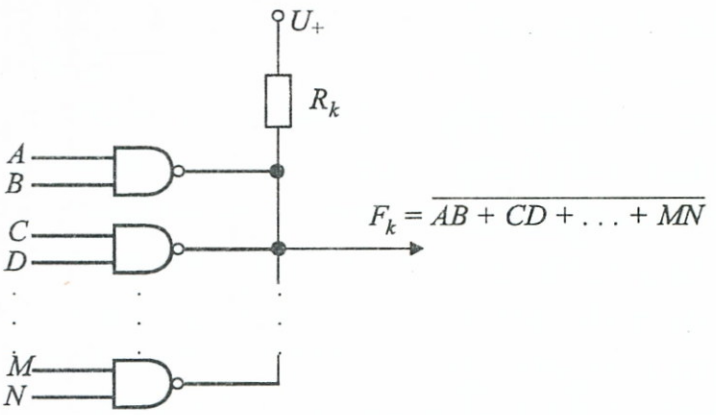
SZABADKOLLEKTOROS kimenettel van például ellátva az 5-20c. ábra SSI NAND kapuja. Ilyen kimenetekkel valósíthatók meg az ún. *huzalozott* (WIRED) kapcsolások, több szabadkollektoros kimenet tranzisztorának párhuzamos kapcsolásával és egy közös R_K munkaellenállás külső beiktatásával. Ilyen szabadkollektoros kimenetekből álló huzalozott kapcsolás útján történő függvény realizálás látható az 5-21. ábrán példaként.



5-20.a, b ábra: *T^2L alapkapcsolások*



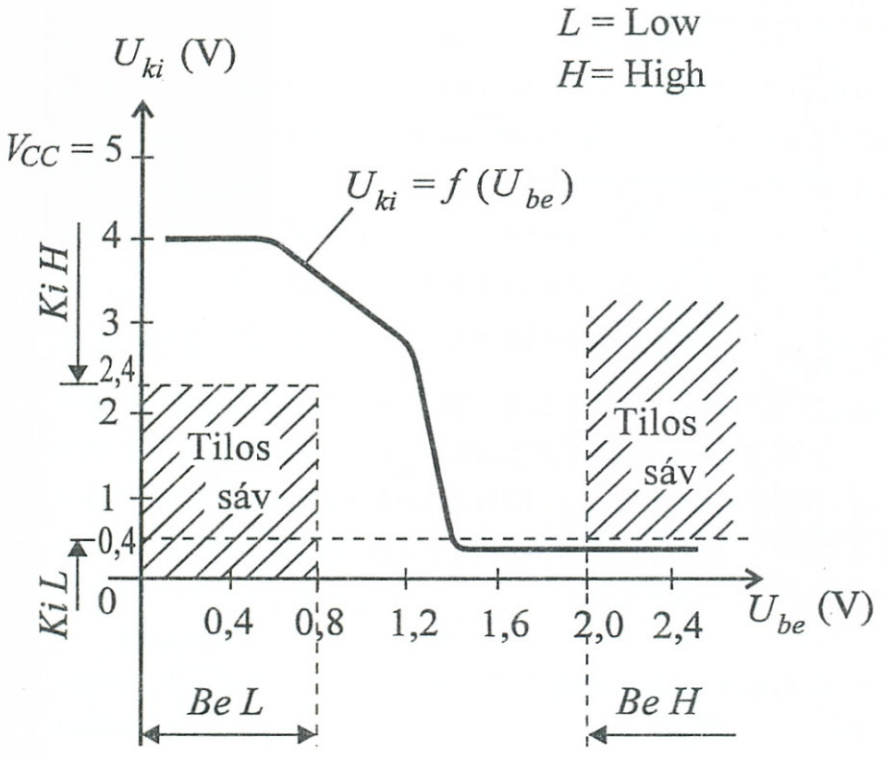
5-20.c, d ábra: *T^2L alapkapcsolások*



Az R_K értékét a katalógusokban található táblázatok vagy formulák segítségével lehet adott esetre meghatározni, a kapcsolásban szereplő kapuk számának és a kimenő oldal terhelőáramának függvényében

5-21. ábra: *Példa huzalozott (WIRED) kapcsolásra*

A T^2L működési jellemzők szemléltetése céljából az 5-22. ábrán megadtuk egy tipikus alapáramkör $U_{ki} = f(U_{be})$ transzfer karakterisztikáját az értéktartományok feltüntetésével.



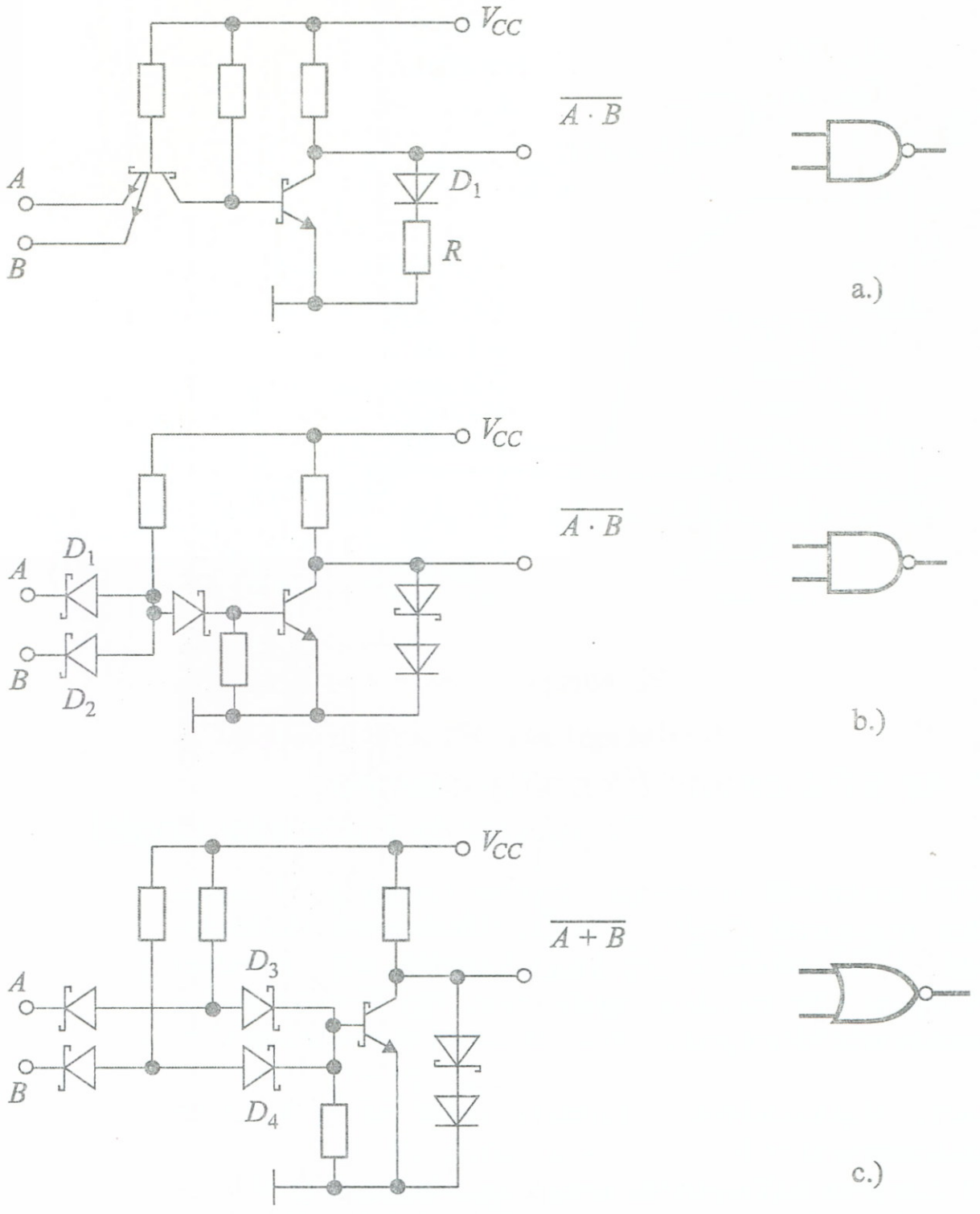
5-22. ábra

5.2.2. Az ST^2L család (Schottky-clamped Transistor to Transistor Logic)

Az ST^2L áramkörök struktúrája jellegében hasonló a T^2L család elemeihez, az alapvető eltérést a Schottky tranzisztorok alkalmazása jelenti. A Schottky-eszközök kapcsolóüzemű működtetésével már a 3. fejezet 3-59. ábrájánál foglalkoztunk, egy Schottky-diódás kapuáramkör működését pedig a 3-38. ábrájával kapcsolatban vizsgáltuk.

Schottky alapáramköröket foglaltunk össze az 5-23. ábrán szemléltető célzattal.

Az 5-23a. ábra STTL-NAND kapujának sebességét tovább fokozza a D_1-R szintfogó osztólánc, melynek jóvoltából a H és L logikai szintek közötti különbség az 1V-ot sem éri el, így a rövidebb feszültségugráshoz rövidebb működési idő adódik.



5-23. ábra: *ST^2L és SDTL kapuk felépítése*

5.2.3. Az ECL család *(Emitter Coupled Logic)*

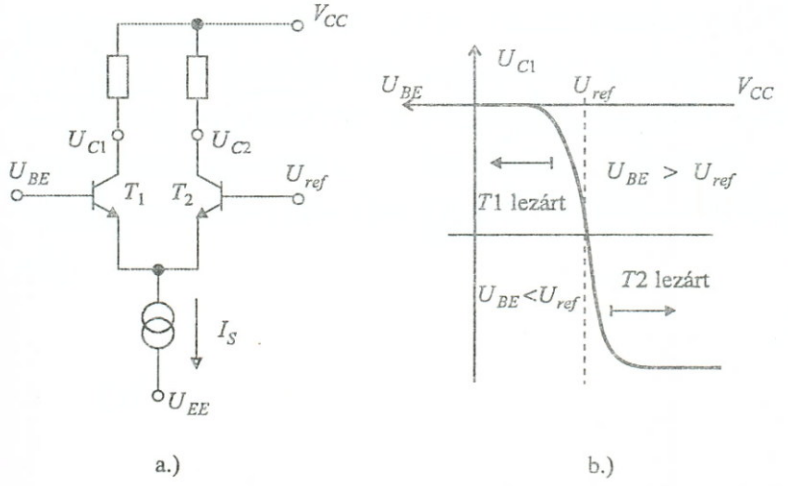
Az ECL technikát SSI, MSI és LSI szinten is alkalmazzák nagysebességű feladatok áramköreinél. Ezt a nagyobb sebességet az ECL-nél két „trükkel" érik el:

– *Egyrészt* a tranzisztorokat nem vezérlik a telítési tartományba, azaz a működésük sávja a 3-59b. ábra karakterisztikájának I.–II. pontjai közé az ún. „aktív tartományba" esik. Ez az üzemmód természetesen azzal jár, hogy a tranzisztornak mind kollektorfeszültsége, mind kollektor-árama, és ezzel együtt $P_D = U_C \cdot I_C$ disszipált teljesítménye számottevően megnövekszik. A nagy működési sebesség t_{pd} = 0,7 ~ 1 nsec következtében – fentiek ellenére – a $t_{pd} \cdot P_D$ szorzat még elfogadható mértékben marad. (15 ~ 80 pJ)

– *Másrészt* a logikai „1" és „0" értékeket hordozó feszültségszintek közötti különbséget jelentősen csökkentették (≈ 0,8 ~ 0,9V). Ez utóbbi miatt azonban megnövekedett a rendszer zavarérzékenysége (a zavarjel 10 mV nagyságrendű), mivel a zavarjelként érkező feszültségugrások, ha elég nagyok, „átcsaphatnak" a másik logikai szint toleranciasávjába.

Az ECL kapu alapelvében az ún. *differenciál komparátor* működésére ismerhetünk.

Az 5-24. ábra kapcsolásán a T_1, T_2 tranzisztorok közös emitterkörében egy I_S áramot szolgáltató áramgenerátor helyezkedik el. A T_2 tranzisztort egy állandó U_{ref} referenciafeszültségre kapcsoljuk. Ha mindkét tranzisztort U_{ref} vezérelné, akkor a két párhuzamos ág között az I_S áram egyenlő mértékben oszlana meg. Ha a T_1-et vezérlő $U_{BE} < U_{ref}$, akkor a bázis-emitter feszültségtől való meredek áramfüggés hatásaként a két tranzisztor között olyan jelentős átvezetésbeli különbség keletkezik, hogy a teljes áram a T_2 ágon folyik át. Ha $U_{BE} > U_{ref}$, akkor a helyzet a két ág közt megfordul. A meredek átváltás már viszonylag alacsony szintkülönbség esetén (± 120 mV körül) bekövetkezik.



a.) b.)

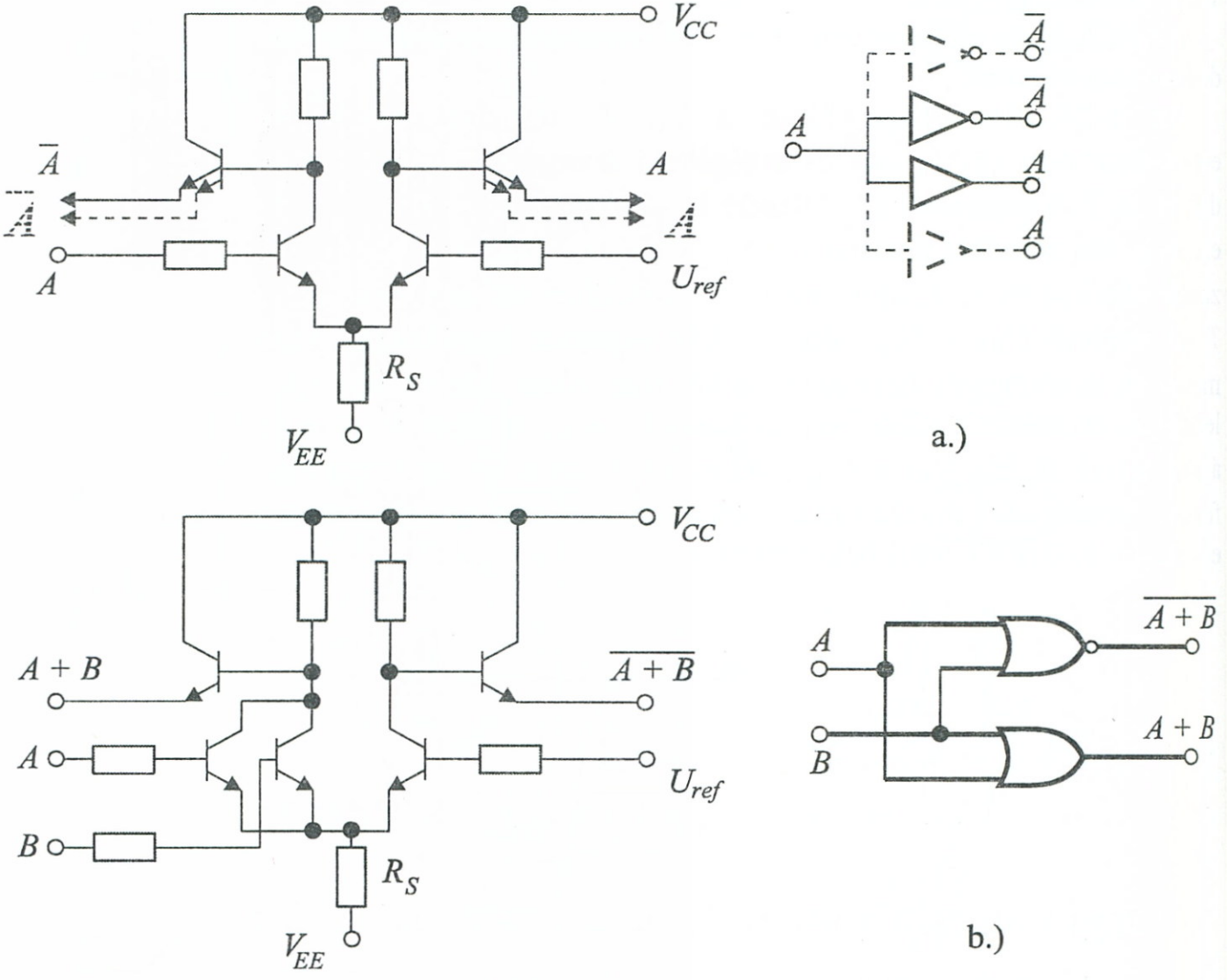
5-24. ábra: *ECL alapkapcsoló és a komparátor átváltása*

Az ECL-nél az U_{EE} negatív érték (kb. –4,5V), tehát a változások negatív polaritásúak a V_{CC}-hez viszonyítva, így a logikai „1", ill. „0" értékeknek megfelelő feszültségek:

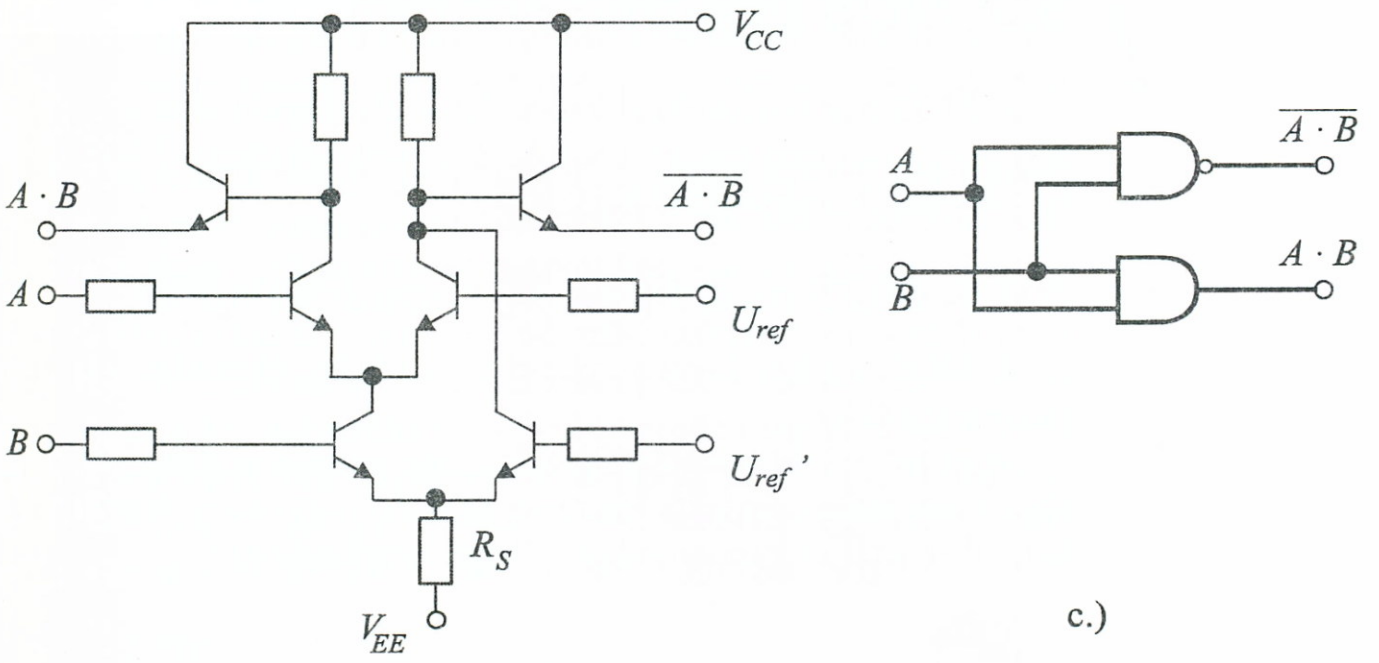
$$U_H = -1{,}6 \text{ V}$$

$$U_L = -0{,}7 \text{ V}$$

A gyakorlatban alkalmazott kapcsolásoknál az I_S áramgenerátort egy R_S ellenállás realizálja, a kollektorok kimeneti pontjaira részben áramerősítési, részben szinteltolási feladattal emitterkövetők kerülnek, ezek bizonyos esetekben több-emitteres tranzisztorok is lehetnek. (pl. 5-25a. ábra) Az emitterkövetők szabadon (OPEN EMITTER) kerülnek kivezetésre, így huzalozott (WIRED) kapcsolások is realizálhatók.



5-25a, b. ábra: *ECL INVERTER-KÖVETŐ, NOR-OR, NAND-AND kapuk*



5-25c. ábra: *ECL INVERTER-KÖVETŐ, NOR-OR, NAND-AND kapuk*

Fenti elven megvalósított ECL áramköröket mutatunk be az 5-25. ábrán.

Az 5-25b. ábrán egy NOR-OR kaput láthatunk. A VAGY funkciót két, párhuzamosan kapcsolt tranzisztor állítja elő és a kapcsolás külön előnye (ez különben az ECL-re általános jellemző), hogy a negált: $\overline{A+B}$ és a ponált A + B egyidejűleg megjelenik az áramkörben. Emiatt számos inverter művelet külön elvégzése megtakarítható és ez mind a terjedési idő, mind a helyszükséglet szempontjából nagyon kedvező.

Az 5-25c. ábrán egy kétbemenetű NAND-AND kaput rajzoltunk fel. Itt be kellett egy további referenciafeszültséget (U_{ref}) is vezetni, mivel a *B* bemenetre csatlakozó soros tranzisztor nyitó bázisfeszültsége negatívabb az *A* bemenetre csatlakozó tranzisztorénál. Az új referenciafeszültség bevezetése a rendszerkialakítás szemszögéből hátrányos tulajdonság, ezért – ha lehet, célszerű a feladatot NOR-OR rendszerű realizációba transzformálni, ahol az U_{ref}'-re nincs szükség.

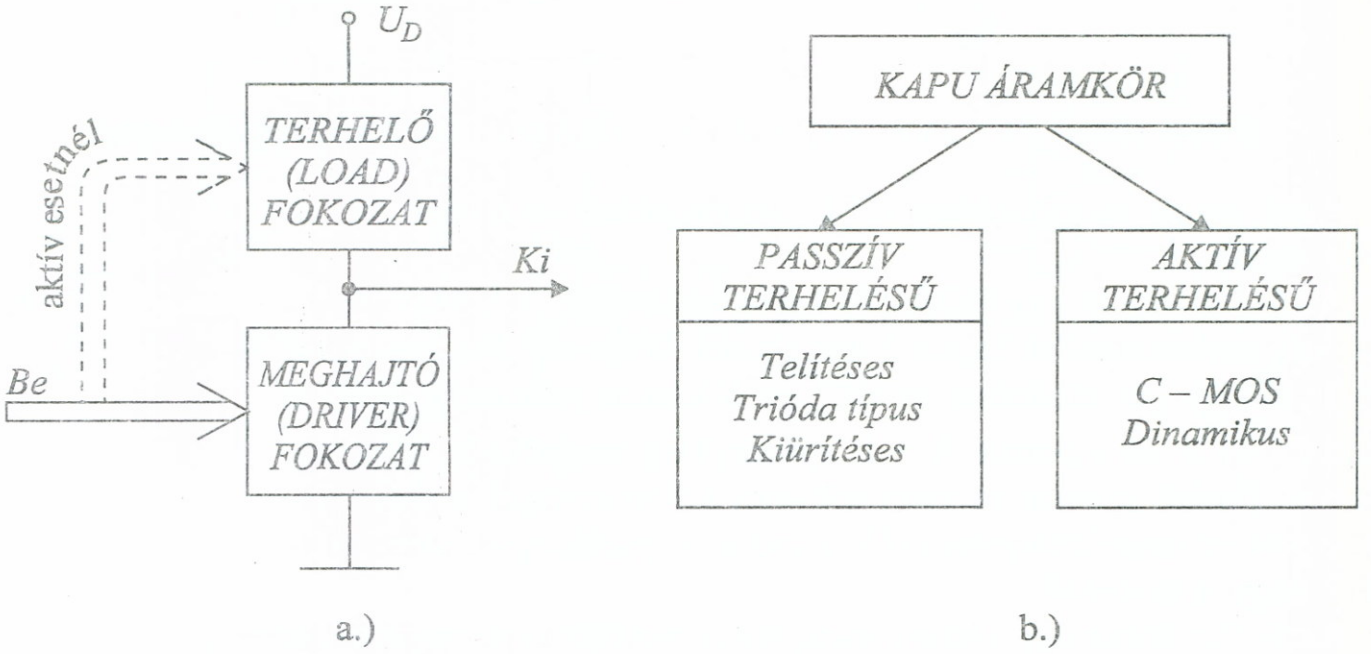
5.3. MOS integrált áramkörök

A MOS tranzisztorokkal kapcsolatos alapfogalmakat a 3. fejezet 3.7. pontjában már összefoglaltuk. A következőkben a MOS digitális integrált áramkörökkel foglalkozunk.

5.3.1. MOS inverterek és kapuáramkörök

A MOS logikás kapuáramköröket az 5-26. ábra elvi vázlatával jellemezhetjük.

Mint az 5-26b. ábra család-felosztási sémája mutatja, az 5-26a. ábra hálózatának terhelő fokozata *passzív* vagy *aktív* felépítésű lehet, és ez a teljes kapuáramkör jellegét meghatározza.



5-26. ábra: *MOS családok csoportosítása*

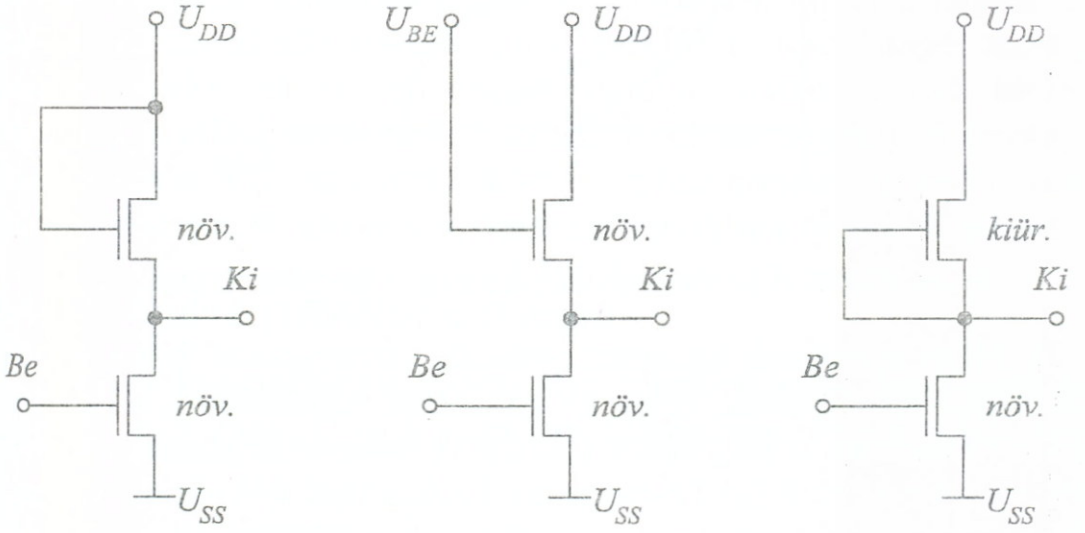
5.3.1.1. Passzív-terheléses hálózatok

Passzív terhelésnél a terhelő fokozatot egy (valójában nemlineáris) ellenállásként felhasznált MOS tranzisztor képviseli, melynek nem vezérelt GATE-jét egy fix értékre kötjük be. A MOS terhelés alkalmazása főként azért előnyös, mert egy ellenállás mikroelektronikai példánya lényegesen nagyobb helyet igényelne az IC lapkán, mint az őt helyettesítő tranzisztor. A teljes struktúra az 5-10. ábra passzív impedanciájú kapcsoló hálózataival áll rokonságban.

A terhelő MOS tranzisztorok GATE-jének bekötésétől függően különféle tulajdonságú áramkörváltozatokat alakíthatunk ki, melyeket egy inverter kapcsán érdemes tanulmányozni az 5-27. ábrából kiindulva:

(Megjegyezzük, hogy amennyiben a kapcsolásoknál a p-típusú, ill. n-típusú jelleg kihangsúlyozása nem fontos, akkor az 5-27. ábrán látható általánosított szimbólumot is használni fogjuk.)

a.) *Telítéses* típusú inverternél mindkét tranzisztor növekményes és azonos (gyakrabban n) típusú. Az elrendezés előnye az egyszerű technológia, a kis helyszükséglet és az egyetlen tápfeszültség. Hátrány, hogy a logikai „0" szint magasan indul, míg az „1" szint alacsonyabb (U_{DD} - V_T), így a kettő közötti különbség kevésbé markáns, továbbá a jel-felfutás sokkal lassabb, mint a lefutás.



a.) *Telítéses*

b.) *Trióda*

c.) *Kiürítéses*

5-27. ábra: *Passzív terheléses MOS inverterek*

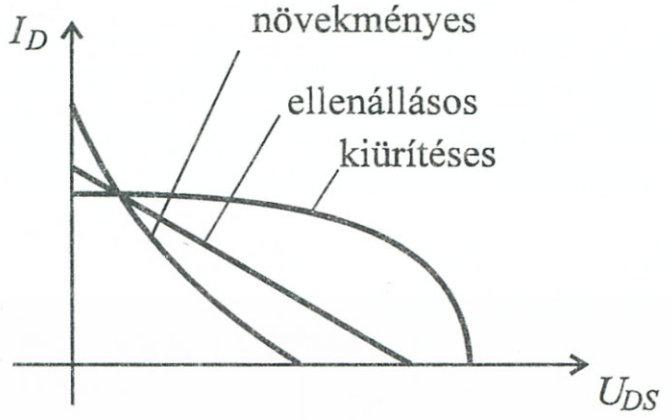
b.) *Trióda* típusú inverternél mindkét tranzisztor növekményes és azonos típusú. Előnyös tulajdonság itt is az egyszerű technológia, a logikai szintek közötti megnövekedett feszültség („1" szint ≈ ≈ U_{DD}). Hátrány a legalább kétféle (néha három, ha a szubsztrátot alacsonyabbra kötik) tápfeszültség és az előző esethez hasonló kiegyenlítetlen fel-lefutási időeltérés.

c.) *Kiürítéses* típusú inverternél a terhelő tranzisztor kiürítéses, míg az alsó növekményes. Mindkettő n-típusú. Előnyösnek tekinthető a TTL kompatíbilis U_{PD} (+5V), a magas „1" szint (U_{DD}), me-

redekebb transzfer karakterisztika és az előzőkhöz képest megrövidült 0 → 1 kapcsolási idő. Hátrányként említhetjük a bonyolultabb technológiát.

A három inverter-típus között – az előnyök és hátrányok összevetése után – a kiürítéses típus tekinthető a kedvezőbbnek.

További összehasonlításra ad lehetőséget az 5-28. ábra, mely az ohmos, telítéses és kiürítéses terhelő fokozatok jelleggörbére gyakorolt hatását ábrázolja.



5-28. ábra: *A terhelésfajták hatása a karakterisztikára*

A MOS inverterek kimeneti *terhelési viszonyainak* felmérésénél abból kell kiindulnunk, hogy az inverterek kimenetén a külső terhelést elsősorban a meghajtott fokozatok *bemenő kapacitása* képviseli, mivel a terhelő GATE-bemeneteknek a föld felé ohmos vezetésük nincsen, és a csatlakozó vezetékek ohmos ellenállása ezek kapacitása mellett, ugyancsak elhanyagolható. Egyenáramú terhelés gyakorlatilag nem lévén, a MOS áramköröknél így nem adható meg a TTL-ekhez hasonló egyértelműséggel a FAN-OUT érték. Mivel a dinamikus külső terhelést jelentő kapacitásokban a csatlakozó vezetékek kapacitása tetemes hányaddal szerepel, ezért egy dinamikus FAN-OUT megadása sem egyértelmű.

A sebesség-viszonyok felmérésénél számításba kell vennünk az előzőek alapján, hogy a passzív terhelés a fel-lefutási időarányokat elméletileg is elrontja, ez a különbség az a.) és b.) eseteknél egy nagyságrend is lehet, de a c.) esetben is 2 ~ 3-szoros.

A *teljesítmény*-viszonyok mérlegelésekor sztatikus és dinamikus fogyasztással is kell számolnunk. Ebből következik, hogy nagyobb frekvenciákon a MOS-áramkörök disszipált teljesítménye számottevően megnövekszik.

A (teljesítmény) × (idő)-szorzat elsősorban az időfaktor miatt lesz magasabb.

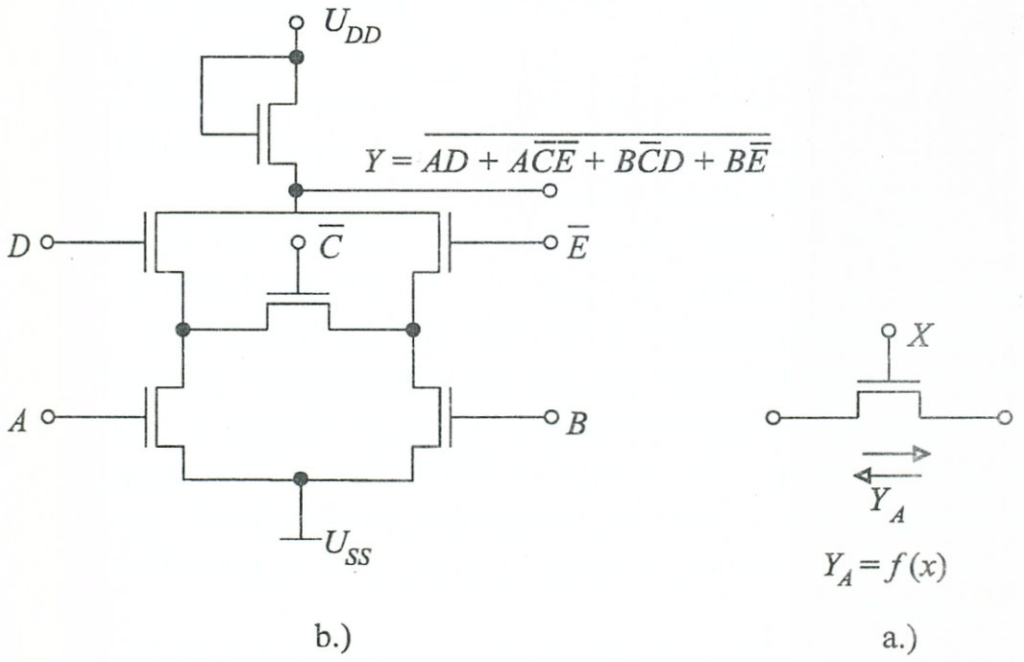
5.3.1.2. Passzív terheléses kapuáramkörök

A passzív terheléses kapuáramkörök kialakításánál az 5-11. ábra kapcsolóhálózatai szolgálnak mintául, csupán a kapcsoló szimbólumok helyére kell MOS szimbólumokat, az „1" és „0" forráspontok helyére tápfeszültség-szimbólumokat helyettesítenünk.

A tényleges realizációnál a NAND-kapu kialakításakor sok MOS-tranzisztor sorbakapcsolása nem előnyös, mivel a feljebb és feljebb elhelyezkedő tranzisztorok SOURCE feszültsége mindig feljebb tolódik, és ez kedvezőtlen hatással járhat. Emiatt MOS-kapukkal történő tervezéskor célszerű olyan logikai függvényátalakításokat végezni, mely főként párhuzamosan kapcsolt tranzisztorokkal, NOR-jellegű struktúrában realizálja a logikai feladatot.

5.3.1.3. Átvivő (TRANSFER) kapu

A MOS-tranzisztor működési elve lehetővé teszi, hogy rajta az áram $S \rightarrow D$ vagy $D \rightarrow S$ irányban folyhasson, azaz a tranzisztor



5-29. ábra: *Transzfer kapu (a) és HÍD kapcsolás transzfer kapuval (b)*

elvileg egy áramlogikás kétirányú jelfogó-kontaktus elektronikus megfelelőjeként is felfogható. E bilaterális tulajdonság új kapcsolástechnikai elvek alkalmazását teszi lehetővé. Például, ha az 5-7. ábra háromállapotú inverterét MOS realizációban képzeljük el, akkor a V vezérlésű kapcsoló egy transzfer kapuként működtetett MOS tranzisztor lehet. Egy transzfer kapu látható az 5-29a. ábrán.

Meg kell jegyeznünk, hogy valójában az $Y_A = f(X)$ függvény nem-lineáris, de ez kapcsolóüzemben nem okoz problémákat.

Érdekes, kombinált feszültség-áram-logikás transzfer kapus megoldást mutat az 5-29b. ábra hálózata, mely valójában az 5-4. ábrán megismert *híd-kapcsolás* feszültséglogikás MOS realizációjának felel meg passzív terheléses megoldásban. Az áramkör áthidaló eleme egy transzfer elem, enélkül a híd-kapcsolás félvezetős formában nem is lenne realizálható.

5.3.2. CMOS inverterek és kapuáramkörök

5.3.2.1. Aktív-terheléses hálózatok

Aktív terhelésű MOS hálózatoknál maga a terhelőfokozat is vezérelve van (5-26. ábra). A struktúra az 5-9. ábrán felrajzolt komplementer-kapcsoló hálózatokkal állítható rokonságba, ezért realizáláskor a CMOS elemek alkalmazása különösen előnyös.

CMOS eszközökről a 3. fejezet 3.7.4. pontjában már említés történt, a 3-66. ábrával kapcsolatosan megvizsgáltuk egy CMOS alapkapcsolás működési viszonyait. Az ott tapasztaltak jelenlegi meggondolásainknál is irányadók.

A CMOS *terhelési viszonyok* felmérésénél több feltételt is mérlegelnünk kell. Fontos jellemzőnek tekinthetjük, hogy az áramkörök sztatikus bemenő-ellenállása rendkívül nagyértékű (kb. 10^{12} ohm), minek következtében az egymás után kapcsolódó áramkörök bemeneti árama elhanyagolhatóan kicsivé válik. Emiatt a CMOS elemeket gyakorlatilag a *feszültség-vezérelt* elemek közé sorolhatjuk. A feszültség-vezérelt elemet meghajtó áramkörnek gyakorlatilag „nincs" kimenő árama, a meghajtottak nem gyakorolnak rá sztatikus terhelést.

Az előzőleg idézett 3-66. ábra-beli CMOS áramkörben a T_p-T_n tranzisztorok egy kapcsoló-osztót képeznek, melynek valamelyik eleme – mint láttuk – sztatikus állapotnál mindig zárva van. Ez azt

jelenti, hogy sztatikus esetben az osztón (néhány pA szivárgási áramtól eltekintve) áram nem folyik.

A sztatikus kimenőáram és osztóáram „hiányában" a sztatikus disszipált teljesítmény értéke rendkívül alacsony értékű lesz, ez a CMOS rendszerek külön előnyének tekinthető.

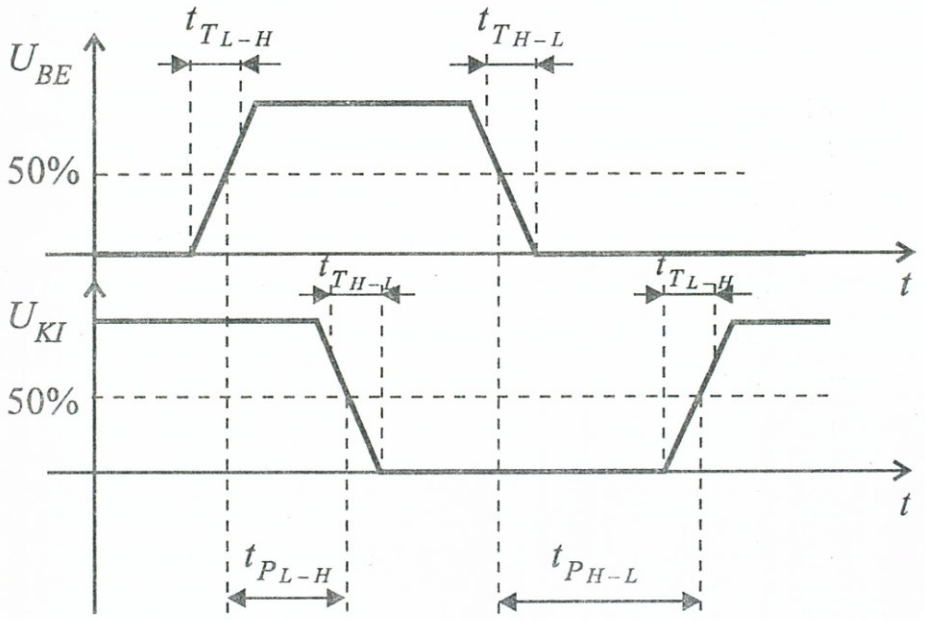
A dinamikus disszipált teljesítmény, mely:

– terhelő kapacitás feltöltés–kisütés,

– belső kapacitás áttöltés,

– átkapcsolási áram-csúcsok

összetevőkből alakul ki, már számottevőbb és az említett kapacitás-értékek mellett a tápfeszültség négyzetének és a frekvenciának függvénye.



t_T – *átváltási idő*

$t_{T_{L-H}}$ – *felfutási idő*

$t_{T_{H-L}}$ – *lefutási idő*

t_P – *késleltetési idő*

$t_{P_{L-H}}$ – *felfutási késleltetés*

$t_{P_{H-L}}$ – *lefutási késleltetés*

5-30. ábra: *MOS kapu fontosabb időjellemzői*

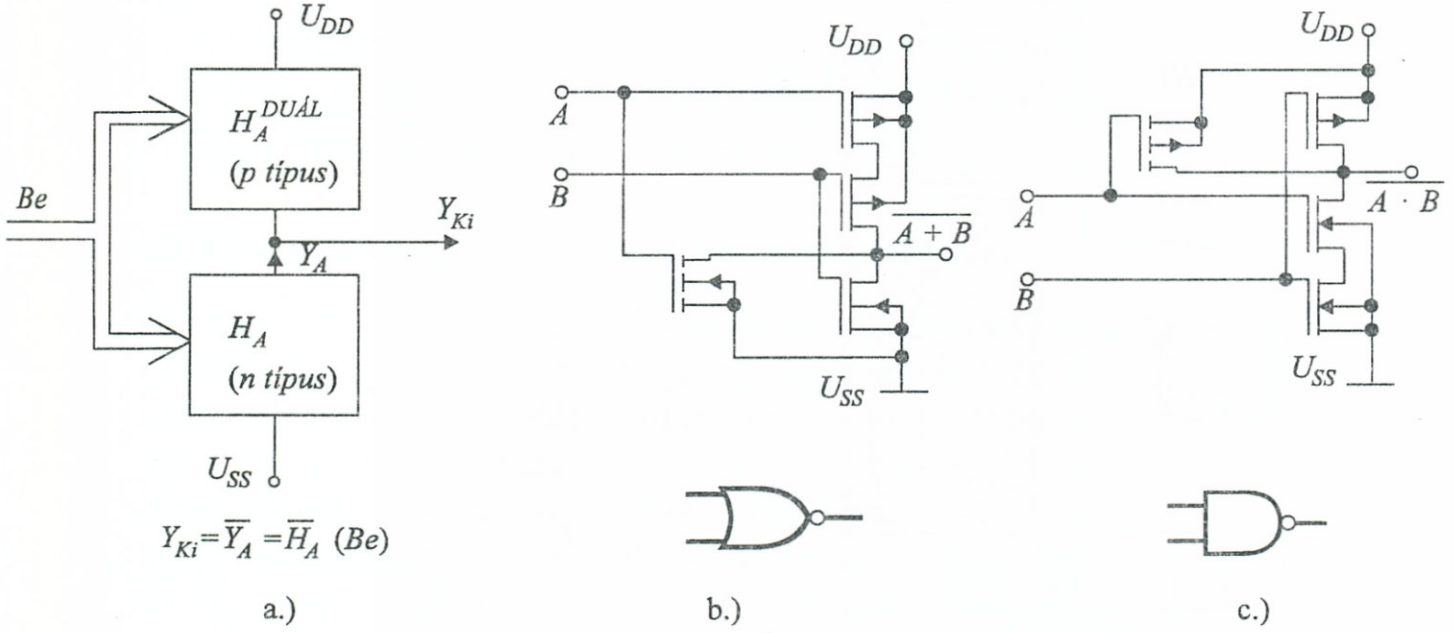
A *sebesség-viszonyok* felmérésénél figyelembe kell venni, hogy a fel- és lefutási időkre a tápfeszültség és a terhelő kapacitások vannak lényegesebb hatással, ezért a gyártó cégek gyakran ilyen diagramokat is mellékelnek a katalóguslapokhoz. A katalógusok rendszerint megadják az 5-30. ábra szerinti t_T átváltási időket és a t_p késleltetési időket, mind a felfutásra, mind a lefutásra.

5.3.2.2. CMOS megoldású kapuáramkörök

A CMOS megoldású kapuáramkörök aktív terheléses felépítésű hálózatokat realizálnak, így tervezésükkor valójában két hálózatot: mind a meghajtót, mind a terhelőt elő kell állítanunk. A legkönnyebben akkor jutunk eredményre, ha a pozitív és negatív logikák közötti összefüggésekre gondolunk. Ha az U_{DD} tápfeszültségpontot tekintjük referencia-szintnek, akkor az összes többi feszültség az áramkörben ennél negatívabb lesz. A terhelést képviselő *p-típusú* tranzisztorok erre lekötve zárnak le, és ehhez képest negatív feszültség hatására kerülnek vezető állapotba, azaz önmagukban *negatív logikaként* működnek, míg velük egyidejűleg a meghajtó fokozat *n-típusú* tranzisztorai *pozitív logikában* dolgoznak.

Az 5-12. ábrával kapcsolatosan már megállapíthattuk, hogy *ugyanaz a hálózat* pozitív logikában a negatív logikás hálózat *duáljaként* értelmezhető. Ezt a tapasztalatunkat és a 2. fejezet dualitásra vonatkozó (2.6) összefüggését felhasználva, felrajzolható az 5-31a. ábrán látható elvi vázlat a CMOS kapuk kialakításához. Egyidejűleg kimondhatjuk, hogy valamely CMOS kapu tervezésekor a terhelő fokozatot a meghajtó-fokozat duáljaként kell előállítanunk, a kimeneti függvény pedig a meghajtó fokozat áramlogikás realizációjaként felfogott logikai függvény negáltja lesz. Ez az eredmény összecseng a kapcsolóhálózatok 5-9. ábrájánál tapasztaltakkal.

Szemléltetésül az 5-31b. ábrán egy CMOS realizációjú NOR-, az 5-31c. ábrán egy NAND-kaput rajzoltunk fel, de természetesen az előzőleg megfogalmazott elv alapján már tetszés szerinti – lényegesen összetettebb – kapuk CMOS realizációja is kialakítható.

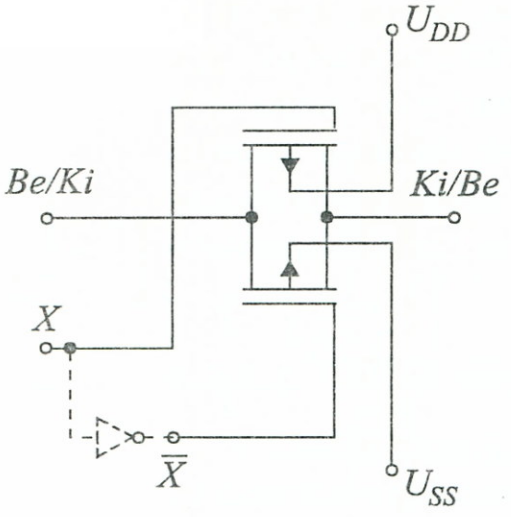


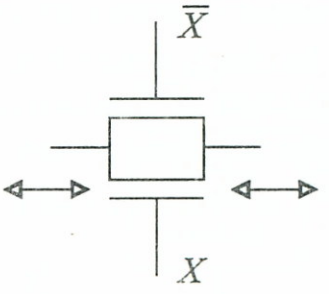
5-31. ábra: *CMOS általános, NOR, NAND-hálózatok*

5.3.2.3. CMOS megoldású átvivő kapu (CMOS TRANSFER-GATE)

Az 5.3.1.3. pontban megismertük a MOS-TRANSFER kapu működését, most bemutatjuk a CMOS technológiás transzfer kapu felépítését is. Az elvi tranzisztor-elrendezés az 5-32a. ábrán látható. Hasonlóan az 5-29. ábra kapujához, itt is az *X* működtető jel *H*, ill. *L* értékével állíthatjuk be a kétirányú áramlogikás kapcsoló „vezet", ill. „zárt" állapotait az 5-32b. ábra táblázatának megfelelően. Az 5-32c. ábrán a „vezető" állapothoz tartozó R_{VEZ} ellenállást láthatjuk a tranzisztorpáron eső feszültség függvényében. Mint látható, az $R_{VEZ} = f(\Delta U / U_{DD})$ függvény itt sem lineáris, ahogy erre az 5.3.1.3. pontban már utaltunk.

A MOS-transzfer kapu egy alkalmazását az 5-33. ábrán látható ANTIVALENCIA kapu építőelemeként mutatjuk be. Mint látható, a transzfer kapu révén a kapcsolás rendkívül egyszerűvé vált (2 db tranzisztorpár).

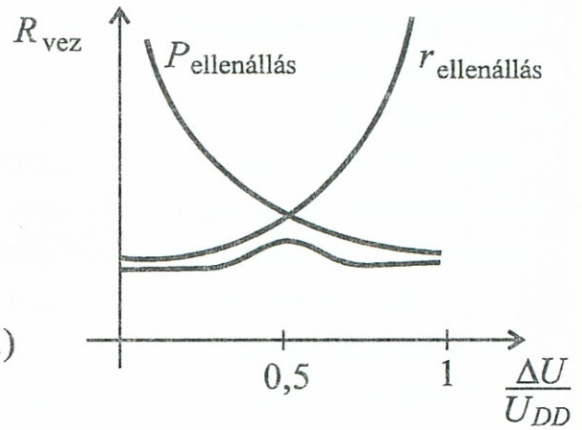




a.)

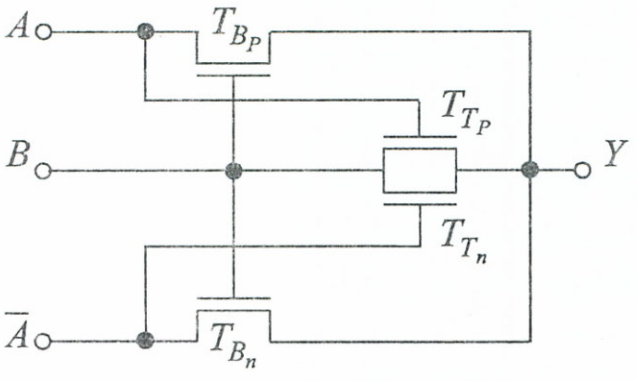
X	$\overline{X}$	ellenállás
0	1	szakadás $10^{10} \sim 10^{12}$ ohm
1	0	$R_{vez} = f(\Delta U, U_{DD})$

b.)



c.)

5-32.ábra: *MOS-TRANSFER kapu felépítése és működése*



a.)

A	B	T_{B_n}	T_{B_P}	T_{T_n}	T_{T_P}	Y
0	0	Z	V	V	V	0
0	1	V	Z	V	V	1
1	0	Z	V	Z	Z	1
1	1	V	Z	Z	Z	0

b.)

5-33. ábra: *CMOS-TRANSFER ANTIVALENCIA kapu*

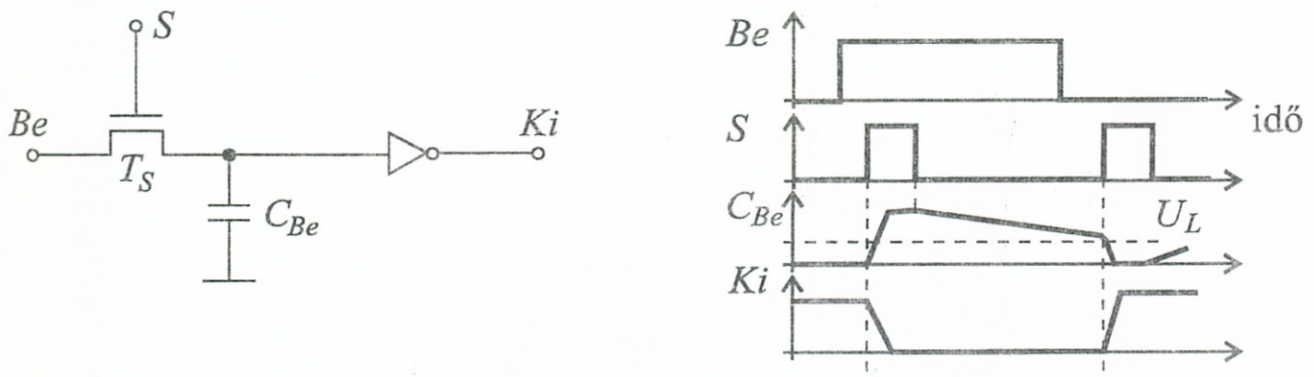
A működést az 5-33b. ábra táblázatán követhetjük. A táblázatban a kapcsolásban szereplő tranzisztorok vezető állapotát *V*-vel, zárt állapotát *Z*-vel jelöltük.

Ha az $A = 0$, nyitja T_{Tn} - T_{Tp} transzferpárt, mely így B szintjét továbbítja a kimenetre. Ha az A = 1, akkor vagy a T_{Bp} kapcsolja (B = 0-nál) A-t a kimenetre, vagy a T_{Bn} a $\overline{A}$ -et (B = 1-nél).

5.3.3. MOS-elemek dinamikus tulajdonságai

A MOS tranzisztorok vezérlő elektródája kihangsúlyozottan *kapacitív* jellegű. Ez lehetővé teszi, hogy egy inverter bemenete átmeneti (akár néhány millsec.) időtartamon keresztül dinamikusan tárolni tudja a rávitt töltést. Ennek az „emlékező" tulajdonságnak felhasználásán alapulnak a *dinamikus MOS* áramkörök, melyek a korszerű berendezésekben (pl. dinamikus-memóriák-, regiszterek stb.) – mint látni fogjuk – fontos realizációs eszközként szerepelnek. Ezek közül e fejezetben két alapvető elemet mutatunk be.

5.3.3.1. Dinamikus inverter



5-34. ábra: *Dinamikus inverter*

A dinamikus inverter működését az 5-34. ábrán tanulmányozhatjuk.

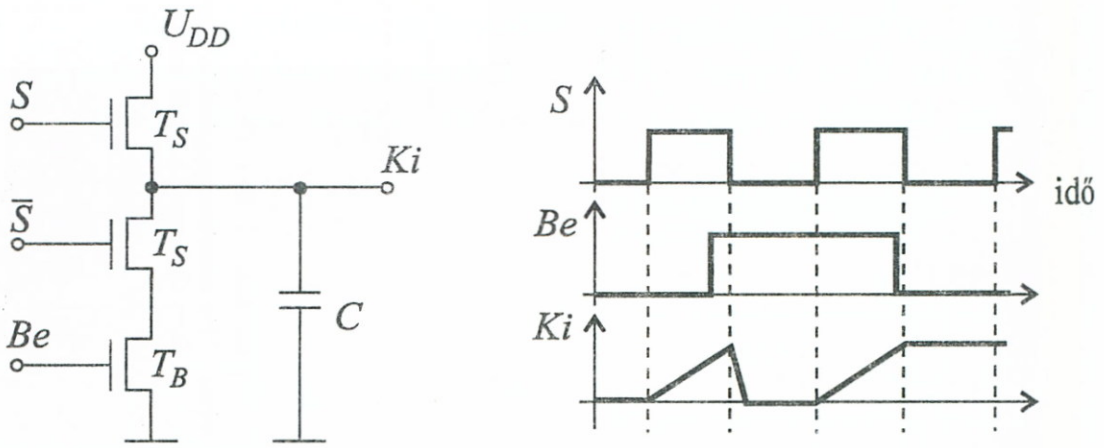
A *Be* bemenetre érkező *H* szintet egy *S* engedélyező jel a T_S soroskapcsolón keresztül juttatja egy inverter bemenetére, melynek *KI* pontja *L* értékre ugrik és vele egyidejűleg a C_{Be} kapacitás *H* értékre töltődik. Az időszakos *S* jel megszűnte után a C_{Be} kapacitást a kapuhoz tartozó p–n átmenet visszárama lassan kezdi kisütni. Az inverter kimenetén mindaddig nem kelt hatást ez a kisülés, amíg a kapacitáson levő feszültség az inverter U_L limit (komparálási) feszültségét el nem érte. Ha a *Be* bemeneten induláskor *L* szint van,

akkor egy *H* szintet tároló C_{Be} kapacitás az *S* engedélyező jel hatására kisül. A fenti áramkör-együttest *dinamikus inverter*-nek nevezzük.

5.3.3.2. Előtöltéses inverter

Az áramkör működése az ún. *előtöltési elv*-en alapul. Ennek lényege, hogy az áramkör kimeneti pontján egy tároló *C* kapacitást *H* szintre töltünk fel egy korábbi időszakban. Amikor ez az „előtöltött" szint az áramkör számára aktuálissá válik, akkor a logikai műveleteknek és a bemeneti logikai értékek függvényében ezt az előtöltött szintet vagy meghagyjuk, vagy alacsony (*L*) szintre változtatjuk.

Az 5-35.ábrán egy *előtöltéses inverter*-t tanulmányozhatunk.



5-35. ábra: *Előtöltéses inverter*

A *Ki* kimeneten elhelyezkedő tárolókapacitás az *S* engedélyező jel *H* szintjének hatására az U_{DD}-ről a T_S transzfer elemen keresztül előtöltődik, ezalatt a *Be* bemenetet tartalmazó meghajtó ág hatástalanítva van az $\overline{S}$ vezérlésű $T_{\overline{S}}$ transzfer elem révén. *S*-nek H → L szintváltozását követően a meghajtó ág aktivizálódik. Itt, ha $Be = H$, akkor T_B vezetni kezd, és a *Ki* pont kapacitása kisül *L*-re a $T_{\overline{S}}$-T_B ágon, ha $Be = L$, akkor T_B zárva marad és a kondenzátor nem tud kisülni.

Az előtöltési elvet használják fel az ún. dinamikus memóriáknál is, ahol egy-egy bit tárolását egy-egy kapacitásra bízzuk, és ennek lassú, szivárgás okozta kisülését időszakos, üzemszerű regenerálással az ún. *frissítéssel* ellensúlyozzuk.

5.4. Tároló áramkörök és jellemzőik

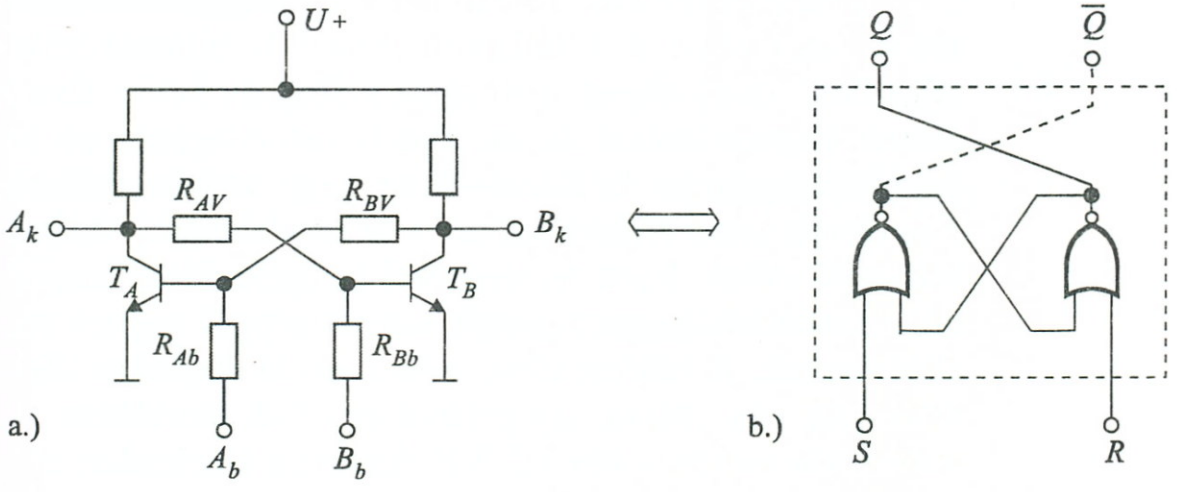
5.4.1. A két alapáramkör

Tárolóelemekkel kapcsolatos elvi meggondolásokkal a 2. fejezet 2.2.6. pontjában foglalkoztunk, a 4. fejezet 4.6.1. pontjában pedig megvizsgáltuk leggyakoribb megvalósítási formájuknak a bistabil billenő áramkörnek felépítését és működését.

A továbbiakban a tárolóelemeket digitális alapáramköröknek tekintjük, és tanulmányozásukat ilyen irányban folytatjuk.

Elsőként térjünk vissza a 2-22a. ábra bistabil áramkörére és gondoljuk át működését, most logikai szempontból is. Az 5-36a. ábrán újra felrajzolt kapcsolás földelt emitteres kapcsolóüzemű tranzisztorait *inverter*eknek is tekinthetjük, a fázisfordító tulajdonsága miatt. Ugyanakkor a bázisra csatlakozó két ellenállás együtt, valójában egy kétbemenetű *VAGY-kapu*nak is tekinthető, mivel az bármelyik bemenetre, vagy mindkettőre érkező elegendően nagy nyitófeszültség át tudja kapcsolni vezető állapotba az előzőleg lezárt tranzisztort. Ily módon viszont a T_B tranzisztor az $R_{Av} - R_{Bb}$ ellenállásokkal együtt egy NOR-kaput képez és hasonló érvényes a $T_A - R_{Bv} - R_{Ab}$ együttesre is. A keresztbecsatolások figyelembevételével kiinduló ábránk átrajzolható az 5-36b. logikai vázlattá, mely összhangban van a 2. fejezet 2-24. ábrájával, ha az $A_b = S$, $B_b = R$, $A_k = \overline{Q}$, $B_k = Q$ jelöléseket bevezetjük és felhasználjuk azt a korábbi tapasztalatunkat, hogy az A_k és B_k kimenetek feszültségei stabil üzemű állapotokban egymásnak a $H - L$ szintek vonatkozásában ellentettjei, vagy logikailag 1–0 vonatkozásában *negáltjai*.

Az 5-36a. ábra bistabil billenőköre tehát az S–R tárolóelem egy áramköri megvalósításának tekinthető:



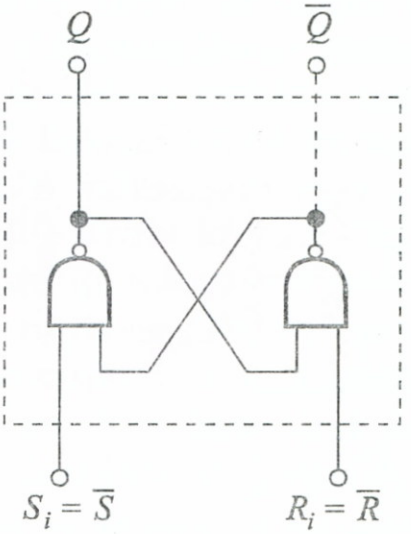
5-36. ábra: *Bistabil multivibrátor és S–R tároló rokonsága*

Folytassuk vizsgálatainkat az 5-36c. ábra kapcsolásával, mely annyiban tér el az előbbi 5-36b. ábra-beli kapcsolástól, hogy itt két NAND-kapu van keresztbecsatolva.

A működési függvényeket felírva, a NAND-kapukra, kapjuk:

$$Q=\overline{\overline{S}\cdot\overline{(R\cdot Q)}}=\overline{S}+R\cdot Q$$

mely $S_i = \overline{S}$ és $R_i = \overline{R}$ jelölésekkel, továbbá a kimenetek stabil állapotban felismert negált kapcsolata révén összhangban van a 2. fejezet 2-26. ábráján bevezetett *inverz S–R* tárolóelemmel és annak egy lehetséges logikai megvalósításának is tekinthető.



5-36c. ábra: *Inverz S–R tároló megvalósítása NAND-kapukkal*

5.4.2. Realizációs kérdések

A gyártó cégek által forgalmazott tárolóelemeket realizáló hálózatok nagy része a kétállapotú (bistabil) billenőkörökön az ún. „flip-flop"-okon alapul, melyek az 5-36a., és 5-36c. ábra keresztbecsatolt kapcsolásaival állnak közeli rokonságban, de az integrált áramköri technika fejlődésével az „egy tárolóelem"-ként eladott áramkörök belső felépítésükben már meglehetősen összetett logikai hálózattá váltak. Ezek tervezésénél az optimálisan megbízható változat kialakításához sokoldalú, számítógéppel segített módszereket alkalmaznak. A hálózat eleve *több funkció* ellátására képes szolgáltatásokkal van ellátva, így például egy J–K tárolóként „eladott" IC sorozatú áramkör a névadó J–K funkción túlmenően el lehet látva

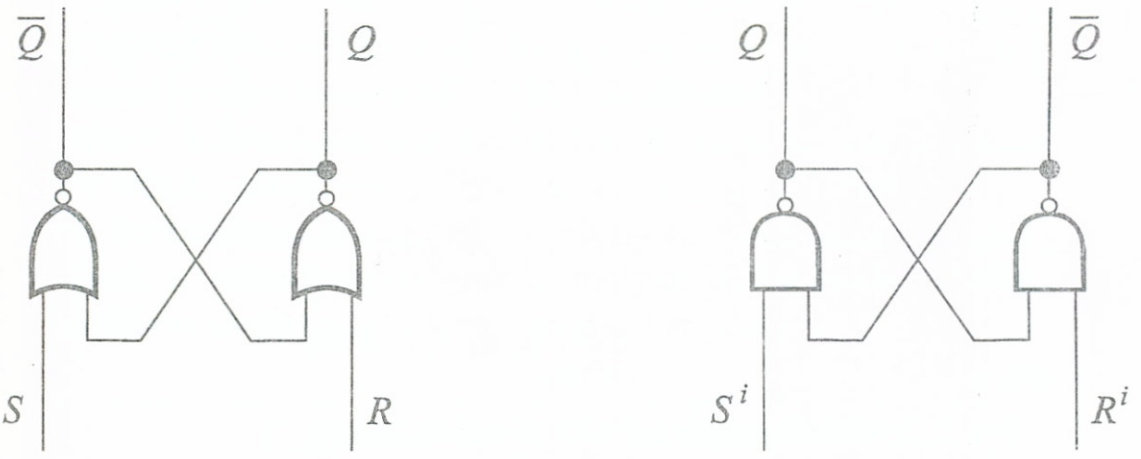
alaphelyzetbe állító, ún. CLEAR (nullázó) vagy PRESET (1-beíró) bemenetekkel, vagy felhasználható inverz S–R tárolóként is stb.

A tároló áramköröket többféle szempont szerint csoportosíthatjuk:

5.4.2.1. Tárolóelemek aszinkron és szinkron működése

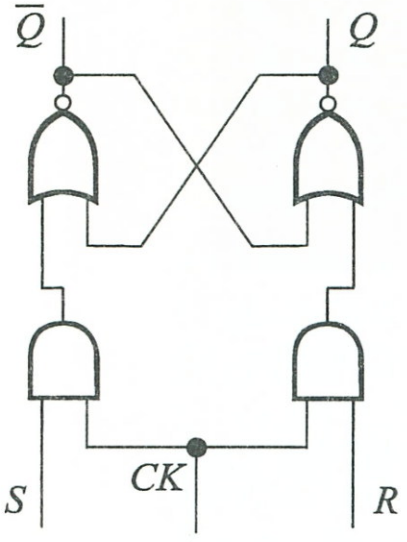
Aszinkron működéskor a bemeneti vezérlőjelek közvetlenül eljutnak a bemeneti kapcsokról az egyes áramköri elemekig, így a bemeneti vezérlés azonnal érvényesül. Ilyen megvalósításokat rajzoltunk fel az 5-37a., c., és e., ábrákon.

Szinkron működéskor a bemeneti vezérlőjelek először egy engedélyező kapukból álló, ún. szinkronizáló fokozatra jutnak, melynek „bebocsátási" engedélyező jelét egy külön üzemi jel, a CK (CLOCK) „órajel" adja meg. Az órajel többnyire periódikusan jelentkezik és a tárolóelem újabb bemeneti vezérlését ez újabb órajelet megelőző időszakban kell előkészíteni. Szinkronizálás alkalmazásával a tárolóelemek működése könnyebben kézben tartható, egységesen ütemezhető. Szinkronizált tárolóelemeket mutatnak az 5-37b., d., f., ábrák. Az órajelek lehetnek *H* és *L* szintre aktívak, vagy ún. élre billentő (EDGE TRIGGERED) hatásúak, melyeknél az $L \rightarrow H$, vagy a $H \rightarrow L$ jelátmenet idézi elő az állapotváltozást.

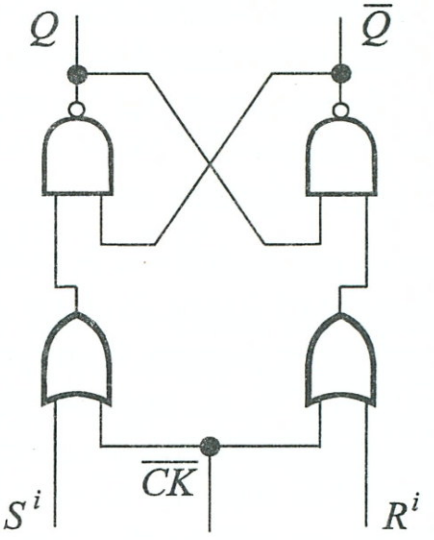


a.) aszinkron S-R *c.) aszinkron inverz S-R*

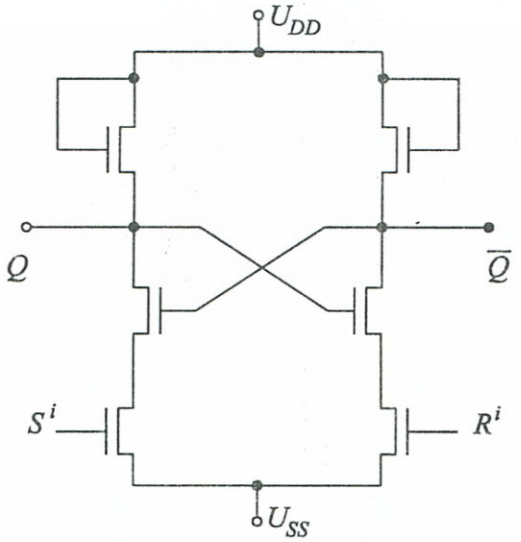
5-37 a, c. ábra



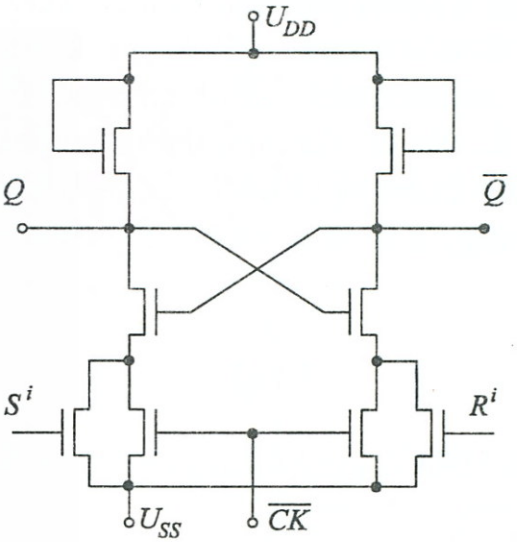
b.) szinkron S-R



d.) szinkron inverz S-R



e.) aszinkron inverz S-R egy FET realizációja



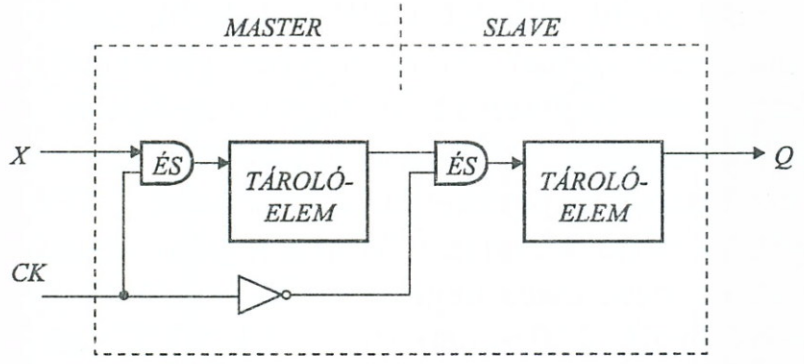
f.) szinkron inverz S-R egy FET realizációja

5-37 b, d, e, f. ábra

5.4.2.2. Közbenső tároló alkalmazása

Közbenső tárolót nem tartalmazó tárolóelemeknél a kimenetek megváltozása *aszinkron esetben* egyidejű a vezérlő bemenetek megváltozásával (eltekintve a kapukésleltetésektől), *szinkron esetben* pedig egyidejű az órajel megváltozásával. E típus legtöbb egyedénél a működés közben van olyan időszakasz, amíg az áramkör „átlátszó", azaz a bemenetek és kimenetek között *közvetlen* kapcsolat van. Az ilyen tulajdonságú tárolóelemeket „LATCH" áramköröknek is szokták nevezni. Ilyen latch-re lehet példa az előző, 5-37. ábrán felrajzolt tárolók bármelyike.

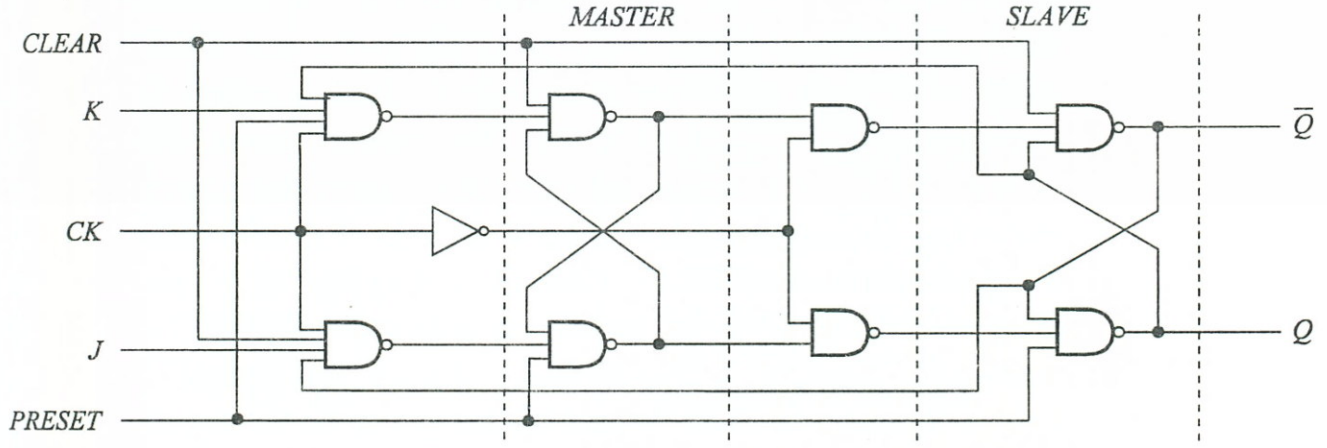
Közbenső tárolót tartalmazó tárolóelemeknél nincs „átlátszóság", mivel működésük zsilipelési módszerrel két ütemre tagolódik. E „kétüteműséget" leggyakrabban az 5-38. ábrán látható, ún. MASTER-SLAVE elv alapján oldják meg.



5-38. ábra: *Master-Slave elv*

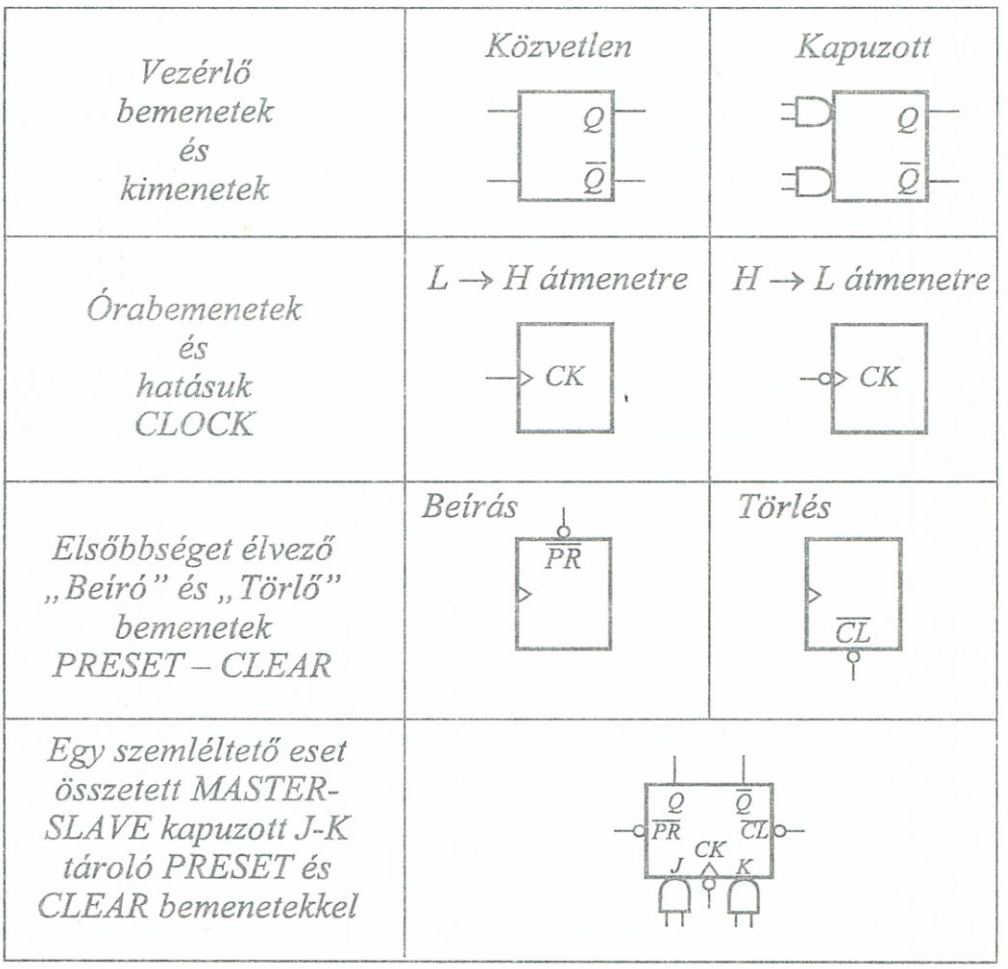
A *CK* órajel 1 értékének bekövetkezésekor a MASTER fokozat bemenetén megszűnik az eddigi inhibitálás, ugyanekkor a SLAVE fokozat bemenete inhibitálódik. A szabad MASTER bemeneteken keresztül S, ill. R előzetesen már odakerült előkészítő értékei beíródnak a MASTER fokozatba, de egyelőre továbbjutni nem tudnak. A $CK = 0$ érték bekövetkezésekor (az óra-jel elmúltával) a MASTER bemenet újra inhibitálódik, a SLAVE bemenet viszont felszabadul, így a MASTER fokozat tartalma átíródhat a SLAVE fokozatba. Újabb $CK = 1$ ideje alatt a SLAVE fokozat őrizni fogja az előzőleg MASTER-től kapott állapotot, egészen az *újabb* $CK = 0$ beálltáig, mikor ismét átveszi a MASTER tartalmát.

Mint látható, a Master–Slave tárolóelemek összetett hálózatok, melyeknél a szinkronizálás már nemcsak egyszerű bemeneti kapuzást, hanem sorbaállítást is vezérel. A jelenlevő órajel ellenére lényegében ezek is aszinkron hálózatok, melyek zavarjelenségektől mentes kialakítása körültekintő tervezési munkát igényel.



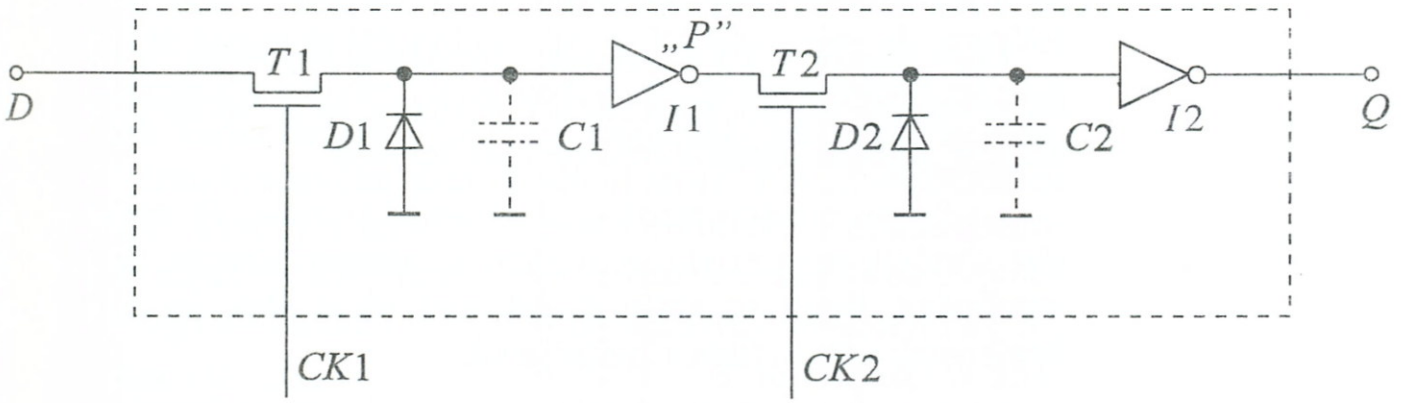
5-39. ábra: *Bipoláris elemekből felépülő Master–Slave tárolóelem*

Az 5-39. ábrán egy NAND felépítésű J–K Master–Slave flip-flop némileg egyszerűsített logikai vázlatát rajzoltuk fel, szemléltetés céljából. A hálózat többféle bemenete közül a *CK* órajellel kapuzott J és K bemenetek a tároló kimeneteinek a következő órajel utáni állapotát készítik elő, ha a *CK* = 1 beáll, ezalatt értéküket megváltoztatni nem szabad. Az előzőekben elmondottaknak megfelelően történik ezután a MASTER–SLAVE zsilipelés. A PRESET és CLEAR bemeneteket az órajel nem kapuzza, így segítségükkel *bármikor* sztatikusan elvégezhetjük a kimenetek 1 (Preset), ill. 0 (Clear) értékre történő beállítását. Mint a logikai vázlatból leolvasható, a *PR* és *CL* bemenetek negatív logikás (aktív 0) jelekkel közvetlenül vezérelhetik a kimeneti (SLAVE) NAND kapukból felépülő inverz S–R tárolóját, így a J és K bemenetekhez viszonyítva elsőbbséget élveznek. Mivel bármikor kaphatnak jeleket, ezért a J–K irányból érkező jelekkel való ütközés elkerülésére a *PR*, ill. *CL* jeleivel a K ill. J bemenő kapuit időszakosan inhibitáljuk, az ábráról ugyancsak leolvashatóan. Inaktív állapotban a *PR* = *CL* = 1 feltételt kell biztosítanunk a J és K működéséhez.



5-40. ábra: *Tárolóelemekkel kapcsolatos jelölések*

Az ismertetett – már meglehetősen összetett – áramkör többirányú funkcióit az 5-40. ábra katalógusokban alkalmazott tárolóelem szimbóluma is jelzi, az egyes ábrarészletek magyarázatát ugyancsak az 5-40. ábra jelölési táblázata foglalja össze.



5-41. ábra: *Dinamikus MOS Master–Slave tároló*

Az 5-41. ábrán egy MOS-TRANSFER kapu-típus felhasználásával realizált dinamikus *D*-típusú MASTER–SLAVE tárolót rajzoltunk fel. Itt – mint már a 3. fejezetben említettük – a tárolási–emlékezési feladatot a MOS tranzisztorok saját kapacitásai látják el egy meghatározott ideig, a MOS tranzisztor dinamikus működésének megfelelően. A *CK*1 és *CK*2 órajelek kívánt fázis-ütemezését a megoldásnál külső ütem-generátor biztosítja.

Az áramkör működése a következő: Tegyük fel, hogy $D = 0$, $Q = 0$ kiindulási állapot van, és D = 1-et akarunk beírni a tárolóelembe. Induláskor $D = 0 \rightarrow 1$ átmenet után *CK*1 órajel nyitja a *T*1 transzfer-kaput, így a *C*1 kapacitás feltöltődik, minek hatására *I*1 inverter kinyit és a „*P*" pont 0 potenciálra kerül. *CK*1 órajel elmúlta után a beírt D = 1-et a *C*1 kapacitás tárolja a MASTER fozokat számára. *CK*2 beérkezésekor *T*2 transzfer-kapu nyit, és a *C*2 kapacitás a *T*2–*I*1 úton kisül. Ezt követően *I*2 inverter lezár, és SLAVE kimenetén levő Q értéke 1 lesz. Az információtárolás ideje attól függ, hogy a *D*1, *D*2 diódák mennyi idő alatt sütik ki C1, C2 kondenzátorokat. (Egy gyakorlati érték a töltéstárolási időre: $1{,}5 \sim 2.15^{-5}$ sec.)

A MASTER–SLAVE tárolók áramköri kialakításánál – kedvezőtlen esetben – a zsilipelés ellenére előfordulhatnak, hogy a MASTER $\rightarrow$ SLAVE fokozatok átváltásakor, rövid időre még itt is „átlátszólag" lépne fel. Ennek elkerülésére a gyártók különféle megoldásokat (pl. eltolt komparálási küszöbszint alkalmazása stb.) vezettek be.

MASTER–SLAVE tárolókból álló összetettebb hálózatok esetén az órajel a rendszer különböző pontjain fázis-csúszással jelentkezhet, mely hibás működést válthat ki.

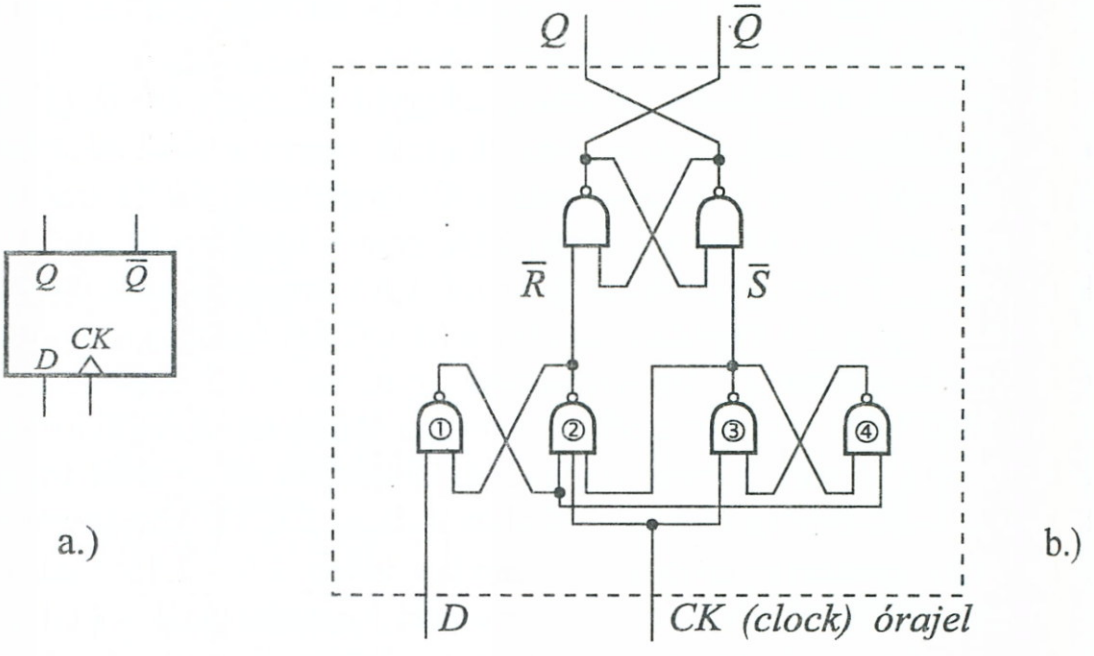
5.4.3. Vezérlési módok

Mint már az 5.4.2.1. pontnál előzetesen érintettük, a tárolóelem bemeneteire érkező információk formája és a bevételezés módja alapján, további megkülönböztetések tehetők:

a.) *Szintvezérléses* tárolóknál az órajel pozitív, ill. negatív szintjére történik meg szinkron esetben az állapotváltozás. Szigorú követelmény, hogy az aktív órajel-szint ideje alatt az információs bemenetek változatlanok maradjanak.

b.) *Impulzusvezérelt* tárolóknál az órajel megváltozása egy impulzust állít elő, mely előidézi azután a kívánt állapotváltozást.

c.) *Élvezérelt* (EDGE TRIGGERED) esetnél valamely módszerrel gondoskodni kell, hogy a következő állapot beállítása az órajel fel- vagy lefutó élének hatására történjék. A rövid ideig fennálló jelek (jel-homlokok) erősen csökkentik a tranziens hibák fellépését. Egy elterjedten alkalmazott megoldásnál az élvezérelt működést a kapukésleltetések kihasználásával biztosítják.

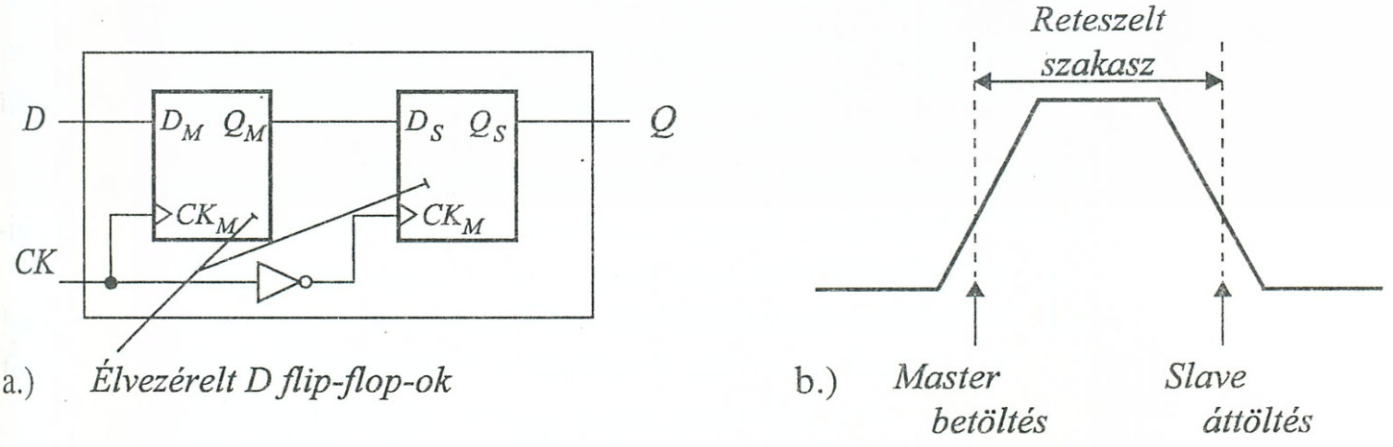


5-42. ábra: *Egy élvezérelt D-tároló*

Ilyen eset szemléltetésére vizsgáljuk meg az 5-42. ábrán látható, kereskedelmi forgalomban is szereplő, kissé leegyszerűsített (TEXAS) *D-tárolót* realizáló hálózat működését. Ez a hálózat annak

ellenére, hogy óra-bemenete is van, valójában egy aszinkron hálózat, így működésében az összetevő kapuk késleltetései fontos szerepet visznek. A hálózat több visszacsatoló hurkot is tartalmaz, a kimenetek előállítását egy $\overline{S}-\overline{R}$ tároló végzi, mely – mint láttuk végeredményben – 0-értékekkel van vezérelve. A *D*-bemenetre érkező jel két kapun is áthaladhat (①, ④ kapuk), mire az órajellel támadott bemenetű kapuhoz ér. Emiatt a tároló *D*-bemeneti jelének legalább két kapu terjedési idejével hamarabb kell előkészülnie, mint a *CK* órajel megváltozásának időpillanata. Ezt az *előkészületi időt* (SETUP TIME) a katalógusok a tárolóelemek specifikációi közt meg is adják. A *CK* órajel megváltozásakor egy kapu-terjedés idejével kb. egyenlő *tartási idő* (HOLDING TIME) elteltével az $\overline{R}$, ill. $\overline{S}$ értéket változtat és az ① – ②, ill. ③ – ④ billenő körök állapotát már stabil értéken tartja „*D*"-től függetlenül. Egyidejűleg megindítja az $\overline{S}-\overline{R}$ tárolórész átbillenését is. A tárolási idő elteltével a *D*-bemenet változása nem befolyásolja már a tároló állapotváltozását. A katalógusok specifikációi a HOLDING TIME-t is megadják. A $Q-\overline{Q}$ kimenetek megváltozása a tartási időt követően történik, így az időbeli elválasztás megvalósul.

Az élvezérelt tárolók előnyös tulajdonságait kihasználva alakítják ki az ún. *élvezérelt Master–Slave,* vagy más néven *DATA LOCK OUT* típusú tárolókat, melyek *D*-tárolós változatát az 5-43. ábrán tanulmányozhatjuk. Itt az 5-43b. ábra szerint a hálózat érzéketlen az óraimpulzus alatti „reteszelt" bemeneti változásokra, mivel az 5-43a. ábra élvezérelt Master eleme csak az órajel *felfutásakor* érzékeli a *D*-bemeneten akkor éppen fennálló logikai állapotot. Az óraimpulzus tartama alatt mind a Master, mind a Slave bemenete tiltott, majd a *lefutáskor* a Master tartalma átíródik az ugyancsak élvezérelt Slave elembe.



5-43. ábra: *Élvezérelt Master–Slave tároló*

5.E. Ellenőrző kérdések

E.5.1. Milyen az ideális és valóságos kapcsoló?
E.5.2. Mi a különbség az áram- és feszültséglogikák között?
E.5.3. Mi jellemző a híd-struktúrára?
E.5.4. Mit jelent és mire használható az ún. „harmadik" állapot?
E.5.5. Felépíthetők-e feszültséglogikás kapuk kapcsolókkal? Mutassunk be példákat.
E.5.6. Mi a pozitív és negatív logika?
E.5.7. Mi az az SSI, MSI, LSI, VLSI?
E.5.8. Mi a terjedési idő?
E.5.9. Mi az a SPEED/POWER szorzat?
E.5.10. Mi az a FAN-OUT?
E.5.11. Mi az a *tiltott zóna* a logikai értéktoleranciáknál?
E.5.12. Milyen IC tokozásokat ismer?
E.5.13. Sorolja fel a fontosabb IC családokat!
E.5.14. Hogy működik egy bipoláris tranzisztor kapcsolóként?
E.5.15. Milyen a Schottky-tranzisztor?
E.5.16. Mit tud a T^2L alapelemről?
E.5.17. Milyen a TOTEM-POLE és milyen az OPEN COLLECTOR-os kimenet?
E.5.18. Mi jellemző az ST^2L családra?
E.5.19. Hogy működik egy Schottky-diódás ÉS kapu?
E.5.20. Mi jellemző az ECL családra, miért gyorsabb a működés?
E.5.21. Ismertesse egy ECL–NOR kapu működését!
E.5.22. Jellemezze a passzív terheléses MOS-inverterek alapváltozatait.
E.5.23. Mi a TRANSFER kapu?
E.5.24. Mi a szerepe a függvény *duál*-jának CMOS-nál?
E.5.25. Mit tud a MOS-ok dinamikus tulajdonságairól, hol hasznosítják az ilyen viselkedést?
E.5.26. Rajzoljunk fel egy bistabil billenőkört logikai vázlattal!
E.5.27. Rajzoljuk fel egy szinkron- és egy aszinkron LATCH logikai vázlatát!
E.5.28. Mi az a MASTER–SLAVE elv?
E.5.29. Mit jelent tárolóelemeknél a PRESET és a CLEAR?
E.5.30. Mi a különbség a: szintvezérlés, és élvezérlés között?

6. DIGITÁLIS HÁLÓZATOK

6.1. Definíciók

A digitális áramkörök valamely összetettebb feladatot megoldó együttesét digitális hálózatnak nevezzük. A digitális hálózatokon belül, két csoportot célszerű elkülöníteni:

Kombinációs hálózatoknak nevezzük az olyan logikai függvényekkel jellemezhető hálózatokat, melyek kimenetén vagy kimenetein jelentkező logikai értékeket a bemenet(ek)re adott logikai értékkombinációk egyértelműen meghatározzák. Egy kombinációs hálózat a 6-1. ábra sémájával jellemezhető, ahol Y_i logikai függvény, X_j pedig logikai függetlenváltozó.

Kimeneti függvényrendszer:

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= F_1(X_1, X_2, \ldots X_n) \\ Y_2 &= F_2(X_1, X_2, \ldots X_n) \\ &\vdots \quad \vdots \\ Y_m &= F_m(X_1, X_2, \ldots X_n) \end{aligned}\right\} Y = f_K(X) \qquad (6.1)$$

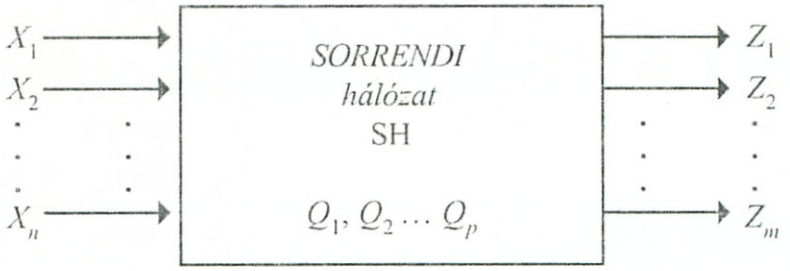
6-1. ábra: *Kombinációs hálózat*

Mint az ábrából látható, a függvényrendszer egy vektor-vektor függvénnyel tömörebben kifejezhető, amennyiben a bemeneti és kimeneti változókat az alábbi vektorokkal összefogjuk:

$$\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \ldots X_n\}$$
$$\mathbf{Y} = \{Y_1, Y2, \ldots Y_m\}$$

Sorrendi hálózatnak nevezzük az olyan logikai hálózatokat, melyek kimenetén vagy kimenetein jelentkező logikai értékek kétféle feltételtől függenek. Ezek:

- a bemenet(ek)re adott logikai értékkombinációk;
- a hálózat korábbi működésére jellemző (emlékező) belső állapotok, melyeket az ún. „szekunder" változók (Q_i) képviselnek.



Belső állapotokat kifejező függvényrendszer:

$$\left.\begin{aligned} Q'_1 &= F_{Q1}(X_1, X_2, \dots X_n; Q_1, Q_2, \dots Q_p) \\ Q'_2 &= F_{Q2}(X_1, X_2, \dots X_n; Q_1, Q_2, \dots Q_p) \\ &\vdots \quad \vdots \\ Q'_p &= F_{Qp}(X_1, X_2, \dots X_n; Q_1, Q_2, \dots Q_p) \end{aligned}\right\} \boldsymbol{Q' = f_Q(X,Q)} \qquad (6.2)$$

Kimeneti függvényrendszer:

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= F_{Z1}(X_1, X_2, \dots X_n; Q_1, Q_2, \dots Q_p) \\ Z_2 &= F_{Z2}(X_1, X_2, \dots X_n; Q_1, Q_2, \dots Q_p) \\ &\vdots \quad \vdots \\ Z_m &= F_{Zm}(X_1, X_2, \dots X_n; Q_1, Q_2, \dots Q_p) \end{aligned}\right\} \boldsymbol{Z = f_Z(X,Q)} \qquad (6.3)$$

6-2. ábra: *Sorrendi hálózat jellemzői*

A sorrendi hálózatokat ezért mindig két függvényrendszerrel kell jellemezni. A 6-2. ábra jelöléseivel felírhatók a következők:

A (6.2) *belső állapotfüggvények* jellegzetessége, hogy az *új* belső állapotok (Q'_i) a *korábbi* belső állapotoktól (Q_j) és a bemeneti vezérlésektől (X_k) függenek. Ilyen jellegű függvénnyel már találkoztunk speciális esetre vonatkoztatva, a tárolóelemekre a 2. fejezet 2.2.6. pontjában levezetett „emlékező" függvényeknél és táblázatoknál. Most általánosítva, azt mondhatjuk, hogy a hálózat belső állapotain alapuló információ-tárolási (emlékezési) képességet a belső állapotfüggvények fejezik ki matematikailag, legtöbb esetben *visszacsatolást* értelmező formában, ahol a *korábbi* esemény az új behatásokkal együtt eredményezi az új esemény bekövetkezését.

A bemeneti- és kimeneti változókat, valamint a függvényeket itt is kifejezhetjük vektoros alakban.

A *kimeneti függvények* felírására valójában kétféle matematikai modell is felhasználható:

Az ún. *MEALY-modell*nél (melyet a 6-2. ábrán is felírtunk) a kimenet (**Z**) mint a *korábbi* belső állapotnak (**Q**), mind a bemeneti vezérlésnek (**X**) a függvénye.

Az '50-es években bebizonyították, hogy minden *MEALY-modell* áttranszformálható automata elméleti módszerekkel egy olyan mo-

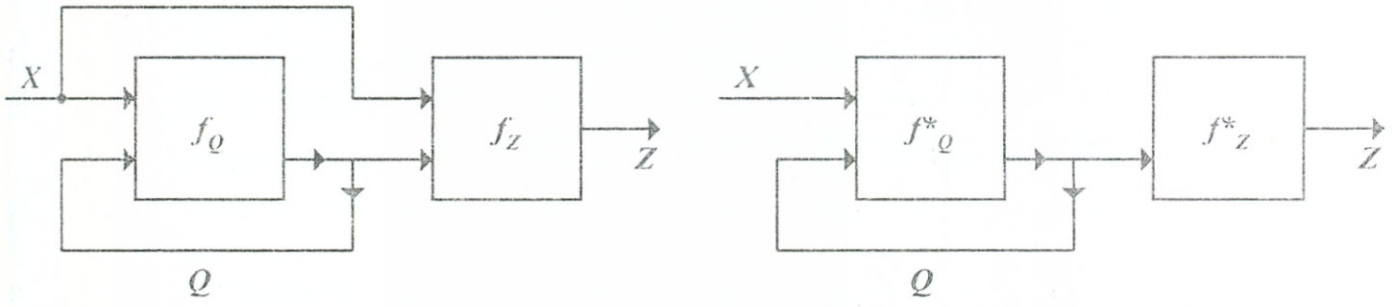
dellé, melynél a kimenet (**Z**) kizárólag a belső állapotokkal is kifejezhető – természetesen egy átrendeződött struktúra formájában.

Ez az ún. MOORE-modell, mely formulárisan kifejezve a következő:

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= F^*_{Z1}(Q_1, Q_2, \ldots Q_r) \\ Z_2 &= F^*_{Z2}(Q_1, Q_2, \ldots Q_r) \\ &\vdots \quad \vdots \\ Z_m &= F^*_{Zm}(Q_1, Q_2, \ldots Q_r) \end{aligned}\right\} \; \boldsymbol{Z} = f^*_Z(\boldsymbol{Q}) \qquad (6.4)$$

A transzformáció során természetesen a belső állapotok száma megváltozhat.

MEALY és MOORE-struktúrákat mutatnak a 6-3. ábrán látható elvi vázlatok.



6-3. ábra: *MEALY és MOORE modell*

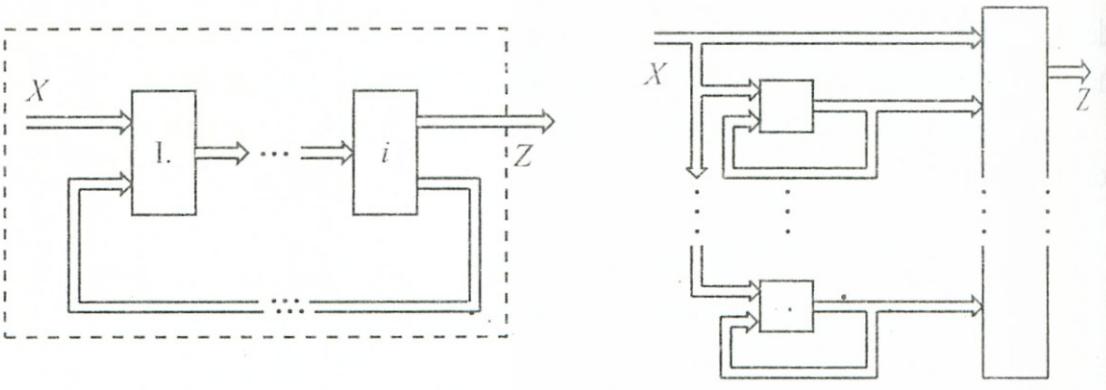
A mérnöki gyakorlatban a modellek közötti, előbb említett transzformációkra ritkán van szükség, az adott műszaki megoldásoknál gyakran a megfelelő modell közvetlenül kínálkozik (például számlálóknál: MOORE-modellel, sorozatkomparátoroknál: MEALY-modellel történő leírás), így a fent összefoglaltak inkább elvi jelentőségűek.

A sorrendi hálózatok *áramköri megvalósítása* során kétféle elvi blokkséma (illetve ezek kombinációi) alapján alakítják ki a hálózatokat:

Visszacsatolt kombinációs hálózaton alapuló elrendezést mutat a 6-4a. ábra. Ez a változat hagyományos, régebben gyakran alkalmazott, többnyire aszinkron módban üzemelő megoldásnak tekinthető. A maximálisan előállítható belső állapotok száma *(B)* a visszacsatoló hurkok számából *(V)* a

$$B \leq 2^V \qquad (6.5)$$

formulával határolható be.



a.) visszacsatolt *b.) tárolóelemes*

6-4. ábra: *Megvalósítási alapesetek*

Tárolóelemes elrendezésre utal a 6-4b. ábra, mely napjainkban az alkalmazások túlnyomó részét képviseli és amely mind szinkron, mind aszinkron megoldásban is kedvező. Ennél a megoldásnál az emlékezési feladatok lokális visszacsatolások együttese révén kerülnek megoldásra. A maximálisan előállítható belső állapotok száma *(B)* a tárolóelemek számából *(T)* írható fel

$$B \leq 2^T. \tag{6.6}$$

A tárolóelemes megoldások az integrált áramköri technikában gyakorlatilag egyeduralkodóvá váltak.

Végezetül hasonlítsuk össze a 6-1. és 6-2. ábra definíciós összefüggéseit. Az összehasonlításból kiderül, hogy ha egy sorrendinek gondolt hálózatnál nem találunk belső állapotokat, akkor a (6.2.) függvényrendszer elmarad és a (6.3) azonossá válik (6.1)-gyel, azaz a kombinációs hálózatot a sorrendi hálózat egy speciális esetének tekinthetjük.

6.1.1. Digitális hálózatok jellemzése automataelméleti módszerekkel

A 6.1. pontban bevezetett sorrendi hálózatok (a kombinációs hálózatokat itt szinguláris esetnek tekinthetjük) rendkívül hatékonyan tárgyalhatók a modern matematika „automataelméleti" módszereivel. Ezért a következőkben röviden összefoglaljuk az ezekkel kapcsolatos tudnivalókat, mivel további tárgyalásainkban fontos szerepet kapnak.

Sorrendi (szekvenciális) hálózatnak vagy automatának tekintjük a továbbiakban (a 6-5. ábrával összhangban) a következő struktúrát:

$$SH = \{x, z, q, \rho, \psi\} \qquad (6.5)$$

ahol:

$x = \{x_0 \ldots x_{N-1}\}$ – *bemeneti* állapothalmaz (melynek x_i elemei a bemeneti állapotok)
$z = \{z_0 \ldots z_{M-1}\}$ – *kimeneti* állapothalmaz
$q = \{q_0 \ldots q_{P-1}\}$ – *belső* állapothalmaz
$q' = \rho\ (x, q)$ – *belsőállapot*-függvény
$z = \psi$ – *kimenetiállapot*-függvény

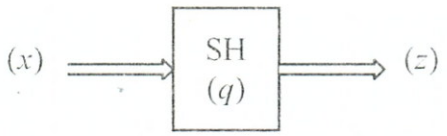
z_i, x_i, q_i indexelését gyakran „1"-el kezdjük, ekkor az utolsó indexek természetesen: N, M, P lesznek.

A 6-2. ábra jelöléseivel összhangban:

A *bemeneti állapothalmaz* x_i elemeit az $\mathbf{X} = (X_1, \ldots X_n)$ *függetlenváltozókat* összefogó vektor komponenseinek *értékkombinációi* alkotják, melyek maximális száma: $N = 2^n$ lehet.

A *kimeneti állapothalmaz* z_j elemeit a $\mathbf{Z} = (Z_1, \ldots Z_m)$ *függővváltozó* vektor komponenseinek *értékkombinációi* alkotják, melyek maximális száma: $M = 2^m$ lehet.

A *belső állapothalmaz* q_k elemeit a $\mathbf{Q} = (Q_1, \ldots Q_p)$ *szekunder változó* vektor-komponensek *értékkombinációi* alkotják, melyek maximális száma: $P = 2^p$ lehet.



6-5. ábra: *Sorrendi hálózat, mint automata*

Az automatát „kívülről" a bemenetre adott különféle *bemeneti* állapotok *sorozataival* gerjesztjük, ezekre az automata *belső- és kimeneti* állapotsorozatokkal felel. A viszonyok pontos leírásához szükséges ismerni az automata állapot-viszonyait – mint éppen fennálló kiinduló helyzetet – közvetlenül a gerjesztő sorozat megjelenése *előtt.*

Az automata bemeneti – belső – és kimeneti állapotait két csoportba sorolhatjuk:

- az egyik csoportba tartoznak az ún. *előforduló* állapotok, melyek az automata működésében szerepet kapnak;
- a másik csoportot a *nem előforduló* állapotok képezik, ezek az automata működése során egyáltalán nem szerepelnek, de mint elvi lehetőségek, fennállnak.

„r"-edik („l" hosszúságú) bemeneti állapotsorozatnak nevezzük az $x_\alpha, x_\beta, \ldots$, összesen *„l"* darab bemeneti állapot

$$s^l_{xr} = x_\alpha \rightarrow x_\beta \rightarrow \ldots$$

időbeli egymásutánját.

Hasonló módon definiálhatók a *belső- és kimeneti állapotsorozatok* is:

$$s^l_{qr} = q_\alpha \rightarrow q_\beta \rightarrow \ldots$$

$$s^l_{zr} = z_\alpha \rightarrow z_\beta \rightarrow \ldots$$

Az automatákkal kapcsolatos állapotsorozatokat (hasonlóan az állapotoknál bevezetett csoportosításhoz) *előforduló* és *nem előforduló* csoportokra soroljuk.

A bemeneti sorozatok hatását a szekvenciális hálózat lehetséges felvehető belső állapotai segítségével „tárolja", így mintegy *emlékezve,* egy pillanatnyi belső állapot révén jellemezni tudja a korábbi időpontokban lezajlott eseményeket. Így magyarázható meg, hogy a pillanatnyi bemeneti állapot és a pillanatnyi belső állapot együtt, egyértelműen elegendők a hálózat működésének jellemzéséhez. E sajátosságon alapul a ρ belső-állapotfüggvény és a ψ kimeneti függvény felírása.

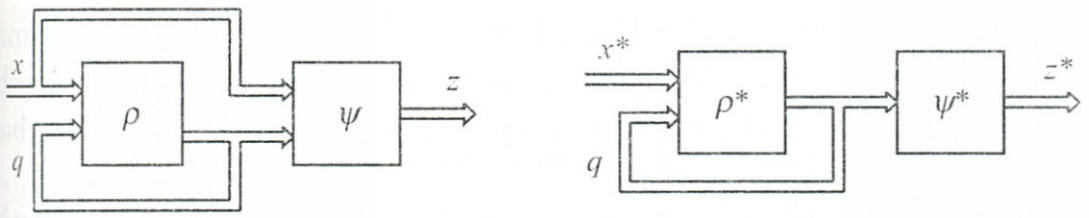
A ρ *(x, q) belső-állapotfüggvény* a q_k belső állapotokat a q'_{ik} belső állapotokba *képezi* le. Konkrétabban ez például azt fejezheti ki, hogy egy t időpontbeli x_{it} bemeneti állapot hatására az automata t időpontbeli q_{kt} belső állapotából átmegy egy $(t+1)$ időpontbeli $q_{ik(t+1)}$ állapotába.

A ψ *kimeneti-állapotfüggvény*nek kétféle értelmezést is adhatunk, mivel az automataelmélet alapján valamely automata kétféle „modellel" is leírható, egyetértésben a 6-3. ábrával. Az ún. *MEALY-modell* esetén az automatát:

$$\left.\begin{aligned} z &= \psi(x, q) \\ q' &= \rho(x, q) \end{aligned}\right\} \qquad (6.6)$$

állapotfüggvényekkel jellemezzük (6-6a. ábra).
Az ún. *MOORE-modell* eseén az automatát:

$$\left.\begin{aligned} z^* &= \psi^*(q^*) \\ q'^* &= \rho^*(x^*, q^*) \end{aligned}\right\} \qquad (6.7)$$



a.) Mealy modell *b.) Moore modell*

6-6. ábra: *Automata modell-változatok*

állapotfüggvények jellemzik. Itt a felépítés olyan, hogy a kimeneti állapotok egy-egy belső állapothoz vannak rendelve (6-6b. ábra).

Bebizonyítható, hogy minden MEALY-modellnek előállítható egy MOORE-típusú ekvivalense, és ez MOORE–MEALY irányban is fennáll.

A * megkülönböztetést csak olyankor fogjuk használni, mikor feltétlen szükséges.

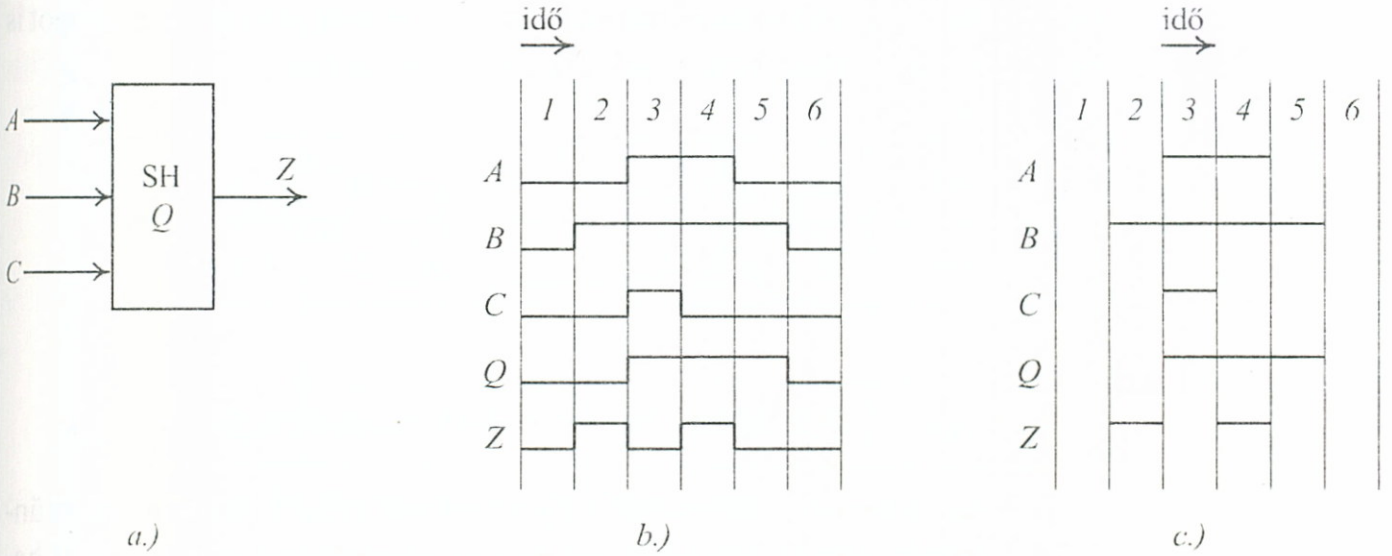
6.1.2. Automaták leírásmódjai

A továbbiakban többféle leírásmódot fogunk alkalmazni, ezek közül a korábbiakhoz képest újnak tekinthetők a következők:

!

a) Idődiagram

Idődiagramnak nevezzük az automata állapotait valamely időskála szerint egymáshoz rendelő diagrammokat. Az időskála lehet „léptékhelyes", de gyakori a különböző időfázisokat vagy *ütemeket* azonos méretűnek rajzolt „nem léptékhelyes" ábrázolás is, melyet gyakran *ütemdiagram*nak is nevezünk. Idődiagramra utal a 6-7. ábra, mely



a.) *b.)* *c.)*

6-7. ábra: *Példák idődiagram-változatokra*

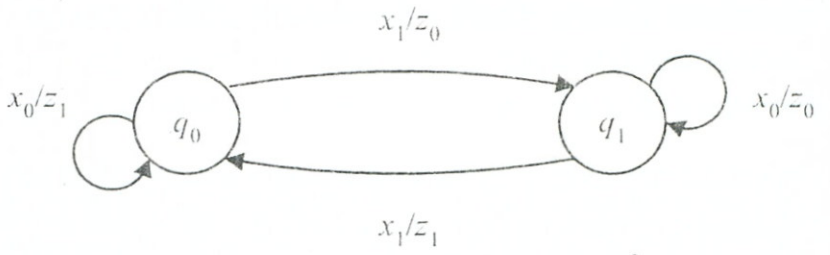
nem léptékhelyes ütemdiagramot reprezentál. Az *a)* ábrabeli automata bemeneti-, belső-, kimeneti változóinak állapotsorozatait a későbbiekben a *b)* ábrabeli, esetleg az egyszerűbb *c)* ábrabeli változatban fogjuk ábrázolni.

Valamely automatához elvileg végtelen sok idődiagram rajzolható.

b) Állapotgráf

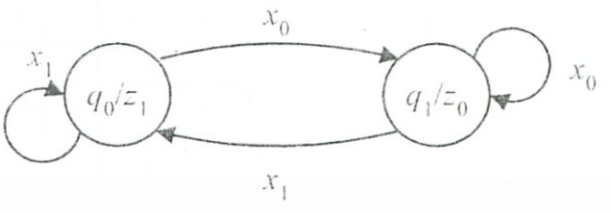
Az automata működésének grafikus szemléltetésére elterjedten használatosak a 2.2.6. pontban már a tárolóelemekkel kapcsolatosan bevezetett *irányított gráf*ok. Ezeknél, a belső állapothalmaz q_j elemeihez a gráf *csomópontjait*, a $q'_k = \rho\,(x_i, q_j)$ állapotfüggvény által leírt $q_j \rightarrow q'_k$ átmenethez a q_j és q'_k csomópontok között elhelyezkedő q'_k felé irányuló *él*-t rendeljük. E gráfot a továbbiakban az automata *állapotgráf*-jának nevezzük, gyakran alkalmazott elnevezés az *irányított gráf* is.

α) Mealy-modell esetén a $z_l = \psi\,(x_i, q_j)$ kimenetet a q_j-ből kifelé mutató élhez rendeljük, a 6-8. ábrának megfelelően.



6-8. ábra: *Mealy modell állapotgráfja*

*ß) Moore-modell*nél a q_n belső állapot csomópontjának körébe a belső állapottal egyértelműen jellemzett $z_l = \psi\,(q_k)$ kimeneti állapot is beírható. Ilyen eset látható példaként a 6-9. ábrán.

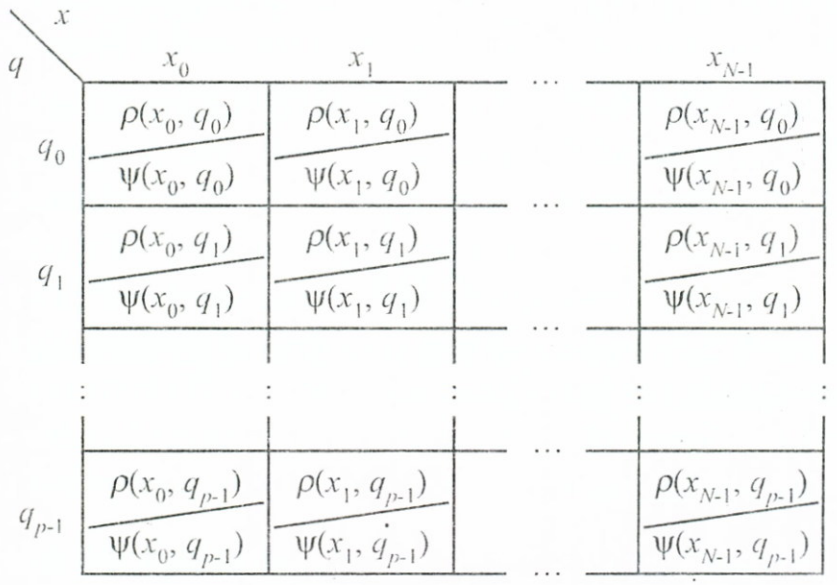


6-9. ábra: *Moore modell állapotgráfja*

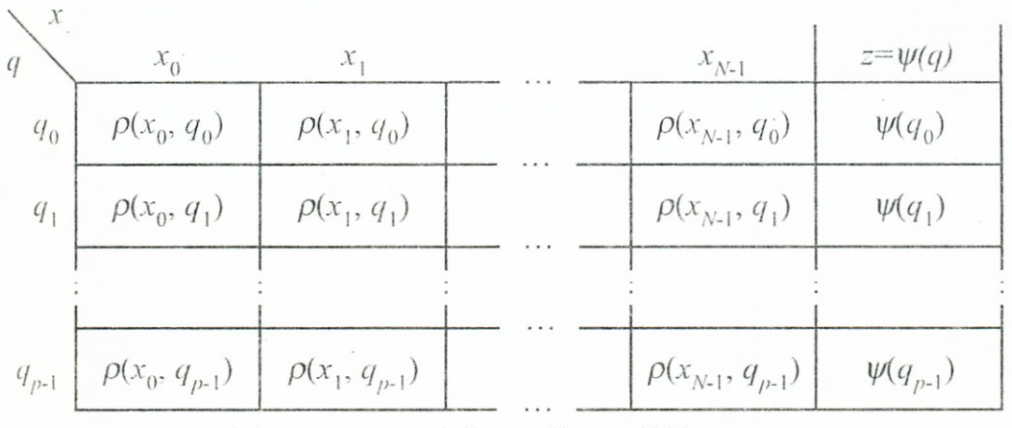
– Ha valamely automatán egy állapotot *kezdő* állapotként kitüntetünk, akkor *iniciális állapot*tal rendelkező automatáról beszélünk.

- Ha a kezdő állapotból *bármely* állapot elérhető *véges* számú gráf élen történő áthaladással, akkor *iniciálisan összefüggő* az automata.
- Ha a gráf valamely csomópontjából másik csomópont felé nem indul ki él (azaz csak befutó, és önmagába visszatérő élei vannak), akkor a kérdéses csomópont *abszorbens* állapotot jellemez. Ha az automata ilyen abszorbens állapotba kerül, akkor innen külső vezérléssel már nem mozdítható ki.
- Ha az automata működésének leírásánál egymással összefüggésben nem lévő gráf-részek szerepelnek, akkor az automata *izolált* működési állapotokkal rendelkezik.

Az állapotgráf azonos kezdeti és végállapottal rendelkező véges számú „él"-t tartalmazó útjait *ciklus*nak nevezzük.



a.) Mealy – modell Huffman táblája



b.) Moore – modell Huffman táblája

6-10. ábra: *Huffman táblák*

c) Huffman-tábla vagy állapottábla

Táblázatos leírásra használjuk az ún. Huffman-táblát. A táblázat oszlopainak fejrovataiban az x_i bemeneti állapotok, a sorok fejrovataiban a q_j belső állapotok helyezkednek el, a sor–oszlop találkozásokba a q'_{ij} bekövetkező belső állapotok kerülnek. *Mealy* esetben ide kerülhetnek a z_{ij} kimeneti állapotok is, míg a *Moore* esetben – miután ugyanabban a sorban minden $z_j = \psi(q_j)$ állapot azonos – ezeket egy külön oszlopba kiemelhetjük. Huffman-táblákra mutat példákat a 6-10. ábra.

6.1.3. Néhány jellegzetes automata-típus

a) Autonóm automaták

Ha egy automatánál feltételezzük, hogy a *bemeneti* állapothalmaz $|\{x\}| = 1$, akkor a Mealy és Moore-modellek megkülönböztetése értelmetlenné válik, mivel a jellemző függvények csak a belső állapotoktól függenek. Az így kapott speciális automatát *autonóm automatának* nevezzük:

$$\left.\begin{aligned} q' &= \rho(q) \\ z &= \psi(q) \end{aligned}\right\} \tag{6.8}$$

Az autonóm automaták jól felhasználhatók pl. szekvenciális rendszerek jelgenerátorainak modellezésénél.

b) Kombinációs automaták

Ha a Mealy-modellnél a *belső* állapothalmazról feltételezzük, hogy $|\{q\}| = 1$, akkor egy *belső állapotváltozás nélküli* automatához jutunk, amely definíciójában lényegében megfelel az (6.1.) összefüggéssel matematikailag értelmezett „KH" *kombinációs hálózatnak.* Erről az egyszerűsödött struktúráról már a 6.1. pont utolsó bekezdésében említettük, hogy egy speciális automata-osztályt képvisel:

$$\begin{aligned} \mathrm{KH} &= \{x, y, \varphi\} \\ y &= \varphi(x) \end{aligned} \tag{6.9}$$

c) Késleltető automaták

Ismét a Mealy-modellből kiindulva, tételezzük fel, hogy az idő múlását is figyelembevéve, a „t" időpontban a bemeneten fellépő x_i

bemeneti állapot hatására a kimeneten $(t+1)$ *időpontban* z_i kimeneti állapot jelenik meg válaszként. Azaz, egy olyan véges automatáról van szó, amelynek állapotfüggvénye *csak a bemenő állapottól,* kimeneti függvénye *csak a pillanatnyi belső állapottól* függ. Ezt a típust *késleltető automatának* nevezzük. Az előbbiek alapján:

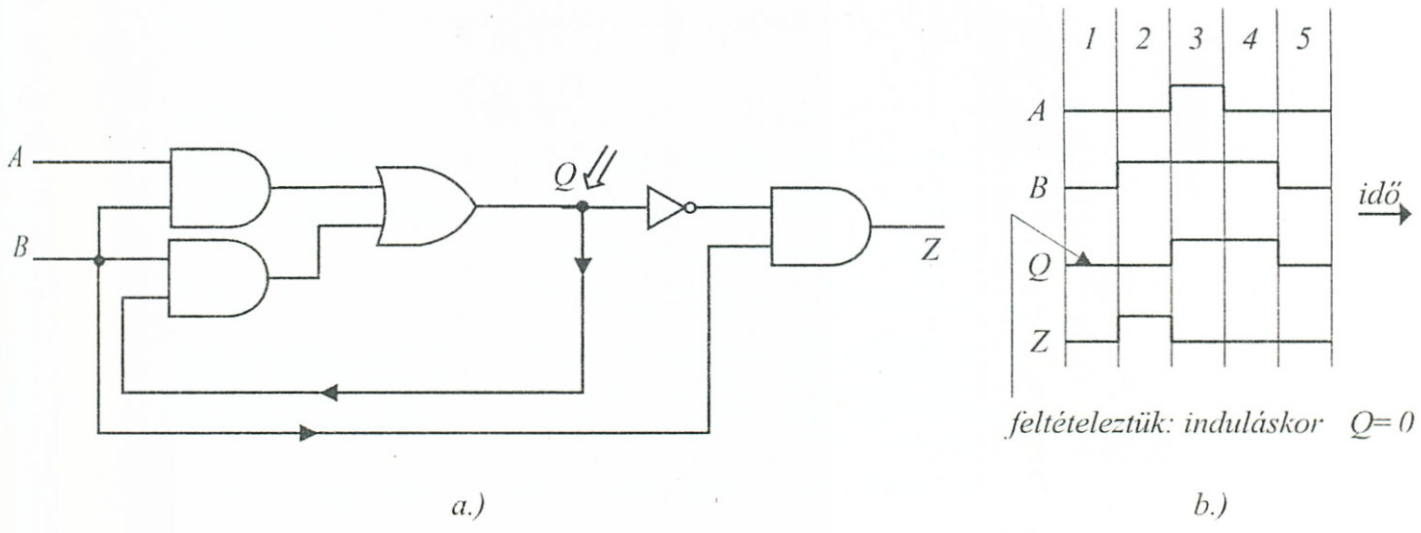
$$\left.\begin{aligned} q_m &= \rho(x_m, q_i) \\ z_i &= \psi(x_m, q_i) \end{aligned}\right\} \qquad (6.10)$$

A késleltető automata legegyszerűbb változata az ún. *elemi késleltetés.* Ennél az egyetlen függetlenváltozóból álló $x = \{X\}$ bemeneti állapothalmaz az ugyancsak egyetlen $z = \{Z\}$ kimenetnél Δ nagyságú késleltetéssel (pl. egy ütem-időnek megfelelő eltolással) jelenik meg.

6.1.4. Egy szemléltető példa

6.1. példa: Vizsgáljuk meg a 6-11a. ábrán felrajzolt hálózat működését.

Ha fel akarjuk írni a logikai vázlatból a kimeneti függvényt, akkor átmeneti gondjaink támadnak a nyíllal jelölt belső pont jellemzésénél. A problémát a hálózatban található visszacsatolás okozza, mely miatt a nyíllal jelölt ponton megjelenő Q logikai értékek (a 2.2.6. fejezetben már egyszer tapasztalt esethez hasonlóan) nemcsak a bemeneti változóktól függenek, hanem a nyíllal megjelölt ponton *előzőleg* észlelt logikai értéktől is. Ennek átgondolása után Q'-vel jelölve a jelenlegi, Q-val az (ugyanazon a ponton mérhető) előző értéket hordozó változó felírható a 6-11a. ábrából:



6-11. ábra: *Kiinduló hálózat*

$$Q' = A \cdot B + Q \cdot B \quad \text{– Belső állapotfüggvény}$$

$$Z = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{Q} \quad \text{– Kimeneti függvény}$$

A hálózat jellemzéséhez mint látható, két függvény: a belső viszonyokat jellemző Q' és a kimenetet jellemző Z felírására volt szükség. Valójában a 6.1. pontbeli definíciók értelmében egy *sorrendi hálózat*hoz jutottuk, a felírtak megfelelnek a (6.2), (6.3) típusú összefüggéseknek.

Jellemezzük a bevezetett fogalmak segítségével a kiinduló példabeli hálózatot, mind a vektoros, mind az automataelméleti módozatokkal:

- a *független változók* vektora: $\mathbf{X} = (A, B)$
- a bemenetek száma: $n = 2$
- a független változók értékeiből képezhető *bemeneti állapothalmaz* elemeinek száma: $N = 2^n = 4$
- a bemeneti állapothalmaz: $x = \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$
  Kódolva: $x_0 = \begin{Bmatrix} A, B \\ 0, 0 \end{Bmatrix}$, $x_1 = \{0, 1\}$, $x_2 = \{1, 0\}$, $x_3 = \{1, 1\}$
- a *függő változó* vektor:

$$\mathbf{Z} = (Z)$$

- a kimenetek száma: $m = 1$
- a függővváltozók értékeiből képezhető *kimeneti állapothalmaz* elemeinek száma: $M = 2^m = 2$
- a *kimeneti állapothalmaz*: $z = \{z_0, z_1\}$
  Kódolva: $z_0 = \{0\}$, $z_1 = \{1\}$
- a belső állapotokat meghatározó *szekunder változó* vektor:

$$\mathbf{Q} = (Q)$$

- a szekunder változók száma: $p = 1$
- a *belső állapothalmaz* elem száma: $P = 2^p = 2$
- a *belső állapothalmaz* $q = \{q_0, q_1\}$
  Kódolva: $q_0 = \{0\}$, $q_1 = \{1\}$
- a szekunder változók gerjesztési függvényrendszere itt csak egy függvényből áll. A Q'-be történő behelyettesítéseket elvégezve kapjuk:
- a belső állapotfüggvény leképezései:

Automata modellel		Vektorosan			
általános alak	kódolt alak	A	B	Q	Q'
$q'_0 = \rho(x_0, q_0)$	$0 = \rho(00, 0)$	0	0	0	0
$q'_0 = \rho(x_0, q_1)$	$0 = \rho(00, 1)$	0	0	1	0
$q'_0 = \rho(x_1, q_0)$	$0 = \rho(01, 0)$	0	1	0	0
$q'_1 = \rho(x_1, q_1)$	$1 = \rho(01, 1)$	0	1	1	1
$q'_1 = \rho(x_2, q_0)$	$0 = \rho(10, 0)$	1	0	0	0
$q'_1 = \rho(x_2, q_1)$	$0 = \rho(10, 1)$	1	0	1	0
$q'_1 = \rho(x_3, q_0)$	$1 = \rho(11, 0)$	1	1	0	1
$q'_1 = \rho(x_3, q_1)$	$1 = \rho(11, 1)$	1	1	1	1

– a *kimeneti függvényrendszer* ugyancsak egy függvényt tartalmaz, mivel egyetlen kimenet van (6-11.) szerint. A Z-be történő behelyettesítési eseteket megvizsgálva és figyelembevéve, hogy az automata MEALY-modellt választva lesz a legilleszkedőbb példánk esetében:

Automata modellel		Vektorosan			
általános alak	kódolt alak	A	B	Q	Z
$z_0 = \psi(x_0, q_0)$	$0 = \psi(00, 0)$	0	0	0	0
$z_0 = \psi(x_0, q_1)$	$0 = \psi(00, 1)$	0	0	1	0
$z_1 = \psi(x_1, q_0)$	$1 = \psi(01, 0)$	0	1	0	1
$z_0 = \psi(x_1, q_1)$	$0 = \psi(01, 1)$	0	1	1	0
$z_0 = \psi(x_2, q_0)$	$0 = \psi(10, 0)$	1	0	0	0
$z_0 = \psi(x_2, q_1)$	$0 = \psi(10, 1)$	1	0	1	0
$z_1 = \psi(x_3, q_0)$	$0 = \psi(11, 0)$	1	1	0	0
$z_0 = \psi(x_3, q_1)$	$0 = \psi(11, 1)$	1	1	1	0

– a vizsgálat során tételezzük fel, hogy a hálózat kezdetben $q_0 = 0$ kiinduló állapotban van, és a bemenete adott *bemeneti állapotsorozat* a 6-11b. ábra értelmében:

$$\overset{\text{AB}}{s_x^5 = x_0 - x_1 - x_3 - x_1 - x_0 = 00 - 01 - 11 - 01 - 00}$$

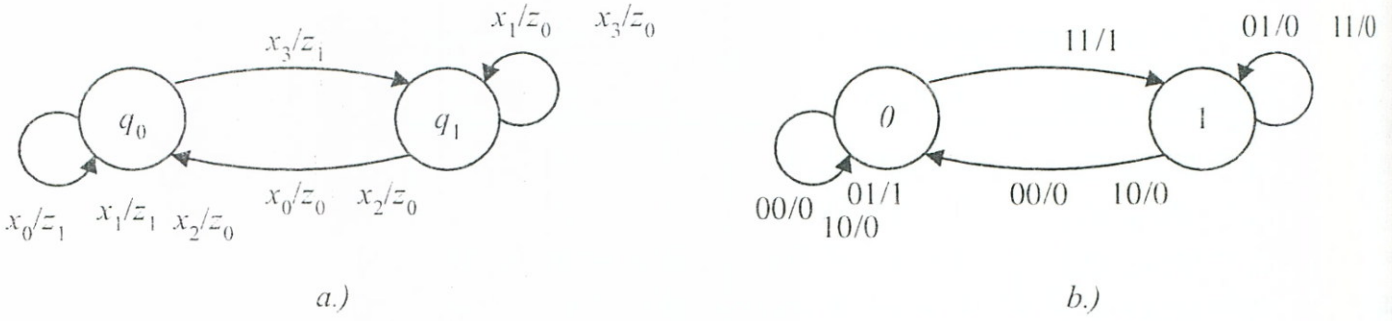
– Ha minden ütemre kiszámítjuk a logikai függvényekkel Q és Z értékeit, akkor a belső- és kimeneti, 5 ütemes állapotsorozatok:

$$\overset{\text{Q}}{s_q^5 = q_0 - q_0 - q_1 - q_1 - q_0 = 0 - 0 - 1 - 1 - 0}$$

$$\overset{\text{Z}}{s_z^5 = z_0 - z_1 - z_0 - z_0 - z_0 = 0 - 1 - 0 - 0 - 0}$$

Látható, hogy a kimenet viselkedését befolyásolja, hogy milyen állapotból indult a működtető-sorozat. A Q szekunder változó abban is szerepet kap, hogy a 2. és 4. ütemeket (annak ellenére, hogy azonos AB-01 vezérlést kapnak) egymástól megkülönbözteti és így érhető el, hogy a 2. ütemben $Z = 1$, 4.-ben $Z = 0$ keletkezik.

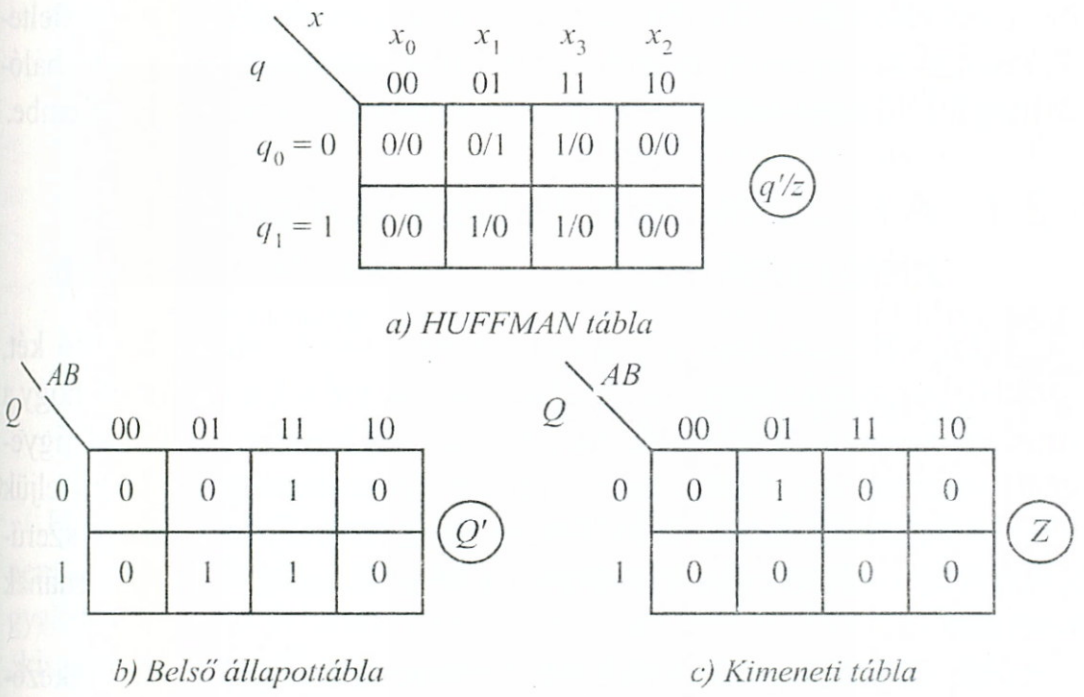
– Az *állapotgráfot* (hasonlóan az állapotfüggvény táblázatokhoz) szimbolikus jelölésekkel (6-12a. ábra), vagy a behelyettesítési értékekkel (6-12b. ábra) is felrajzolhatjuk. Mivel a két belső állapot van ($q_0 = 0$, $q_1 = 1$), ezért kiindulásnál a két csomópontnak megfelelően kört rajzolunk és az ezeket összekötő éleket az állapotfüggvényeknek megfelelően irányítva rajzoljuk be, majd az élek mellé odaírjuk a megfelelő x_i/z_k állapotpárt, illetve ezek konkrét értékeit. Ha több leképezés ugyanolyan átmenetet eredményez, akkor egy-egy él mellé több állapotpár is kerülhet.



a.) *b.)*

6-12. ábra: *A 6.1. Példa állapotgráf változatai*

– A *Huffman-táblát vagy állapottáblát* – Mealy-modellről lévén szó – a 6-10a. ábra elvén rajzolhatjuk fel az állapotgráf, vagy az állapotfüggvény-táblázatok segítségével. A megoldás a 6-13a. ábrán látható.
– Végül, vizsgáljuk meg a *vektoros* leíráshoz tartozó állapottáblákat, amelyek valójában a jellemző logikai függvények V-K tábláját jelentik. Ügyelni kell arra, hogy itt a Q' táblának a peremén felsorolt független változók értékei korábbi (megelőző) időponthoz tartoznak, mint a tábla belsejében szereplő (következő) értékek. A két függvényhez célszerű két táblát felrajzolni, ezek a 6-13b. és c. ábrán láthatók:



q \ x	x_0 00	x_1 01	x_3 11	x_2 10
$q_0 = 0$	0/0	0/1	1/0	0/0
$q_1 = 1$	0/0	1/0	1/0	0/0

q'/z

a) HUFFMAN tábla

Q \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0

Q'

b) Belső állapottábla

Q \ AB	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	0	0	0

Z

c) Kimeneti tábla

6-13. ábra: *A 6.1. Példa jellemző táblái*

6.2. Az áramköri késleltetések befolyása a digitális hálózatok működésére

Már a 4. és 5. fejezet realizációs eszközeinek tárgyalásánál fontos szerepet tulajdonítottunk a logikai műveleteket végző áramkörök működési sebességének, melyet többféle időadattal is jellemeztünk a specifikációkban. Eddigi vizsgálódásainkban a kapcsolóknál és kapuknál ideális működést tételeztünk fel hallgatólagosan, vagy legalábbis nem vettük őket számításba a logikai működés szempontjából.

Foglalkozzunk most olyan esetekkel, melyeknél a tárgyalásba bevonjuk a tranziens problémát okozó jelkésleltetéseket is. Vizsgáljuk meg, hogy a hálózatokban a késleltetések hatására bekövetkező jelenségek milyen problémákat vetnek fel és velük kapcsolatban – eddigi eredményeink megtartása mellett – milyen további meggondolások szükségesek.

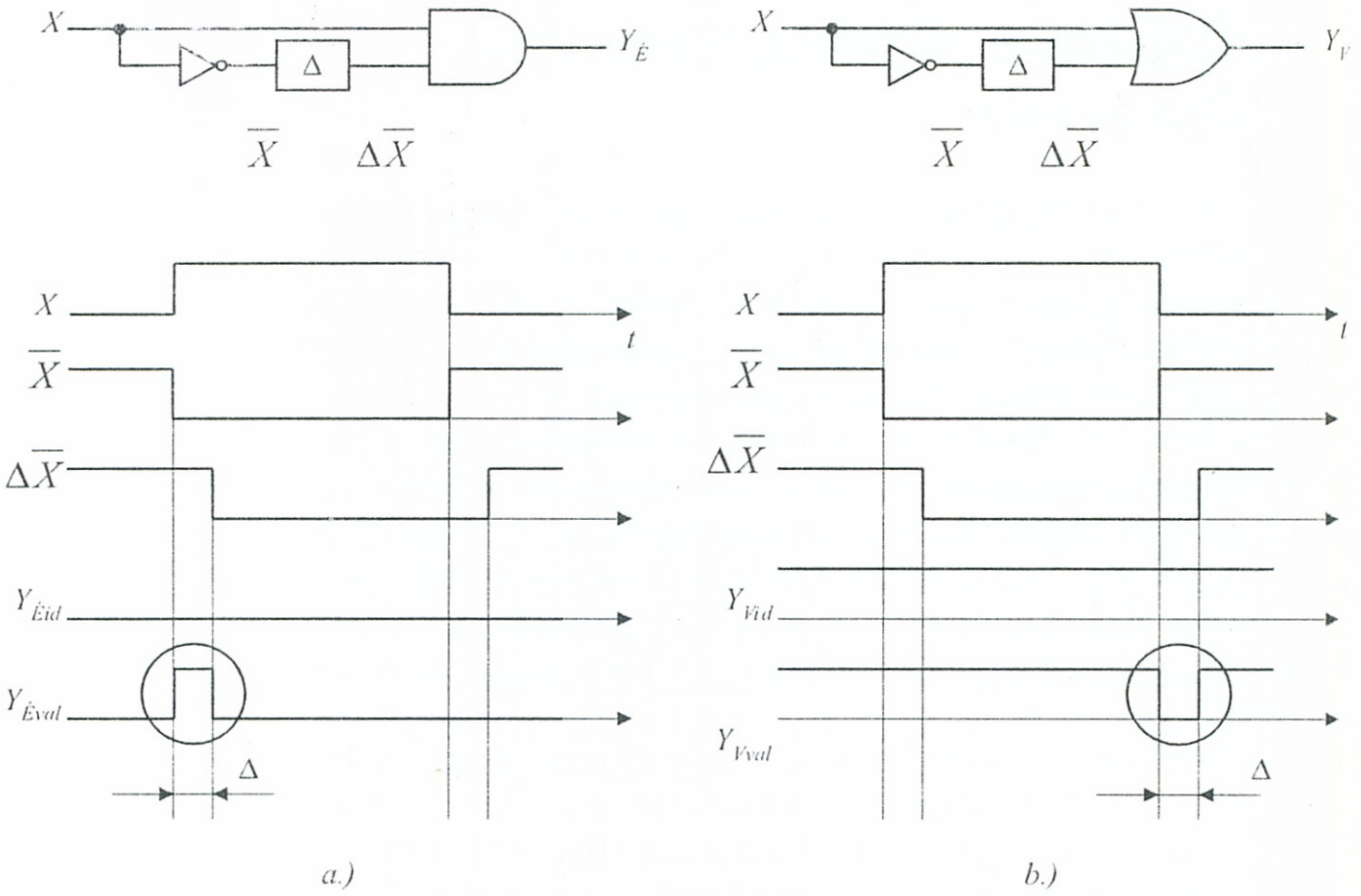
A digitális hálózat valamely pontján észlelhető jeleknek az ideális állapotú működéshez viszonyítottan késleltetett megjelenését legtöbb esetben több feltétel együttes hatása okozza. (Ilyenek lehetnek a hálózatot felépítő alapáramkörökhöz specifikált t_{pdi} terjedési idők, de késleltetést okozhat pl. az összekötő-vezetékek hossza, vagy az áram-

kör egyes részeinek eltérő melegedése is.) A továbbiakban e késleltetéseket „Δ" *koncentrált késleltetés* szimbólumoknak a digitális hálózat megfelelő pontjaihoz történt berajzolásával vesszük figyelembe.

6.2.1. A késleltetések hatása kombinációs hálózatoknál

6.2. példa: Bevezetésül vizsgáljuk meg a 6-14. ábrán látható két, rendkívül egyszerű áramkör viselkedését, azzal a kiemeléssel, hogy a kimeneti kapukat ideálisnak tekintve, a meghajtó inverternél figyelembe veszünk egy Δ késleltetést, melybe koncentráltan beleképzeljük a fent és korábban felsorolt időfeltételeket, és melyeket (az egyszerűség kedvéért) mind a jel-felfutásra, mind a jel-lefutásra egyformának tekintünk.

Az ábrák idődiagramjainak tanulmányozása alapján a következőket állapíthatjuk meg:



a.) b.)

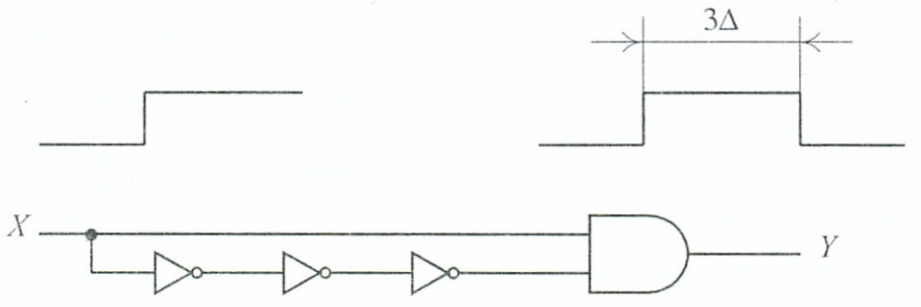
6-14. ábra: *Késleltetés módosító hatása*

a) hálózat: ideális esetben: $Y_{Éid} = X \cdot \overline{X} = 0$ mindig
valóságos esetben: $X = 0 \rightarrow 1$ változását követően egy Δ hosszúságú „1" impulzus szakítja meg a folyamatos „0" értéket.

b) hálózat: ideális esetben: $Y_{Vid} = X + \overline{X} = 1$ mindig
valóságos esetben: $X = 1 \rightarrow 0$ változását követően egy Δ hosszúságú „0" impulzus szakítja meg a folyamatos „1" értéket.

Fenti „1", ill. „0" impulzusok, mint láttuk a Δ késleltetés – tehát nem logikai feltétel – hatására keletkeztek, és miután a késleltetés gyakran váratlan feltételektől (pl. melegedés) is függhet, a jelenség „kiszámíthatóságát" nem mindig tekinthetjük az áramkör működése szempontjából ellenőrizhetőnek. Emiatt e *hazárd* jelenségeket többnyire káros tényezőnek tekintik, és ellensúlyozásukra különféle módszereket alkalmaznak.

Meg kell jegyeznünk, hogy az impulzuskeltés fenti módját az IC-technikában elterjedten hasznosítják, mivel a hagyományos impulzus-technikai kapacitásos módszerek – a kondenzátorok IC-tokon belüli nagy helyigénye miatt – itt nem előnyösek. Például az 6-15. ábrán látható, ún. „egyimpulzus adó" áramkörben az egymás után elhelyezkedő páratlan számú inverterek darabszámával – azok t_{pd}-jének ismeretében – a kiadott impulzus hossza diszkrét fokozatokban állítható.



6-15. ábra: *Egy-impulzus adó*

6.2.1.1. Sztatikus hazárd

A hazárdok további vizsgálatához tekintsünk át egy újabb példát.

6.3. példa: Vizsgáljuk meg a 6-16a. ábrán folytonos vonallal felrajzolt kombinációs hálózatrész viselkedését. A példánál a hálózatban ténylegesen előfordulható késleltetések közül, csak az inverter környezetében jelentkező Δ késleltetést hangsúlyozzuk ki. Ennek figyelembevételével rajzoltuk fel a 6-16b. ábrán látható idődiagrammokat, ahol a késleltetett A következtében fellépő hazárd jól felismerhető, ha a késleltetést számba nem vevő, *-gal jelölt idődiagramot és a késleltetést is figyelembe vevő **-osat összehasonlítjuk.

Megállapíthatjuk, hogy Δ időtartamra az „Y" kimeneti érték „0"-ra változott, és ez nem valamilyen logikai feltétel hatására, hanem csupán az inverter véges működési sebessége miatt következett be.

A jelenséget a 6-16c. ábrán felrajzolt V-K táblán is értelmezve, megállapíthatjuk, hogy a hazárd megjelenése akkor következett be, amikor az I. tömbből a szomszédos II.-be átmentünk, azaz az $Y = 1$ érték „fenntartását" az I. jelű tömb prímimplikánst előállító kapu a II.-nek „átadta", a bemeneti értékkombinációk megváltozásának hatására. A változás következtében I.-nek $Y_I = 1$-et előidéző hatására már megszűnik, ugyanakkor a Δ következtében II. még késik $Y_{II} = 1$ előállításával.

A fenti példában tárgyalt jelenséget *sztatikus logikai hazárd*nak nevezzük. Általánosítva a tapasztaltakat, a következőket foglalhatjuk össze:

Ha egy logikai hálózatnál az $\{X_1, \ldots X_n\}$ független változók valamely, Y_I kimeneti értéket eredményező kombinációja egy vele „szomszédos" $Y_{II} = Y_I$ kimeneti értéket eredményező kombinációira vált át, és eközben a kimeneten átmenetileg egy $Y_I \rightarrow Y_H \rightarrow Y_{II}$ kimeneti értéksorozat jelenik meg, ahol $Y_H \neq Y_I = Y_{II}$, akkor a logikai hálózatban *sztatikus logikai hazárd* van.

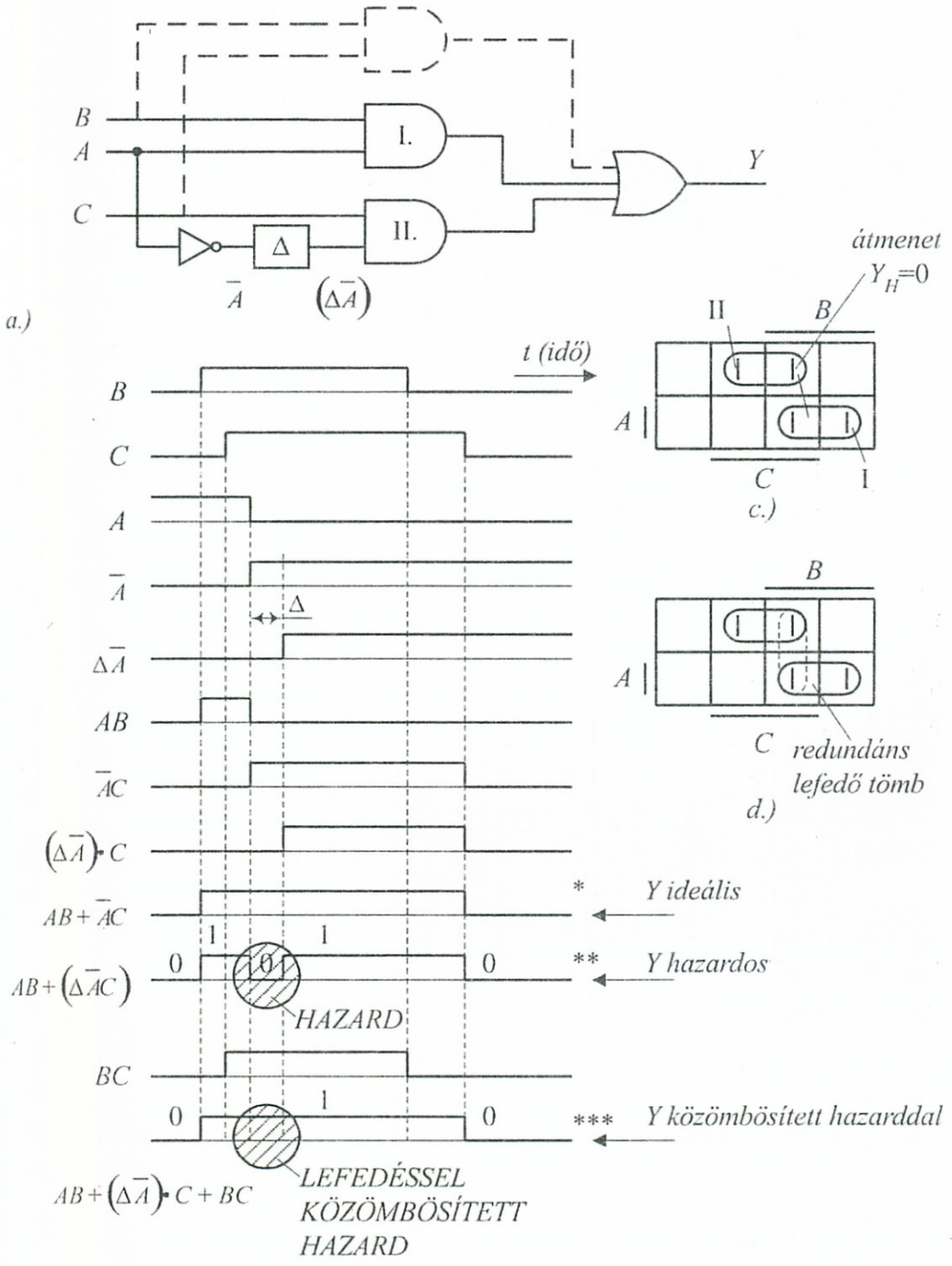
Sztatikus logikai hazárd kizárólag olyankor keletkezhet, amikor a függvényt felépítő prímimplikáns tömbök közt találhatók olyanok, amelyek „él-szomszédosak", és diszjunktak.

A sztatikus logikai hazárdot „*1*"*-es típusú*nak nevezzük, ha a hazárd jelenség folyamán „1"-es érték helyett $Y_H = 0$ érték lép fel. „*0*" *típusú* a hazárd, ha „0"-ás helyett $Y_H = 1$ lép fel. Példánknál „*1*"*-es* típusú hazárddal találkoztunk.

A példa tapasztalatai alapján már szabatosabban megfogalmazhatjuk a sztatikus hazárd keletkezésének feltételeit, melyek szerint a keletkezéshez teljesülniük kell a következőknek:

Diszjunktív alak esetén:

- Legyen a logikai függvénynek legalább két olyan prímimplikánsa (lásd 2.2.4. pont), melyek a következő alakúak:
  $I'_D = X_i \cdot E'$ ahol: – X_i egyik logikai változó,
  $I''_D = X_i \cdot E''$ – E', E'' egy-egy ÉS kapcsolat, mely X_i-t nem tartalmazza.



6-16. ábra: *Sztatikus hazard keletkezése és kiküszöbölése*

– $E' \cdot E'' \neq 0$
– $E' \cdot E''$ – nem szerepel a diszjunktív alakban.

Konjunktív alak esetén:
– Legyen a logikai függvénynek legalább két olyan prímimplikánsa, melyek a következő alakúak:
$I'_k = X_i + V'$ ahol: – X_i egyik logikai változó,
$I''_k = X_i + V''$ – V', V'' egy-egy VAGY kapcsolat, mely X_i-t nem tartalmazza.
– $V' + V'' \neq 1$
– $V' + V''$ – nem szerepel a konjunktív alakban.

A hazárd kiküszöbölése – lényegében – a keletkezési feltételek valamelyikének megszüntetésén alapulhat.

– Az egyik – áramkör-orientált – módszernél egy céltudatosan, a hálózat megfelelő pontján elhelyezett *másik késleltetéssel* kompenzáljuk az eredeti késleltetés hatását.

– Gyakran alkalmazott módszer, hogy a logikai értékváltozás időszakára egy tiltó jellel (órajel) a kimeneti hatásokat letiltjuk. Ezzel a módszerrel a későbbiekben foglalkozunk.

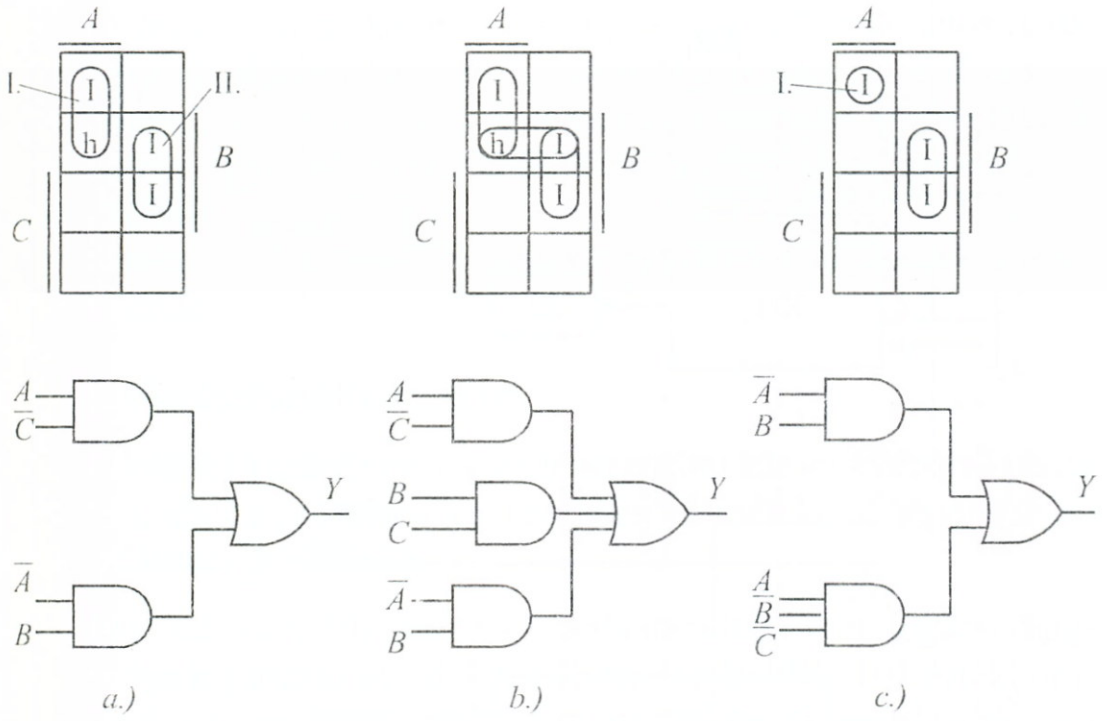
– A leggyakrabban alkalmazott módszer a hálózat logikai átalakításán alapul. Mint már az előző pontban utaltunk rá, a hazárd *él-szomszédos,* diszjunkt prímimplikáns tömbök közti átmenet során keletkezhet, ezért, ha az átmenet helyét egy redundáns tömbbel lefedjük (lásd pl. 6-16d. ábra), a hazárd lehetősége megszűnik. A redundáns tömb természetesen redundáns hálózatrésszel jár együtt (lásd 6-16a. ábra, szaggatottan berajzolt kapu), azaz a biztonságos működés ára a hálózat bonyolultabbá válása lesz, például az előzőleg minimalizált hálózatot ily módon kissé „elrontjuk".

Részben meghatározott hálózatoknál a hazárd-veszélyes esetben a kiküszöbölés szabályai módosulhatnak. Vizsgáljuk meg ezt is egy példán keresztül.

6.4. példa: Az

$$Y = \sum^{3} (1, 3, 4, 5^{h})$$

függvénynek megfelelő V-K táblát, a határozatlan termet is felhasználó maximális tömbjeivel, és a hozzá tartozó minimál hálózattal a 6-17a. ábrán rajzoltuk fel.



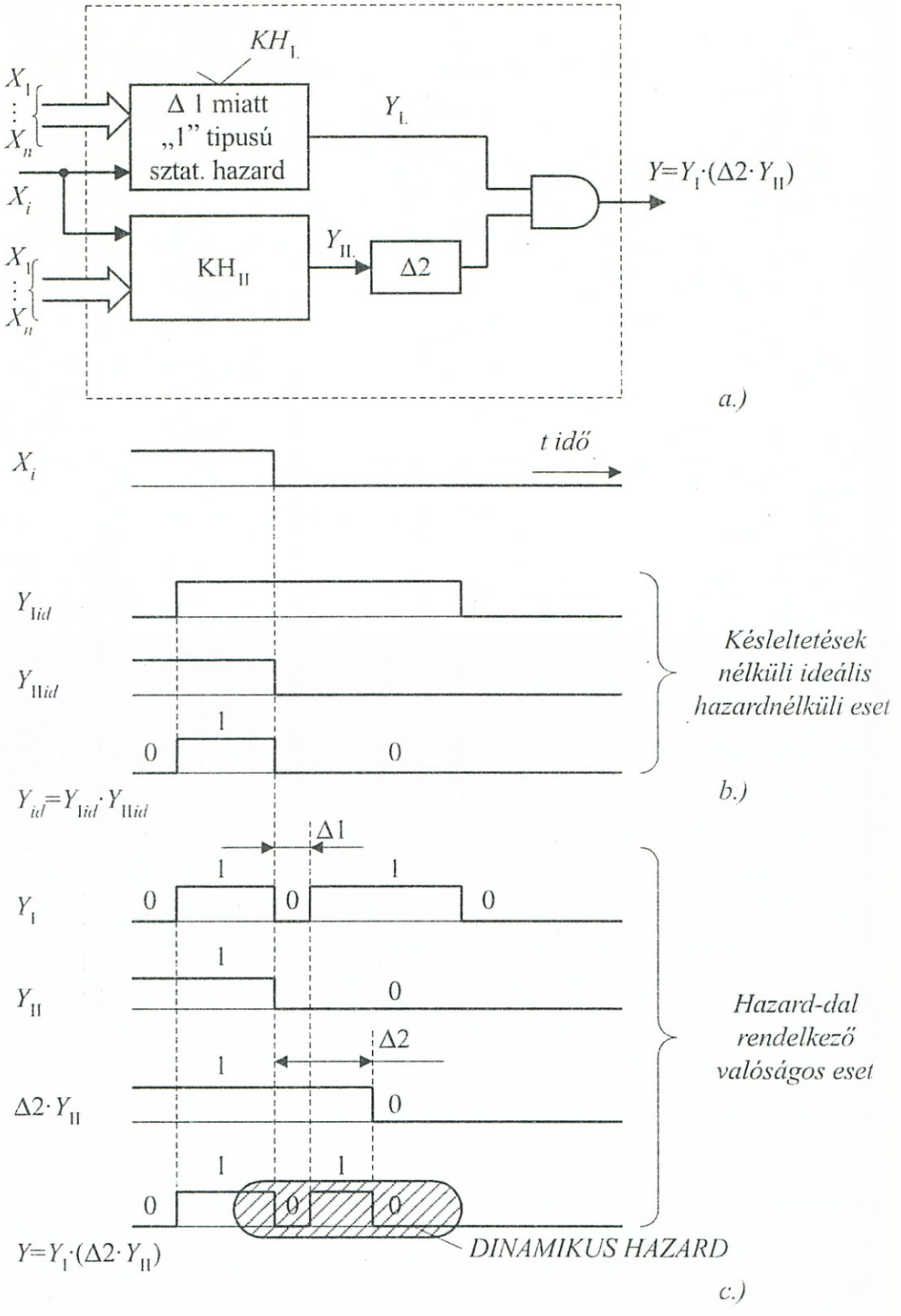
6-17. ábra: *Hazárd kiküszöbölés részben határozott esetben*

Ez a hálózat *hazárd-veszélyes* az I. és II. tömb átmeneteknél. Az ún. lefedő-tömbös kiküszöbölést a 6-17b. ábra mutatja. Mint látjuk, a redundáns hálózat 3 db kétbemenetű ÉS kaput, és 1 db hárombemenetű VAGY kaput igényel. Célszerűbb megoldáshoz jutunk, ha a 6-17c. ábra szerint az I. tömböt nem alakítjuk ki „h" felhasználásával maximálisra, hanem csak egyetlen sejtből állítjuk elő. Az így kapott hazárdmentes hálózat 1 db két-, és 1 db hárombemenetű ÉS kaput, továbbá 1 db kétbemenetű VAGY kaput igényel.

6.2.1.2. Dinamikus hazárd és kiküszöbölése

A problémát ismét egy példán keresztül közelítjük meg.

6.5. példa: Vizsgáljuk meg a 6-18a. ábrán látható hálózat viselkedését. A teljes hálózat két (KH_I és KH_{II}), belső részhálózatot foglal magában. A KH_I-ről feltételezzük, hogy Δ_1 belső késleltetése folytán *„1"-típusú sztatikus* hazárdot tartalmaz. A hazárdos Y_I és az Y_{II} kimenetek egymáshoz képest Δ_2-vel késleltetve vannak. Az X_i függetlenváltozó $0 \rightarrow 1$ értékváltozásának hatására, ideális esetben a *b)* ábra szerinti kimeneti Y_{id}-nél $1 \rightarrow 0$ értékváltozás kellene, hogy jelentkezzen. Ezzel szemben a Δ_1 és Δ_2 késleltetéseket is figyelembevevő *c)* ábra szerinti esetben $1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ logikai értéksorozat, ún. *dinamikus logikai hazárd* keletkezik, kizárólag a hálózat belső késleltetései jóvoltából.



6-18. ábra: *Dinamikus hazard keletkezése*

Ismét általánosíthatjuk a példában tapasztaltakat: ha egy logikai hálózatnál – ahol az $\{X_1, \ldots X_n\}$ független-változók egyik értékkombinációjához Y', egy másikhoz pedig Y'' kimeneti érték tartozik – az egyik bemeneti kombinációnak a másikra történő átváltásakor $Y' \rightarrow Y''$

kimeneti értékváltozás helyett, $Y' \rightarrow Y_{H1} \rightarrow Y_{H2} \rightarrow Y''$ értékváltozás-sorozat alakul ki, akkor a hálózatban *dinamikus logikai hazárd* van.

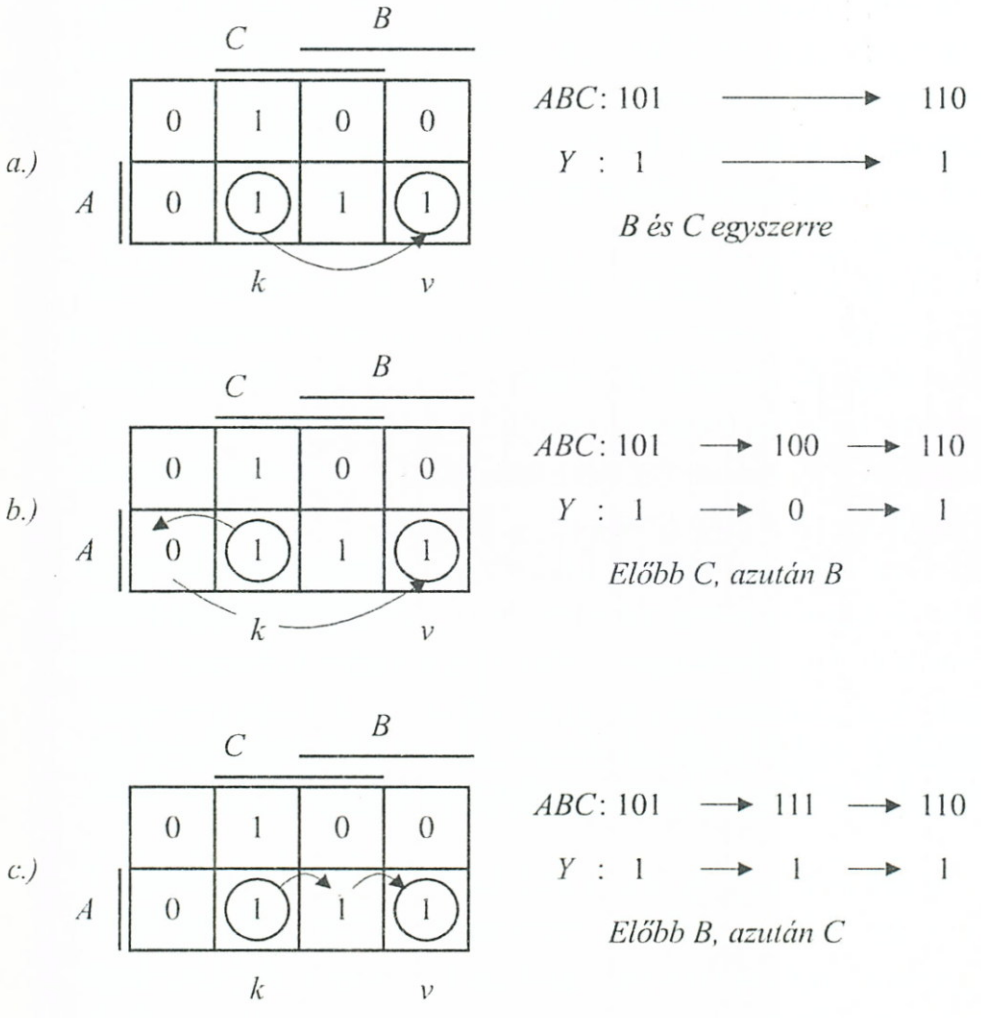
A dinamikus hazárd bekövetkezésében a sztatikus hazárd játszik szerepet, így ez utóbbi megszüntetésével a dinamikus hazárd is kiküszöbölhető.

A sztatikus és dinamikus hazárdokat együttesen: *logikai hazárd*oknak nevezzük.

6.2.1.3. Funkcionális hazárd

Egy további hazárd-típust tanulmányozhatunk a következő példa keretében, ahol a probléma két bemeneti változó közel egyidejű értékváltozásakor jelentkezik.

6.6. példa: Adva a 6-19a. ábra V-K táblájával jellemzett logikai függvény, melynél például kiindulva a K-val jelölt ABC:101 értékkombinációból, a V-vel jelölt ABC:110-ba a „B" és „C" értékváltozásai



6-19. ábra: *Funkcionális hazárd keletkezése*

révén juthatunk. Ez az átmenet valójában háromféle módon is végbemehet.

A 6-19a. ábra esetében B és C bemeneti értékek pontosan egyszerre változnak meg, így $Y_K \rightarrow Y_V = 1 \rightarrow 1$ átmenet zavartalanul azonnal lezajlik. Ilyen ideális eset a legritkábban fordul elő, valóságban B és C nem változnak meg pontosan egyszerre.

A 6-19b. ábra esetén C gyorsabban változik meg, így egy közbenső tranziens értékkombináció: 100 hatására az $Y_H = 0$ érték lép fel átmenetileg, majd B megváltozásakor beáll $Y_V = 1$ értéke. Tehát a kimeneten $Y_K \rightarrow Y_H \rightarrow Y_V = 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1$ jelentkezik.

A 6-19c. ábránál B változik gyorsabban, itt is keletkezik ugyan egy tranziens (111), de adott függvényünknél ehhez $Y_H = 1$ érték tartozik, így a kimeneti értékváltozás:

$$Y_K \rightarrow Y_H \rightarrow Y_V = 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1.$$

Általánosítva a tapasztaltakat, kimondhatjuk: ha egy logikai hálózatban a független-változók valamely kiinduló értékkombinációjából egy másik értékkombinációba oly módon lépünk át, hogy szükségszerűen két, vagy több bemeneti értéknek kell egyszerre megváltozni, és e megváltozás következtében a kiinduló Y_I és a véglegesen megváltozott Y_{II} kimeneti értékek közt átmenetileg egy $Y_H \neq Y_I = Y_{II}$; $Y_I \rightarrow Y_H \rightarrow Y_{II}$ kimeneti érték is fellép, akkor a hálózatban *funkcionális hazárd* van.

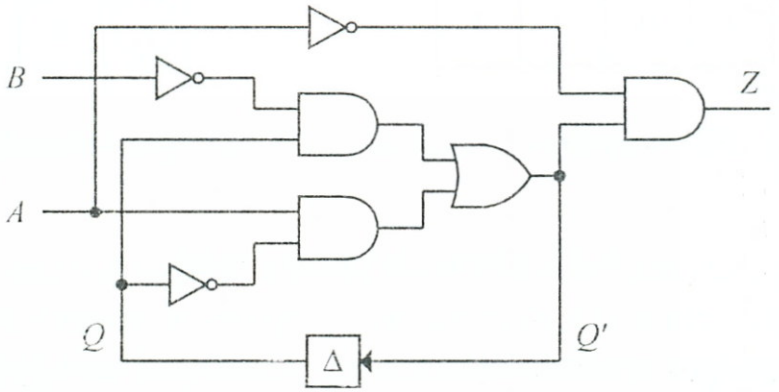
A funkcionális hazárd keletkezése a hálózatra érkező bemeneti vezérlésben gyökerezik. A változók értékváltozásainak egymáshoz képest történő sietése, ill. késése több okból is előállhat. Így pl. a meghajtó-hálózat kimeneti pontjain jelentkező kimeneti értékek fázis-eltérése, az összekötőcsatorna késleltetései stb. Ezek az okok véletlenszerűen változhatnak.

A funkcionális hazárd kiküszöbölésének legcélszerűbb módja a beérkező fázis-tolásoknak eleve történő megszüntetése lenne. Miután ez nem mindig lehetséges, ezért a bemenetre helyezett, tudatosan előállított késleltetésekkel kényszerítjük ki a hazárdmentes működési változatot, vagy órajeles (szinkron) rendszerstruktúrát alkalmazunk. Ez utóbbival a későbbi fejezetekben foglalkozunk.

6.2.2. A késleltetések és visszacsatolások együttes hatása sorrendi hálózatoknál. Jellemző táblák

Sorrendi hálózatok esetén a visszacsatolások és -késleltetések kombinált hatása további kérdéseket vet fel, melyeket a következőkben néhány példán keresztül célszerű tanulmányoznunk.

6.7. példa: Legyen adva a 6-20. ábrán látható hálózat, melynél az áramköri elemekből, szerelési adottságokból stb. eredő késleltetéseket a visszacsatoló hurokba helyezett egyetlen Δ késleltetéssel súlyozottan ki is hangsúlyoztuk.



6-20. ábra: *Visszacsatolás és keletkezés együtt*

A hálózat jellemző függvényei a logikai vázlatból közvetlenül felírhatók:

Belső állapotfüggvény:

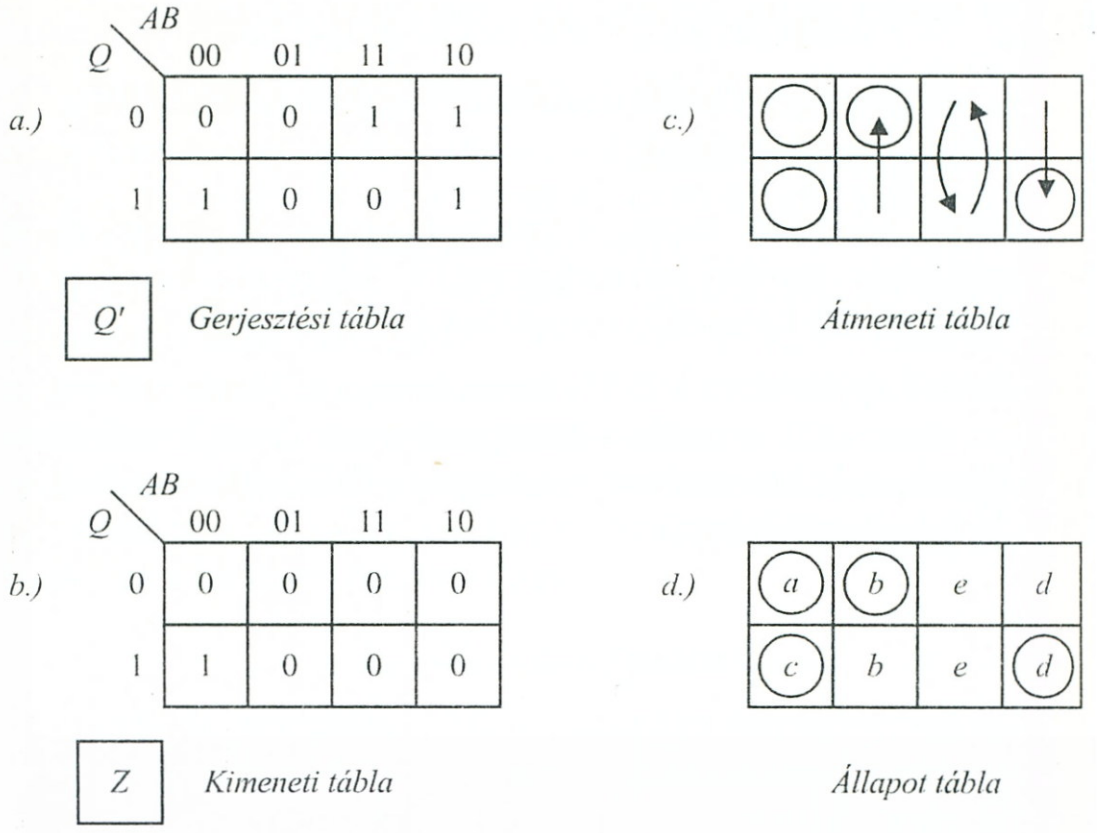
$$Q' = A\overline{Q} + \overline{B}Q$$

Kimeneti állapotfüggvény:

$$Z = Q' \cdot \overline{A}$$

Mivel itt két függvény van, kétféle V-K táblában is ábrázoljuk őket, és a tábláknak külön nevet is adunk, mint ezt már a 6.1. Példában láttuk.

A *belső állapottábla* (egyes irodalmakban: *gerjesztési tábla* vagy EXCITATION MAP) a 6-21a. ábra szerint alakul. A V-K tábla mentén úgy csoportosítjuk a változókat, hogy az *oszlopokat:* a bemeneti változók *(A, B),* a *sorokat:* a belső állapotváltozók (gyakran: szekunder-változók) értékei jellemezzék. Mivel itt két bemeneti változó van



6-21. ábra: *Jellemző táblák*

a négy lehetséges értékkombináció négy oszlopot, az egy belső állapotváltozó két sort határoz meg. A változók értékkombinációit a tábla peremén is felsoroltuk.

A *kimeneti tábla* hasonló szerkezetű, csak a kitöltése a kimeneti állapotfüggvénnyel történt (6-21b. ábra).

A vizsgálat kezdetekor nem tudhatjuk, hogy az áramkör éppen milyen belső állapotban van, így ezért ezt fel kell vennünk, amennyiben a működést vizsgálni akarjuk. Kövessük az időbeli történéseket a 6-22a. ábrán.

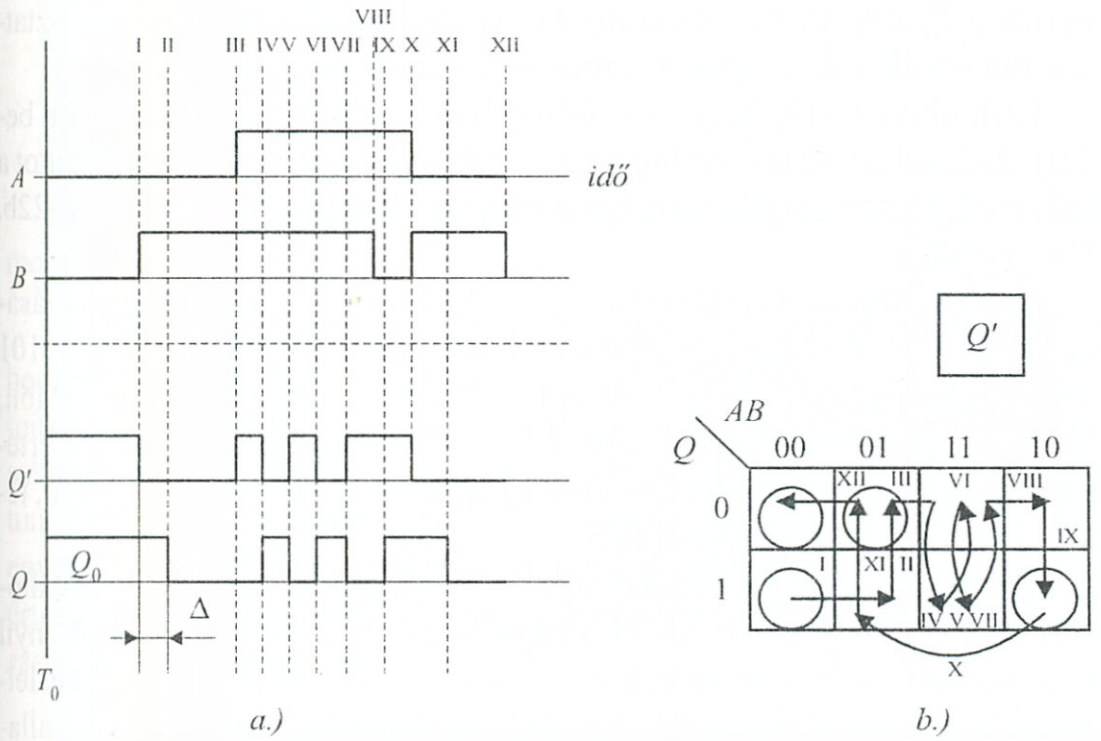
Rögzítsünk tehát egy iniciális (kiindulási) állapotot, legyen ez például:

$$QAB - 001$$

A T_0 időpontban, azaz alaphelyzetben a 6-22b. ábra bal alsó sarkában levő cellából kezdjük a hálózat analizálását. Itt fennáll:

$$Q' = Q = 1$$

Közbevetőleg előre kell bocsátanunk, hogy a vizsgálat során a visszacsatoló hurok két végpontján uralkodó logikai állapotok függvényében kétféle *hurokállapottal* fogunk találkozni. Ha a hurok két



6-22. ábra: *Vizsgálati ciklus idődiagramon és V–K táblán*

végpontján azonos logikai állapot van, akkor a hurokállapot *stabil* lesz, a hurok mentén jelmozgás nem történik. Ha a két végponton a logikai állapot eltérő, akkor a hurokállapot *instabil* lesz és a hurkon mindaddig jelek áramlanak, míg az stabil állapotba nem kerül.

Szabatosabban megfogalmazva, kimondhatjuk, hogy *egy* visszacsatolt huroknál a működési állapot:

$$\begin{aligned} &\text{stabil} \quad , \text{ha } Q' = Q \\ &\text{instabil} \quad , \text{ha } Q' \neq Q \end{aligned} \tag{6.11}$$

Stabil állapotából az áramkör csak a *bemeneti állapotok megváltoztatása* révén mozdítható ki.

Instabil állapotokra jellemző, hogy nem tartósak, és az instabil működési állapotú áramkör a bemeneti állapot állandó értéke mellett is (függőleges irányban) átmegy egy újabb állapotba. Ha ezen újabb állapot is instabil, úgy ismét állapotváltozás, vagy állapotváltozáslláncolat lép fel, mely utóbbit *többszörös átmenet*nek nevezünk. A többszörös átmenet mindaddig folytatódik, míg egy stabil állapotba nem torkollik. Ha nincs befejező stabil állapot, akkor előbb-utóbb *ciklikus működés* (gerjedés) lép fel.

Ezen közbevetés után folytatva megkezdett példánkat, megállapíthatjuk, hogy a bal alsó kiinduló cella esetében stabil állapotban va-

gyunk a T_0 időpontban, és amíg A és B értékeit kívülről nem változtatjuk meg, addig az áramkör ebben az állapotban is marad.

Különböztessük meg a továbbiakban a stabil állapotú cellákat bekarikázással az instabil állapotúaktól. Gerjesszük ezután a hálózatot a 6-22a. ábra szerinti jelsorozattal és rögzítsük tapasztalatainkat a 6-22b. V-K táblán.

Az idődiagram I.-gyel jelzett $B = 0 \rightarrow 1$ érték változásának hatására a 6-22b. V–K táblán a I. nyíl mentén mozdulunk el, és a $QAB = 101$ sejtbe jutunk. Mivel itt $Q' = 0$ és $Q = 1$, ez az állapot nem lesz stabil, ezért Δ késleltetés elteltével a II. nyíl mentén (Q értéke követi Q' értékét) átmegy a 001 sejtnek megfelelő állapotba. Itt $Q' = 0$ és $Q = 0$, tehát ez az állapot már stabil lesz.

Továbbhaladva az idődiagramon, a III. jelű $A = 0 \rightarrow 1$ értékváltozás a 011 állapotba vezet át, mely instabil és Δ késleltetéssel a IV. nyíl mentén átmegy az 111 állapotba. Ez ugyancsak instabil, így Δ késleltetéssel V. mentén újra a 011 állapot, majd utána VI. mentén 111 állapot, ezután VII. úton ismét 011 állapot következik. Mint látható, olyan *többszörös átmenethez* jutottunk, mely nem torkollik stabil állapotba, így gerjedési ciklus lépett fel. Ez mindaddig fennáll, míg a független változók valamelyikének értéke meg nem változik.

$B = 1 \rightarrow 0$ értékváltozása VIII. mentén átvezet a 010 sejtbe. Ez instabil állapotú és IX. mentén átmegy 110-ba, mely már stabil lesz.

Ha most $A = 1 \rightarrow 0$, és $B = 0 \rightarrow 1$ értékváltozás egyidejűleg következik be, úgy X.-nek megfelelően 101 instabil állapotba, majd innen XI.-en át 001 stabil állapotba jutunk.

Az idődiagram szerint a vizsgáló ciklus utolsó lépéseként minden független változó 0 értéket vesz fel, ennek megfelelően végezetül a XII. úton a 000 állapotba érünk el, mely stabil lesz.

A vizsgálat során „kiismertük" a hálózat azon működési állapotait, melyek instabilak és melyekből a hálózat átmegy egy stabilba. Ezeket gyakran külön célszerű feltüntetni, e táblát *átmeneti tábl*ának (TRANSITION MAP) nevezzük a továbbiakban (6-21c. ábra). Végül, gyakran külön táblán az ún. *állapottáblán* szemléltetjük a hálózat lehetséges stabil állapotait, melyeket betűkkel vagy számokkal különböztetünk meg (STATE MAP). Az instabil állapotok olyan betűjelölést kapnak, mint azé a stabil állapoté, melybe automatikusan átmennek (6-21d. ábra).

Az ábra állapotjelöléseivel az előzőleg vizsgált átmeneti ciklusok a következőképpen is leírhatók:

ⓒ → b → ⓑ
ⓑ → e → e → e → e → e → d → ⓓ
ⓓ → b → ⓑ
ⓑ → ⓐ

Összefoglalva a példa tapasztalatait, a következőket állapíthatjuk meg:

– *Gerjesztési táblánál* a tábla egy-egy *(i, j)* sejtjében a hálózat X bemeneti – és Q belső állapota következtében létrejövő $Q' = f_Q(X, Q)$ működési állapotot, az ún. *totális állapotot* (TOTAL STATE), pontosabban ennek a logikai változók 0, 1 értékeivel kifejezett „kód"-ját tüntetjük fel. Ez a tábla más felfogásban a gerjesztési függvény(ek) egyesített V-K táblája. Több Q' esetén egy-egy sejtbe ezek megfelelő értékkombinációja kerül. A gerjesztési függvény Q' függőváltozóját *szekunder gerjesztés*nek nevezzük.

– *Állapottáblát* használunk a stabil- és instabil működési állapotoknak és ezek elhelyezkedésének szemléltetésére. Az állapotokat e táblán betűkkel vagy számokkal, mit megkülönböztető szimbólumokkal jelöljük, és a stabil állapot szimbólumát bekarikázzuk.

– *Átmeneti táblá*nál a hálózat *instabil–stabil* belső átmeneteit hangsúlyozzuk ki. A stabil állapot cellájában kört rajzolunk és a függőleges irányú, belső átmeneteket nyilakkal irányítva szemléltetjük.

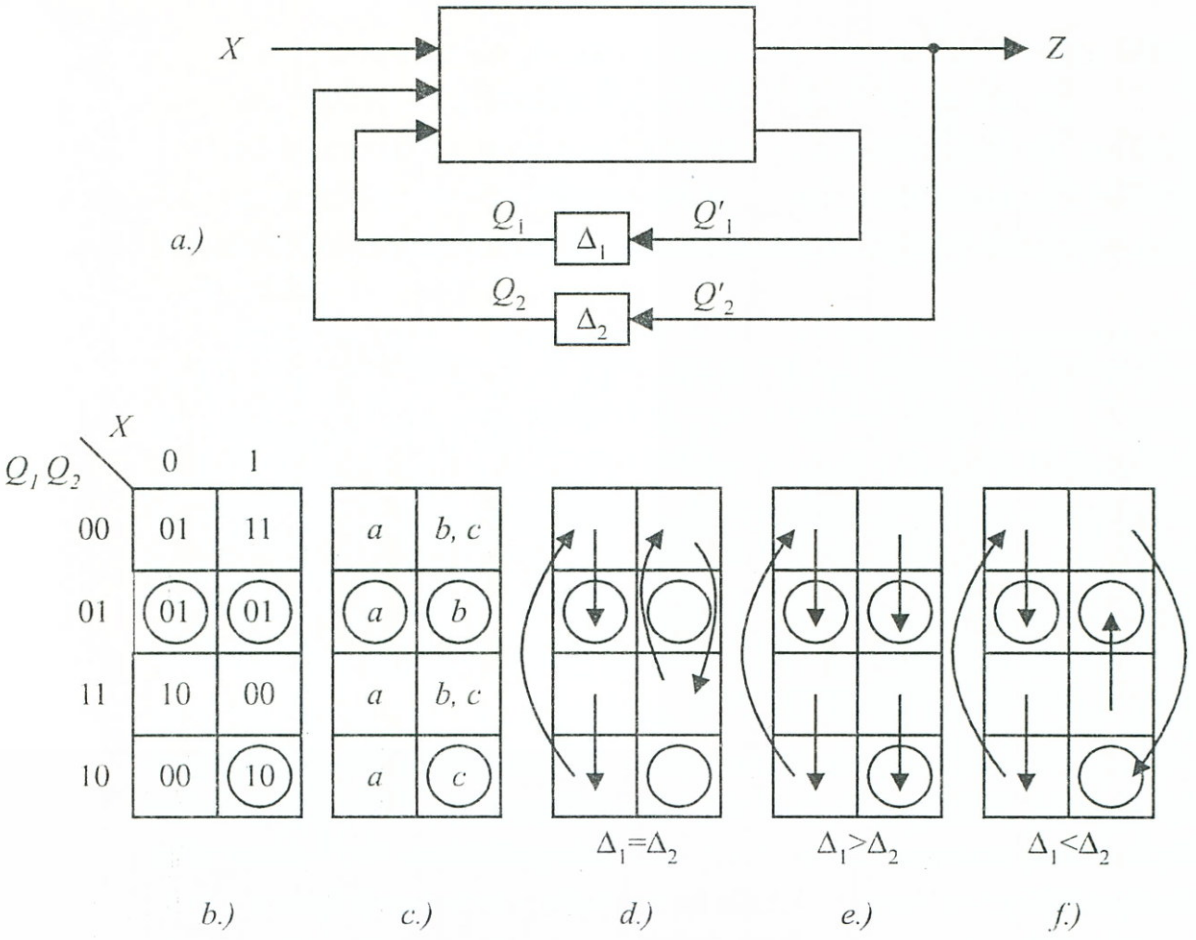
– *Kimeneti táblát* a kimeneti állapotok önálló szemléltetésére használjuk. A kimeneti tábla más felfogásban a kimeneti függvények egyesített V-K táblája. Több kimenet esetén egy-egy sejtbe a kimenetek megfelelő értékkombinációja kerül.

6.2.3. Versenyfutási jelenségek

A több visszacsatoló hurkot tartalmazó hálózatoknál, ha egyidejűleg több visszacsatoló huroknál történik állapotváltozás, akkor a hurokban szereplő különböző késleltetések következtében ún. *versenyfutási helyzetek* alakulhatnak ki. A versenyfutás eredményeképpen a hálózat állapotváltozásai nem mindig lesznek egyértelműek.

Kritikus a versenyfutási helyzet, ha a különböző visszacsatoló hurokhoz tartozó késleltetések *arányától* függően, a hálózat más és más átmenetei eltérő állapotokba vezetnek.

Nem kritikus, ha az eltérő átmenetek végül is ugyanabba az állapotba vezetnek.



6-23. ábra: *Versenyfutási és gerjedési esetek*

Az *állapotstabilitási* kritérium több visszacsatoló huroknál (6.11)-hez képest, annyiban bővül, hogy *egyidejűleg* valamennyi hurokállapotot össze kell hasonlítani. Például, két hurok esetén a feltétel:

$$\begin{aligned} &\text{stabil,} \quad \text{ha } Q'_1 Q'_2 = Q_1 Q_2 \\ &\text{instabil,} \quad \text{ha } Q'_1 Q'_2 \neq Q_1 Q_2 \end{aligned} \tag{6.12}$$

amennyiben a bemeneti vezérlés közben nem változik.

Ezután vizsgáljuk meg versenyfutási szempontból a 6-23a. ábrán látható hálózatot, melynél a két visszacsatoló hurok belső állapotfüggvényét – az összehasonlíthatóság érdekében – egyetlen gerjesztési táblázatban célszerű belerajzolni.

A hálózat két visszacsatoló hurkot tartalmaz, fennáll a $Z = Q'_2$ eset, és tegyük fel, hogy a 6-23b. ábra szerinti *gerjesztési tábla* és *c)* ábra szerinti *állapottábla* tartozik a részleteiben fel nem rajzolt logikai vázlathoz. A két visszacsatoló hurokban feltételezett Δ_1 és Δ_2 késleltetések $\lessgtr$ relációitól függően, háromféle átmeneti tábla is felrajzolható d., e., f. ábráknak megfelelően.

Látható, hogy $X = 0$ tartása esetén – bármelyik instabil állapotban is van vizsgálatunk kezdetén a hálózat – közvetlen, vagy kerülő úton végül is az oszlop egyetlen stabil állapotában köt ki. Ez tehát *nem kritikus versenyfutási jelenség.* $X = 1$ tartása esetén a d., e., f. tábláknak megfelelően háromféle átmeneti viszonylat is keletkezhet. A hálózat $\Delta_1 = \Delta_2$-nél begerjed, és mindaddig oszcillál, amíg a bemenet meg nem változik. Továbbmenőleg például az instabil $XQ_1Q_2 - 100$ állapotból kiindulva $\Delta_1 > \Delta_2$ esetén a stabil *b*-be, ugyanonnan kiindulva $\Delta_1 < \Delta_2$ esetén az ugyancsak stabil *c*-be jutunk, azaz kizárólag a *késleltetések mennyiségi aránya* és nem logikai feltétel fogja a hálózat viselkedését megszabni. Ez tehát *kritikus versenyfutás.*

Ha meggondoljuk, hogy a Δ_1 és Δ_2 koncentrálként feltételezett hálózati késleltetések külső zavarfeltételek (pl. melegedés, áramköri elemek öregedése stb.) hatására, időben is megváltozhatnak (egyik például ellentétesen, mint a másik), akkor belátható, hogy a kritikus versenyfutás bizonytalan hálózati működést eredményez, így káros jelenség. Kiküszöbölésének egyik lehetősége, hogy valamelyik ágba mesterségesen beépített „elég nagy" késleltetést helyezünk, amely uralkodóvá válva egyértelművé teszi a működést. Egy másik lehetőség a hálózat szintézisekor olyan kialakítást keresni, ahol a kritikus versenyfutás eleve nem léphet fel.

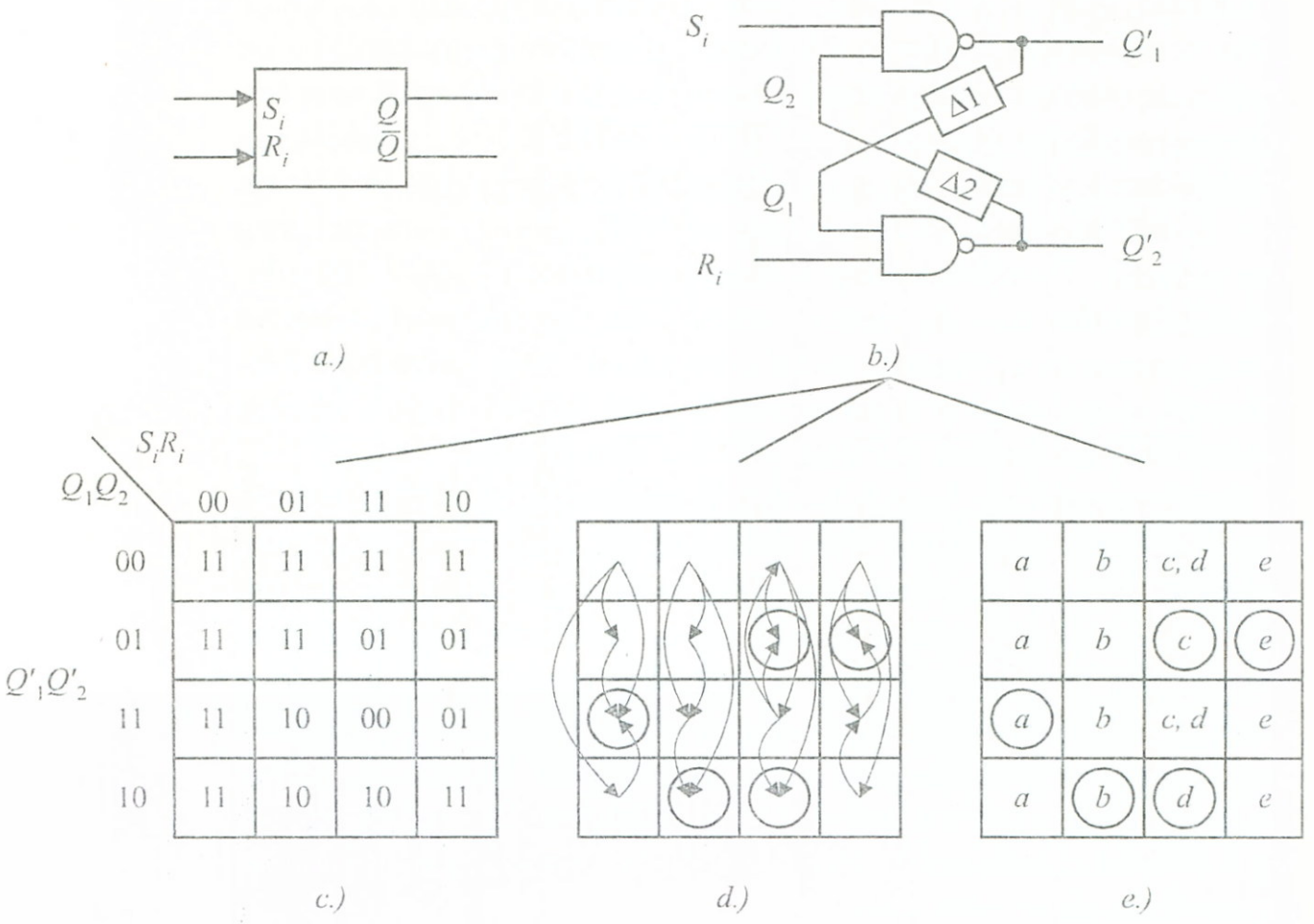
6.8. példa: A versenyfutási és gerjedési problémák gyakorlati szemléltetésére, vizsgáljuk meg egy, már a 2. fejezet 2-26. ábrája kapcsán megismert Inverz S-R tároló-hálózatot.

A 6-24. ábrán újra felrajzoltuk egy Inverz S–R tároló NAND-kapus logikai vázlatát. Miután a kapcsolás két visszacsatoló hurkot is tartalmaz, konkrét gyakorlati példaként vizsgáljuk meg a két hurok-késleltetés figyelembevételével a hálózat dinamikus viselkedését:

A 6-24b. logikai vázlatról leolvashatók a dinamikus szempontból most *külön kimenet*ként kezelt Q'_1, Q'_2 belső állapotfüggvények, melyek itt egyben kimeneti függvényeknek is tekinthetők. Mivel itt igaz, hogy a kimenet csak a belső állapotváltozótól függ, ezért a hálózatunk egy MOORE-modellt személyesít meg az előző definíciók értelmében.

$$Q'_1 = \overline{S^i \cdot Q_2} = \overline{S^i} + \overline{Q_2}$$
$$Q'_2 = \overline{R^i \cdot Q_1} = \overline{R^i} + \overline{Q_1}$$

Ezekből a 6-24c. gerjesztési tábla közvetlenül felrajzolható, mint látható Q'_1 Q'_2-t egyetlen táblában ábrázoltuk.



6-24. ábra: *Inverz S-R tároló analízise*

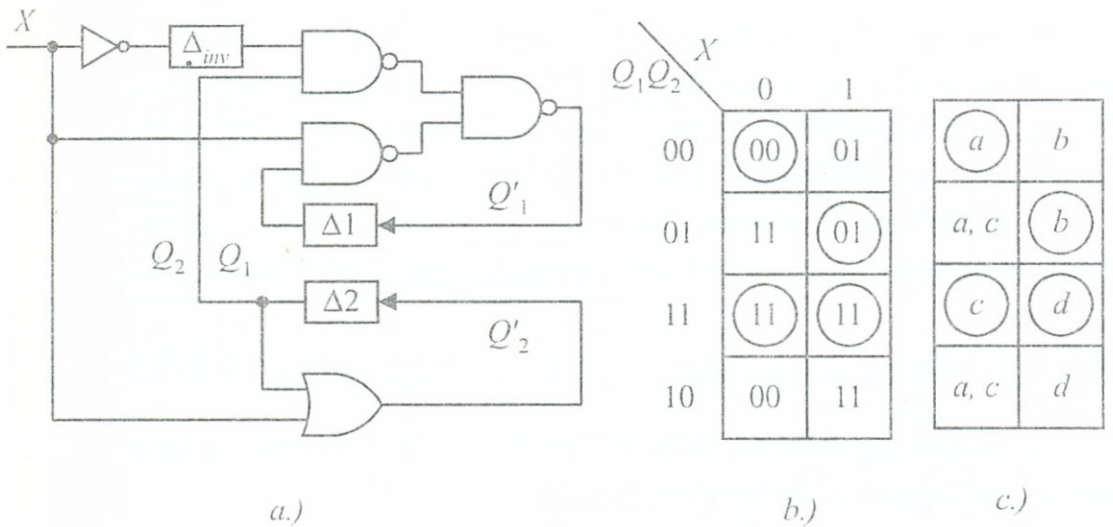
A vizsgálatokat az előző, 6-23. ábrához hasonló módon lefolytatva, megállapítható, hogy $\Delta_1 \lesseqgtr \Delta_2$ relációknak megfelelően a hálózatban nem kritikus és kritikus jelenségek, továbbá gerjedés is felléphetnek.

A fentiek miatt a gyakorlati alkalmazáskor a tárolóelemek tervezését nagy körültekintéssel kell elvégezni.

6.2.4. A „lényeges" hazárd

A különféle hazárdokat előzőleg a 6.2.1. pontban már megvizsgáltuk. A következőkben egy újabb hazárd-típust vizsgálunk meg, mely a kombinációs hálózatokban nem lép fel, de sorrendi hálózatoknál további működési bizonytalanságokat rejt magában.

6.9. példa: Vizsgáljuk meg a 6-25a. ábrán felrajzolt kéthurkos hálózatot, melynél feltételeztük, hogy az X bemenetnél elhelyezkedő inverter késleltetése: Δ_{inv} meglehetősen *nagy*értékű.



6-25. ábra: *Lényeges hazárd*

A hálózat gerjesztési és állapottábláját a 6-25b., ill. *c)* ábrán rajzoltuk fel. Megállapítható, hogy Q_1Q_2 – 00 belső állapotnál, ha X 0-ról 1-re változik és Δ_{inv} számottevően nagyobb Δ_1 és Δ_2-nél, akkor a hálózat az eredetileg várható ⓐ→ⓑ átmenet helyett az ⓐ→ⓒ átmenettel végül a ⓓ stabil állapotba fog átmenni.

Fenti jelenség eddigi hazárdjaink közé nem sorolható be. Oka, mint láttuk, abból ered, hogy a Q_2 szekunderváltozó a visszacsatoló ágban gyorsabban változott meg, mint az X függetlenváltozó a bemeneti hálózat-szakaszban. Ezt a hazárd-típust *lényeges hazárd*nak nevezzük. A lényeges hazárd káros jelenség, mivel meghamisítja a hálózat működését, mint példánkban is láttuk.

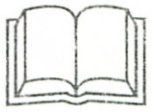
Hazárd típusa	Keletkezésének oka
Logikai (sztatikus–dinamikus)	„Él-szomszédos" (H = 1 Hamming-távolságú) bemeneti kombinációk közti átmeneti késleltetés
Funkcionális	„Nem él-szomszédos" (H >1 Hamming-távolságú) bemeneti kombinációk közti átmeneti késleltetések
Gerjedés, versenyfutás	Szekunder-változók eltérő átmeneti késleltetései
Lényeges	Bemeneti változók és szekunder-változók eltérő átmeneti késleltetéseinek kombinációja

6-26. ábra *Hazárdok különféle típusai*

A lényeges hazárd bevezetése után célszerű összefoglaló áttekintést készítenünk az áramköri késleltetések hatására keletkező különféle hazárd-típusokról. Ezt az összefoglalást a 6-26. ábra táblázatában végeztük el a típus és a keletkezés jellegzetes okának feltüntetésével.

A különféle hazárdok hatásának kiküszöbölése – mint láttuk – nem egyértelmű feladat és nem mindig tehető szisztematikussá.

6.2.5. Aszinkron és szinkron sorrendi hálózatok



Az előző pontokban tárgyalt esetek már felhívták a figyelmet az áramköri késleltetések káros hatásaira.

Mind az idealizált, mind a késleltetéseket is figyelembe vevő eddigi példahálózataink közös jellemzőjének tekinthettük azt, hogy a hálózatban fellépő jelek, hatások, állapotok terjedését külső feltételek nem korlátozták, ezekre legfeljebb a realizációs eszközök működési sebessége és egyéb okokból fellépő jelterjedési késleltetések voltak hatással.

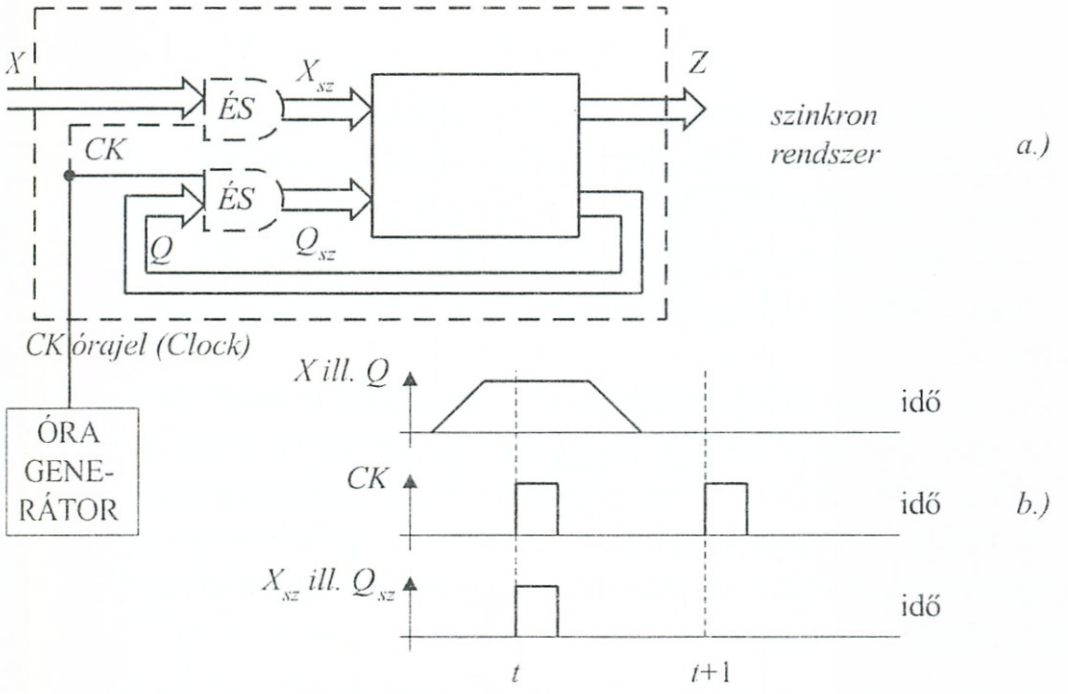
Az ilyen tulajdonsággal rendelkező hálózatokat, mint az 5.52. pontban a tárolóelemeknél már említettük, *aszinkron* sorrendi hálózatoknak nevezzük. Ezekben – mint láttuk – számolnunk kell stabil-, és instabil állapotokkal, ezek közötti egyszeri-, vagy többszöri, esetleg ciklikus átmenetekkel, de hazárdokkal is, melyek mind a belső, mind a kimeneti állapotokra hatást gyakorolnak.

A *szinkronizálás* bevezetésével ún. szinkron sorrendi hálózat jön létre, melynél a felsorolt zavaró jelenségek nagy része megszüntethető. Egy szinkronizált sorrendi hálózat elvi működését a 6-27. ábra alapján tanulmányozhatjuk.

Mint az ábrából látható, a bemeneti és visszacsatolt állapotváltozások közvetlenül nem tudják kifejteni hatásukat, mivel egy *óragenerátor*nak kibocsátott periodikus *szinkronizáló jelei* vagy *óra-jelei* (CLOCK, PULSE) révén időszakosan inhibitálva vannak.

Az X, Q az órajel impulzus-szünetében a 6-27b. idődiagramnak megfelelően, csak előkészítik a következő időbeli ütem állapotváltozásait, melyek a CK órajel kapunyitása jóvoltából $X_{sz} = (X \cdot CK)$, $Q_{sz} = (Q \cdot CK)$ formában fejtik ki hatásukat.

Az órajel impulzus *időfázisát* célszerűen úgy állíthatjuk be, hogy már a legkedvezőtlenebb tranziensek is befejeződjenek és az X, vagy Q jelei statikus szintállapotba kerüljenek, mikor az órajel bekövetkezik. Ily módon a tranziensek okozta problémák kiküszöbölődnek.



6-27. ábra: *Szinkron-rendszer elvi felépítése*

Az órajel impulzus *szélességét* olyanra választhatjuk, hogy mire az újonnan létrejött X' és Q' állapotok megjelennek (pl. Q' „körbeérne"), addigra az ÉS-kapuk már újra le legyenek tiltva.

Szinkron-hálózatoknál gyakran alkalmaznak *több-órajeles* szinkronizálást is.

A szinkronizálás bevezetése következtében, tárgyalásmódjukban és -működésükben *újtípusú szekvenciális hálózatok* jönnek létre.

Összefoglalva a két hálózattípus alapvető jellegzetességeit:

a) aszinkron-hálózatoknál az állapotváltozások közvetlen oka a változók értékkombinációinak megváltozása. A hálózat időviszonyait a bemenetre érkező jelek fázis-eltérésein kívül, csak a hálózat belső áramköri késleltetései határozzák meg. Lényeges jellemző, hogy az állapotváltozások tetszőleges időpontban létrejöhetnek és a független-változók értékkombinációinak hatására többszörös átmeneti állapotváltozások is előfordulhatnak.

Egy aszinkron jellegű hálózat, pl. az

$$X_K \rightarrow X_L \rightarrow X_M \rightarrow X_M \rightarrow X_N \qquad *$$

bemeneti állapotváltozás-sorozatot úgy fogadja, hogy X_M többszöri állapotváltozása között nem okvetlen tesz különbséget és az előbbi sorozatot az alábbival veszi azonosnak:

$$X_K \rightarrow X_L \rightarrow X_M \rightarrow X_N \qquad **$$

b) szinkron-hálózatoknál az állapotváltozások csak meghatározott, de nem kötelezően állandó periódusú órajel által megszabott ütemekben következhetnek be. Egy-egy ütem állapotváltozásai a következő ütem állapotváltozásait készítik elő, két órajel közötti időszakban előidézett állapotváltozások nem járnak közvetlen következménnyel.

Egy szinkron jellegű hálózat a * sorozatnál minden állapotváltozás között különbséget tud tenni, így x_M többszöri állapotváltozása között is, ezért a * és ** sorozatokat nem tekinti azonosnak.

Szinkron-hálózatunknál nincs értelme megkülönböztetni a stabil és instabil állapotokat, ezeket mindig stabilnak tekinthetjük az előzők értelmében.

6.10. példa: Az aszinkron és szinkron működés összehasonlítása érdekében, vizsgáljuk meg a 6-28a. ábrán látható Mealy–Huffman-táblát, először feltételezve róla, hogy aszinkron, másodszor pedig, hogy szinkron-hálózat modelljéül szolgál. A vizsgálat során adjunk az automata bemenetére:

$$s_x^7 = x_1 – x_3 – x_4 – x_3 – x_1 – x_2 – x_4$$

bemeneti sorozatot, és figyeljük az

- s_q – belső, ill. az
- s_z – kimeneti – állapotsorozatok alakulását q_1 kiinduló állapot feltételezésével.

A megoldásnál felhasználjuk a 6.1. Példa és a 6.8. példa tapasztalatait. A kiinduló-táblát *gerjesztési* táblára és *kimeneti* táblára bontjuk fel első lépésben a 6-28b. és 6-28c. ábra szerint.

*a) Aszinkron eset*nél a gerjesztési táblából felrajzolhatjuk – a (6.12.) stabilitási kritériumokat is figyelembevéve – a 6-29a. *állapottáblát* a bekarikázott *stabil* és nem bekarikázott *instabil* állapotok feltüntetésével, továbbá a belső állapotok közötti „spontán" mozgásokat szemléltető *átmeneti-táblát* a 6-29b. ábrának megfelelően.

Ezután a megadott s_x^7 bemeneti állapotsorozat szerint lépkedve (a bal felső sarokban található), ugyancsak megadott stabil q_1 állapotból (ⓐ) kiindulva haladunk végig, mind a gerjesztési, mind a kimeneti táblákon (6-30a. ábra). Mint látható, az x_i hatására mindig vízszintes irányban mozdulunk el, míg a függőleges mozgások az átmeneti tábla által kijelölt módon alakulnak. Az események alakulásából az is le-

q \ x	x_1	x_2	x_3	x_4
q_1	q_1/z_2	q_4/z_1	q_3/z_2	q_2/z_3
q_2	q_1/z_4	q_3/z_3	q_2/z_1	q_2/z_2
q_3	q_3/z_2	q_1/z_1	q_4/z_3	q_2/z_4
q_4	q_3/z_3	q_2/z_4	q_4/z_4	q_4/z_1

Mealy–Huffman tábla

a.)

q \ x	x_1	x_2	x_3	x_4
q_1	q_1	q_4	q_3	q_2
q_2	q_1	q_3	q_2	q_2
q_3	q_3	q_1	q_4	q_2
q_4	q_3	q_2	q_4	q_4

q'

gerjesztési tábla

b.)

q \ x	x_1	x_2	x_3	x_4
q_1	z_2	z_1	z_2	z_3
q_2	z_4	z_3	z_1	z_2
q_3	z_2	z_1	z_3	z_4
q_4	z_3	z_4	z_4	z_1

z

kimeneti tábla

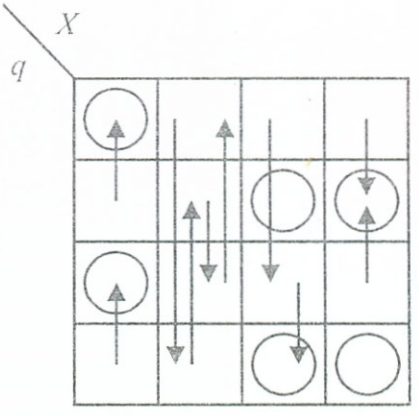
c.)

6-28. ábra: *Huffman tábla felbontása összetevőire*

q \ X			
(a)	g	e	d
a	h	(c)	(d)
(b)	i	e	d
b	j	(e)	(f)

állapottábla

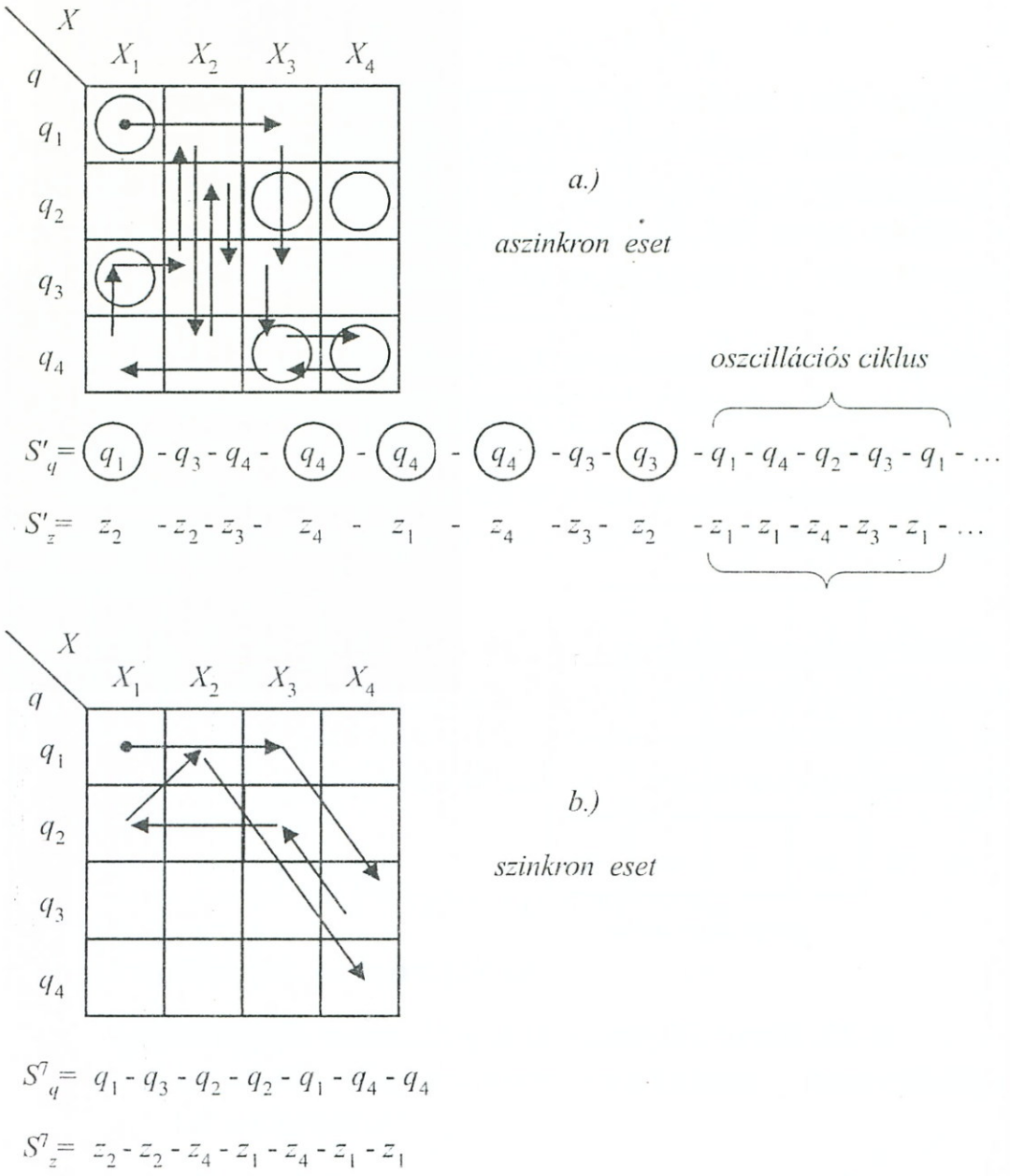
a.)



átmeneti-tábla

b.)

6-29. ábra: *Aszinkron táblák*



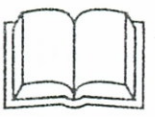
6-30. ábra: *Aszinkron és szinkron vizsgálati ciklusok*

szűrhető, hogy a következő x_{i+1} állapotot csak akkor szabad a bemenetre adnunk, amikor a függőleges irányú belső állapot-átmenetnek már a stabil végpontban „megnyugodtak". Ilyenre az x_2 bemeneti állapot beérkezése utáni sorozatszakaszban már nincs lehetőség, miután – stabil végállapot hiányában – az aszinkron hálózat gerjedési ciklusba kerül. Ha a ciklus alatt a bemeneti állapotot megváltoztatjuk, teljesen kiszámíthatatlan, hogy ez a függőleges „emeletek" melyikénél találja el a belső állapotváltozás-sorozatot és így ugyancsak kiszámíthatatlan, hogy az aszinkron hálózat ezt követően milyen belső, ill. kimeneti állapotba kerül. E bizonytalanná vált helyzetet az ábrán ugyancsak feltüntetett s_q és s_z sorozatok is mutatják.

Hasonlóan a 6.8. példa tanulságaihoz, itt is le kell szögeznünk, hogy a gerjedés lehetőségét minden körülmények között ki kell zárnunk az aszinkron hálózat működéséből. Ez vagy az x_2-nek működtetésből való kitiltásával, vagy a hálózat-gerjedésmentessé történő tervezésével történhet.

*b) Szinkron eset*nél, mint az előző pontban a 6-5. ábra kapcsán megállapítottuk – stabil–instabil megkülönböztetésre nincs szükség, mivel minden átmenet az órajellel kapuzott, így „spontán" mozgásokra nincs is lehetőség a táblán belül. A mozgásirányt kijelölő nyilak végpontja a (6.6) összefüggés értelmében a $q' = \rho(x_i, q_j)$ sorának x_{i+1} által kijelölt cellájában végződik, ahol x_i és q_j a nyíl kezdetének táblabeli koordinátái. A szinkronhálózat működése táblabeli képe a 6-30b. ábrán követhető, melyen az s_q és s_z sorozatokat is feltüntettük.

6.3. Tárolóelemek, mint automaták

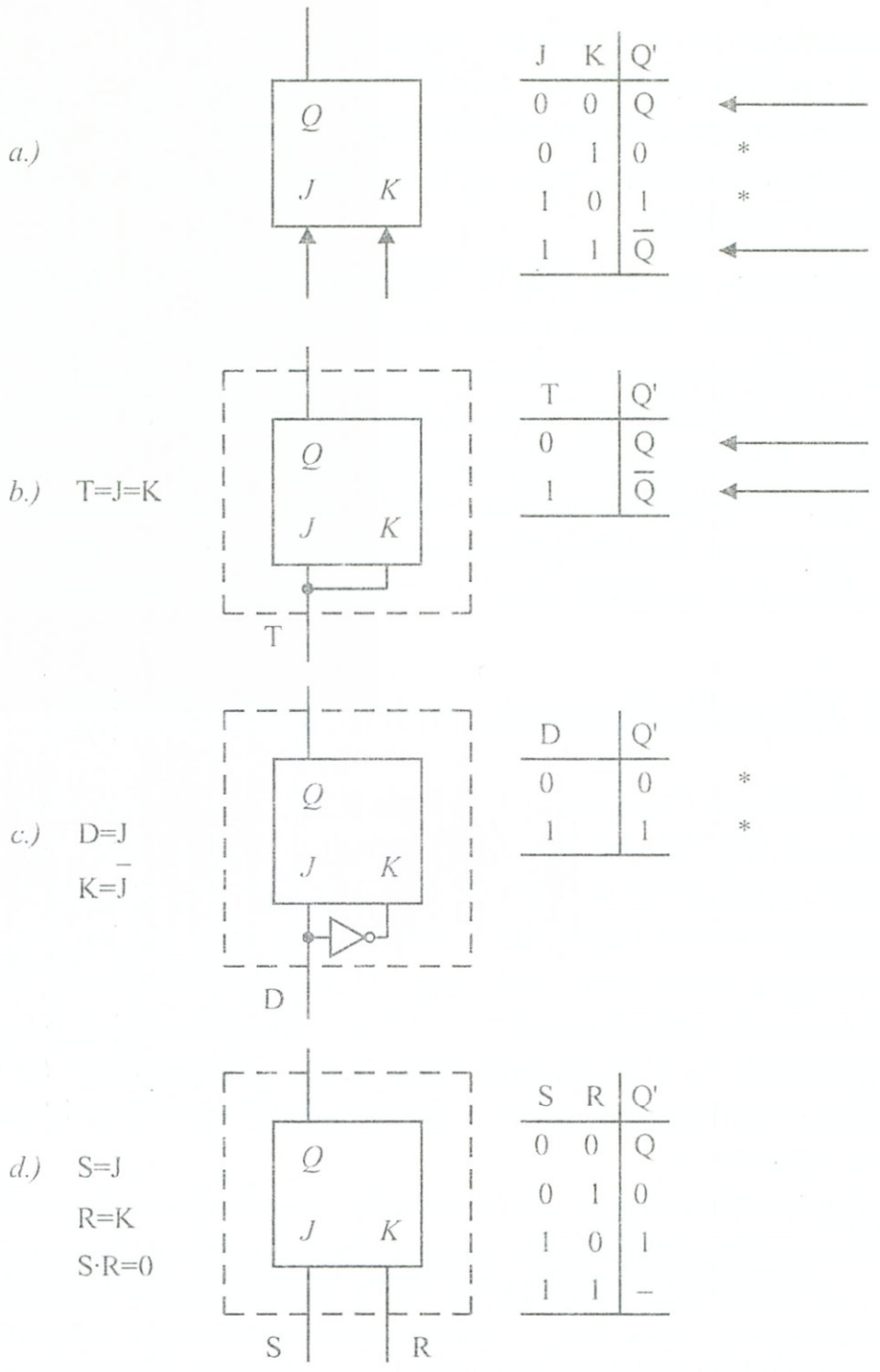


A tárolóelem fogalmát a 2. fejezet 2.2.6. pontjában már bevezettük. Ennek kapcsán ott már találkoztunk a „belső állapot" és „állapot-gráf" fogalmával is, sőt a 2-24. ábráról megállapítható, hogy az ott bemutatott NOR-kapus tárolóelem a 6-4a. ábra szerinti visszacsatolt automata modellnek felel meg. A tárolóelemek, mivel csak két belső állapottal rendelkeznek ($q_0 = 0$, $q_1 = 1$) az absztrakt automaták legegyszerűbb realizációjának tekinthetők. Közvetlenül MOORE-modellel jellemezhetők, mivel belső állapotuk egyben a kimeneti állapot is, azaz $z = q$.

Bebizonyítható, hogy a korábbiakban már megismert tárolóelem-típusok mindegyike a *tárolási feladatok* tekintetében „funkcionálisan teljes" jellemzőkkel rendelkezik. Ez gyakorlatiasabb megfogalmazásban annyit is jelent, hogy valamely sorrendi hálózat tervezésénél a kitűzött feladatot bármelyik megismert tárolótípust használva meg lehet oldani. Ezen túlmenően az említett funkcionális teljesség még azt is jelenti, hogy bármelyik tárolóelemet, mint „tervezendő hálózatot" kialakíthatjuk egy másik tárolóelem-típus felhasználásával. Az utóbbiak szemléltetésére vizsgáljunk meg néhány példát:

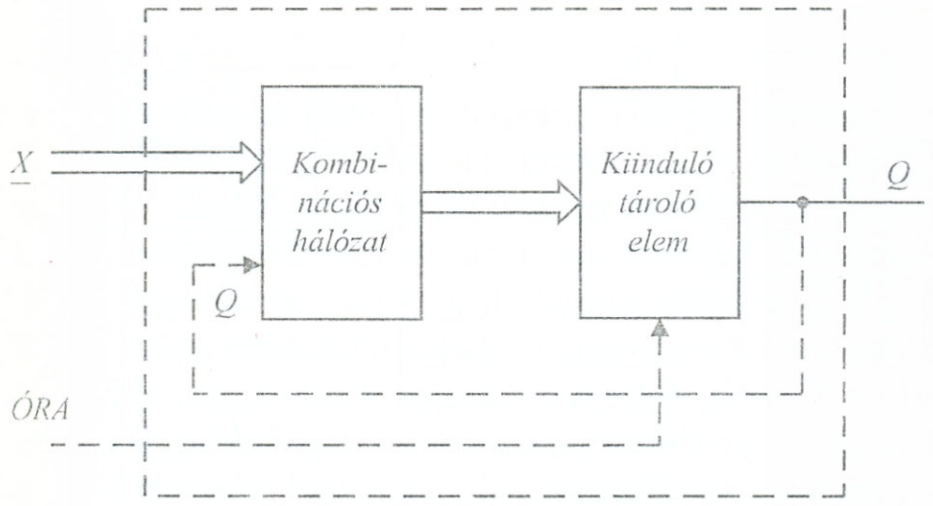
6.11. példa: Induljunk ki a J-K tárolóból, melynek definíciós táblázatát ismét felrajzoltuk a 6-31a. ábrán.

Ha a bemeneteket összekötve, mint közös bemenetet kivezetjük, akkor (mivel J és K egyforma kell, hogy legyen) a J-K tároló definíciós táblázatának csak a nyíllal jelölt sorai valósulhatnak meg és így



6-31. ábra: *Tárolóelemek származtatása J-K távolóelemből*

egy T tároló keletkezik a b. ábrának megfelelően. A c) esetnél D-tároló keletkezik, csak a csillagos sorok valósulhatnak meg, mivel a bemenetek az inverter miatt mindig ellentétesnek kell, hogy legyenek. Végül, ha a d) eset szerinti kikötést tesszük, akkor a S-R tárolóhoz jutunk.



6-32. ábra: *Új tárolóelem kialakítása egy másik tipusból*

A J-K tárolóból megvalósított fenti leszármaztatásokhoz viszonyítva nehezebb feladattal kerülünk szembe, például akkor, ha T tárolóból szeretnénk J-K vagy S-R tárolót előállítani.

Ha a tárolóelemek közötti transzformációkat koncepciózusan akarjuk kezelni, célszerű felrajzolni a 6-32. ábra elvi vázlatát, mely általános sémáját adja valamely új tárolóelem kialakításának, olyan esetre, ha egy másik tárolóelem-típusból indulunk ki. A visszacsatoló ág nem minden esetben fog szerepet kapni és – mint már láttuk – az első fokozat kombinációs hálózata gyakran rendkívül egyszerűvé válhat. (Pl. a J-K → T esetben egy rövidzár volt.)

A szisztematikus transzformációs eljárást vizsgáljuk meg egy példán keresztül:

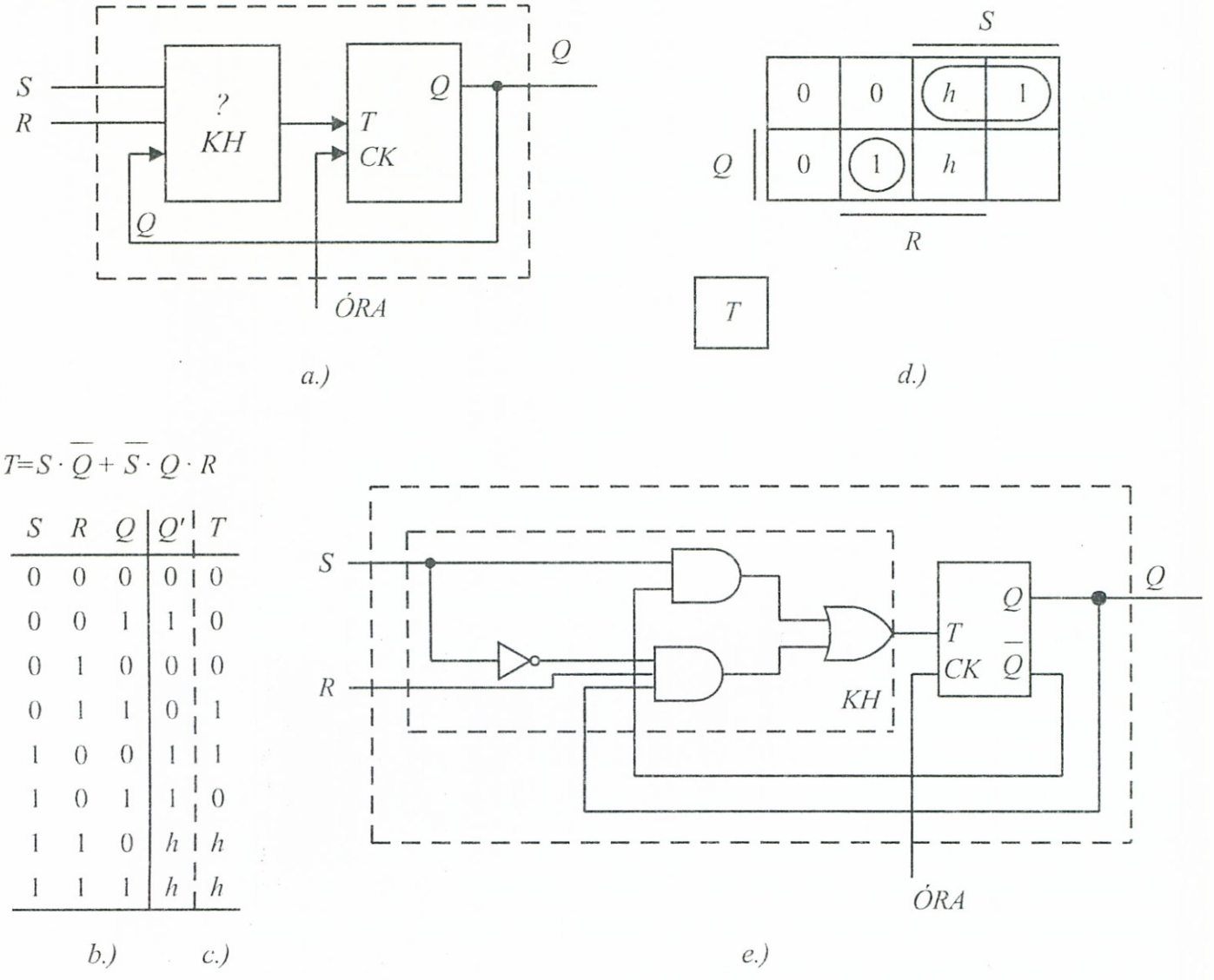
6.12. példa: Alakítsunk ki szinkron S-R tárolóelemet egy szinkron T-típusú tárolóelemből kiindulva. Ha a 6-32. ábrát adott esetre alkalmazva felrajzoljuk (6-33a. ábra), látható, hogy egy olyan kombinációs hálózatot kell terveznünk, melynek S és R a bemenetei, a kimenete T, és amelyik úgy működik, hogy a Q kimenet az S-R tároló definíciós táblázata szerint veszi fel a megfelelő értéket.

Valójában itt egy *egyenletmegoldás*ról van szó, mivel a KH előtét-hálózat kétoldali behatárolással van specifikálva.

A 6-33a. ábrán látható, szaggatottan körülhatárolt doboznak egy S-R tároló szerint kell működnie, amit a

$$Q' = f_{SR}(S, R, Q)$$

függvény ír le. Ezt a függvényt az S-R tároló már ismert (2-25. ábra, vagy 6-31d. ábra) definíciós táblázatából bármikor fel tudjuk írni algebrai alakban, vagy igazságtáblázattal is. Az igazságtáblázatot a



6-33. ábra: *S-R tárolóelem kialakítása T-tárolóelemmel*

6-33b. ábrarészen írtuk fel, figyelembevéve a definíciós tábla utolsó sorának kitiltásából eredő határozatlan eseteket ($S \cdot R = 0$). A táblázat Q' oszlopa azokat az értékeket tartalmazza, melyeket a „későbbi" időpontban kell beállítanunk, a „korábbi" S, R, Q függvényében. Mivel a felhasználandó T tárolónk a „korábbi" és „későbbi" értékek között helyezkedik el, a T bemenetet úgy kell a most megtervezendő KH-val vezérelnünk, hogy a kimeneti ponton ténylegesen megjelenjenek a Q' „későbbi" értékek. Fentiekhez a T tároló definíciós táblázatát „kifordítva" kell felhasználnunk. E kifordításhoz bevezetünk egy új táblázatot, melyet *vezérlési* (néha *működési*) *táblázat*nak fogunk nevezni a továbbiakban, és amely ugyancsak jellemző lesz minden tárolótípusra (de természetesen más szempontból), mint a definíciós táblázat. A vezérlési táblázat azt mutatja meg minden lehetséges esetre, hogy valamely adott

$$Q \rightarrow Q'$$

átmenet előidézéséhez az illető tárolóelemnél milyen bemeneti változó értékkombinációt kell a bemenet(ek)re adnunk. A gyakoribb alaptípusokra a 6-34. ábrában gyűjtöttük össze a vezérlési táblázatokat.

Itt pl. a T-tároló vezérlési táblázatában szereplő értékeket úgy kaptuk, hogy figyelembe vettük a definíciós táblázat (2-25. ábra) azon előírását, mely szerint, ha változást akarunk a T-tároló Q kimenetén, akkor T-re 1-et, ha nem akarunk változást, akkor T-re 0-t kell adnunk. A vezérlési táblázat első és utolsó sorában $Q \rightarrow Q'$ azonos, ezért oda T = 0 vezérlést kell adni, míg a második és harmadik sorban T = 1 kell $Q \rightarrow Q'$ eltérése miatt. Hasonló meggondolásokkal kerültek kitöltésre a 6-34. ábra többi rovatai is.

Visszatérve példánkra, a 6-33b. függvény értéktáblázatból ki tudjuk olvasni soronként a biztosítandó $Q \rightarrow Q'$ átmenet-párokat és ezekhez a 6-34. ábrából (esetünkben a T tárolóelem rovatából) alkalmanként mindig kikereshetjük azt a T tároló bemeneti (egyben KH-kimeneti) értéket, mely a feladat szerinti működést biztosítja. Valójában itt egy *táblázatos egyenletmegoldást* végzünk minden egyes értékre kiterjedően. A kigyűjtött T értékeket a 6-33c. táblázat oszlopa tartalmazza, ez egyben a megtervezendő (jelenleg egykimenetű) KH-t leíró logikai függvény igazságtáblázata, melyből a 6-33d. V-K tábla – minimalizálási célzattal – már felrajzolható. Végül a 6-33e. ábrán láthatjuk a teljes logikai vázlatot, mely egy T-tárolóra alapozott S-R tárolóelemmel azonos funkciót betöltő hálózatot ábrázol.

$Q \rightarrow Q'$		D	T	S	R	J	K	S^i	R^i	J^i	K^i
0	0	0	0	0	h	0	h	1	h	1	h
0	1	1	1	1	0	1	h	0	1	0	h
1	0	0	1	0	1	h	1	1	0	h	0
1	1	1	0	h	0	h	0	h	1	h	1

6-34. ábra *A gyakoribb tárolóelemek vezérlési (működési) táblái*

Befejezésképpen vizsgáljuk meg egy külön példa keretében, hogy miként volt leszármaztatható a 6-34. ábra táblázataiban szereplő S-R tárolós vezérlési táblázat az S-R tároló definíciós táblázatából.

6.13. példa: A vezérlési tábla – mint láttuk –, arra a kérdésre ad választ tároló-típusonként, hogy egy kívánt $Q \rightarrow Q'$ átmenet előidézésére milyen vezérlést kell adni a tároló bemenetére. A 6-35b. ábra vezérlési táblájának első rovatában felsoroltuk a lehetséges átmeneti

S	R	Q'
0	0	Q
0	1	0
1	0	1
1	1	–

a)

$\Rightarrow$

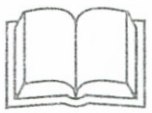
Q → Q'	S	R	
0 → 0	0	0	} 0h
	0	1	
0 → 1	1	0	
1 → 0	0	1	
	0	0	} h0
1 → 1	1	0	

b)

6-35. ábra *A vezérlési táblázat előállítása a definíciós táblázatból S-R-tárolónál*

eseteket. A 6-35a. ábrabeli definíciós táblázatból leolvasható, hogy például a $Q \rightarrow Q' = 0 \rightarrow 0$ átmenetet kétféle SR vezérléssel is előállíthatjuk. Az egyik vezérlési eset az, amikor SR = 00-val *tároljuk* a korábbi állapotot, a másik pedig SR = 01, amikor *törlési* paranccsal biztosítjuk, hogy $Q' = 0$ legyen. A 6-35b. ábra második rovatába beírtuk mindkét lehetséges esetet, melyekből kiderül, hogy S-nek mindenképpen 0-nak kell lennie, *R*-nél viszont mind a 0, mind az 1 megfelelő, azaz *R*-t határozatlan esetként jellemezhetjük. Hasonló meggondolásokkal lépésről lépsre a teljes vezérlési tábla kitölthető.

6.4. Digitális hálózatok realizációs kérdései



A digitális hálózatok realizációja napjainkban szinte kizárólagosan integrált áramkörök felhasználásával történik. Az integráltság mértéke, azaz az egy IC-tokba beépíthető kapuk száma lényegesen befolyásolja a digitális rendszer-kialakítással kapcsolatos (pl. tervezési) stratégiát:

a) SSI realizálásnál a tervező logikai műveletekben (kapukban) gondolkodik és a kialakult logikai vázlat kapuit szabványos (néhány kaput magába foglaló) integrált áramkörök között „osztja szét", lehetőleg úgy, hogy az IC-tokok száma minél kisebb legyen.

b) MSI realizálásnál a tervező összetettebb funkciókban gondolkodhat (pl. egy összeadót kapcsolhat össze egy átkódolóval), miután egy-egy IC-tok ilyen „magasabb rendű" műveletkészlet elemeit, az ún. *funkcionális egységeket* foglalja magában. Matematikailag valójában itt egy *logikai műveletrendszer* és egy más elv szerint felépített *funkcionális műveleti* rendszer leképezésével kerülünk szembe. A *leképezés* nagyobbik részét a gyártó cégek konstruktőrei már előre elvég-

zik az IC-tok konstruálásakor, a felhasználó digitális rendszertervező teendőinek tetemes részét a rendkívül körültekintően kidolgozott katalógusok és alkalmazási „recept"-készletek ügyes használata jelenti.

c) LSI, VLSI realizálásnál az út többfelé ágazhat:

c1.) *BOÁK alkalmazása:* Ez az irányzat visszakanyarodik a klasszikus logikai feladatmegoldás – már bevezető fejezeteinkben megismert – módszereihez. A megoldandó műszaki feladatot logikai modellre képezzük le (hasonlóan indulva, mintha SSI-ben realizálnánk), majd a modell alapján tervezzük meg az IC-tokon belüli nagybonyolultságú áramkört, mely így ún. *Berendezés-Orientált Áram-Kör*-ré *(BOÁK)* válik.

A BOÁK előállításánál a gyártó cégek többféle megoldási út között választhatnak:

- Egyedi tervezésű (FULL CUSTOM) áramköröknél a tervezés részleteiben is az adott feladathoz idomul.
- Az IC-lapkákon „félig előregyártva" már rendelkezésre állnak a különféle kapuáramkörök, rendszerint cella-matrix szervezésben (GATE ARRAY). Ezeket a kapukat az adott feladat szempontjainak megfelelően összekapcsolva, a rendszertervező-felhasználó és a gyártó együttműködése alapján alakítják ki a végleges IC-t.
- Hasonló az előző változathoz, azzal az eltéréssel, hogy itt „félig előregyártva" a különféle kapcsoló-tranzisztorok, ellenállások, átbújtatási csatlakozások vannak rendszerint ugyancsak cella-matrix szervezésben (ULA–Uncommitted Array) és a további feladat ezek összekapcsolása az aktuális feladat szerint.
- Itt merül fel az ún. *CELLA KÖNYVTÁR* fogalma is, melynek elemei standard cellák, azaz méretük és kivezetéseik helye az IC-lapkán egységes. Egy áramkör megtervezése abból áll, hogy ezeket a szabványos cellákat egymás mellé rakjuk és egy mellettük futó sínrendszerrel a kivezetéseket a kívánt feladatnak megfelelően összekötjük.

c2.) *PLD* (Programmable Logic Device) *programozható logikai eszközök* alkalmazása. Ennél az irányzatnál az IC-ben kapcsolóelemekből felépített nagyszámú elemi cella, ún. *cella-matrix* helyezkedik el, melyet kezdetben úgy tekinthetünk, mint egy „űrlapot". Adott feladat realizálásakor ebbe a matrixba „beégetjük" (végleges, vagy később módosítható formában) a megoldandó logikai feladatnak megfelelő működési táblázatot, vagy az aktuális logikai vázlatot. Ezt kö-

vetően az IC már úgy fog viselkedni, mint egy egyedi tervezésű áramkör.

c3.) *SZÁMÍTÁSTECHNIKAI (szoftver és hardver) módszerek és eszközök kombinált* alkalmazása. Ennél az irányzatnál a 2. fejezet 2-2b. ábrája szolgál kiindulásul. Mint látható, a berendezés itt egy *memóriát* tartalmaz, melyben tároljuk azt az algoritmust, mely a realizálandó digitális hálózat kívánt működését leírja. A tárolt algoritmus valójában már egy „szoftver"-program. A program alapján a berendezésbe ugyancsak beépített *vezérlő egység* aktivizálja az aktuális időfázisban működtetendő további rendszer-összetevőket, vagy a külvilággal kapcsolatot tartó BE- és KI-meneti egységeket. A berendezés még azzal a lehetőséggel is szolgálhat, hogy a memória-részben tárolt programot *megváltoztatva,* más feladat elvégzésére is alkalmassá tehető. Fenti elven kétféle realizáció terjedt el:

a) A *mikroprogramozott* elven felépülő változatnál egy ún. „mikroporgram-tár"-ba írjuk be a tervező által elkészített „mikroprogramot", melyet az ugyancsak a tervező által kialakított további rendszer-összetevők használnak fel.

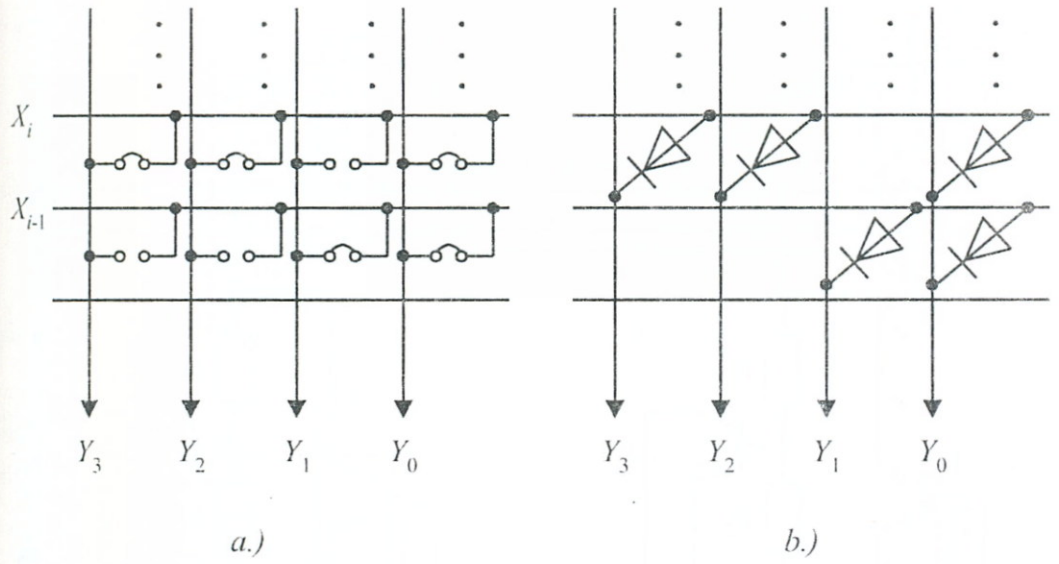
b) Az *univerzális mikroszámítógépes* változatnál leggyakrabban ún. *mikrokontroller* felhasználásával oldjuk meg a feladatot. A mikrokontroller egy egyetlen IC-tokba beépített, korlátozott kapacitású univerzális számítógép, mely rendelkezik a CPU és a memoria mellett a különféle interfész stb. egységekkel (sőt gyakran D/A, A/D átalakítókkal) is.

A Számítástechnikai eszközöket felhasználó realizációs módszerek közül e könyv keretében csak a *mikroprogramozott* változatot fogjuk bemutatni, mivel az *univerzális számítógépet* felhasználó változat, már túllépi a rendelkezésre álló terjedelmi kereteket.

Valójában itt húzódik a határ a *klasszikus* digitális technika és a *Számítástechnika* között. Az utóbbi témakör tárgyalása már számos további, elágazó tudományterület tanulmányozását és együttes felhasználását igényli.

6.4.1. IC-kapcsoló mezők

Az integrált áramkörök rendkívül kis helyigénye lehetővé tette nagyszámú kapcsoló-elem szervezett formában történő elhelyezését egy IC-lapkán. Így alakultak ki a matrix elrendezésű kapcsolómezők, melyeket – mint „kitöltendő űrlapokat" – tekinthetünk eredeti állapotukban. Adott műszaki feladatra való alkalmazásuk úgy történik,



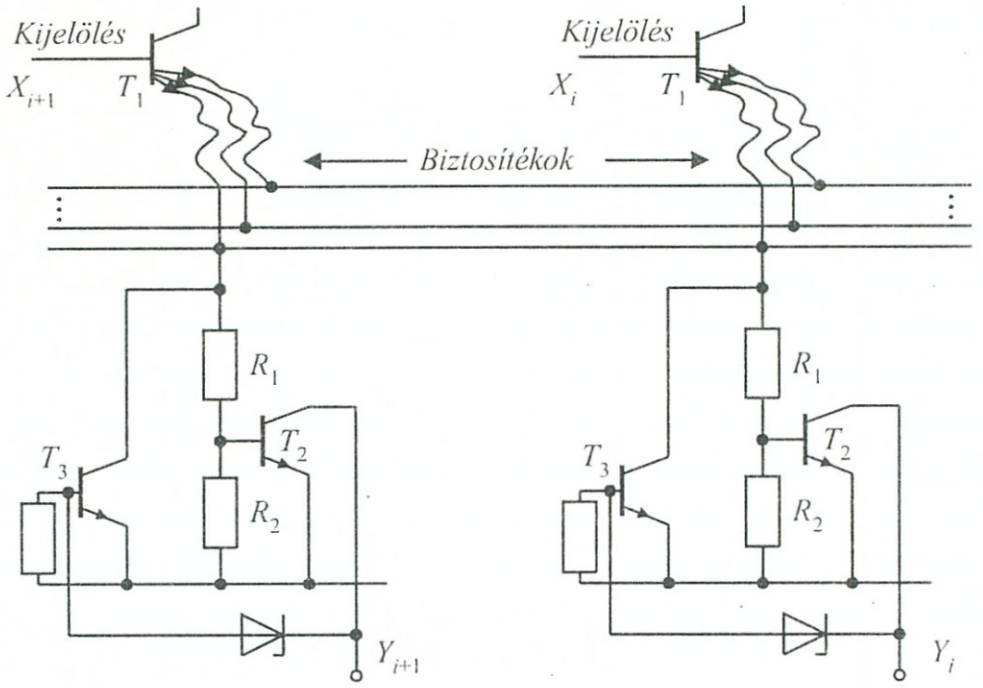
6-36. ábra: *Elvi és diódás kapcsoló mátrix*

hogy a mező kapcsolóiból a feladat *logikai függvényeinek megfelelően* aktivizáljuk a kapcsolók meghatározott csoportját, illetve e kapcsolók egymás közötti összeköttetéseit. Az „űrlap kitöltés"-nek, melyet *beégetés*-nek nevezünk, ez a formája tulajdonképpen helyettesíti a kapcsolóhálózat adott feladatra való realizálásának „hagyományos" lépéseit, így: az egyedi (SSI) kapuk kiválasztását, ezek láb-csatlakozásainak nyomtatott-áramköri kártyákon vagy huzalozással történő forrasztásos összekötését, melyről már a 3. fejezet 3-1. ábrája kapcsán is említés történt.

Egy kapcsoló-mátrix elvi felépítését láthatjuk a 6-36a. ábrán. A sor–oszlop keresztpontokban elhelyezkedő kapcsolók közül a beégetéssel (hagyományos berendezésekben a beforrasztással) aktivizálják a vezetni (vagy szakadást előidézni) kívánt elemeket. Ha például a mátrixsor-vezetékeihez rendeljük a bemeneteket, az oszlopvezetékeihez a kimenetet, akkor a rajzon szereplő X_i bemenetre adott jel az Y_3 ... Y_0 kimeneteken az $y_i = 1101$, az X_{i+1}-re adott pedig az $y_{i+1} = 0011$ kódot idéz elő.

A 6-36a. elvi ábra még azzal a hátránnyal rendelkezik, hogy a kétirányú vezetést lehetővé tevő kapcsolókon az X_i–X_{i+1} bemenetek visszahatnak egymásra. Ennek elkerülésére például az integrált áramköröket megelőző korszakban diódákat alkalmaztak keresztpont-kapcsolókként. Így keletkeztek a klasszikus *diódás mátrix*-ok, melyeknél egy keresztpont aktivizálása, az illető helyre egy dióda beforrasztását jelentette (6-36b. ábra).

Integrált áramköröknél mind a kapcsolók jellege, mind az aktivizálása, további meggondolásokat igényel:



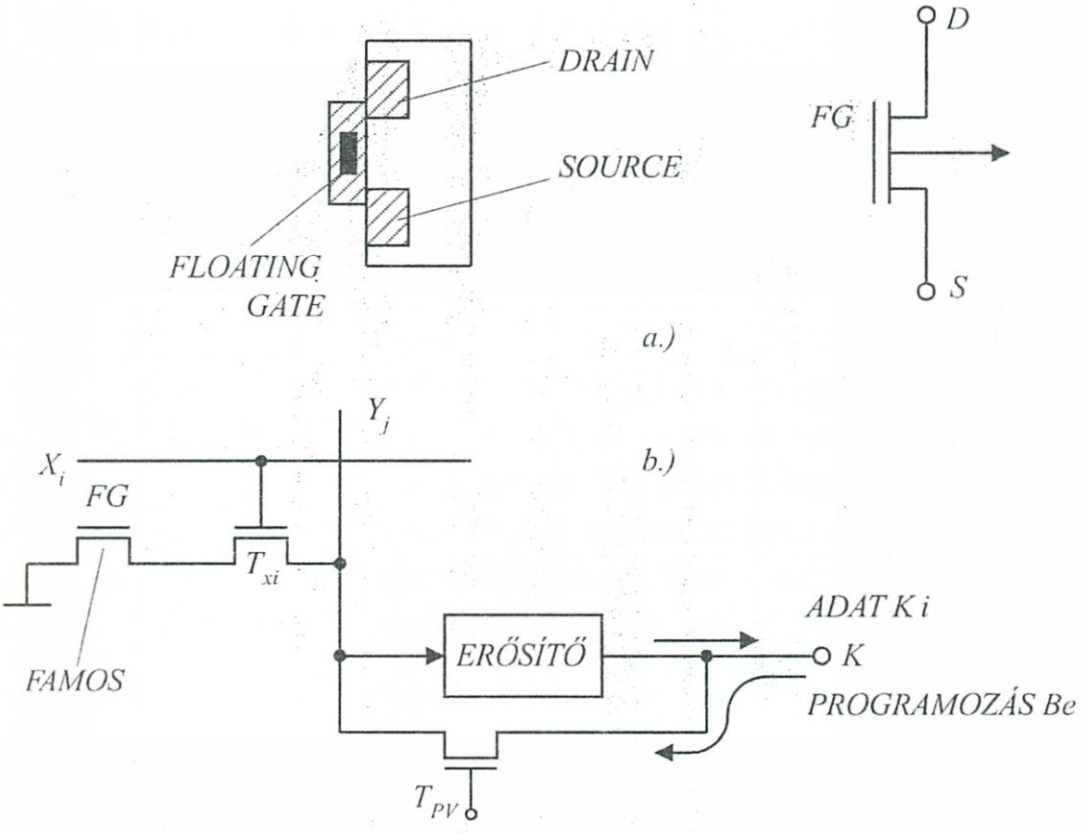
6-37. ábra: *Bipoláris kapcsolómátrix elem*

*Irreverzíbilis*en programozható keresztpontoknál minden kapcsoló-tranzisztorral egy „olvadó biztosítékot" kötnek sorba, melyet az aktivizáló „beégetés" során kiolvasztanak. Ilyenkor a normál működési áramnál lényegesen nagyobbra van szükség. Irreverzíbilis esetre utaló *bipoláris tranzisztoros* áramkört láthatunk példaként a 6-37. ábrán.

Itt programozáskor X_i címkijelölés következtében a T_1 tranzisztor bázisa nyitó állapotba kerül. A kérdéses Y_i kimenetre adott jel hatására T_3 tranzisztor vezetni kezd, és a hozzá kapcsolódó biztosítékon folyó nagy áram a biztosítékot kiolvasztja. Normál üzemben a kiolvasó áram az R_1–R_2 ellenállás-osztón keresztül működteti a kimeneti T_2 tranzisztort.

*Reverzíbilis*en programozható keresztpontoknál az aktivált kapcsolót (nem üzemszerű állapotában) az eredeti állapotba lehet visszakényszeríteni.

Ennek a típusnak egyik kedvelt képviselője a példaként bemutatott, ún. FAMOS (FLOATING GATE AVALANCHE INJECTION MOS) elem, mely egy ún. „lebegő vezérlőelektródájú" MOS-tranzisztor (6-38a. ábra). Ennél az FG (FLOATING GATE) vezérlőelektróda nincs az áramkör többi részéhez egyenáramú szempontból hozzákötve, potenciálját az szabja meg, hogy valamilyen módon juttattunk-e töltéseket rá vagy sem. Mivel minden oldalról szigetelőréteg veszi körül, ezért a rávitt töltések a továbbiakban rajta maradnak, és kap-



6-38. ábra: *FAMOS kapcsalómátrix elem*

csolt állapotban tartják a tranzisztort. A GATE feltöltése a FAMOS SOURCE-re, ill. DRAIN-re küldött nagyobb és hosszabb ideig tartó feszültségimpulzussal történik, melyet a 6-38b. hálózatrészlet K kimeneti pontján küldünk be a nyitott T_{pV} programozást vezérlő tranzisztoron és az ugyancsak kinyitott t_{xi} cella-kapuzó tranzisztoron keresztül. Adat-kiolvasáskor t_{xi}-t X_i nyitja és zárt t_{pV} mellett a tárolt „0" vagy „1" megjelenik a kimeneten. Kísérleti vizsgálatok alapján a gyártó cégek garantálják, hogy a bevitt töltés évtizedek alatt sem csökken a kiinduló érték 70%-a alá.

A töltés tudatos eltávolítására ultraibolya-fénnyel történő tartós megvilágítást lehet alkalmazni, mely az IC-tok tetejére helyezett kvarcüveg ablakon jut el a tranzisztorhoz.

Léteznek olyan megoldások is, ahol az eredeti állapotba történő visszaállítást elektromos jellel is meg lehet valósítani.

6.4.2. PLA, ROM, PAL

Ezután vizsgáljuk meg bevezető példák segítségével, hogy miként alkalmazhatók a kapcsolómátrixok logikai feladatok megoldására:

6.14. példa: Már előzőleg, az 5-12. ábra kapcsán említettük, hogy valamely kapu által például negatív logikában realizált függvény pozi-

tív logikában az előbbi függvény DUÁL-ját valósítja meg. Így például egy negatív logikás NOR-kapu pozitív logikában a:

$$[Y_{\text{NOR}}]^{\text{DUÁL}} = [A \| B]^{\text{D}} = \left[\overline{A+B}\right]^{\text{D}} = \\ = \overline{\overline{A}+\overline{B}} = \overline{A \cdot B} = A|B = Y_{\text{NAND}} \tag{6.13}$$

NAND-függvényt állítja elő. Azaz egy negatív logikás NOR-kapu „átértelmezve" egy pozitív logikás NAND-kapunak is tekinthető.

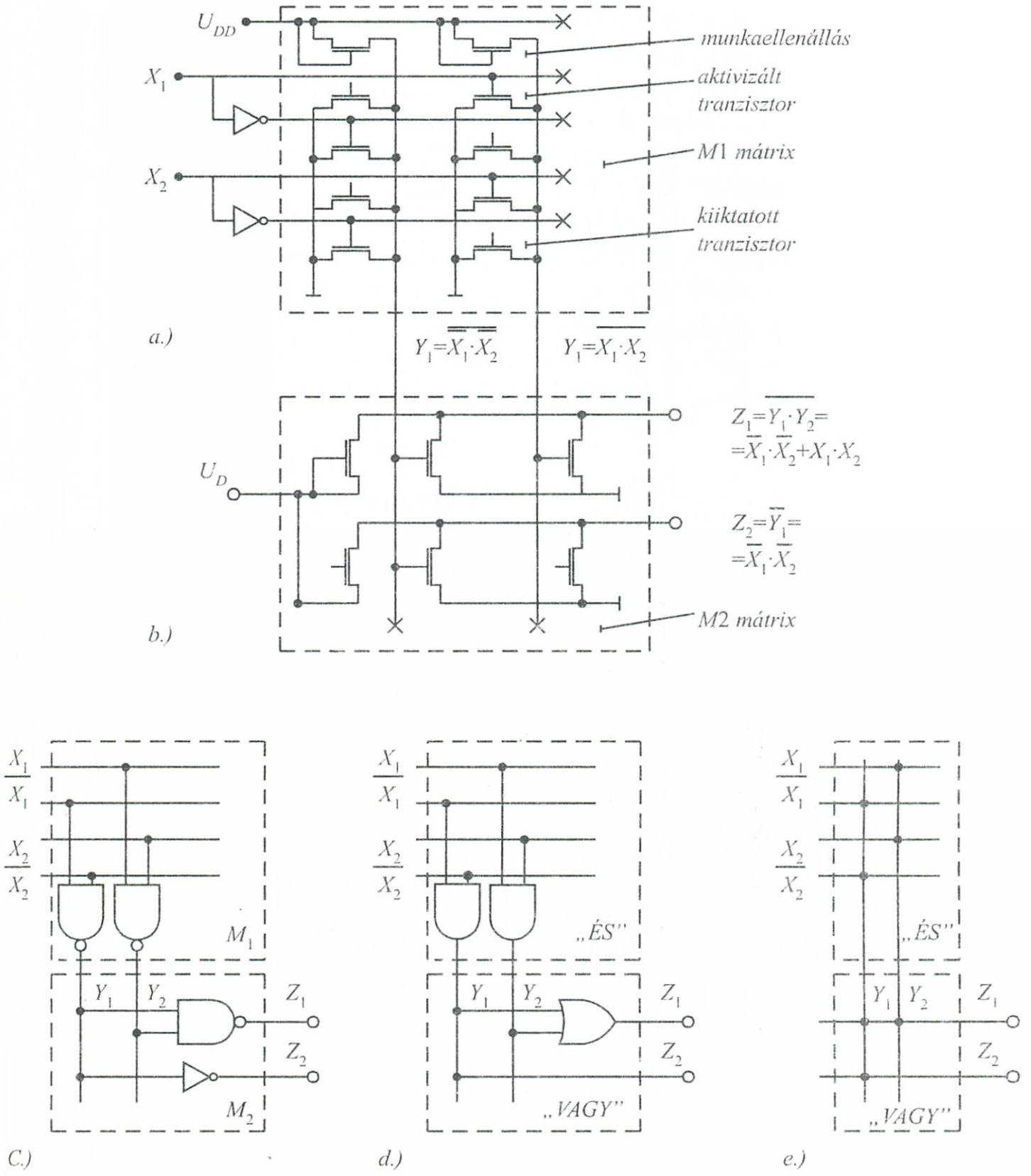
Vizsgáljuk meg ezután a 6-39a. ábrán látható MOS-elemekből felépülő *M*1 kapcsolómátrixot, melynél a párhuzamosan kapcsolt tranzisztorokat (6.13) értelmében NAND-kapuként értelmezzük. Természetesen a munkaellenállást is MOS-tranzisztorral realizálhatjuk. Az így felépült kapcsolás két kimenettel rendelkezik és felírhatók a megfelelő logikai függvények:

$$Y_1 = \overline{\overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2} = \overline{X}_1 | \overline{X}_2$$
$$Y_2 = \overline{X_1 \cdot X_2} = X_1 | X_2$$

Ezután írjuk fel a 6-39b. ábra szerinti *M*2 mátrixnál az előzőhöz hasonlóan (felhasználva a 2-12b. ábra algebrai azonosságai közül a 24a. jelűt) a kimeneti függvényeket:

$$Z_1 = Y_1 | Y_2 = \left(\overline{X}_1 | \overline{X}_2\right) \Big| \left(X_1 | X_2\right) = \overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2 + X_1 \cdot X_2$$
$$Z_2 = \overline{Y}_1 \quad = \overline{\overline{X}_1 | \overline{X}_2} \qquad\qquad = X_1 X_2$$

Ha az *a)* és *b) ábra*-beli mátrixokat NAND szimbólumokkal ábrázoljuk, illetve a kapott algebrai végeredmény szerinti hálózatot felrajzoljuk, akkor a 6-39c, ill. 6-39d. ábrákat kapjuk. Ezek mindegyike ún. *kétszintes hálózat,* mely azt jelenti, hogy a kimenet felől elindulva két műveleti szimbólumon kell áthaladnunk, hogy a független változókhoz jussunk. (Eltekintve a bemeneti inverterektől.) E kétszintes hálózatok két mátrixból, egy elképzelt „ÉS" mátrixból, és egy „VAGY" mátrixból építhetők fel minden esetben. Miután (gondoljunk a diszjunktív alakra) minden logikai függvény realizálható kétszintes hálózattal, ezért kimondható, hogy fenti kapcsolómátrix-struktúrával tetszés szerinti logikai függvény realizálható. Fenti felismerés a korszerű berendezésekben nagy fontossággal bír, miután alapját képezi az ún. PLA (Programable Logic Array) programozott logikai realizációk-



6-39. ábra: *Kapcsolómátrix, mint logikai műveletvégző. PLA*

nak. Ezek, mint láttuk, a logikai függvények IC-tokon belüli realizálásának egy módját jelentik.

A jelöléstechnika egyszerűsítése érdekében, célszerű bevezetni a 6-39e. ábra szerinti szimbolikát, melyben az aktivált mátrix csomópontokat bekarikázással jelöljük.

Logikai feladatok kapcsolómátrixokkal történő realizálásának további változatai is elképzelhetők. Mégegyszer végiggondolva az előző példát, ott a függvény diszjunktív alakját állítottuk elő oly módon, hogy *mind az ÉS, mind a VAGY* kapcsolómátrixot az adott feladat követelményei szerint „beégettük".

A realizálás elképzelhető például a következő úton is:

6.15. példa: Próbáljuk realizálni az előző példában szereplő

$$Z_1 = \overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2 + X_1 \cdot X_2$$

$$Z_2 = \overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2$$

függvényeket egy másfajta koncepció alapján. Induljunk ki most a függvények igazságtáblázatából (6-40. ábra). Az igazságtáblázatot „szerkezetében" értelmezve megállapíthatjuk, hogy a táblázat sorainak kijelölését (megcímzését) a Z, I. rovatban szereplő X_1, X_2 független változók sor melletti értékkombinációinak megfelelő ÉS-kapcsolatok (ÉS-term-ek) végzik. A táblázatból – mint a 2. fejezetben láttuk – felírható a logikai függvény teljes diszjunktív alakja, amely az esetünkben szereplő kétváltozós függvényekre (2.7) alapján:

$$Z_i^2 = \alpha_0 E_0^2 + \alpha_1 E_1^2 + \alpha_2 E_2^2 + \alpha_3 E_3^2 \qquad (6.14)$$

lesz. Ez a kifejezés – természetesen – valamennyi kétváltozós függvényre vonatkozik. A konkrét függvény kijelölését az α_i skalár-faktorok végzik, melyek megfelelnek az igazságtáblázat függővváltozó rovataiban (II, III) szereplő 0, ill. 1 aktuális értékeknek. Esetünkben:

$$Z_1 = 1 \cdot \overline{X}_2 \cdot \overline{X}_1 + 0 \cdot \overline{X}_2 \cdot X_1 + 0 \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1 + 1 \cdot X_2 \cdot X_1$$
$$(\alpha_0 = \alpha_3 = 1,\ \alpha_1 = \alpha_2 = 0)$$

$$Z_2 = 1 \cdot \overline{X}_2 \cdot \overline{X}_1 + 0 \cdot \overline{X}_2 \cdot X_1 + 0 \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1 + 0 \cdot X_2 \cdot X_1$$
$$(\alpha_0 = 1,\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0)$$

Kapcsolómátrixos realizálásnál a (6.14) formula értelmében az

$\alpha_i = 1$ esetében rövidzárt,
$\alpha_i = 0$ esetében szakadást kell

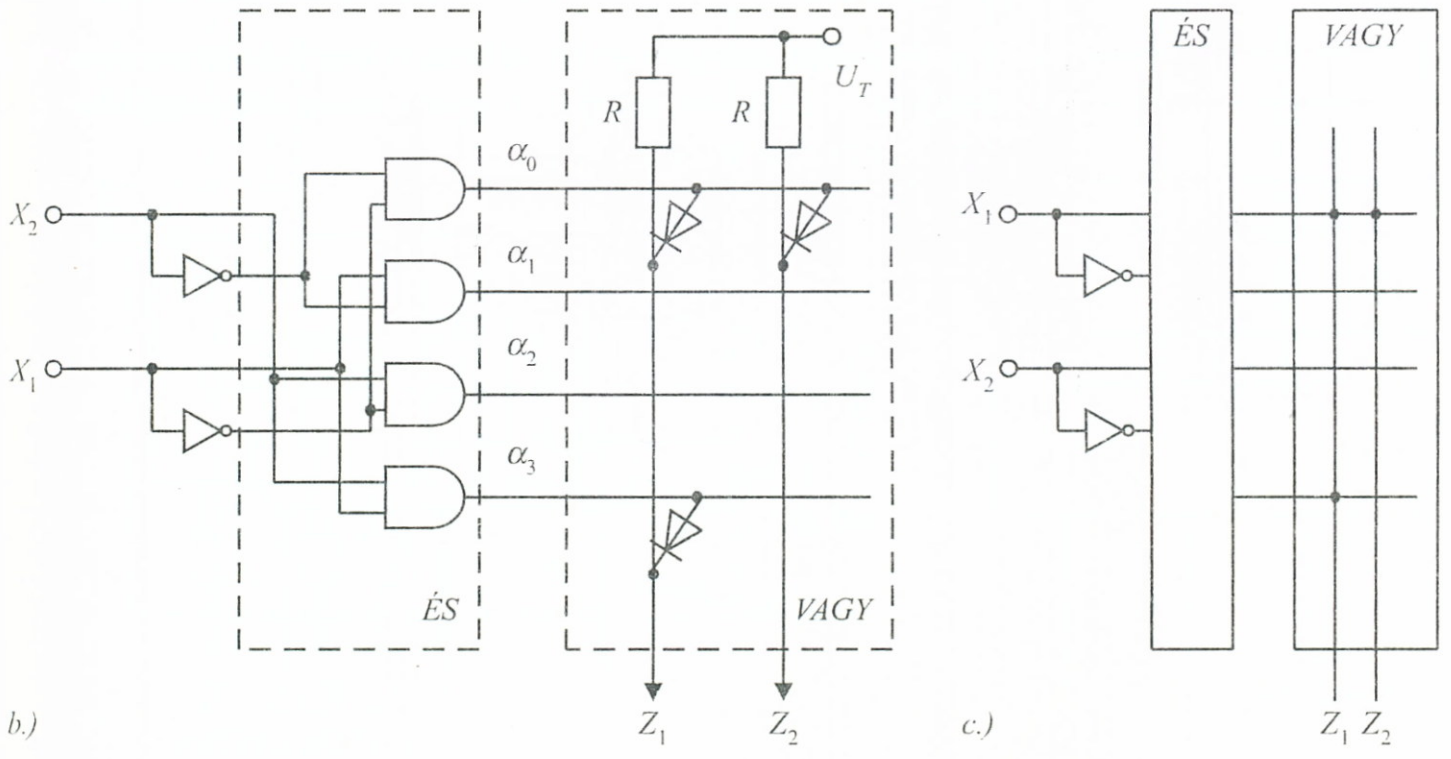
előállítanunk. Példánknál, itt egy diódákkal megvalósított, klasszikus kapcsolómátrixot alkalmaztunk a 6-40b. ábra szerinti elrendezében, ahol $\alpha_i = 1$-nél: *dióda*, $\alpha_i = 0$-nál: *szakadás* szerepel.

A kimeneteket képező függőlegesekre csatlakozó diódákat szemlélve, felismerhető, hogy azok a feltüntetett R ohmos ellenállással együtt VAGY-kaput valósítanak meg (Z_1 esetén kétbemenetű, Z_2 esetén egybemenetűvé elfajult) formában.

Végiggondolva ez utóbbi példánál tapasztaltakat, megállapíthatjuk, hogy itt a teljes diszjunktív alakot állítottuk elő, de ennél a változatnál *csupán a VAGY* mátrixot kellett a konkrét feladathoz alakítani (pl. diódák beforrasztásával). A minden sorcímzési változatot magában foglaló ÉS-mátrix *érintetlen* maradt, így felhasználható tetszés szerinti kétváltozós függvény esetén. Az előny elsősorban ott jelentkezik, hogy az ÉS-mátrix gyárilag késznek tekinthető és egyedül *csak a VAGY-mátrixot* kell az alkalomhoz illően programozni (4-40c. ábra).

			Z_1	Z_2
i	X_2	X_1	$\overline{X_1}\cdot\overline{X_2}+X_1X_2$	$\overline{X_1}\cdot\overline{X_2}$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	0
2	1	0	0	0
3	1	1	1	1
	I.		II.	III.

a.)



6-40. ábra: *Kapcsolómátrix, mint logikai műveletvégző ROM*

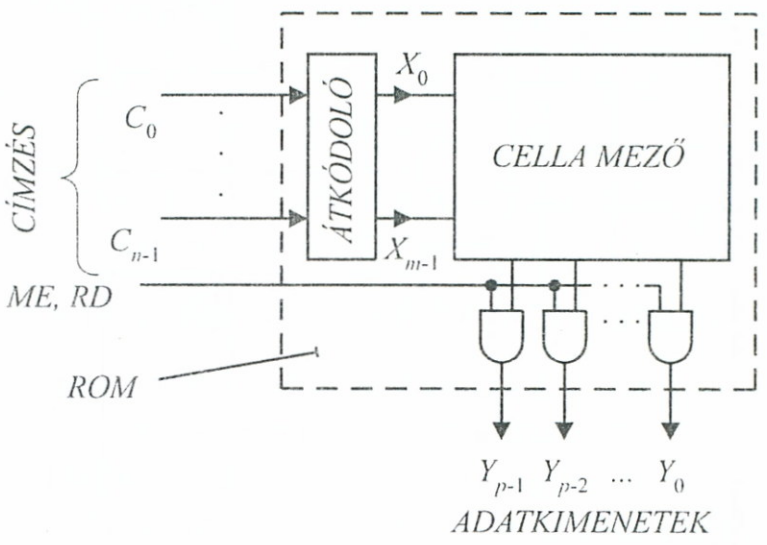
A 4-40c. ábrát célszerű további meggondolásokkal általánosítani. Tetkintsük a VAGY-mátrixot egy *memóriának,* melybe valamely információt (jelenleg: a Z_1, Z_2 függvények struktúráját sorokra bontva) tároltunk. Ha a tárolt információt valamikor ki akarjuk *olvasni* a memóriából, akkor *az aktuális* sort meg kell *címeznünk.* A címzésre – mint láttuk – a fix ÉS-mátrix szolgál. Ha a memóriát például a korábbi 6-36. vagy 6-37. ábrák szerinti elven valósítjuk meg, akkor az egyszer elvégzett programozás (információ-beírás) után a memória tartalma már nem módosítható, de később bármikor kiolvasható lesz.

Az ilyen *csak kiolvasható* memóriákat ROM-nak (Read Only Memory) nevezzük. A ROM-memóriák a számítástechnika területén rendkívül elterjedtek és sokirányúan felhasználhatók.

A 6-41. ábrán egy elvi ROM blokksémát mutatunk be: A bemenetre érkező n-bites cím információt egy *átkódoló* (ÉS-mátrix + inverterek) $m = 2^n$ db címvezetékké „szaporítja fel", mely címvezetékek jelölik ki a kiolvasandó emeletet *(memória-szót)* a memória *cellamezőben* (Kapcsolómátrix). A megcímzett memória-szó, mielőtt a kimenetekre kerül, egy RD (READ) vagy ME (MEMORY ENABLE) kiolvasást engedélyező jel által nyitható–zárható ÉS-kapu soron halad át, mely például a busz-rendszerre való csatlakozást engedélyezi. Az ÉS-kapuk kimenetei rendszerint *három-állapotúak,* így RD = 0 letiltás esetén nagyimpedanciájú állapotba kerülnek (lásd: 5. fejezet 5-5. ábra) és a ROM leválasztódik a rendszerről.

A gyártó cégek a ROM-okat kétféle alapváltozatban állítják elő:

– a *gyártó által* programozott változatnál olyan információkkal töltik fel a ROM-ot, melyek függetlenek a felhasználótól (pl. egy logaritmus-táblázat);



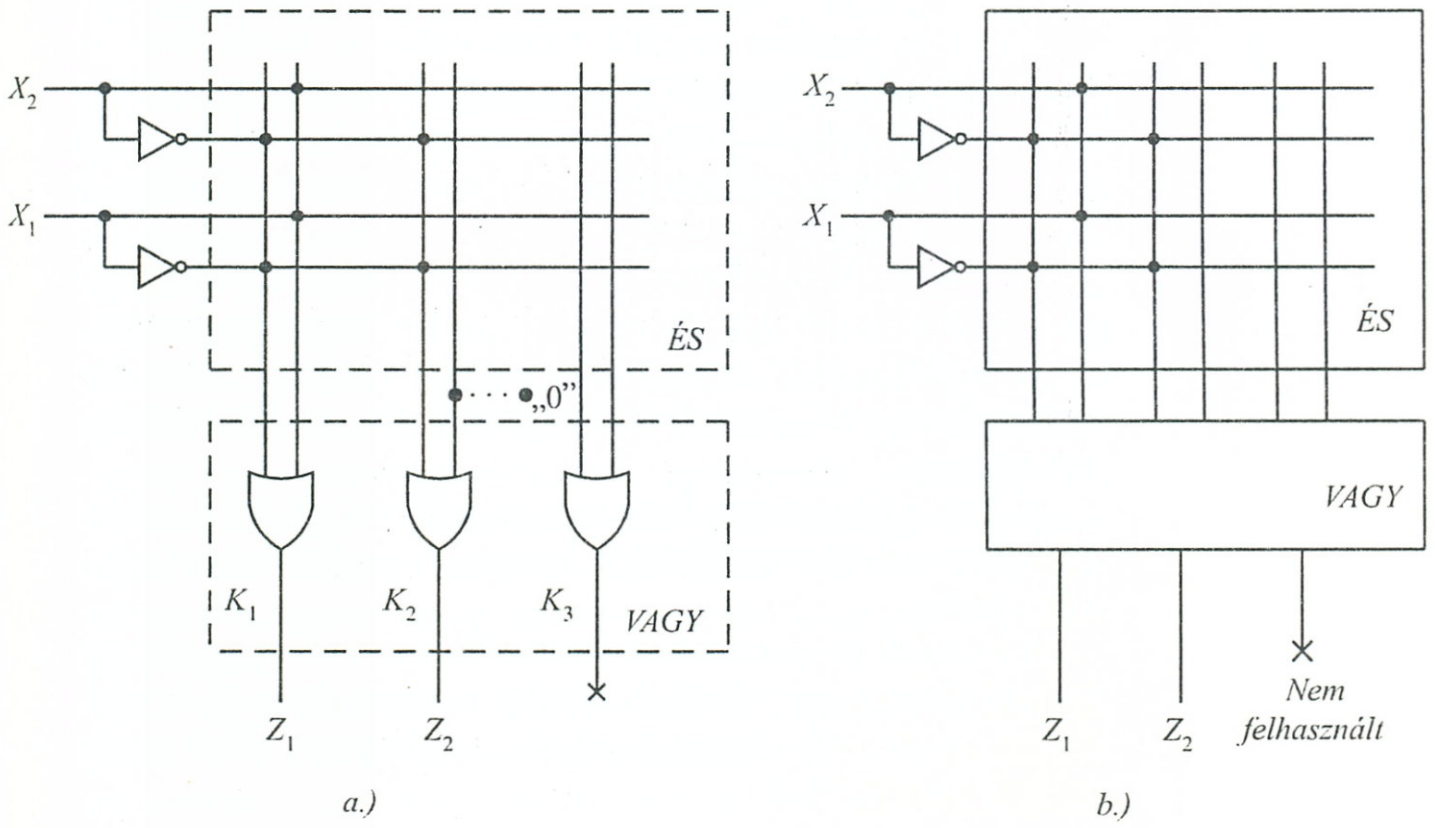
6-41. ábra: *Elvi ROM blokkséma*

– a *felhasználó által* programozott változatnál olyan műszaki megoldásúnak kell lennie a ROM-nak, hogy maga a felhasználó tudja (megfelelő beégető célberendezés segítségével) elvégezni az információ egyszeri betöltését. Az ilyen típusú ROM-okat PROM (Programmable Read Only Memory)-nak nevezik.

A 6-38. ábra kapcsán bevezetett FAMOS-nál már utaltunk arra, hogy léteznek olyan eszközök is, amelyekkel felépített kapcsolómátrixokból az információ (nem aktív üzemmódban) mégis kitörölhető. Az ilyen tulajdonságú PROM-okat EPROM (Erasable Programmable Read Only Memory)-nak nevezik.

Visszatérve a *6.14.* és *6.15. példák*ra, láttuk, hogy a *6.15. példa* esetében mind az ÉS-, mind a VAGY-mátrixot programoznunk kellett a megoldás érdekében. A *6.15. Példá*nál már csak a VAGY-mátrixot kellett programoznunk, mivel az ÉS-mátrix előregyártottan, minden lehetséges esetet felsorolva rendelkezésünkre állt. Elképzelhető egy harmadik mátrix-kombinációs változat is, melyet a *6.16. példá*n mutatunk be.

6.16. példa: Kíséreljünk meg egy olyan kapcsolómátrix realizációt találni az előző két példában szereplő függvényekhez, melynél csak az ÉS-mátrixot kell programozni.



6-42. ábra: *Kapcsolómatrix, mint logikaiműveletvégző*

A 6-42. ábrán felrajzolt megoldásnál – mint látható – a VAGY-mátrix előregyártottan rendelkezésre áll és ebben a példában elvileg három kimenetű, két bemenetű logikai hálózat realizálására lenne felhasználható, mivel a diszjunktív alak kimenetét képező VAGY-kapukból 3 db áll rendelkezésre. Mindhárom VAGY-kapu két-két bemenettel rendelkezik, így az X_1, X_2 független változók minden lehetséges kombinációját fogadni képes. Ezek a kombinációk attól függenek, hogy az adott példa érdekében miként programozzuk a beégethető ÉS-mátrixot. A 6-42a. ábra mutatja az ÉS-mátrixon elvégzendő beégetéseket. Z_1 esetén a VAGY-kapu mindkét bemenete kap ÉS jelet, Z_2 esetén elfajult esettel van dolgunk (ilyenkor a nem használt kapubemenet zavaró hatását közömbösítik), a K_3 kimenet – mint lehetőség – itt nem kerül felhasználásra.

E példa tapasztalatai azt mutatják, hogy elképzelhető olyan – ugyancsak diszjunktív alakot hasznosító – kapcsolómátrixos realizáció is, melynél a VAGY-mátrix (adott kapacitásra limitálva) gyárilag készen rendelkezésre áll, és az adott függvényhez csak az ÉS-mátrixot kell programozni (6-42b. ábra). A fenti elven működő LSI-hálózatokat PAL (Programmable Array Logic) típusú áramköröknek nevezzük.

6.4.3. PLD

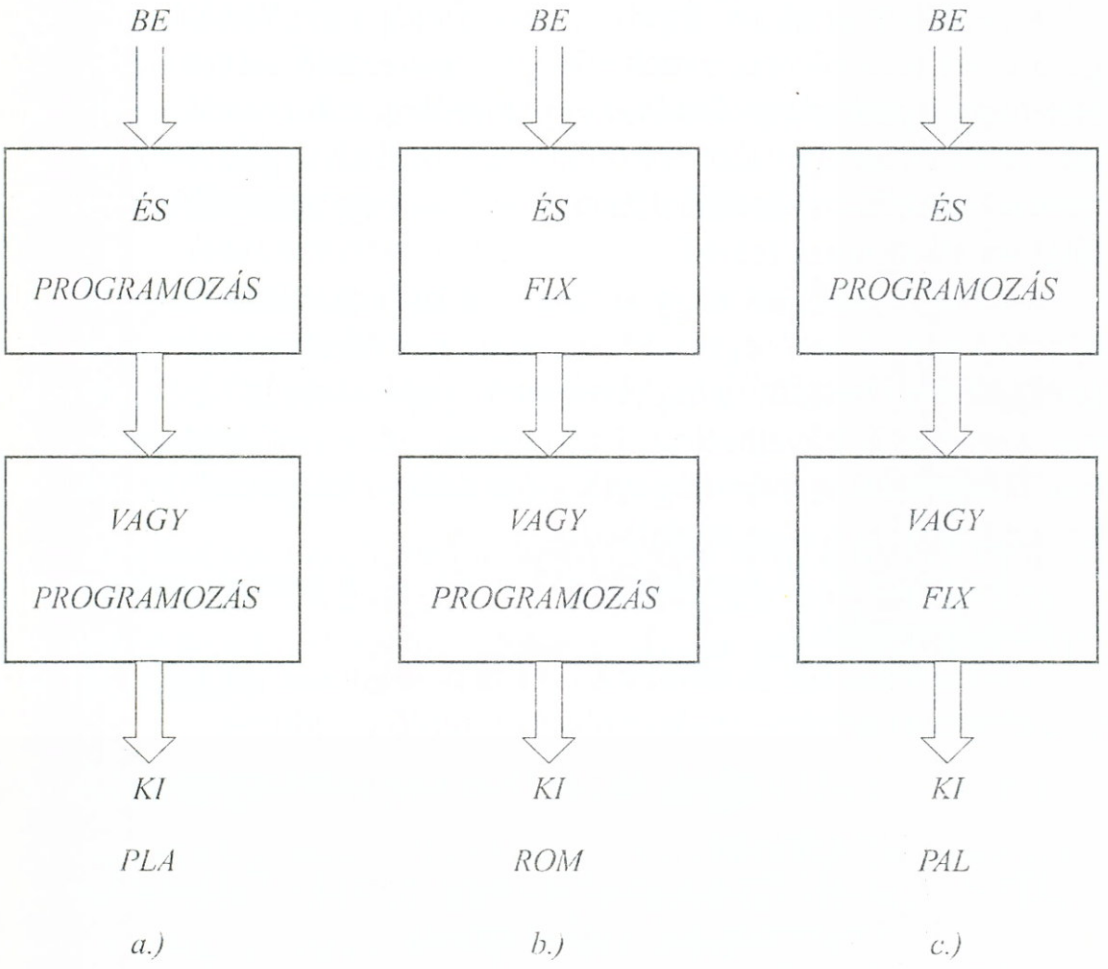
Az előző pontban tárgyalt, kapcsolómátrix variációkon alapuló PLA, ROM, PAL áramkörök a 6.4. pont bevezetőjében említett PLD (Programmable Logic Device) programozható logikai eszközök közé tartoznak. Felépítésükre jó összehasonlítást nyújt a 6-43. ábra, amelyről az egymás közötti eltérések is leolvashatók.

A ROM és PAL jellegzetessége, hogy csak egyetlen kapcsolómátrixot kell programozni, szemben a PLA két programozásával.

A ROM, a teljes diszjunktív alakkal megadott logikai feladatok megoldása mellett más jellegű információ-tárolási feladatoknál is felhasználható.

A PAL-t kifejezetten logikai struktúrák realizálására fejlesztették ki és kiemelkedően változatos katalógus-variációi miatt tekinthető előnyösnek.

A PLA két programozható kapcsolómátrixa lévén rendkívül flexibilis realizációt tesz lehetővé, például minimál diszjunktív alakok realizációját és az ÉS-kapuelemeknek több kimenet közös részhálózatakénti hasznosítását.



6-43. ábra: *PLD változatok kapcsoló-matrixos realizációkra*

Digitális rendszerek kialakítása során történő felhasználásukkor, mindig az adott feladat alapján dönthető el, hogy melyik típus alkalmazása a legelőnyösebb a konkrét esetben. A rohamos fejlődés támasztotta követelmények, valamint az IC-technika technológiai lehetőségeinek további bővülése jóvoltából a PLD eszközök „intelligencia-hányadosa" lényegesen megnövekedett az utóbbi évek folyamán. Ez mind az egyes kapcsolómátrix elemek (cellák) bonyolultabbá válásában, mind a cellák együttműködtetésének szervezettebbé válásában megmutatkozik.

A cellák bonyolultabbá válásának legfontosabb jellemzője az, hogy a mátrix-elemek összetett áramkörökké növekedtek és bennük, beírható és törölhető elemi *tároló áramkörök*ből (J–K, D stb.) felépülő egységek is megjelentek, így az egyes cellák maguk is sorrendi hálózatokká váltak.

A cellák együttműködésének szervezésénél a korábbi szigorú kötöttségeket felváltotta a flexibilis kapcsolat-szervezés, ezért ezeknél az áramköröknél a „programozás" helyett „konfigurálás"-ról beszélünk.

A cellák „bármikori" átprogramozhatósága és „bármikori" konfigurálással történő átszervezhetősége a sokoldalú felhasználhatóság felé nagy lépést jelent. Például egy univerzális busz-rendszerre csatlakozó PLD, amely valamely feladat megoldását végzi, rövid átkonfigurálás és cella-módosítás után egy másik, vagy harmadik feladat ellátására alkalmassá tehető.

A cellák rendkívül nagy száma és a konfigurálási változatok elágazóan nagy lehetőségei a PLD áramkörök alkalmazását és egyáltalán a „kézben tartását" a hagyományos „papír–ceruza" módszerekkel már nem teszik követhetővé. Ezért a nemzetközi gyakorlatban a fentiek bonyolítására számítógépes módszereket dolgoztak ki, melyekkel könyvünkben nem foglalkozunk.

A korszerű PLD-áramköröket a 6-44. ábra szerinti csoportokba szokták besorolni.

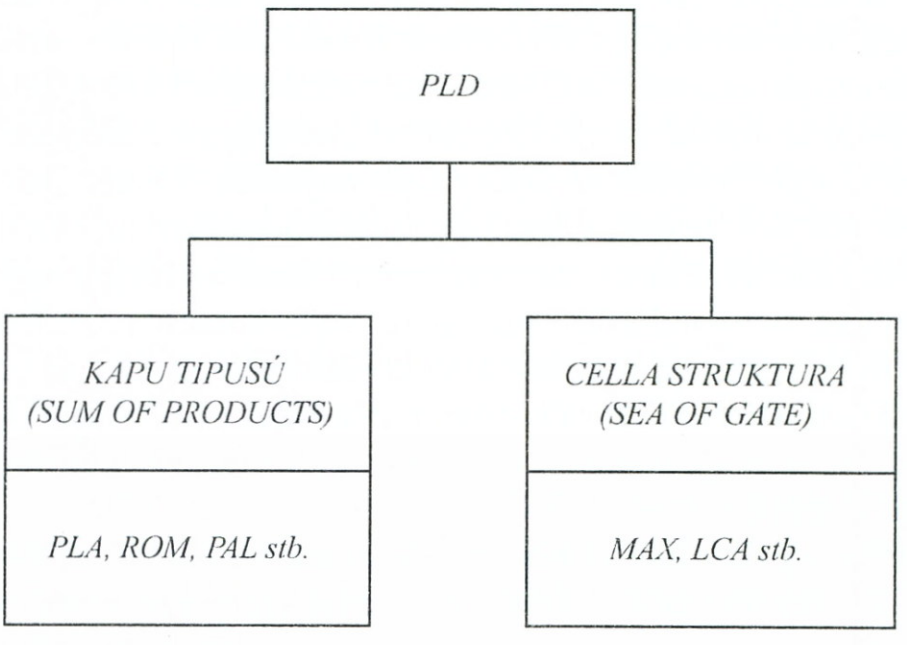
A felsoroltakkal és továbbiakkal kapcsolatosan célszerű röviden összefoglalni néhány, irodalomban szereplő rövidítést:

FPGA (Field Programmable Gate Array) – Programozható kapu-együttes

FPLA (Field Programmable Logic Array) – Felhasználó által programozható logikai egység

FPLS (Field Programmable Logic Sequencer) – Programozható sorrendi áramkör

ASIC (Application Specified Integrated Circuit) – Alkalmazás szerint specifikált integrált áramkör



6-44. ábra: *PLD-k csoportosítása*

MAX (Multiple Array Matrix) – Többszörözött mátrix-együttes az Altera cég áramköreiben
LAB (Logic Array Block) – Logikai egységeket tartalmazó blokk
PIA (Programmable Interconnect Array) – Programozható összeköttetési mátrix
LCA (Logic Cell Array) – Logikai cella-együttes a Xilinx cég áramköreiben
CLB (Configurable Logic Block) – Konfigurálható logikai blokk
IOB (Input-Output Block) – Bemeneti–Kimeneti blokk

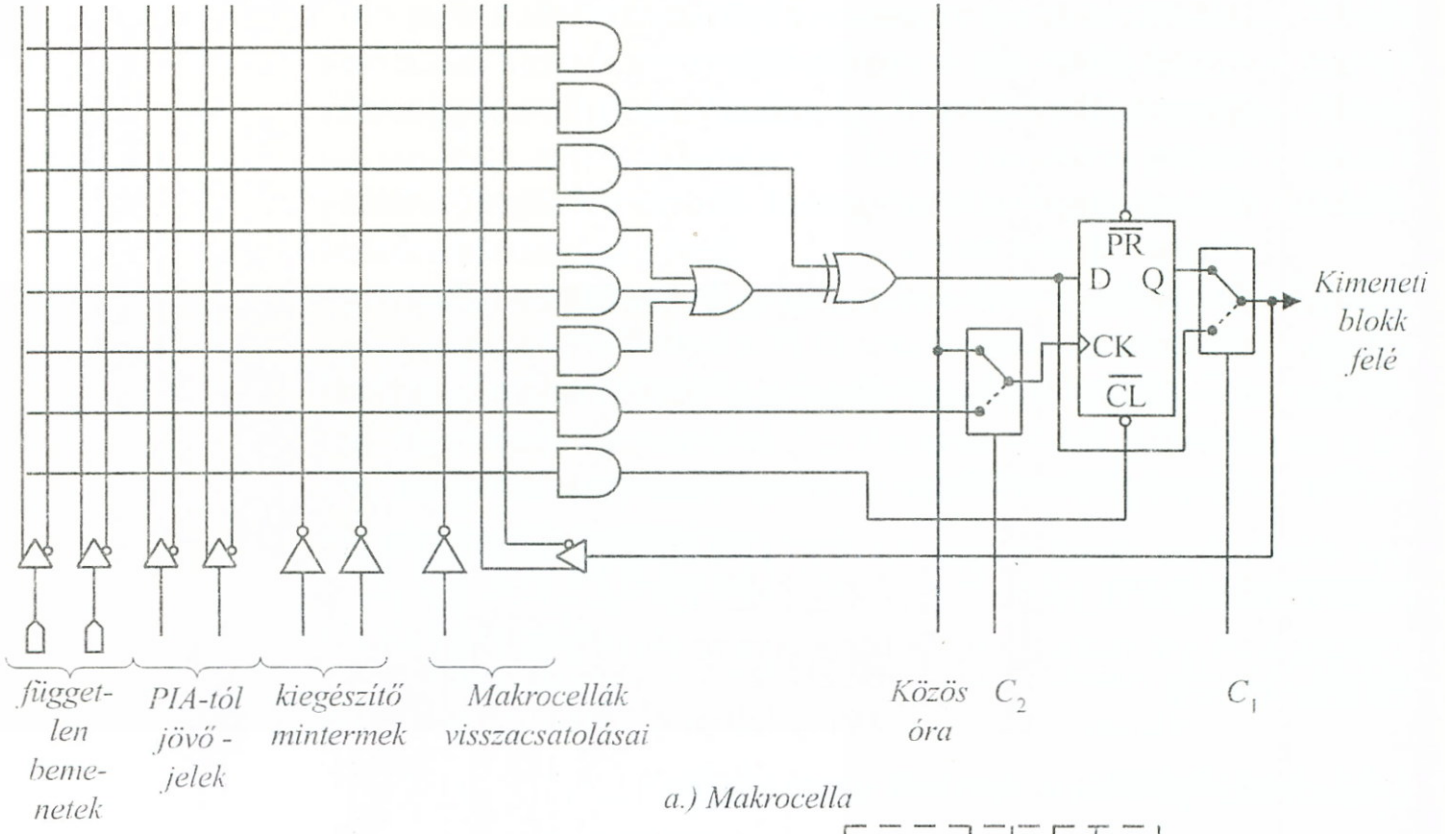
Az előzőekben vázolt magas IQ-jú PLD-k felépítési elvét és működését a felhasználói gyakorlatban közismert két rendszeren keresztül mutatjuk be a továbbiakban, felhasználva az előző felsorolás rövidített elnevezéseit.

6.4.3.1. Kapubázisú összetett áramkörök

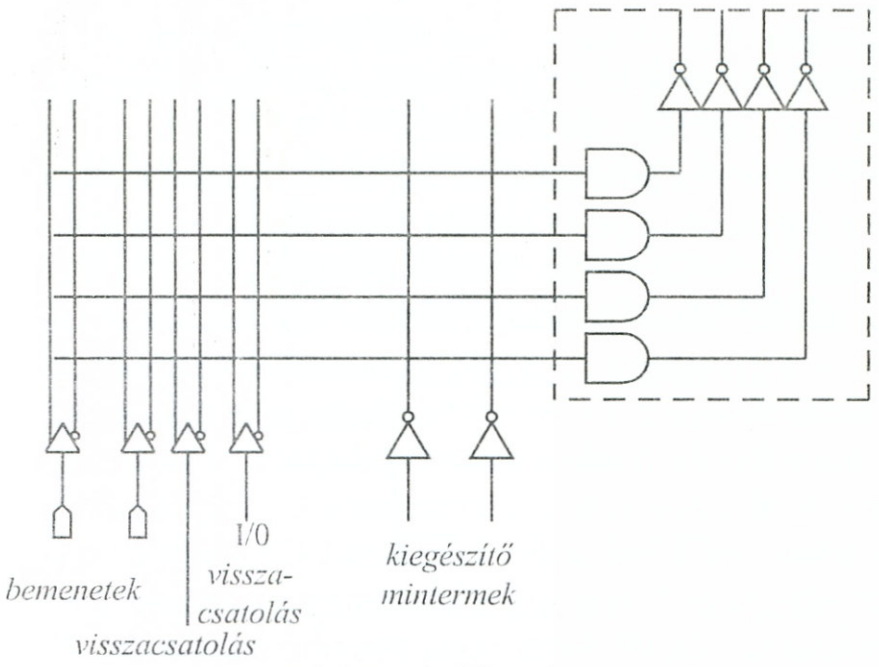
A nagy intelligenciájú PLD-k univerzális eleme az ún. *makrocella,* melyben tárolóelem van beépítve, így kombinációs vagy sorrendi feladatok ellátására egyaránt beprogramozható.

A kapubázisú PLD-k közül példaként az ún. MAX-rendszert mutatjuk be, melyet az Altera cég hozott először forgalomba. A MAX-rendszer *makrocelláját* a 6-45a. ábrán tanulmányozhatjuk. Mint látható, egy D-típusú tárolóelemet tartalmaz, melyet egy kombinációs hálózat működtet. A közvetlenül a tároló bemenetére csatlakozó antivalencia-kapu külső vezérlésű inverter/követőként működik, mely egy három mintermes teljes diszjunktív alakot realizáló KH kimenetét tudja módosítani. A tárolóelem ki-/be-iktatását a C1 kapcsolóval lehet vezérelni. A tároló óra-bemenetére csatlakozó C2 kapcsolóval lehet az órajelet egyedi-, vagy közös-órajelforrásra programozni. Lehetőség van a sztatikus CL és PR-bemenetek programozására is. A visszacsatolás felhasználásával a D tárolóból – szükség szerint – tetszés szerinti (J–K, S–R, T) típusú tárolótípus előállítható a 6-32. ábrával kapcsolatosan már megismert elven. A makrocella működése során további egységekhez csatlakozhat.

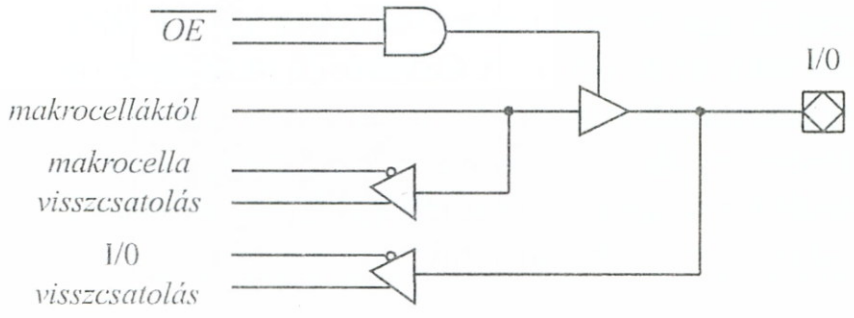
A kapacitás bővítésére egy *kiegészítő minterm tömb* szolgál (6-45b. ábra), melynek mintermjeinek száma lépcsőzötten elérheti a 64-et is, és több makrocellával is kapcsolatba hozható.



a.) Makrocella

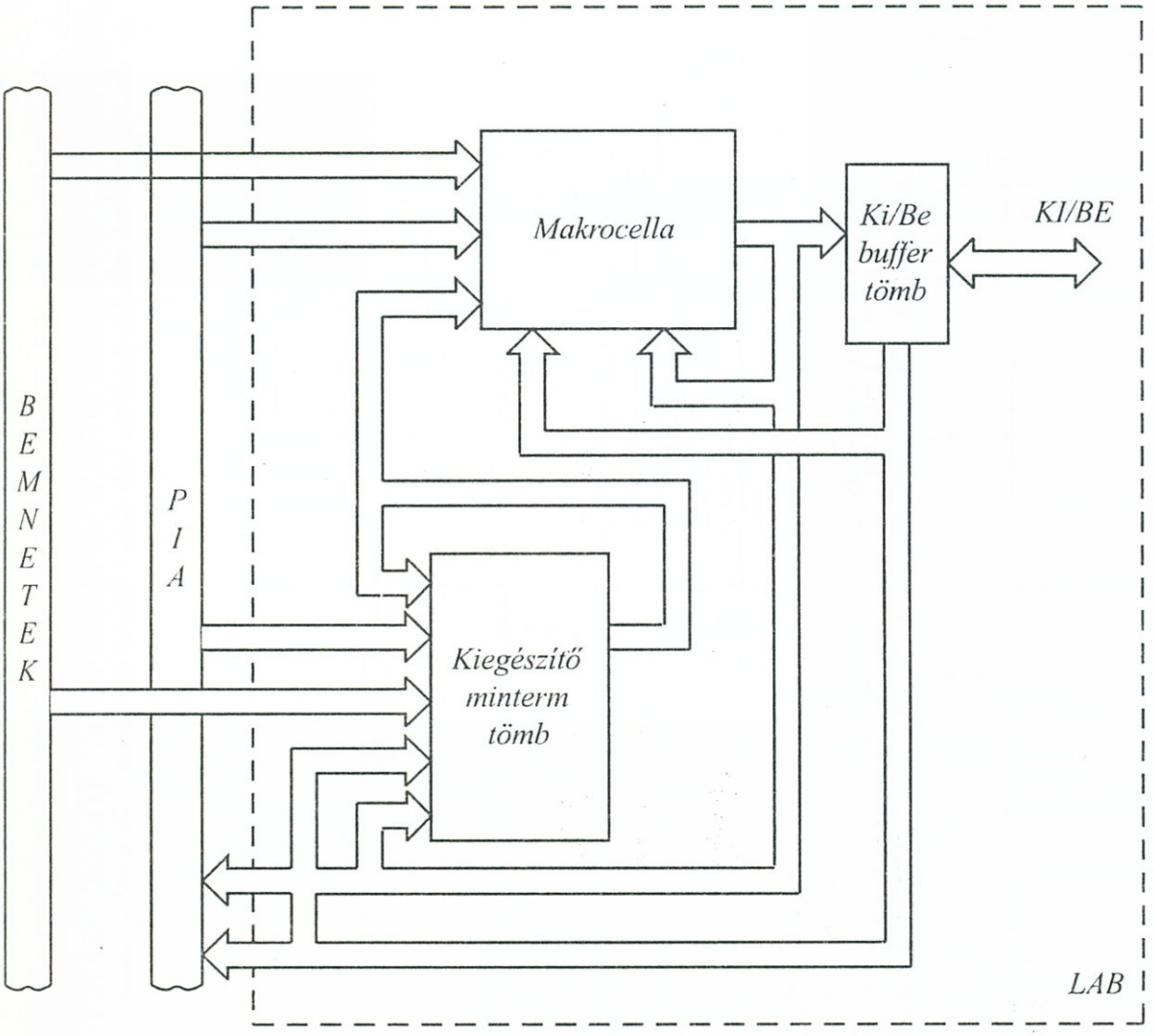


b.) Kiegészítő tömb



c.) Kimeneti buffer

6-45. ábra: *A MAX LAB összetevő egységei*



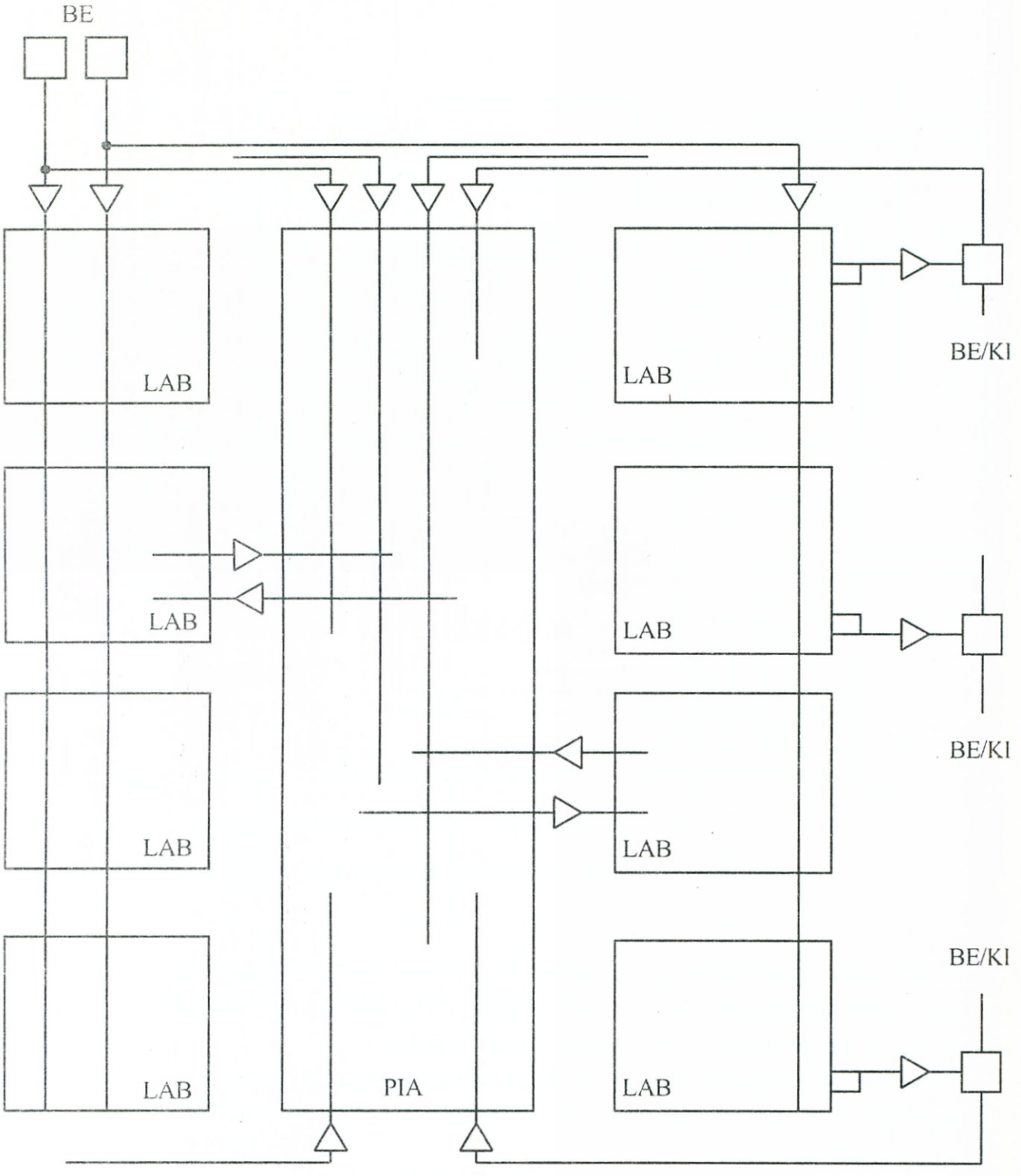
6-46. ábra: *MAX LAB belső felépítése*

A makrocella kimenetére egy *kimeneti buffer* csatlakozhat, amennyiben nem belső feladatokat lát el (6-45c. ábra). Itt a kimenetek három állapotúak, a bemenetek fixen csatlakoznak a cellához.

A felsorolt egységeket egy LAB tömb foglalja magába, mely valójában a MAX-struktúra alapeleme (6-46. ábra). A LAB-modul flexíbilisen módosítható.

A több LAB-ot tartalmazó MAX-struktúrát a PIA kapcsolja össze egyetlen rendszerré. Egy kiépített MAX-struktúrát szemléltet a 6-47. ábra.

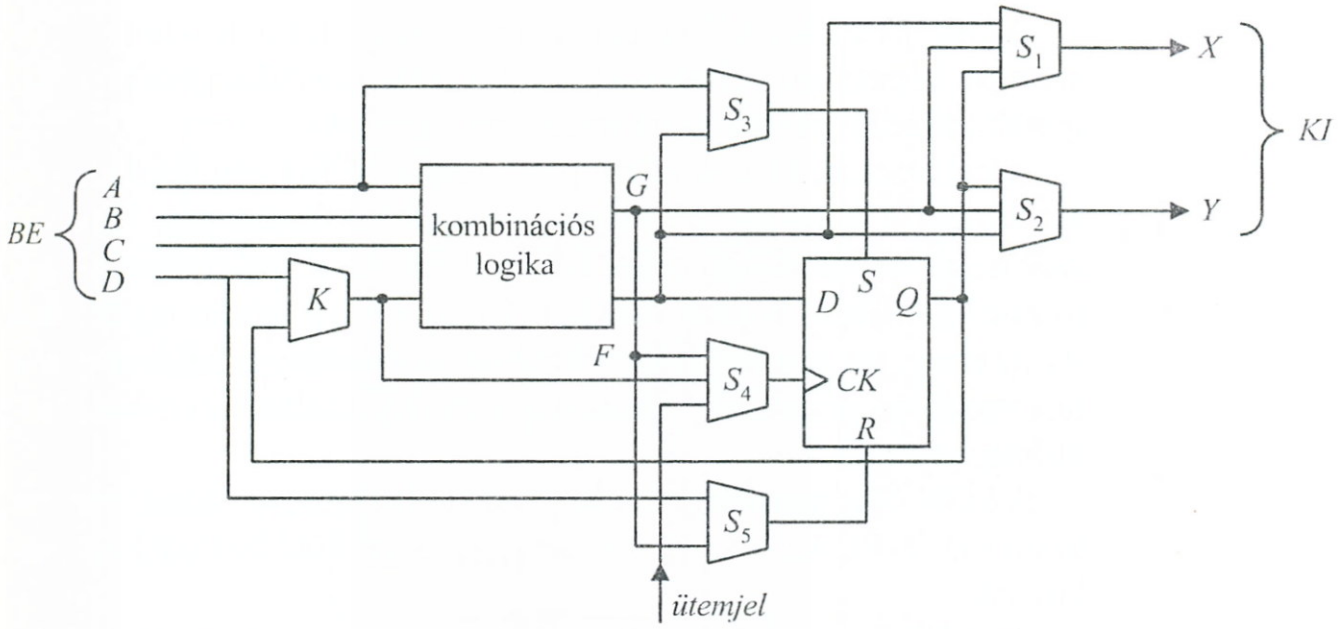
A bemutatott rendszer alkalmazása elképzelhetetlen szoftver háttér nélkül, erre a „MAX + PLUS" programot fejlesztették ki, melynek segítségével gyakorlatilag minden típusú digitális hálózat megtervezhető. A kiindulás történhet állapotgráfokból, igazságtáblázatokból, vagy logikai formulákból is.



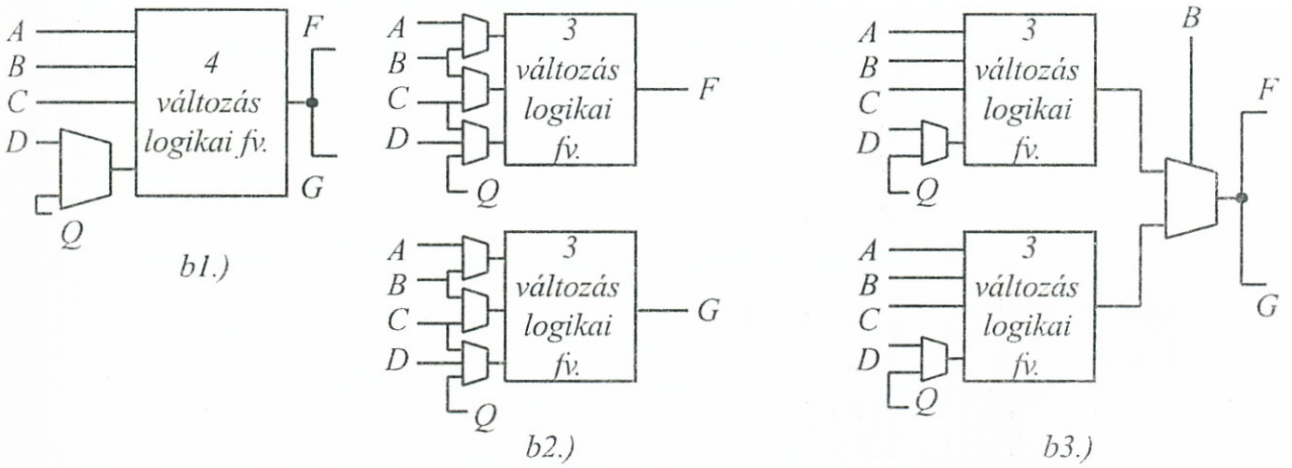
6-47. ábra: *Egy kiépített MAX struktúra*

6.4.3.2. Cellabázisú összetett áramkörök

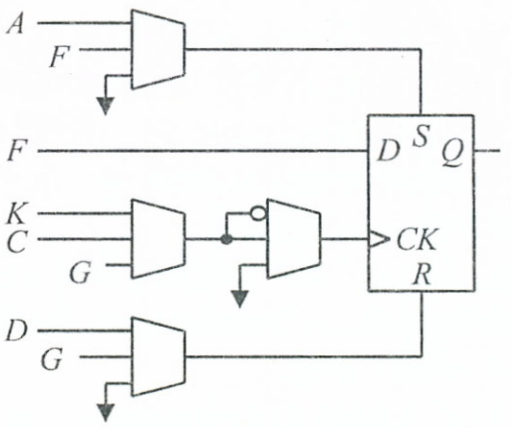
Ezek a rendszerek általában még bonyolultabb felépítésű és még flexibilisebb összetevő cellákból épülnek fel, melyeknél a belső programozáson túlmenően a cellák kapcsolatait is „konfigurálni" szokták, azaz adott felhasználási feladatnak megfelelően „rendezik össze" a cellákat.



a.) CLB blokkvázlata



b.) CLB variációk: négybemenetü, 2x3 bemenetü és 2x3 bemenetü kapcsolható kimenetekkel



c.) CLB, mint tárolóelem

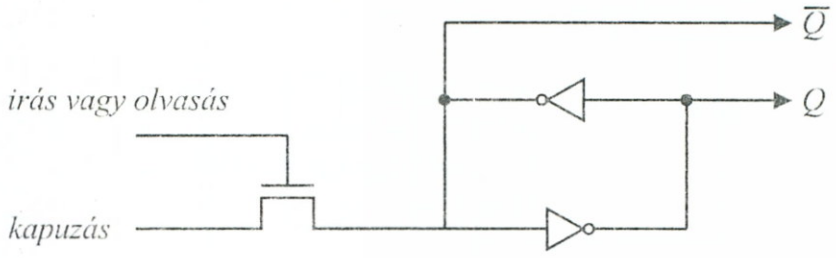
6-48. ábra: *XILINX CLB felépítése és felhasználási variációk*

Az egyes cellák különböző bonyolultsági fokúak lehetnek, egyszerűbb képességű cellák esetén több cella is szükségessé válhat és így az összeköttetések számát kell megnövelni.

A cellabázisú PLD-k közül példaként a Xilinx cég által kifejlesztett egyik LCA bázisú rendszert mutatjuk be vázlatosan. Ez a rendszer nagybonyolultságú cellákból épül fel. Az alapelemnek tekinthető konfigurálható logikai blokkot (CLB) a 6-48. ábrán rajzoltuk fel. Az *a)* ábrán maga a felépítés, a *b)* ábrán kombinációs hálózat-kialakítási variációs esetek, a *c)* ábrán egy flip-flop kialakítási megoldás tanulmányozható.

A különféle lehetőségeket az S-jelű belső kapcsolókkal lehet beállítani (*a)* ábra). Az *X* és *Y* kimenetek az összekötő hálózathoz csatlakoznak.

Az LCA áramkörök konfigurálása speciális tároló-cellákkal történik, melyek bármikor, gyorsan átírhatók. A rendszer egyetlen hátránya, hogy ezeket a cellákat üzembehelyezéskor mindig be kell állítani a kívánt pozícióba, és áramkimaradás esetén a flip-flopok elfelejtik tartalmukat.



6-49. ábra: *LCA konfiguráló tárolócellája*

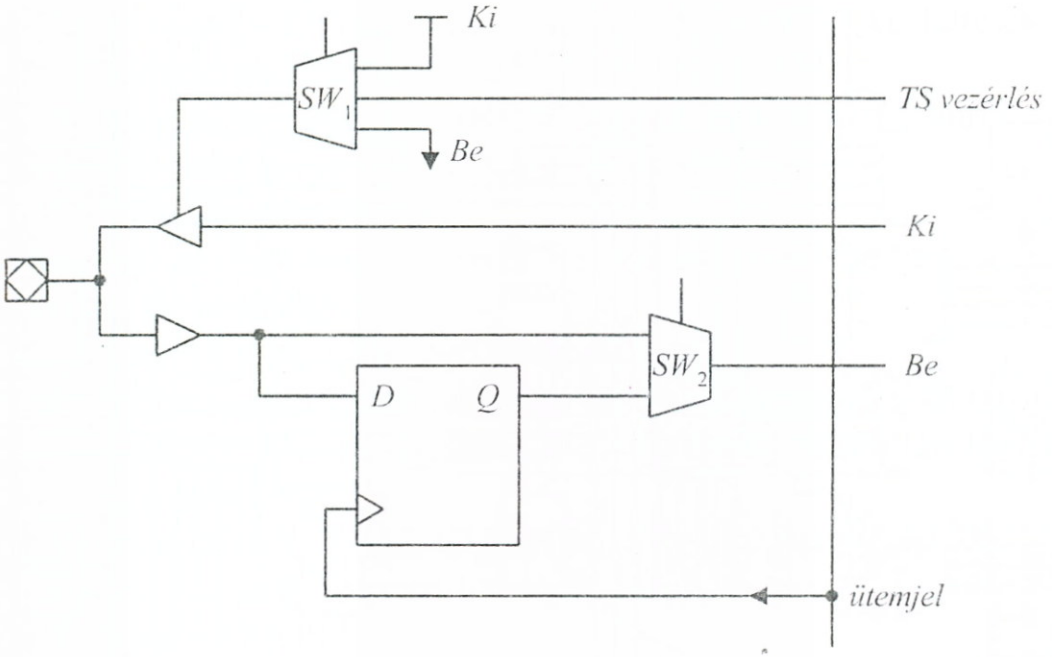
Egy ilyen sajátos megoldású tárolócella látható a 6-49. ábrán.

A 6-50. ábrán egy különböző Input-Output feladatokat ellátó IOB-modult rajzoltunk fel, mely az SWi kapcsolókkal különféle üzemmódokba kapcsolható és mind bemeneti, mint kimeneti feladatok ellátására alkalmas.

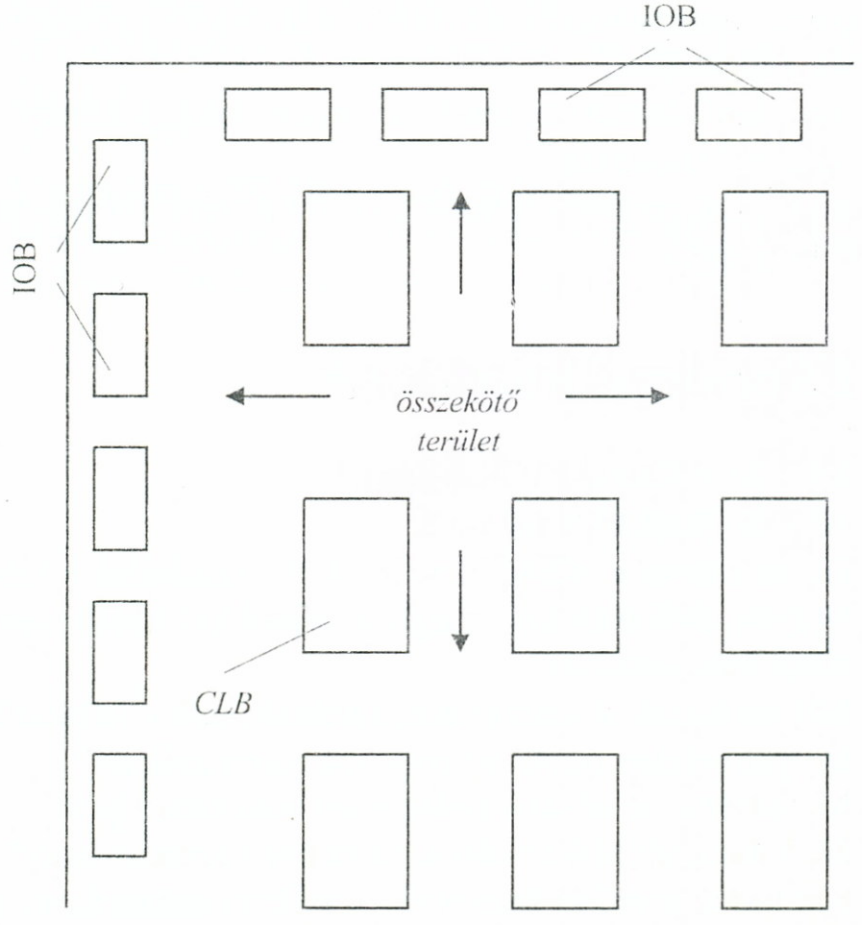
Egy Xilinx LCA konfiguráció általános elrendezését a 6-51. ábrán szemlélhetjük. A belső kapcsolatokat programozható összeköttetésekkel oldják meg.

Az LCA által szolgáltatott széles körű lehetőségek kihasználására háromféle programozható összeköttetés-változat létezik a 6-52. ábra vázlatainak megfelelően.

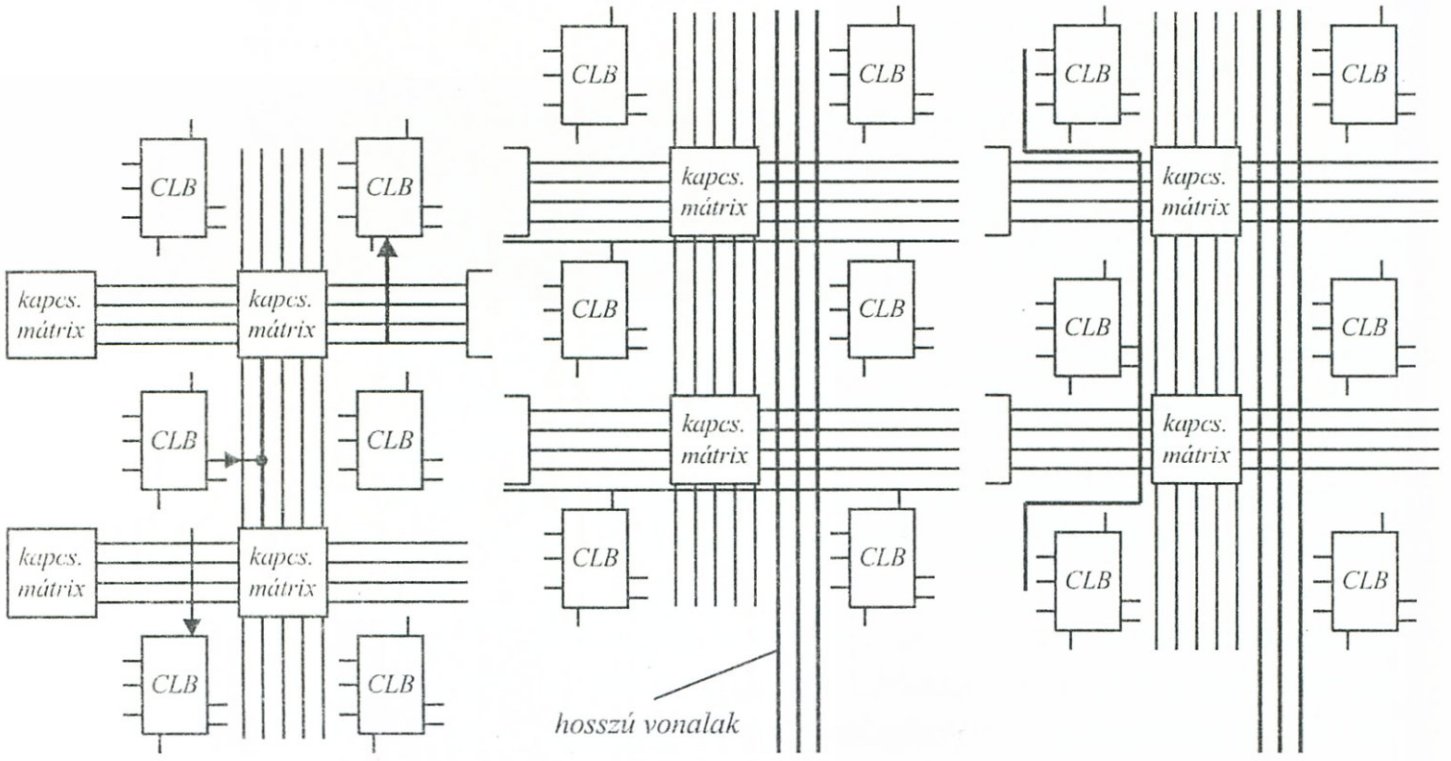
Az ún. „általános" összeköttetések (*a)* ábra) a CLB-k összekapcsolását végzi el a konfigurációs tárolók által vezérelt kapcsolómátrix segítségével.



6-50. ábra: *IOB. Input – Output – Blokk*



6-51. ábra: *Az LCA elemek elrendezése*



6-52. ábra: *LCA összeköttetések változatai*

A „hosszú" összeköttetések (*b)* ábra) a távolabbi egységek közt létesíthetnek kapcsolatot.

A „közvetlen" összeköttetések az egyes blokkok közötti közvetlen kapcsolatot biztosítják.

A Xilinx–LCA-rendszer használatát erre a célra kifejlesztett szoftver háttér támogatja.

6.E. Ellenőrző kérdések

?

E.6.1. Mi a KOMBINÁCIÓS-hálózat?
E.6.2. Mi a SORRENDI hálózat?
E.6.3. Mi az eltérés a MEALY és MOORE-modellek között?
E.6.4. Milyen elvű áramköri megvalósításokkal találkozunk a sorrendi hálózatoknál?
E.6.5. Mit tekintünk absztrakt automatának, mik a jellemzői?
E.6.6. Milyen leírásmódok ismeretesek automatáknál?
E.6.7. Mutassunk be néhány jellegzetes automata típust.
E.6.8. Mi a *hazard*? Mikor káros, és mikor hasznosítható?
E.6.9. Mit tud a *sztatikus* hazardról és miként szüntethető meg?
E.6.10. Mit tud a *dinamikus* hazardról és miként szüntethető meg?
E.6.11. Mi a *funkcionális* hazard?

E.6.12. Milyen problémákat okozhatnak az áramköri késleltetések sorrendi hálózatoknál?
E.6.13. Mi a *gerjesztési-, átmeneti-, állapot-* és *kimeneti* tábla?
E.6.14. Mit tud a *versenyfutási* jelenségekről?
E.6.15. Mi a *lényeges* hazard?
E.6.16. Milyen működési eltérések vannak az *aszinkron* és *szinkron* hálózatoknál?
E.6.17. Melyek a leggyakoribb tárolóelemek?
E.6.18. Miként származtathatók le a D és T tárolóelemek a JK tárolóelemből? Milyen általános elven alakítható át egy tárolóelem egy másikba?
E.6.19. Mi a BOÁK, FULL CUSTOM, GATE ARRAY, PLD?
E.6.20. Mit tud az IC kapcsoló mátrixokról?
E.6.21. Mi a FAMOS?
E.6.22. Mi a PLA, ismertesse működési elvét!
E.6.23. Mi a ROM, ismertesse működési elvét!
E.6.24. Mi a PAL, ismertesse működési elvét!
E.6.25. Milyen változatai vannak a PLD-nek?
E.6.26. Milyen nagyintelligenciájú PLD-ket ismer?
E.6.27. Mit hallott a MAKROCELLÁ-ról?
E.6.28. Milyen feladatokra programozható be egy MAX-MAKROCELLA?
E.6.29. Mi a LAB?
E.6.30. Mit hallott a XILINX–LCA-ról?
E.6.31. Milyen feladatokra programozható egy XILINX–CLB?
E.6.32. Milyen LCA összeköttetés-változatokat ismer?

7. KOMBINÁCIÓS HÁLÓZATOK KIALAKÍTÁSI KÉRDÉSEI

A kombinációs hálózatok kialakítása, tervezése során, mindig az adott feladatot *optimálisan* megoldó hálózat előállítását tekintjük feladatnak. E közhelyszerű megállapítás teljesítése valójában rendkívül szerteágazó, egymással gyakran ellenszegülő feltételek – rendszerint kompromisszumos – összehangolását jelenti. A hálózatnak természetesen: gyorsnak, megbízhatónak, egyszerűnek, olcsónak, működési zavar esetén jól diagnosztizálhatónak, könnyen javíthatónak stb. kell lennie, és realizációjakor alkalmazkodnia kell a környező hálózati struktúra (pl. SSI, MSI, LSI) követelményeihez is. Jelen könyvben nem célunk fenti teljes koncepció felvállalása – miután ez számos csatlakozó szaktárgy anyagát is érinti.

A továbbiakban – szemléltető példák segítségével – olyan, digitális matematikai módszerek bemutatását tekintjük feladatunknak, melyek az optimális hálózat kialakításánál felhasználhatók.

7.1. Matematikai minimál alakon alapuló hálózatok

A matematikai minimál alakok többnyire két műveleti szintes (ÉS–VAGY, NAND–NAND stb.) típusú hálózatok, ezért viszonylag „gyorsnak" tekinthetők, mivel a bemeneti-kimeneti jelek közötti időbeli késleltetés két kapuáramkör terjedési késleltetésével egyenlő. Amennyiben a kapuk számát még minimalizáljuk is, akkor a hálózat még az „egyszerű" tulajdonsággal is rendelkezni fog.

Logikai függvények többféle kapu-típusú minimál alakjának előállításával a 2. fejezetben már foglalkoztunk. Ott, ezzel kapcsolatosan megismertük az alkalmazott formuláris-algebrai és a grafikus-táblázatos módszereket. Már akkor felvetődött, hogy a független (bemeneti) változók számának 6 változó fölé emelkedésekor az alkalmazható V–K táblák nehézkesen kezelhetővé, rosszul áttekinthetővé válnak, továbbá a vizuális alak-felismerést igénylő tömbképzés számítógépes megoldási módszerek számára nehezen algoritmizálható. Emiatt

különféle táblázatos módszerek kerültek kifejlesztésre, melyek „tetszés szerinti" számú bemeneti változóig használhatók. A táblázatos módszerek számítógéppel segített alkalmazására is számos megoldás született.

7.1.1. A minimál alak előállítása táblázatos módszerrel

A táblázatos módszereket nagyobb számú független változó esetén alkalmazzuk, mikor az algebrai és grafikus módszerek már nehezen, vagy egyáltalán nem áttekinthetők. Elvi felépítésük lényegében, az

$$\left.\begin{aligned} X \cdot \overline{Y} + X \cdot Y &= X \\ (X + \overline{Y}) \cdot (X + Y) &= X \end{aligned}\right\} \qquad (7.1)$$

algebrai egyszerűsítések szisztematikus és táblázatosan elvégzett alkalmazásán, valamint adatrendezési és csoportosítási feladatok megoldásán alapul, így különösen alkalmasak számítógépes feldolgozásra.

A táblázatos módszerek közül leggyakrabban a klasszikus QUINE algoritmus alapján kidolgozott QUINE–McCLUSKEY-módszert alkalmazzák.

Főbb lépései a következők:

I. lépés: A minimalizálandó függvény termjeit egy összehasonlító táblázatban a nem negált változók darabszáma és a term index-száma alapján rendezzük. (Másképpen megfogalmazva: a term „súly" és index-száma alapján.)

II. lépés: Az összehasonlító táblázatot folytatva, kikeressük a lehetséges prim implikánsokat, más néven a legnagyobb tömböket (l. 2.2.4. pont).

III. lépés: A kikeresett prim-implikánsokat prim-implikáns táblázatban csoportosítjuk, melyből az is megállapítható, hogy melyik implikáns melyik termből származik.

IV. lépés: A prim-implikáns táblázatból kiválasztjuk az optimális irredundáns megoldást vagy közvetlenül, vagy a szelekciós függvény segítségével.

V. lépés: Felrajzoljuk az optimális logikai vázlatot.

A módszer mind diszjunktív, mind konjunktív alakból kiindulva lefolytatható.

7.1. példa: Adva egy négybemenetű egykimenetű kombinációs hálózat. Minimalizáljuk a hálózatot leíró négyváltozós logikai függvényt.

$$Y^4 = \sum^{4}(3, 7, 8, 9, 12, 13, 15)$$

I. lépés: Összehasonlító táblázat első rovata.

A jobb áttekinthetőség és egyszerűbb kezelhetőség érdekében, a mintermekben a változók eredeti állapotát jelöljük 1-gyel, a negáltat pedig 0-val, így az összehasonlító táblázat a 7-1a. ábra ①. rovata szerint alakul. Az egyes term-csoportokban 0, 1, 2, ... db 1-est tartalmazó term-ek helyezkednek el, a csoporton belül, index-számuk szerint növekvő sorrendben.

II. lépés: Prim-implikánsok keresése.

E lépésben, a szomszédos csoportok mintermjeinek páronkénti összehasonlításával egyes változók, (7.1.)-ben idézett összefüggés értelmében kiküszöbölhetők. Így pl. a 8. és 9. ÉS-term-ek összehasonlításakor „A" változó kiegyszerűsíthető:

$$D\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot\overline{A} + D\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot A = D\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot 1$$

$$1\ 0\ 0\ 0 \leftrightarrow 1\ 0\ 0\ 1 = 1\ 0\ 0\ -$$

Hasonló elven történő összehasonlítások elvégzése után a 5.11a. ábra ② rovatát építhetjük fel. Itt a kiegyszerűsített változók helyére egy vonal kerül. Az összehasonlításban eredményesen résztvevő termeket az ① rovat külön e célra készített hasábjain megjelöljük. Amelyik term-hez nem találunk párt, tehát nincs mellette jelölés, azt a prim implikánsok közé sorolhatjuk. Ilyen jelen példában az ① rovatban nincsen. A ② rovat második oszlopában lévő számok az egyszerűsített kifejezések származtató termjeire utalnak.

A ② rovat elkészülte után további párképzéssel a ③ rovatot állítjuk elő, és ha volna még lehetőség, úgy ④, ⑤ stb. rovatok következhetnének. Jelen esetben a ③ rovat tényezői már tovább nem párosíthatók, így a bennük szereplő tényezők prim-implikánsok. Hasonlóképpen azok, a ② rovatban meg nem jelölt tényezők is.

III. lépés: Prim-implikáns táblázat.

Az előző lépésben kapott prim-implikánsokat a változókat tartalmazó alakba visszaírva, a 7-1b. ábra szerinti táblázatban rendezzük, és a term-eknél származási kapcsolatukat *-gal megjelöljük.

IV. lépés: Irredundáns megoldások kiválasztása.

Azonnal belátható, hogy az „a", ill. „d" lényeges (nem nélkülözhető) prim-implikáns (bekarikázva), miután egyes term-ek fedésbe hozása csak velük lehetséges. A „b", ill. „c" implikánsok közül tetszés szerint választhatunk, ezért két egyenértékű megoldáshoz is jutottunk. Ezek NAND-logikába is közvetlenül átírhatók a 2-12. ábra 24a. SHEFFER algebrai szabály felhasználásával:

„b"-vel: $Y_K^4 = \overline{D}\cdot B\cdot A + D\cdot\overline{B} + C\cdot B\cdot A = (\overline{D}|B|A) \mid (D|\overline{B}) \mid (C|B|A)$

„c"-vel: $Y_L^4 = \overline{D}\cdot B\cdot A + D\cdot\overline{B} + D\cdot C\cdot A = (\overline{D}|B|A) \mid (D|B) \mid (D|C|A)$

Súly	i	D	C	B	A	
1	8	1	0	0	0	✓
2	3	0	0	1	1	✓
	9	1	0	0	1	✓
	12	1	1	0	0	✓
3	7	0	1	1	1	✓
	13	1	1	0	1	✓
4	15	1	1	1	1	✓
①						

Súly	i, k	D	C	B	A	
1	8, 9	1	0	0	–	✓
	8, 12	1	–	0	0	✓
2	3, 7	0	–	1	1	
	9, 13	1	–	0	1	✓
	12, 13	1	1	0	–	✓
3	7, 15	–	1	1	1	
	13, 15	1	1	–	1	
②						

Súly	$i,k-l,m$	D	C	B	A
1	8, 9, 12, 13	1	–	0	–
	8, 12, 9, 13	1	–	0	–
③					

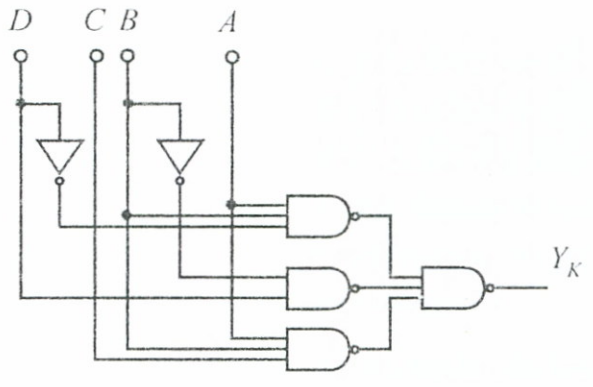
a.)

Primimplikáns		3	7	8	9	12	13	15
$\overline{D}BA$	a	⊛	⊛					
CBA	b		*					*
DCA	c						*	*
$D\overline{B}$	d			⊛	⊛	⊛	⊛	

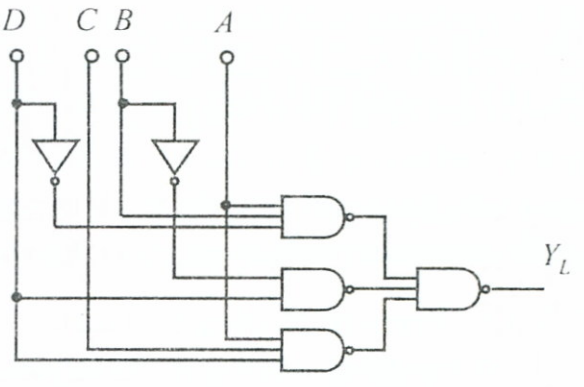
b.)

$Y_K^4 = \overline{D}BA + D\overline{B} + CBA = (\overline{D}|B|A)|(D|\overline{B})|(C|B|A)$

$Y_L^4 = \overline{D}BA + D\overline{B} + DCA = (\overline{D}|B|A)|(D|\overline{B})|(D|C|A)$



c.)



d.)

7-1. ábra *Egyszerűsítés QUINE-Mc CLUSKEY módszerrel*

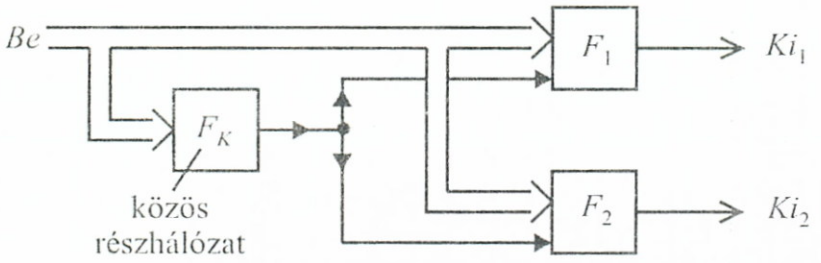
A két megoldásnak megfelelő kombinációs hálózatok a 7-1c. és d. ábrán láthatók.

7.1.2. A részben meghatározott (DON'T CARE) esetek kezelése táblázatos módszernél

Részben meghatározott függvények minimál alakjának előállítása esetén, a QUINE–McCLUSKEY-módszer hasonló felépítésű, mint az előző pontban. A határozatlan term-eket ugyanúgy fel kell sorolni az összehasonlító táblázatban, mint a meghatározottakat, így az *I.* és *II. lépés* változatlan. Eltérés a *III. lépésben,* a prim-implikáns táblázat felépítésében jelentkezik, miután csak a teljesen meghatározott értékű term-eket kell a fejrovatban felsorolni.

7.2. Közös részhálózatok kialakítása

Többkimenetű kombinációs hálózatok kialakításakor gyakran lényegesen egyszerűbb hálózathoz jutunk, ha az egyes kimeneteket előállító hálózatokban fellelhető *közös részeket* a 7-2. ábra szerinti elv értelmében „kiemeljük", és így csak egyszer valósítjuk meg.



7-2. ábra *Közös részhálózat kialakítása*

Az alábbiakban bemutatjuk a közös részhálózatok kialakításának egy grafikus szisztematikus módszerét, megjegyezve, hogy ezzel kapcsolatosan kidolgoztak táblázatos módszereket is.

A módszer a részhálózatot leíró közös implikánsok keresésén alapul és az alábbi lépésekre tagolható.

I. lépés: Megkeressük egymástól függetlenül, a kimenetekhez tartozó függvények prim-implikánsait.

II. lépés: Megkeressük a közös implikánsokat, az egyes függvények implikánsainak a V–K táblán történő fedésbe hozásával.

III. lépés: Kiválasztjuk az optimális megoldást adó implikánsokat az implikáns táblázat és – ha szükséges – az ún. *„szelekciós függvény"* segítségével. (Egyes irodalmakban: „jelenléti függvény".)

IV. lépés: Felírjuk a hálózat optimalizált függvényeit közös implikánsok feltüntetésével, majd felrajzoljuk a közös részeket tartalmazó logikai vázlatot.

7.2. példa: Vizsgáljuk meg a következő kombinációs hálózatot jellemző függvényrendszert:

$$Y_\alpha = \sum^{4}(1, 3, 6, 9, 11, 12, 14)$$

$$Y_\beta = \sum^{4}(1, 3, 8, 9, 11, 12)$$

I. lépés: Prim-implikánsok külön-külön.

A prim-implikánsokat a minterm táblából, a „legnagyobb tömb-módszerrel", vagy a „gátlási elv" felhasználásával kaphatjuk:
A 7-3a. ábrából:

$$Y_\alpha = \overline{C}A + CB\overline{A} + DC\overline{A}$$

7-3b. ábrából:

$$Y_\beta = \overline{C}\cdot A + D\cdot\overline{B}\cdot\overline{A}$$

II. lépés: Közös implikánsok.

Az α és β táblákat egymásra csúsztatva kapjuk a kétszeresen lefedett term-eknél a közös implikánsokat. A 7-3c. ábrából:

$$Y_{\alpha\beta} = \overline{C}\cdot A + D\cdot C\cdot\overline{B}\cdot\overline{A}$$

III. lépés: Optimális implikáns csoport kiválasztása.

A kiválasztás céljából felrajzoljuk az implikáns táblázatot, mely jelenleg a 7-3d. ábra szerint alakul. Az implikánsok és a megfelelő függvénybeli term-ek kapcsolatát „*"-gal jelöltük.

Az optimális irredundáns implikáns-csoport kiválasztását mechanizálhatjuk az ún. *„szelekciós függvény"* felírásával. Ezt úgy kapjuk, hogy term-enként a megfelelő implikánsokat diszjunkcióba hozzuk „vagy ez vagy az, vagy mindegyik" kerül felhasználásra egy term jellemzésére, majd a teljes termkészlet lefedésére ezeket a diszjunktív összetevőket konjunkciós kapcsolatba állítjuk.

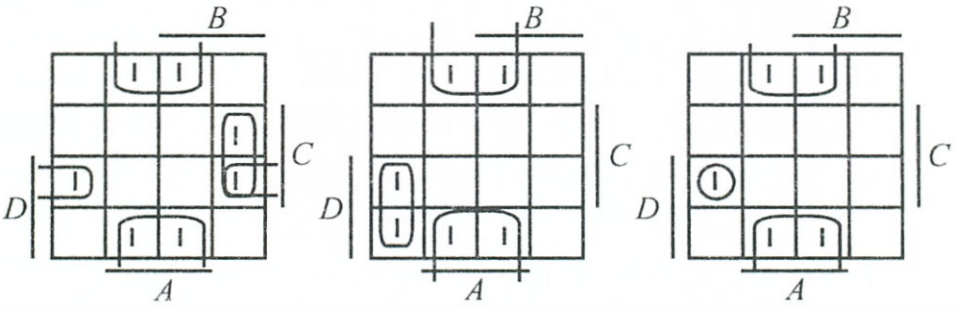
Ennek megfelelően a szelekciós függény az a, b, ... egyszerűsítő jelölések felhasználásával

$$(a + f) \cdot (\cancel{a + f}) \cdot b \cdot (\cancel{a + f}) \cdot (\cancel{a + f}) \cdot (c + g) \cdot (b + c) \cdot$$
$$\cdot (d + f) \cdot (\cancel{d + f}) \cdot e \cdot (\cancel{d + f}) \cdot (\cancel{d + f}) \cdot (e + g)$$

az összevonásokat és egyszerűsítéseket elvégezve:

$$(a + f) \cdot b \cdot (c + g) \cdot (\cancel{b + c}) \cdot (d + f) \cdot e \cdot (\cancel{e + g}) =$$
$$= (a + f) \cdot b \cdot (c + g) \cdot (d + f) \cdot e = b \cdot e \cdot (c + g) \cdot (f + a \cdot d),$$

végül diszjunktív normál alakra hozva:



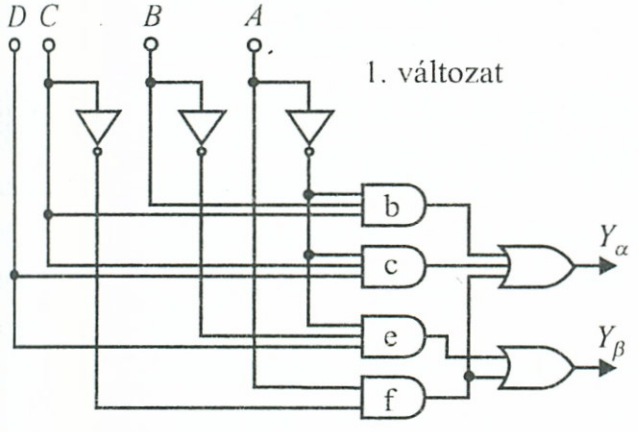
$Y_\alpha = \overline{C}\,A + C\,B\,\overline{A} + D\,C\,\overline{A}$ a.)

$Y_\beta = \overline{C}\,A + D\,\overline{B}\,\overline{A}$ b.)

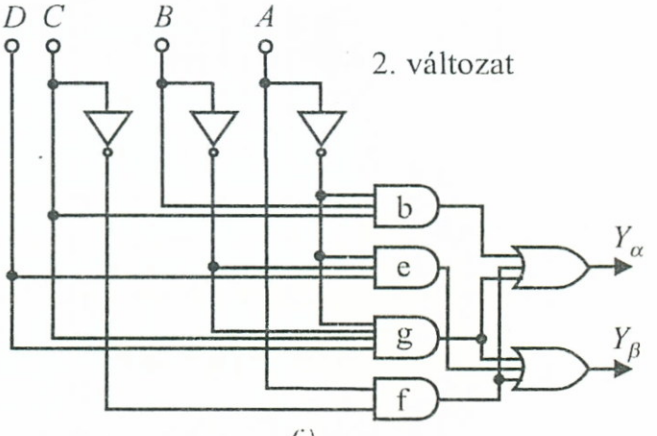
$Y_{\alpha\beta} = \overline{C}\,A + D\,C\,\overline{B}\,\overline{A}$ c.)

			Y_α							Y_β						
			1	3	6	9	11	12	14	1	3	8	9	11	12	
Y_α	$\overline{C}A$	a	*	*	⊛	*	*		⊛							
	$CB\overline{A}$	b														
	$DC\overline{A}$	c						*	*							
Y_β	CA	d								*	*		*	*		
	$D\overline{B}\,\overline{A}$	e										⊛			*	
$Y_{\alpha\beta}$	$\overline{C}A$	f	*	*		*	*			*	*		*	*		
	$DC\overline{B}\,\overline{A}$	g						*							*	

d.)



e.)



f.)

7-3. ábra *Közös részhálózat kialakítása*

$$b{\cdot}e{\cdot}c{\cdot}f + b{\cdot}e{\cdot}g{\cdot}f + b{\cdot}e{\cdot}c{\cdot}a{\cdot}d + b{\cdot}e{\cdot}g{\cdot}a{\cdot}d$$

A kapott kifejezés tagjainak mindegyike egy-egy irredundáns megoldást képvisel, és az hordozza a kevesebb prim-implikánst jelentő megoldást, melyben kevesebb betű szerepel.

Adott esetben a két legrövidebbnek látszó megoldás:

1. b·e·c·f
2. b·e·g·f

Ezeket is rangsorolhatjuk az implikánsokban szereplő változók darabszáma alapján a 7-3d. táblázat segítségével:

1. b·e·c·f 3+3+3+2 = 11 db változó

2. b·c·g·f 3+3+4+2 = 12 db változó.

Tehát az 1. változat kevesebb változót tartalmaz.

Megjegyezzük, hogy a szelekciós függvény felírása egyszerűsödött volna, ha felismerjük, hogy a bekarikázott „b" és „e" *lényeges prim-implikánsok* mással nem helyettesíthetők. Mivel ezek a végső megoldásban feltétlenül szerepelnek, ezért válogatási műveletnek nem szükséges alávetnünk őket, így a szelekciós függvényből kihagyva, a számítás egyszerűsíthető.

IV. lépés: Hálózat optimalizált függvényei a közös implikánsok feltüntetésével.

Vizsgáljuk meg mindkét kapott eredményt:

A *d)* táblázatból visszakeresve az egyes betűk hovatartozását:

A *két helyre* is tartozó betűk (g, f) *közös implikánsok.* Így a függvények, az implikánsok visszahelyettesítésével:

$$1.\quad \left.\begin{aligned} Y_\alpha &= \underset{b}{C \cdot B \cdot \overline{A}} + \underset{c}{D \cdot C \cdot \overline{A}} \\ Y_\beta &= \underset{e}{D \cdot \overline{B} \cdot \overline{A}} \end{aligned}\right\} + \underset{f}{\overline{C} \cdot A}$$

$$2.\quad \left.\begin{array}{rcl} Y_\alpha & = & \underset{b}{C \cdot B \cdot \overline{A}} \\ Y_\beta & = & \underset{e}{D \cdot \overline{B} \cdot \overline{A}} \end{array}\right\} + \underset{g}{D \cdot C \cdot \overline{B} \cdot \overline{A}} + \underset{f}{\overline{C} \cdot A}$$

A két változathoz tartozó logikai vázlatokat a 7-3e. és f. ábrák mutatják. Az 1. változat 16 db, a 2. pedig 18 db kapubemenetet igényel. Ha nem alakítottunk volna ki közös részhálózatokat, akkor 18 db bemenetre lett volna szükség.

A viszonylag egyszerű példa is mutatja, hogy az eljárás végén célszerű összehasonlításokat tenni, mert az eredmény nem feltétlenül hoz egyszerűsödést.

Több változó esetén a módszer igen munkaigényessé válik a kimenetek lehetséges kombinációinak növekedése miatt. (Pl.: 3 kimenetnél a kombinációk: [α, β, γ, (α, β), (α, γ), (β, γ), (α, β, γ)]

Az eljárás végigvihető konjunktív alakból kiindulva is, sőt transzformációkkal NAND–NOR logikáknál is alkalmazható.

7.3. Dekompozíció

A dekompozíció az „egyszerűbb" hálózatra irányuló módszerek egy további változata.

Dekompozíciónak nevezzük a hálózatoknak céltudatosan kijelölt összetevőkre való bontását.

Dekompozíciónak kombinációs hálózatoknál történő alkalmazásakor, a hálózatot leíró teljes matematikai kép ismeretében a függvényeket szisztematikusan olyan *szubfüggvény*ek rendszerére bontjuk, melyek révén az ezeket realizáló részhálózatok az eredő teljes hálózatot optimális struktúrában építhetik fel.

A dekompozíció alkalmazásának több előnye is lehet. Így pl. a kialakított optimális hálózat egyrészt kisebb redundanciájú és jobban áttekinthető lesz, másrészt az összetevő részhálózatok – többé-kevésbé – elhatároltabban is tárgyalhatókká válnak. Az összetevők külön-külön, önmagukban kevesebb változójú, egyszerűbb részhálózatokat képeznek, így tervezésük, gyártásuk, sőt a rendszer üzemeltetése is leegyszerűsödik.

A dekompozíció jól algoritmizálható szisztematikus eljárásai révén, az adott hálózat valamely elemi függvényrendszerre a legelőnyösebben képezhető le.

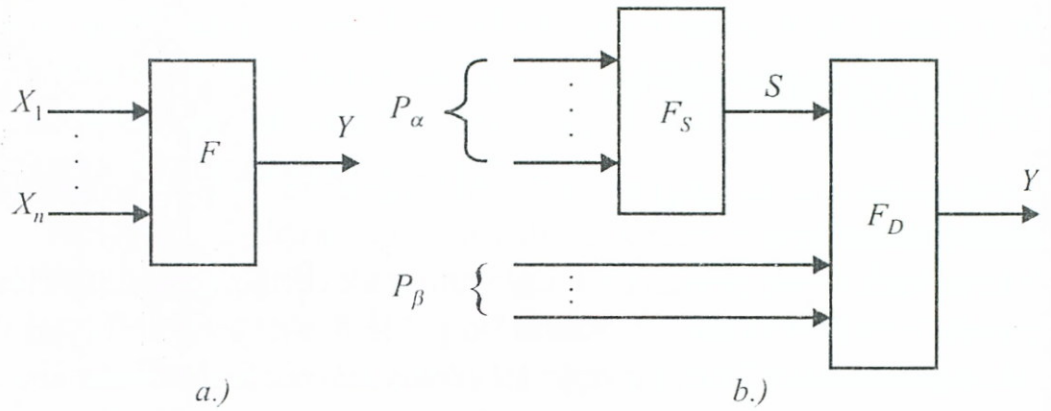
A dekompozíció elvét jól szemlélteti a (7.2) összefüggés:

$$F^n(X_1, X_2, \ldots X_n) = F_D[F_S(P_{\alpha_1}, P_{\alpha_2}, \ldots P_{\alpha_s}), P_{\beta_1} \ldots P_{\beta_r}] \quad (7.2)$$

ahol:

$X = \{X_1 \ldots X_n\}$	–	az eredeti függvényalak független változóinak teljes halmaza
$S = F_S(P_{\alpha_1} \ldots P_{\alpha_s})$	–	a dekompozíció révén létrejött ún. *SZUB-FÜGGVÉNY* $1 < s \leq (n-1)$
$P_\alpha = \{P_{\alpha_1} \ldots P_{\alpha_s}\}$	–	a szub-függvény *kötött* független változóinak halmaza
$P_\beta = \{P_{\beta_1} \ldots P_{\beta_r}\}$	–	a *szabad* független változók halmaza.

Ha a P_α, P_β halmazok nem tartalmaznak közös elemeket (mint pl. a 7-4. ábrán), akkor *diszjunkt,* ha van átfedésük, akkor *konjunkt* dekompozícióról beszélünk. A konjunkt dekompozíció több működési hátránnyal rendelkezhet, ezért a tervezésnél főként a diszjunkt dekompozíciót alkalmazzák. Ha a szubfüggvények száma egy, akkor *egyszerű,* ha több is képezhető *összetett* dekompozícióról beszélünk.



7-4. ábra *Eredeti és egyszerű diszjunkt dekompozíciós struktúrák*

7.3.1. Egyszerű diszjunkt dekompozíció

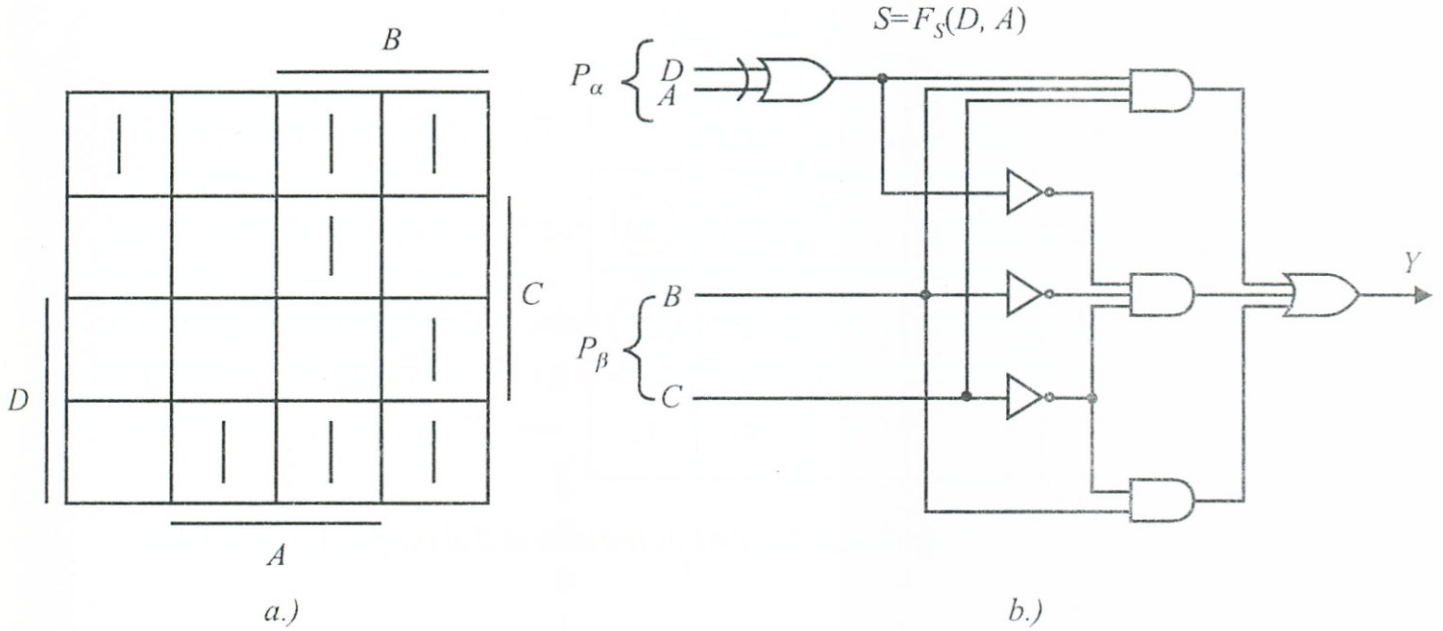
A felmerülő problémákat vezessük be egy példán keresztül.

7-3. példa: Legyen megadva a 7-5a. ábra V–K táblájával a kiinduló függvény.
Felírva teljes diszjunktív alakban:

$$Y = \overline{D}\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot\overline{A} + \overline{D}\cdot\overline{C}\cdot B\cdot\overline{A} + \overline{D}\cdot\overline{C}\cdot B\cdot A + \overline{D}\cdot C\cdot B\cdot\overline{A} + D\cdot\overline{C}\cdot\overline{B}\cdot A + D\cdot\overline{C}\cdot B\cdot\overline{A} + D\cdot\overline{C}\cdot B\cdot A + D\cdot C\cdot B\cdot\overline{A}$$

Vegyük fel „önkényesen" az alábbi partíciót:

$$P_\alpha = \{D, A\} \quad \text{és} \quad P_\beta = \{C, B\}$$



7-5. ábra *Kiinduló tábla és a szub-függvényes vázlat*

Az „F_S" szub-függvény keresése érdekében P_α, P_β szerint rendezzük a kiinduló függvényt és állítsuk elő az alábbi típusú alakban:

$$Y = \overline{C}\cdot\overline{B}\cdot F_I(D, A) + \overline{C}\cdot B\cdot F_{II}(D, A) + C\cdot B\cdot F_{III}(D, A) + \\ + C\cdot\overline{B}\cdot F_{IV}(D,\cdot A) \qquad (7.3)$$

A konkrét eredmény esetünkre:

$$Y = \overline{C}\cdot\overline{B}\cdot(\overline{D}\cdot\overline{A}+D\cdot A) + \overline{C}\cdot B\cdot(\overline{D}\cdot\overline{A}+\overline{D}\cdot A+D\cdot\overline{A}+D\cdot A) + \\ + C\cdot B\cdot(\overline{D}\cdot A+D\cdot\overline{A}) + C\cdot\overline{B}\cdot 0,$$

ahol:

$$F_I^2(D, A) = D \equiv A, \quad F_{II}^2(D, A) = 1, \quad F_{IV}^2(D, A) = 0,$$
$$F_{III}^2(D, A) = D \oplus A = \overline{(D \equiv A)} = \overline{F_I^2(D, A)}$$

Ha pl. F_{III}^2-őt választjuk az $S = F_S(D, A) = F_{III}^2$ szub-függvénynek, akkor írható:

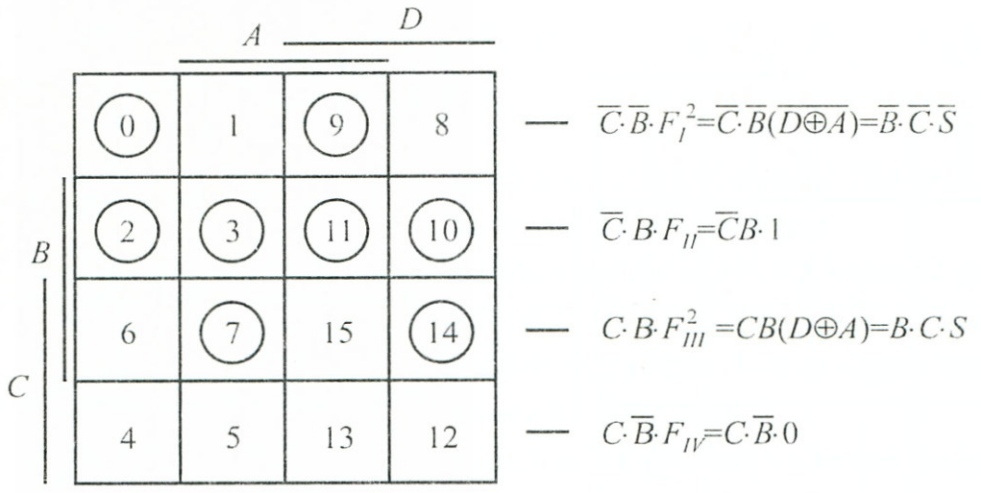
$$Y = \overline{S}\cdot\overline{C}\cdot\overline{B} + S\cdot C\cdot B + \overline{C}\cdot B$$

azaz:

$$Y = F^4(D, C, B, A) = F_D(S, C, B) = F_D[F_S(P_1), P_2]$$

mint látható, valóban egy egyszerű diszjunkt dekompozícióhoz jutottunk (7-5b. ábra).

Ábrázoljuk ezután a függvényt egy olyan V–K táblán, ahol a független változókat a választott partíciók szerint csoportosítottuk, eltérően az



7-6. ábra *A sorok jelentése a dekompozíciós táblán*

eddigi megszokott elrendezéstől. Az ilyen táblákat *dekompozíciós tábl*ának nevezzük a továbbiakban. Célszerűségi okból a táblákon az „1"-es értékű term-eket a sorszám bekarikázásával fogjuk megkülönböztetni a „0"-ás értékűektől.

A példa kezdetén a partíciókat „önkényesen" vettük fel, természetesen elképzelhető más csoportosítás is. Ha például a kiinduló (7-5a. ábra) V–K táblája szerinti partíciókból:

$$P_\alpha = \{D, C\} \quad P_\beta = \{B, A\}$$

indulnánk ki, azt tapasztalnánk, hogy nem sikerül szub-függvényt találni, azaz ilyen partíciók mellett a dekompozíció nem létezik.

A példa tapasztalatai alapján levonható néhány következtetés:

a) Mint láttuk, valamely függvényhez többféle dekompozíciós tábla rajzolható, a független változókból képzett partíciós lehetőségeknek megfelelően (Pl. 7-5a., 7-6. ábrák). Az egyes partíció változatoknál nem biztos, hogy létezik a függvények dekompozíciója. A szisztematikus tervezés szempontjából tehát alapvető tisztázni, hogy valamely példánál egyáltalán van-e olyan partíció, melynél az adott függvény dekompozíciója létezik, továbbá ha van ilyen (vagy esetleg több is van), milyen úton lehet a dekompozíciót szisztematikusan előállítani.

b) A *7.3. példa* megoldása során, a szub-függvény keresésekor, $Y = F^4(D, C, B, A)$ logikai függvényünket a (7.3) formula szerinti alakban állítottuk elő. Ennél a B, C szabad változók, illetve negáltjaik minden lehetséges kombinációját egy-egy $F_I(D, A) \ldots F_{IV}(D, A)$, csak kötött változókat tartalmazó függvénnyel szoroztuk. Miután dekompozíciónál lényegében egy

$$Y = F_D[F_S(\mathrm{D}, \mathrm{A}), \mathrm{C}, \mathrm{B}] = F_D(\mathrm{S}, \mathrm{C}, \mathrm{B})$$

típusú alak előállítása a cél, az $S = F_S(\mathrm{D}, \mathrm{A})$ szub-függvényt $F_{\mathrm{I}}(\mathrm{D}, \mathrm{A})$ ... $F_{\mathrm{IV}}(\mathrm{D}, \mathrm{A})$ közül választhattuk ki. Könnyen belátható, hogy dekompozíció létezése esetén ezek az F_{I}, ... F_{IV}-függvények nem lehetnek függetlenek egymástól. Ugyanis, ha valamelyiket közülük szubfüggvényként tekintve elneveztük „S"-nek, akkor az $Y = F_D(\mathrm{S}, \mathrm{C}, \mathrm{B})$ *háromváltozós* alakot csak az esetben lehet felírni, ha a többiek a következő típusok valamelyikével egyenlők (F_D-nek „S" szerinti kifejtéséből láthatóan):

$$\begin{matrix} \overline{\mathrm{S}} \\ \mathrm{S} \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \qquad (7.4)$$

Ha ez nem teljesül, a felbontást nem lehet elvégezni a független változók ilyen csoportosítása mellett.

c) Vizsgáljuk meg ezután a 7-6. ábrát sorainak természete szempontjából. Mint az ábrából látható, a dekompozíciós tábla minden egyes sora a (7.3) formula szerinti alaknak egy-egy összetevőjét képviseli. Ily módon a (7.4) felbontási feltételek a dekompozíciós táblán is értelmezhetők olyan formán, hogy az egyes összetevőkhöz tartozó sorok vagy-vagy

- egymással egyenlőek
- egymás komplementáltjai (7.5)
  - csak „0"-ákat
  - csak „1"-eket tartalmaznak.

Ha a (7.4), ill. (7.5) feltételek nem teljesülnek valamely partíciók mellett, úgy ezekre nézve a függvénynek dekompozíciója sem létezik. Így van ez a *7.3. példa* 7-5a. ábra szerinti változatánál. Viszont a 7-6. ábra szerinti változat teljesíti a feltételeket.

d) Végül vizsgáljuk meg a 7-6. ábrát az oszlopok természete szempontjából is. Megállapíthatjuk, hogy csak kétfajta oszlop szerepel. Ez nem alkalomszerű, hanem következménye a sorokra vonatkozó (7.5) követelményeknek.
Ugyanis:

- Az F_S-típusú sorokban az azonos helyzetű sejtekben szereplő „0"-ák, ill. „1"-esek felcserélten helyez-

kednek el az F_S-típusú sorhoz képest, ily módon ezek csak kétféle fajta oszlopot eredményeznek. (7.6)

– A minden sejtjében „0"-t, ill. „1"-et tartalmazó sorok nem okoznak eltérést az őket keresztező oszlopok között.

A (7.6) feltételekből következik, hogy csak *kétfajta oszlop* lehet a (7.4), ill. (7.5) teljesülése esetén. Ha ezek nem teljesülnek, akkor (7.6) sem teljesül, azaz dekompozíció nem létezik, Így volt ez például a 7-5a. ábra eseténél.

A dekompozíciókkal kapcsolatosan eddig elmondottak alapján a következők foglalhatók össze:

a) Az $Y=F^n(X_1 \ldots X_n)$ logikai függvényhez, az $X=\{X_1 \ldots X_n\}$ függetlenváltozók különféle változatú $\{P_\alpha, P_\beta\}_1$ partícióinak megfelelően (ahol: $P_\alpha=\{P_{\alpha_1} \ldots P_{\alpha_s}\}$, $P_\beta=\{P_{\beta_1} \ldots P_{\beta_r}\}$, $P_\alpha \subset X$, $P_\beta \subset X$, $r=n-s$) $N_D=2^n$ számú különböző *dekompozíciós tábla* rajzolható fel.

A táblák egy $2^{n-s} \times 2^s$ (sor × oszlop) mátrix-struktúrája szerint épülnek fel.

– A sorok megfelelnek P_β elemeinek.
– Az oszlopok megfelelnek P_α elemeinek.

b) A táblák azonos és eltérő sorokat, illetve azonos és eltérő oszlopokat tartalmazhatnak. Az eltérő sorfajták „μ" számát *sorgyakoriság*nak, az eltérő oszlopfajták „ν" számát *oszlopgyakoriság*nak nevezzük. Közvetlenül belátható, hogy

$$\mu \leq 2^\nu, \text{ illetve } \nu \leq 2^\mu \qquad (7.7)$$

c) Valamely $Y=F^n(X_1 \ldots X_n)$ függvénynek akkor és csak akkor létezik $Y=F_D[F_S(P_\alpha), P_\beta]$ egyszerű diszjunkt dekompozíciója, ha a $P=\{P_\alpha, P_\beta\}=\{\{P_{\alpha 1} \ldots P_{\alpha s}\}, \{P_{\beta 1} \ldots P_{\beta(n-s)}\}\}$ ... 5.12. partícióihoz tartozó dekompozíciós tábla oszlopgyakorisága $\nu \leq 2$.

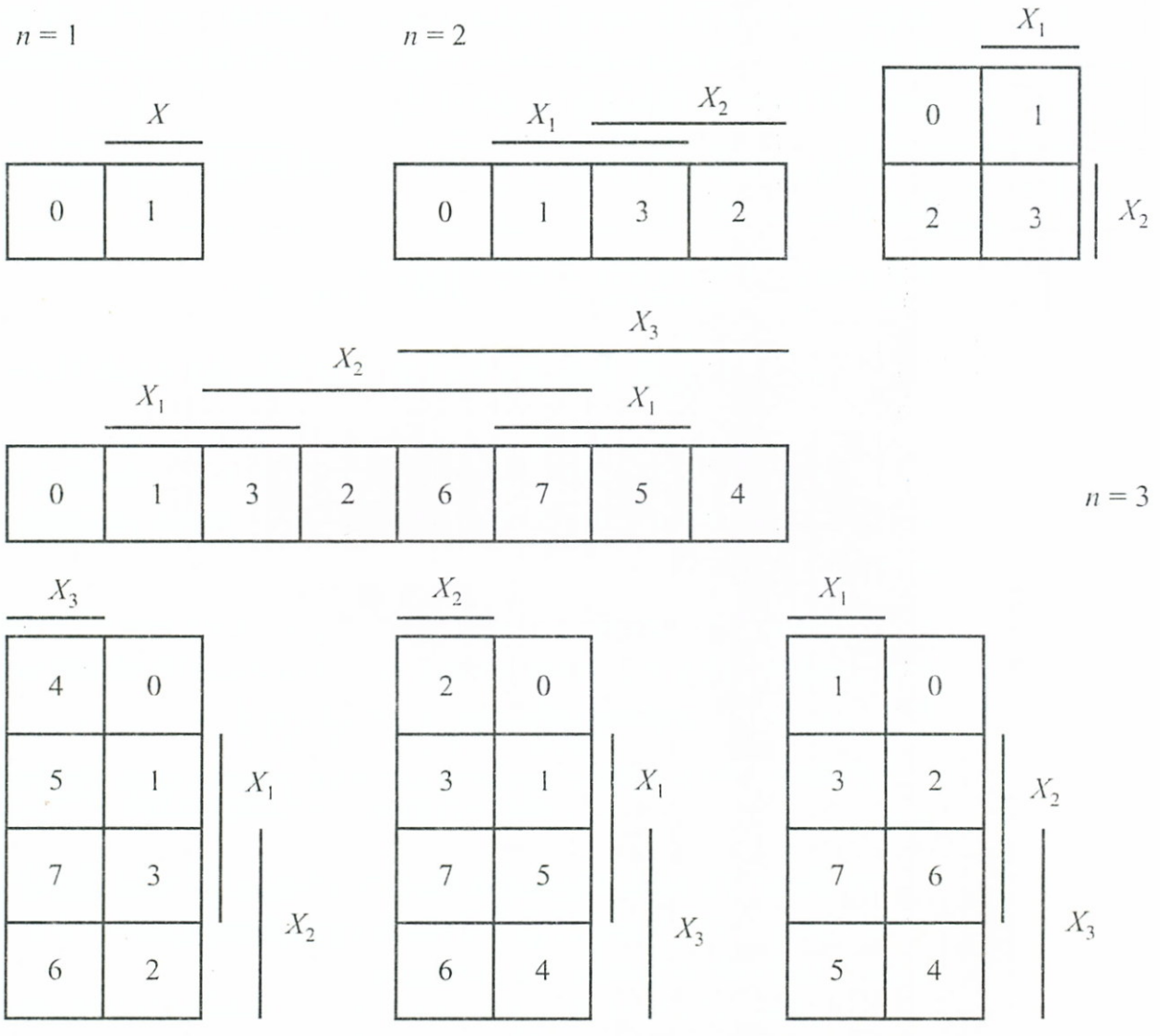
d) A $\nu = 2$ feltételből következik, hogy a dekompozíciós táblán kétfajta, egymáshoz képest komplemens sor valamelyikéhez rendelhetjük a szub-függvényt, így minden esetben kétféle függvényalak felírására van lehetőség.

e) Ha valamely függvénynek létezik egyszerű diszjunkt dekompozíciója, akkor negáltjának is létezik.

A szisztematikus tervezés algoritmusa

Az elmondottak alapján már körvonalazhatjuk egy szisztematikus eljárás főbb lépéseit, melyek segítségével valamely logikai függvény egyszerű diszjunkt dekompozíciója – ha létezik – előállítható lesz:

I. lépés: Dekompozíciós táblák előállítása a különféle partíció-változatok szerint. Mint láttuk, elvben $N_D = 2^n$ számú tábla felrajzolására van szükség. Figyelembevéve azonban, hogy a táblák képzelt 90°-os elfordításával a sorok és oszlopok felcserélődnek, így elegendő lesz fele számú: 2^{n-1} táblát felrajzolni. A 7-7. ábrán 1, 2 és 3-változós esetre – mint „űrlapokat" – megrajzoltuk a karikázással még ki nem töltött dekompozíciós táblák gyűjteményét. Az $n = 4$, $n = 5$-változós esetek tábláit későbbi példák keretében mutatjuk meg. Mint látható, az első tábla mindenhol csupán egy sorból áll, így triviális esetnek tekinthető.



7-7. ábra *Dekompenzációs táblák 3 változóig*

Megjegyezzük, hogy részben határozott függvények esetén a táblákon megjelöljük a don't care eseteket, melyeket később úgy értékelhetünk (bekarikázzuk vagy ne), hogy a dekompozíció létezését elősegítse.

II. lépés: Egzisztencia-vizsgálat. $\nu \leq 2$ ($\mu \leq 2$) gyakorisággal rendelkező táblázatok keresése. Előfordulhat, hogy ilyen nincs, ill. egy, vagy több is létezik.

III. lépés: Több létező dekompozíció esetén az optimális változat kiválasztása. Ez például a 7. fejezet bevezetőjében felsorolt optimum-szempontok figyelembevételével történhet. Több dekompozíció esetén célszerű összetett dekompozíció keresése (l. a következő pontot).

IV. lépés: F_S szub-függvény megválasztása.

V. lépés: A függvény F_D (S_1 ...) dekompozíciós alakban történő leírása algebrailag vagy logikai vázlattal, esetleg egyéb, pl. gépi feldolgozásra alkalmas módon. A végeredményt célszerű összehasonlítani a kétszintes minimál alakkal is.

Dolgozzunk ki ezután egy tervezési példát az előző algoritmus lépéseit követve.

7.4. példa: Adva a következő függvény:

$$Y = \sum^{4} (1, 3, 6, 10, 13, 15) = F^4(X_4, X_3, X_2, X_1)$$

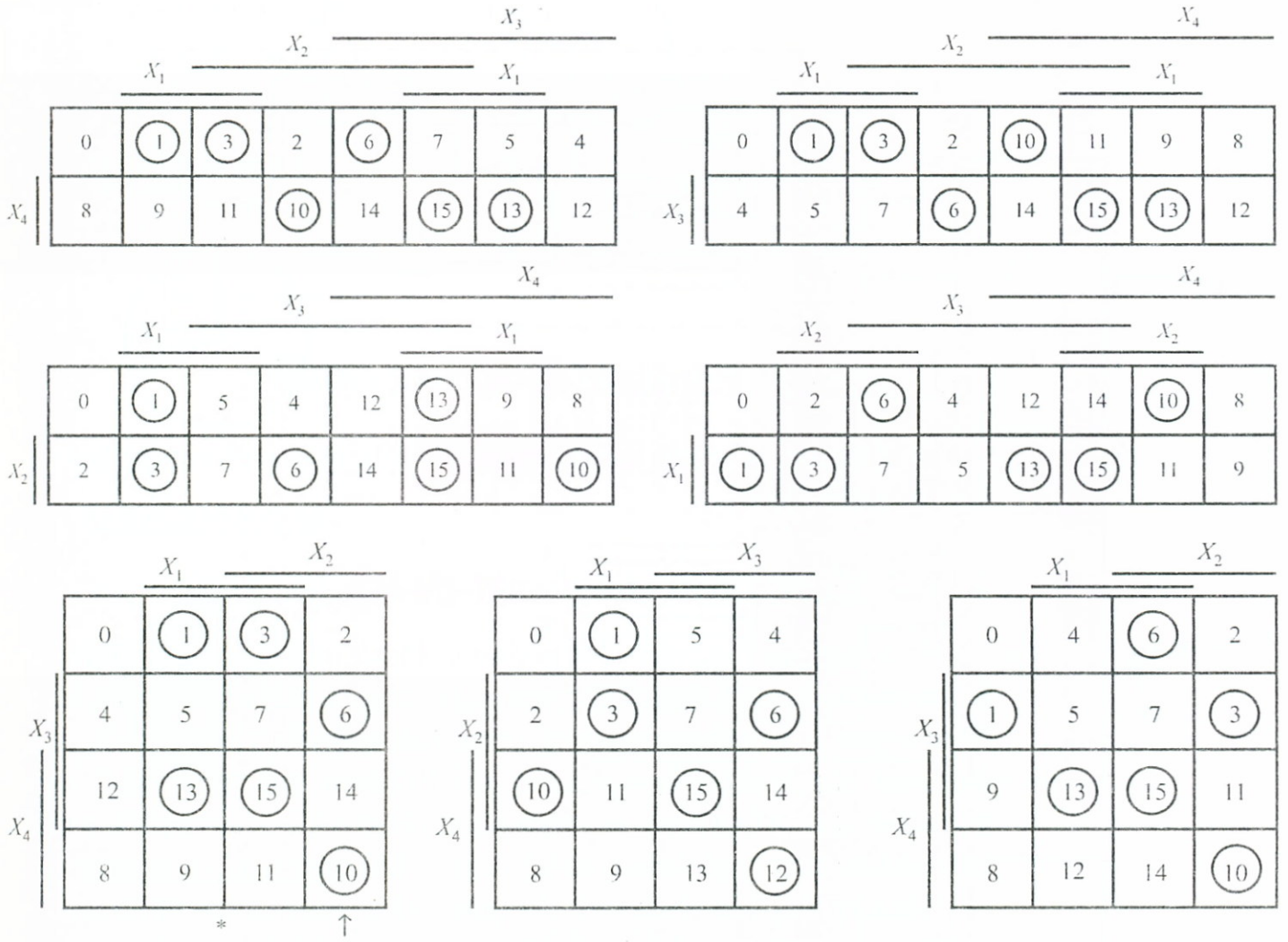
I. lépés: Négyváltozós függvényről lévén szó, felrajzoljuk a dekompozíciós tábla változatokat, bekarikázva rajtuk a fenti mintermeket (7-8. ábra).

II. lépés: Egzisztencia-vizsgálat. A *-gal jelzett tábla sorait tekintve oszlopoknak $\mu = 2$, tehát létezik dekompozíció. A kötött változók: $P_\alpha = \{X_4, X_3\}$ a szabad változók: $P_\beta = \{X_2, X_1\}$.

III. lépés: Ez a lépés most nem aktuális, miután csak egy lehetőség van.

IV. lépés: F_S szub-függvény megválasztása. A *-os táblán az első oszlop csupa „0"-t tartalmaz a 2. és 3. egymással azonos, a 4. pedig a 2. és 3.-belinek negáltja. Válasszuk a

$$F_{IV}^2 (X_4, X_3) \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1$$



7-8. ábra *Négyváltozós dekompozíciós táblák*

nyíllal jelölt oszlopban szereplő függvényt szub-függvénynek:

$$S = F_S = F_{IV}^2 (X_4, X_3) = \overline{X}_4 \cdot X_3 + X_4 \cdot \overline{X}_3 = X_4 \oplus X_3$$

így a 4. oszlopra írható:

$$(X_4 \oplus X_3) \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1$$

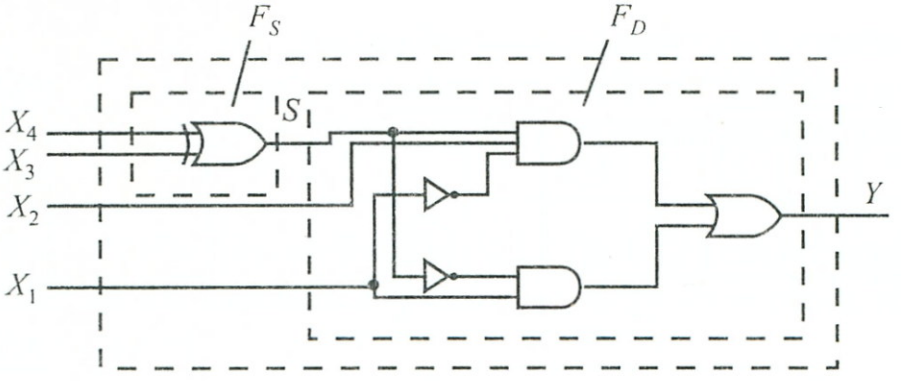
a 2. és 3. oszlopnál:

$$\overline{S} \cdot (\overline{X}_2 \cdot X_1 + X_2 \cdot X_1) = \overline{S} \cdot X_1$$

V. lépés: A dekompozíciós függvényalak:

$$Y = F_D [F_S (X_4, X_3), X_2, X_1] = F_D(S, X_2, X_1) = S \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1 + \overline{S} \cdot X_1 =$$
$$= (X_4 \oplus X_3) \cdot X_2 \cdot \overline{X}_1 + \overline{(X_4 \oplus X_3)} \cdot X_1.$$

E függvénynek megfelelő logikai vázlat a 7-9. ábrán látható.



7-9. ábra *Dekompozíciós hálózat*

Ötváltozós, részben meghatározott hálózat esetét vizsgálhatjuk a következő példán.

7.3.2. Összetett diszjunkt-dekompozíció

Ha a logikai függvény független-változóinak halmazát több diszjunkt részhalmazra tudjuk osztani, úgy, hogy a partíciós táblák között több olyan is keletkezzen, melyre az oszlopgyakoriság $\nu = 2$, akkor *összetett diszjunkt-dekompozíció* előállítására van lehetőség. Ilyenkor több szub-függvény is rendelkezésünkre áll, melyekből sokféle különböző kombinációban épülhet fel a hálózat.

Néhány alapvető összetett diszjunkt dekompozíciós változatot tanulmányozhatunk a 7-10. ábrán, melyeknél feltételeztük, hogy két egyszerű diszjunkt dekompozíció képzésére adódott lehetőség a kiinduláskor.

Az összetett diszjunkt dekompozícióval kapcsolatban is megadhatunk egy szisztematikus eljárást, mely a következő lépésekből áll:

I. lépés: Dekompozíciós táblák előállítása.

II. lépés: Egzisztencia-vizsgálat. $\nu \leq 2$ ($\mu \leq 2$) esetek keresése. A teendők eddig azonosak a 7.3.1. pontbeli egyszerű diszjunkt dekompozíció előállításánál alkalmazottakkal.

III. lépés: Több dekompozíciós lehetőség előfordulása esetén meg kell vizsgálni, hogy esetünk melyik 7-10. ábrabeli főbb típusba sorolható. A vizsgálat a lehetséges partíciók kiértékelésével történik.

IV. lépés: A megfelelő típus megtalálása esetén a 7-10. ábra szerinti esetek (vagy ezek értelemszerű általánosítása) segítségével szubfüggvények megválasztása.

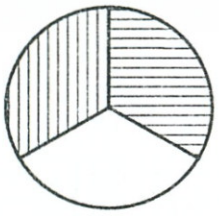
V. lépés: A szub-függvények birtokában az előző pontbeli tételek felhasználásával a megfelelő típushoz tartozó F_D összetett dekom-

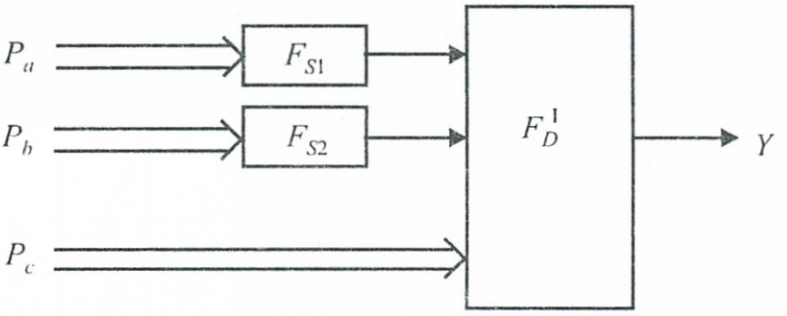
$Y = F_{D1}[F_a(P_a), P_c]$ (esetleg a P_c nem is létezik)

$Y = F_{D2}[F_b(P_b), P_c]$

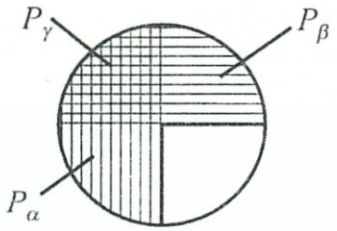
Jelölés: ||||: P_a, ≡: P_b, üres: P_c

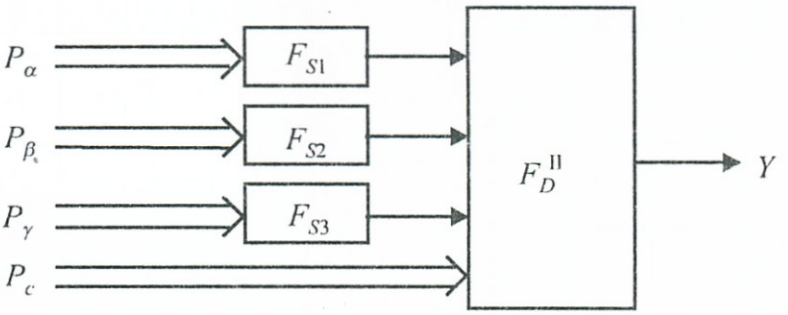
PÁRHUZAMOS I.



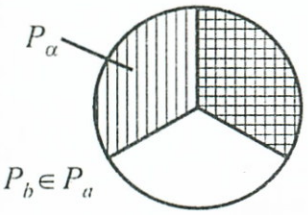


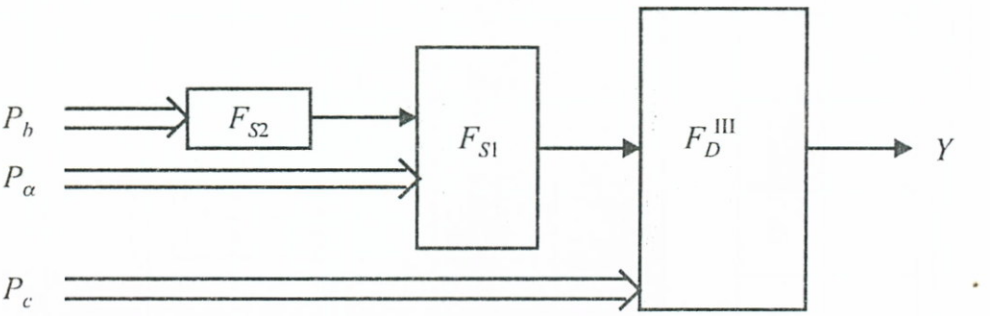
PÁRHUZAMOS II.





SOROS (ITERATIV)





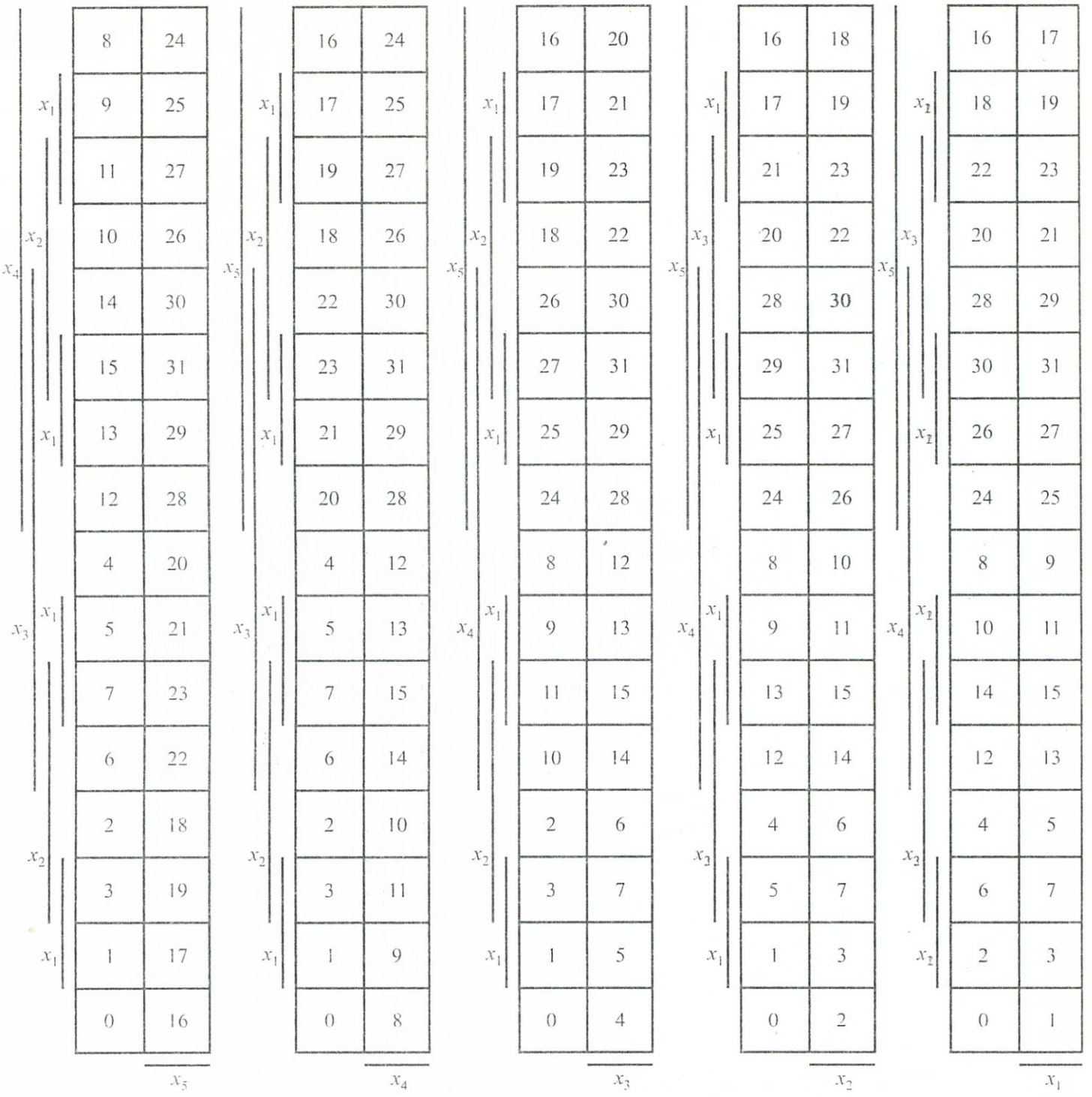
7-10. ábra *Összetett dekompenzációs változatok két fennálló egyszerű dekompenzáció esetén*

pozíciós alak leírása algebrailag vagy logikai vázlattal, esetleg egyéb módon.

7.5. példa: Vizsgáljuk meg dekompozíciós szempontból a következő függvényt.

$$Y = \sum^{5} \quad (0, 1^h, 3, 4^h, 5, 6, 9, 10, 12^h, 15^h, 17^h, 18, 20, 22^h, 23, 24, 27, 29, 30)$$

Mint látható, ez már egy ötváltozós eset. A 7-11. ábrán felrajzoltuk a lehetséges tábla-változatokat.

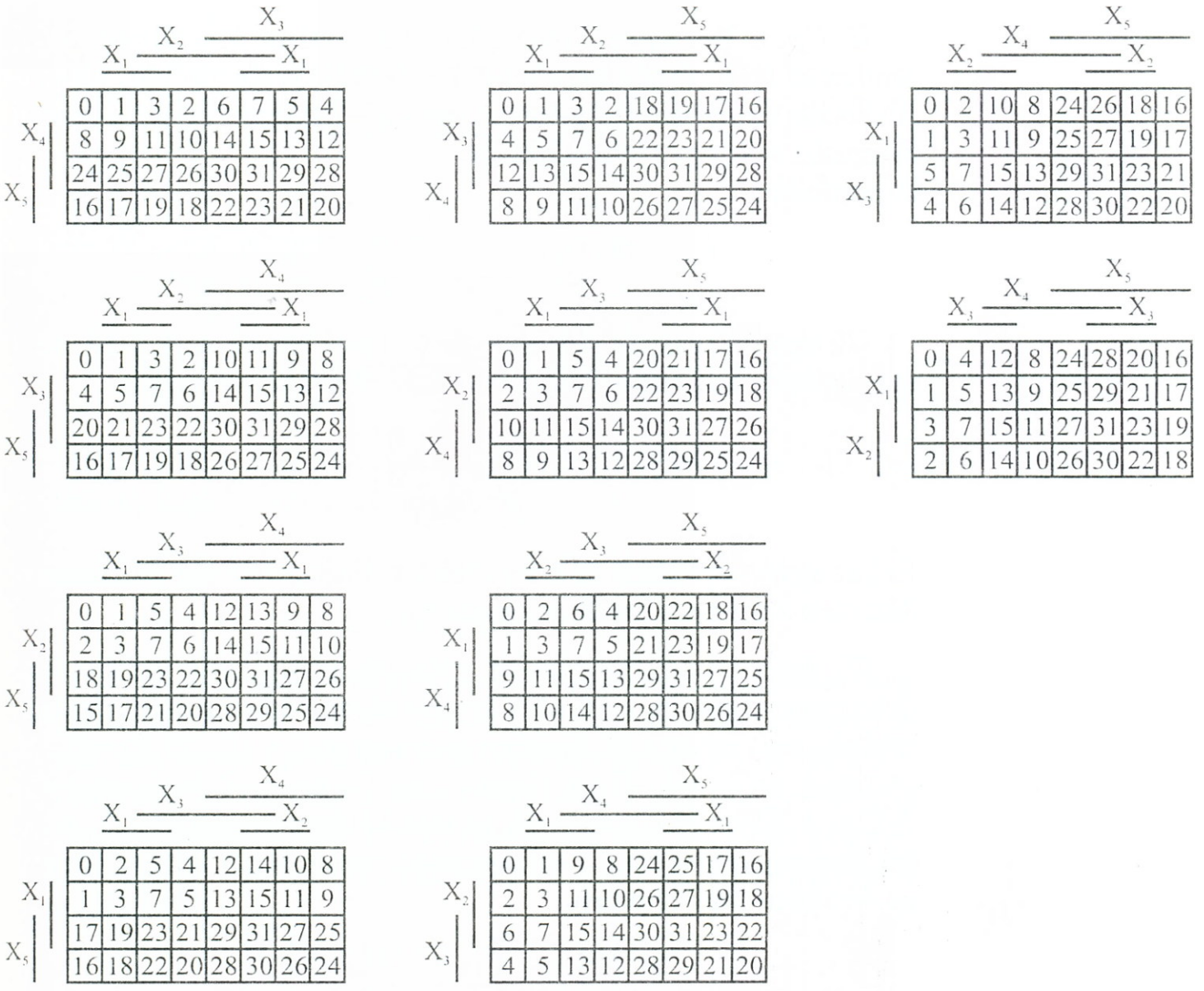


7-11.a. ábra *Ötváltozós dekompenzációs táblák I.*

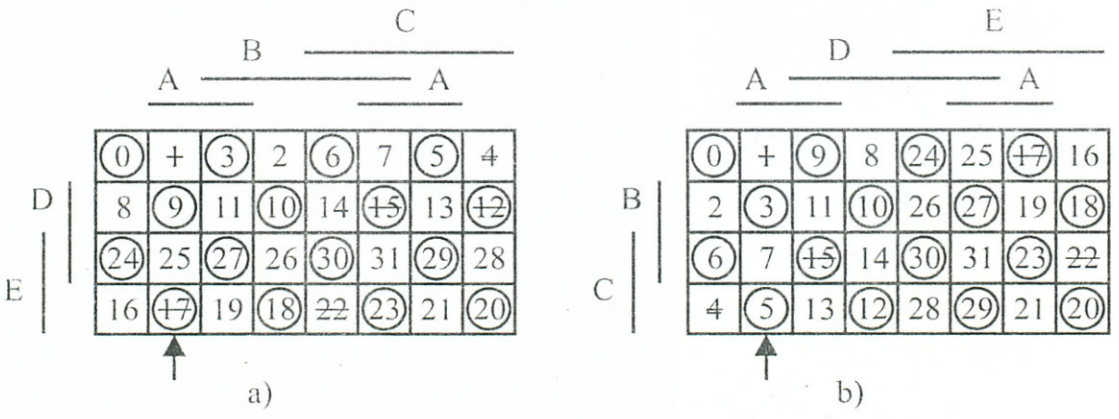
I. lépés: A kiinduló-függvényt be kell rajzolni az összes lehetséges táblába. Ezt most – helykímélés szempontjából – nem részletezzük, de ha megtennénk, megállapíthatnánk, hogy közöttük szerepel a 7-12a, és b. ábrán látható két dekompozíciós tábla, melyen a határozatlan term-eket vízszintes vonallal különböztettük meg. A dekompozíció elősegítése érdekében a

$$12^h,\ 15^h,\ 17^h$$

határozatlan term-eket bekarikáztuk.



7-11b. ábra *Ötváltozós dekompozíciós táblák II.*



7-12. ábra *Összetett dekompozíciós táblák a példánál*

II. lépés: Egzisztencia-vizsgálat. Ez részben megtörtént akkor, amikor az ábra két tábláját a teljes készletből kiválasztottuk. Az a., és b. esetben a sorgyakoriságokat tekintve $\mu = 2$ adódik, így *két* egyszerű diszjunkt dekompozíció is létezik.
A partíciók:

$$P_{\alpha_1} = \{E, D\}, \qquad P_{\beta_1} = \{C, B, A\}$$
$$P_{\alpha_2} = \{C, B\}, \qquad P_{\beta_2} = \{E, D, A\}$$

III. lépés: Összetett dekompozíciós típus keresése. A 7-10. ábrát szemlélve, a következő átcsoportosítást célszerű elvégezni:

$$P_a = \{E, D\}$$
$$P_b = \{C, B\}$$
$$P_c = \{A\}$$

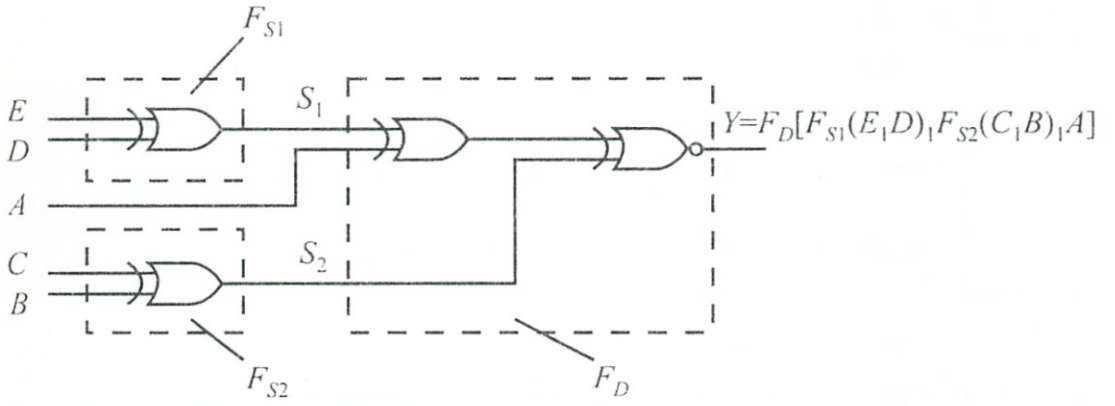
Ekkor ugyanis példánk az I. típusba sorolható, azaz egy párhuzamos összetett dekompozíció lesz képezhető.

IV. lépés: Szub-függvények választása. Az I. típusú összetett dekompozícióknál a 7-10. ábra szerint olyan szub-függvényekre van szükség, melyekhez a *III. lépés*ben összefoglalt $P_a = \{E, D\}, P_b = \{C, B\}$ partíciók tartoznak. Ilyen típusú szub-függvények leolvashatók a 7-12a., b. ábrákról közvetlenül. Miután kétfajta oszlop létezik, mindkét ábránál, válasszuk a ↑-lal megjelölt oszlopokhoz tartozó függvényeket szub-függvényként:

$$a)\text{-ból } S_1 = F^2_{S1}\ (E, D) = E \oplus D$$
$$b)\text{-ből } S_2 = F^2_{S2}\ (C, B) = C \oplus B$$

V. lépés: F_D összetett dekompozíciós alak előállítása. Írjuk fel bármelyik dekompozíciós táblához tartozó F_{D1} vagy F_{D2} alakot. Mint látni fogjuk, bármelyikből indulunk ki, mindegyik tartalmazni fogja saját szub-függvénye mellett, kiemelhető formában a másik szub-függvényt is. (Ez a tulajdonság lényegében a 7-10. ábra I. esetéből következik.) Kiindulva F_{D2}-ből a 7-12b. tábláról leolvashatóan:

$$Y = F_D\,[F_{S1}(P_a), F_{S2}(P_b), P_c] = F_{D2}\,[F_{S2}(P_b), P_a, P_c] =$$
$$= S_2(\overline{E}\cdot\overline{D}\cdot A + \overline{E}\cdot D\cdot\overline{A} + E\cdot D\cdot A + E\cdot\overline{D}\cdot\overline{A}) + \overline{S}_2(\overline{E}\cdot\overline{D}\cdot\overline{A} + \overline{E}\cdot D\cdot A +$$
$$E\cdot D\cdot\overline{A} + E\cdot\overline{D}\cdot A) = S_2[(E\equiv D)\cdot A + (E \oplus D)\cdot\overline{A}] + \overline{S}_2[(E\equiv D)\cdot\overline{A} +$$
$$+ (E \oplus D)\cdot A] = S_2(\overline{S}_1 A + S_1\overline{A}) + \overline{S}_2(\overline{S}_1\overline{A} + S_1 A) = S_2(S_1 \oplus A) +$$
$$+ \overline{S}_2(\overline{S_1 \oplus A}) = S_2 \equiv (S_1 \oplus A) = \overline{S_2 \oplus (S_1 \oplus A)}$$



7-13. ábra *Párhuzamos összetett dekompenzáció*

Végül S_1 és S_2 függvényeket is behelyettesítve kapjuk a 7-13. ábrán látható logikai vázlatlank megfelelő alakot:

$$Y = F^5(E, D, C, B, A) = F_D^5[F_{S1}^2(E, D), F_{S2}^2(C, B), A] =$$

$$= (C \oplus B) \equiv [(E \oplus D) \oplus A]$$

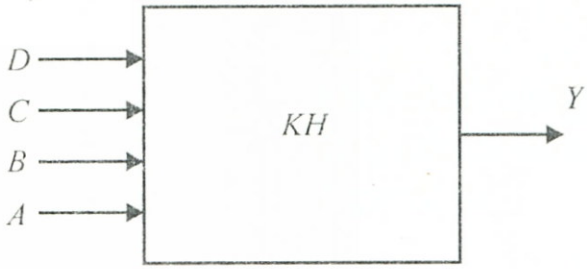
Ha ez utóbbi feladatot hagyományos V–K tábla tömbösítési úton kívánnánk megoldani, akkor a kapott eredmény rendkívül bonyolultan alakulna, mivel e példánál (a sakktáblához hasonló V–K tábla miatt) nem lehet maximális tömböket előállítani. Ezért a hagyományos kétszintes elrendezésű ÉS–VAGY realizációs változat 16 db 5-bemenetű ÉS-kaput, 1 db 16-bemenetű VAGY-kaput és 5 INVERTER-t igényelne.

7.4. A realizációs eszközkészlet hatása a hálózat kialakítására SSI, MSI, LSI-változatok

A kialakítandó hálózatot mindig valamely környezeti áramköri struktúrába illeszkedően kell előállítani. Ez például eleve meghatározza, hogy SSI, MSI vagy LSI realizációban kell-e a feladatot megoldani és – mint a következő szemléltető-példán keresztül látni fogjuk – meghatározza az alkalmazott matematikai módszereket is.

7.6. példa: Legyen előállítandó a 7-14a. ábrán látható 4-bemenetű, 1 kimenetű, logikai függvénnyel jellemzett, részben meghatározott kombinációs hálózat SSI, MSI és LSI realizációban.

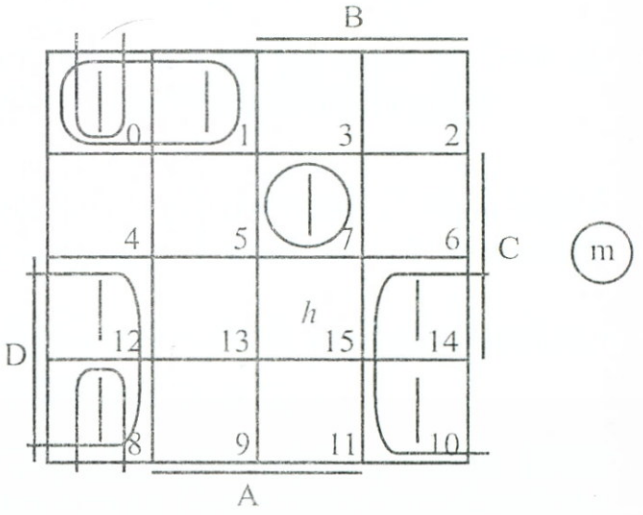
a.) Blokkvázlat:



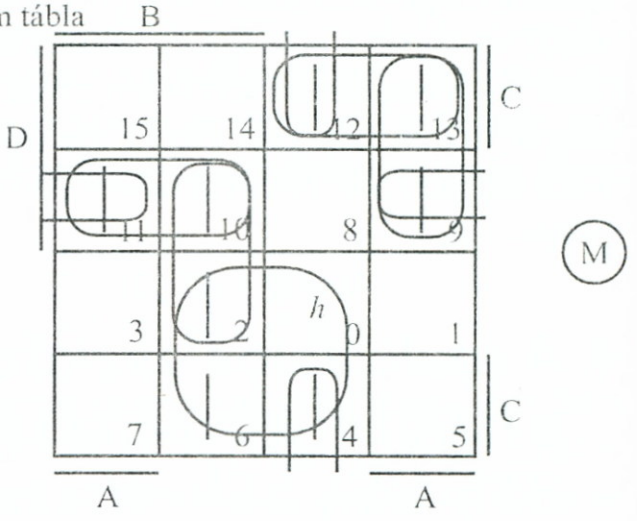
b.) Igazságtáblázat

i	D	C	B	A	Y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	h

c.) Minterm tábla



d.) Maxterm tábla



e.) Minimál alakok a V-K táblákból:

$$Y_{\text{min.diszj.}} = D\overline{A} + \overline{D}\,\overline{C}\,\overline{B} + \overline{D}CBA + \overbrace{\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}}^{HM}$$

$$Y_{\text{min.konj.}} = (\overline{D} + \overline{A}) \cdot (D + \overline{C} + B) \cdot (D + C + \overline{B}) \cdot (D + \overline{B} + A) \cdot \underbrace{(\overline{C} + B + \overline{A}) \cdot (C + \overline{B} + \overline{A}) \cdot (D + \overline{C} + A)}_{HM}$$

7-14. ábra *Az SSI-realizáció függvényei*

a) SSI realizáció:

A 7-14b. ábrán, a kiinduló függvényből felrajzoltuk az igazságtáblázatot, a 7-14c. és d. ábrákon a minterm és maxterm táblákat. A

tömbösítések során az élszomszédosság miatt *hazard* lépne fel, melyet lefedő tömbökkel közömbösítünk. A lefedő tömbök

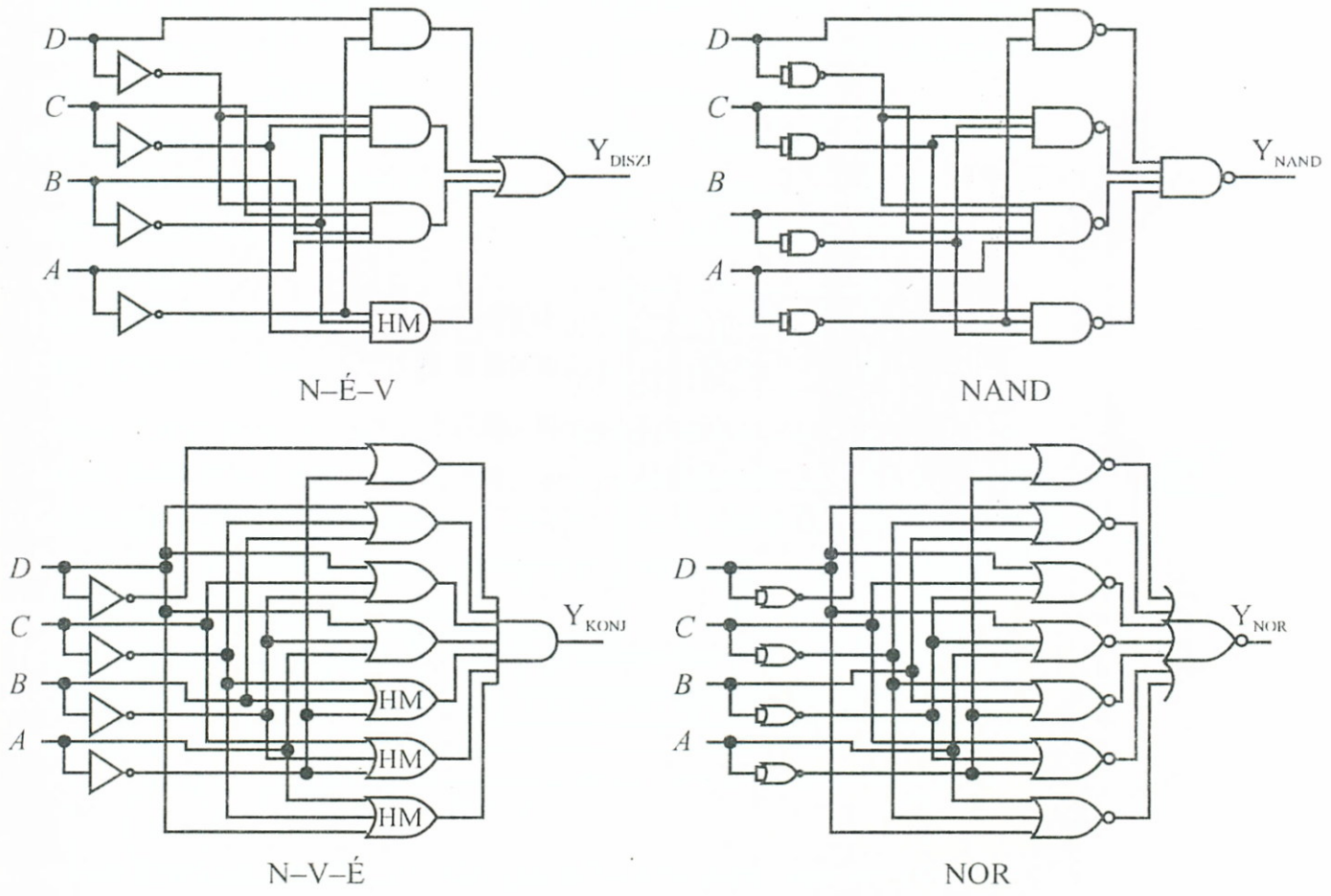
minterm táblánál: (0–8);
maxterm táblánál: (4–12), (9–11), (2–10).

A minterm táblán egy lefedő tömböt (14–15) megtakaríthattunk, $h_{15} = 0$ felvételével.

A diszjunktív, konjunktív minimál-alakokat a 7-14c. és d. V–K táblákból írtuk fel a 7-14e. és f. ábrán, feltüntetve a hazardmentesítő (HM) tömböket is. A diszjunktív és konjunktív alakú logikai kifejezéseket (mint a 2. fejezet 2-12. ábra 24a. és b. Sheffer-, ill. Peirce-algebrai azonosságaival kapcsolatosan már tapasztaltuk) közvetlenül átírhatjuk NAND–NAND, ill. NOR–NOR kifejezésekké. Fentiek alapján már felrajzolhatók a 7-15. ábrán látható N–É–V, NAND, N–V–É, NOR, SSI realizációs változatok.

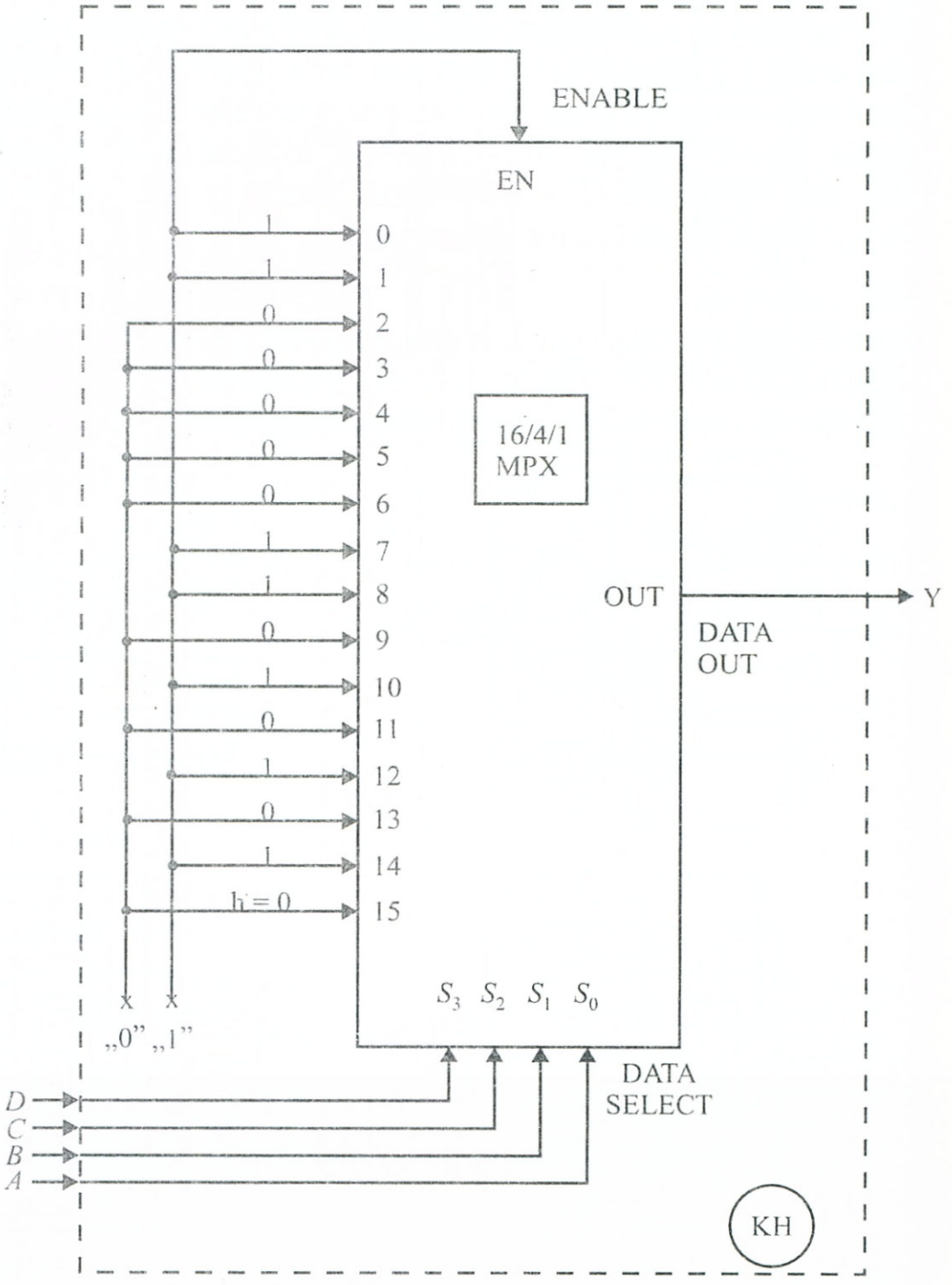
b) MSI realizáció:

Az MSI realizációhoz egy közepes integráltságú eszközt, az ún. MULTIPLEXER-t (MPX) használjuk fel a 10. fejezet 10.4.2. pontjában leírtaknak megfelelően, az ott bemutatott példához hasonlóan.



7-15. ábra *SSI-realizációs hálózat-változatok*

Ott, mint a 10-24. ábrából látható, az előregyártott MPX logikai vázlata valójában egy kétszintes ÉS–VAGY-típusú hálózat, mely tartalmazza az adott bemeneti változószámhoz előállítható valamennyi mintermnek megfelelő ÉS-kaput, azaz egy teljes diszjunktív alaknak megfelelő felépítésű. A konkrét esethez történő felhasználáskor, az MPX *adatbemeneteinek* (DATA IN) segítségével az ÉS-kapusor szükséges elemeit „1"-re, a szükségtelen elemeket „0"-ra kötve aktíváljuk, ill. inaktíváljuk. A független változókat a *választó-bemene-*



7-16. ábra *Az MSI realizáció MPX-szel*

tekre (DATA SELECT) csatlakoztatjuk. Mint látható, MPX-szel az adott logikai függvénynek mindig a *teljes diszjunktív* alakját realizáljuk.

Jelen példánkban egy 4-bemenetű kombinációs hálózat szerepel, ehhez egy megfelelő adottságú MX 16/4/1 típusú MPX-et kell választanunk. Az adatbemeneteknél a 7-14a. ábrában felsorolt minterm index-számúakra „1"-et, a nem felsoroltakra „0"-át kell csatlakoztatnunk, míg az S_3, S_2, S_1, S_0 pontokhoz a D, C, B, A független változók csatlakoznak.

A DATA IN csatlakozások „térképe" természetesen megfelel a 7-14b. ábra igazságtáblázat Y rovatában szereplő 0–1 kombinációk sorrendjének is. Az MSI realizációs megoldás a 7-16. ábrán látható.

c) LSI-realizáció:

Az LSI realizációnál pl. PLA megoldást választunk. Itt két lehetőség adódik:

– Teljes diszjunktív alak realizációja;
– Minimál diszjunktív alak realizációja.

A PLA áramkörökben rendelkezésre álló rendkívül nagyszámú keresztpont miatt a minimál alak előállításának kisebb a gyakorlati jelentősége, mint az SSI esetben. Itt a teljes diszjunktív alak realizációja gyakorlatilag „olyan olcsó", mint a minimál alaké.

Jelen példához a minimál alak realizációját rajzoltuk fel (a 6-39e. és 6-43a. ábrák figyelembevételével) a 7-17. ábrán:

Mint látható, az egyetlen kimenet miatt a VAGY-mátrix rendkívül leegyszerűsödik.

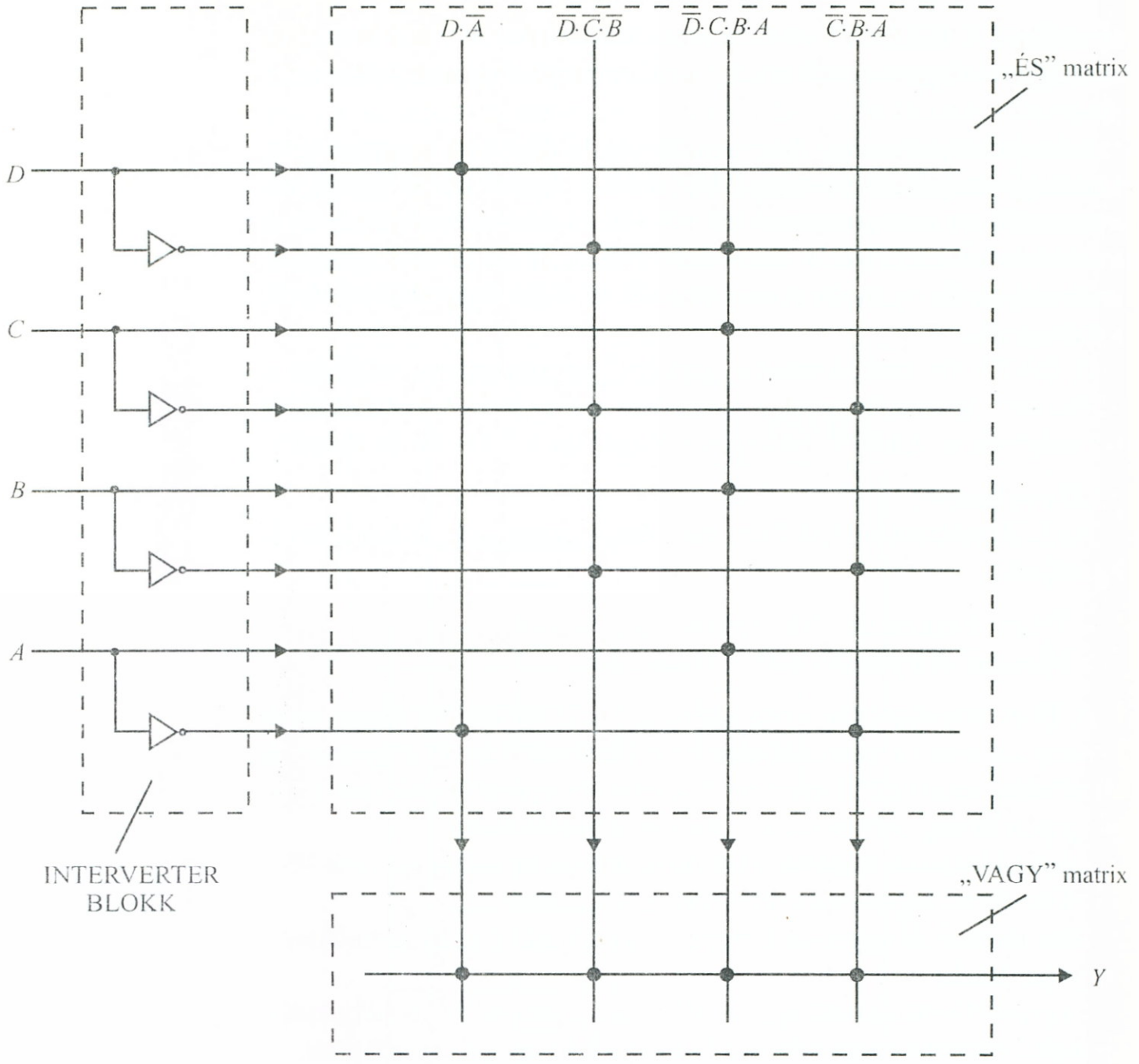
Végezetül bemutatunk egy további „professzionális" példát, mely kihangsúlyozottan megmutatja a korszerű LSI-megoldás előnyeit.

7.7. példa: Legyen a feladat a 7-18a. ábrán látható kombinációs hálózat kialakítása, mely egy 7 szegmenses világítódiódás (LED) kijelzőt működtet úgy, hogy valamennyi lehetséges HEXADECIMÁLIS számjegy kijelzését lehetővé tegye a bemeneti pontokra adott, megfelelő bináris kombináció függvényében.

Előzetesen mérlegelve a $N = 16$ kijelzésre váró eset számát, megállapíthatjuk, hogy két értékű (0, 1) változókból $n = 4$ bemenetet kell kialakítani a

$$N = 2^n$$

kívánalom értelmében. Ennek alapján a 7-18b. ábra szerinti elvi vázlat már felrajzolható, mérlegelve még azt is, hogy a kijelző 7 szeg-



7-17. ábra *A példa LSI realizációja*

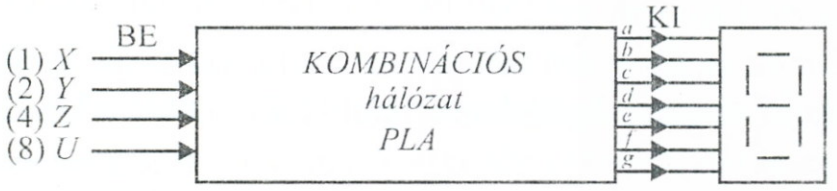
mensének mindegyikéhez egy-egy hálózatkimenetet kell hozzárendelnünk *(a, b, ... g)*.

A következő lépés annak felmérése, hogy a szegmensekhez vezető egyes kimenetek melyike, melyik HEXA-karakter, azaz melyik bemeneti *U, Z, Y, X* (8, 4, 2, 1 súlyozással) kombinációk esetén kell, hogy működjön.

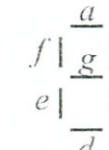
Ezt a feladatot – minden egyes karaktert végiggondolva – a 7-18c. és d. ábrarészeknél végeztük el.

a)

b)



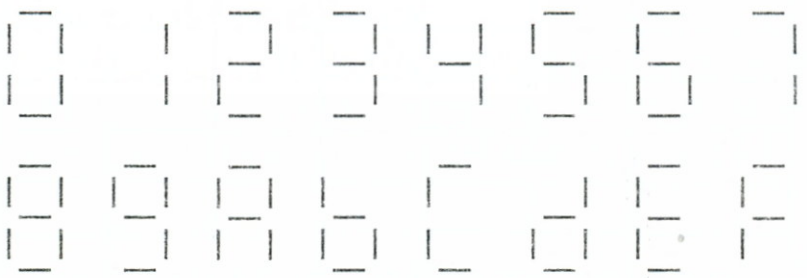
c)



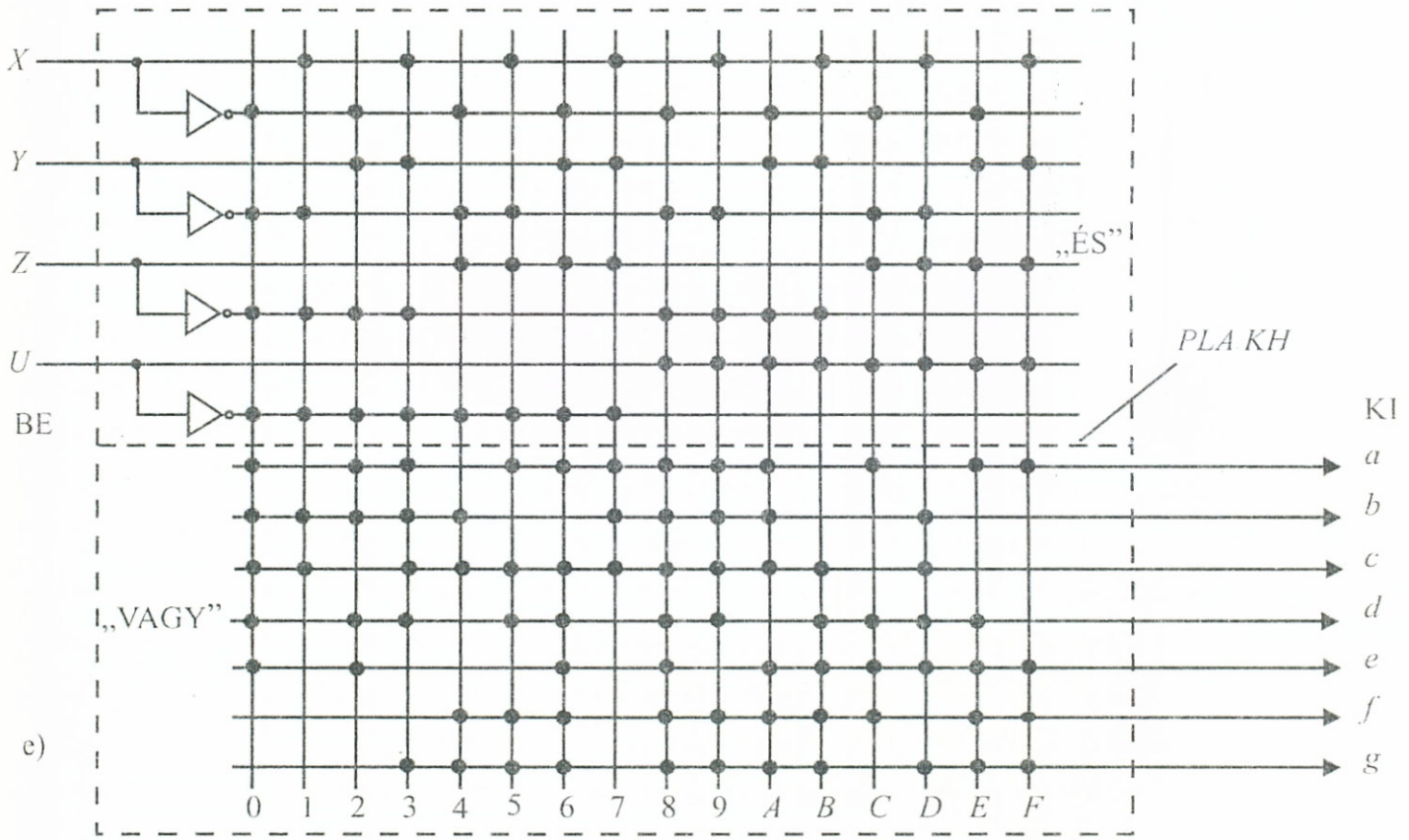
Hétszegmenses kijelző

$a = 0 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + A + C + E + F$
$b = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 7 + 8 + 9 + A + D$
$c = 0 + 1 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + A + B + D$
$d = 0 + 2 + 3 + 5 + 6 + 8 + 9 + B + C + D + E$
$e = 0 + 2 + 6 + 8 + A + B + C + D + E + F$
$f = 0 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 + A + B + C + E + F$
$g = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 + A + B + D + E + F$

d)



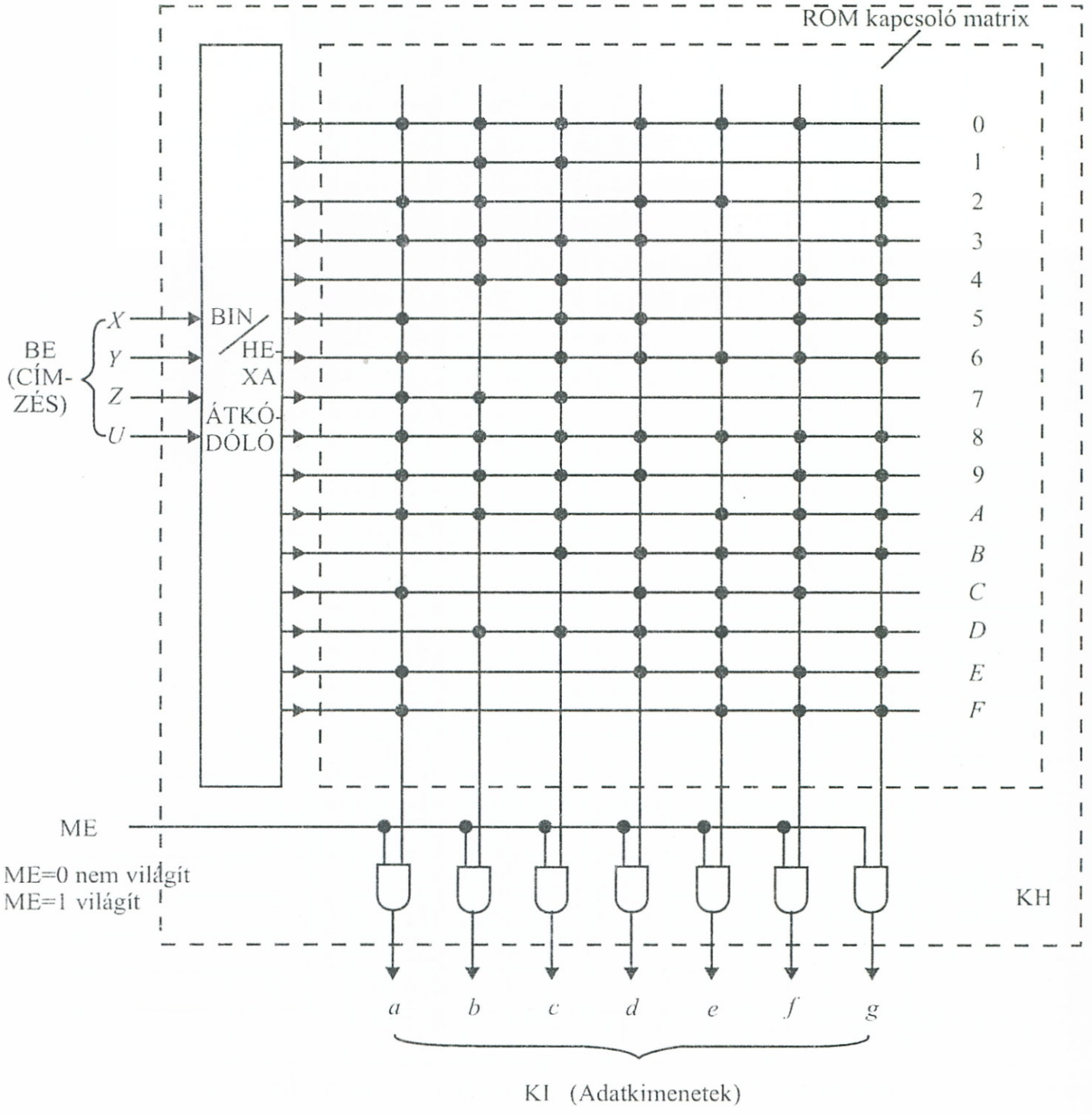
e)



7-18. ábra *PLA-val megvalósított kijelző-vezérlő hálózat*

A realizációs eszközök megválasztásánál SSI kapuk, vagy érintkező-hálózat stb. is számba jöhetne, de itt a korszerű LSI megoldásokat mutatjuk be.

a) PLA realizáció:
Ennél, az ÉS-mátrix részbe az *UZYX* változók 16 lehetséges logikai értékkombinációjának megfelelő ÉS term-ek, a VAGY-mátrix részbe



7-19. ábra *ROM-mal megvalósított kijelző-vezérlő hálózat*

a c., d. ábra szegmens-működtetésének megfelelő VAGY-kombinációk kerültek.

Végül, a LED-es HEXA-kijelzőt vezérlő példabeli kombinációs hálózat PLA-s megvalósítását a 7-18e. ábrán rajzoltuk fel.

b) ROM realizáció:

A ROM realizációhoz a 6-41. ábra szolgál kiindulásul, mely itt most egy kombinációs hálózatot helyettesít a 6-40c. ábra szerinti felfogásban. A KH bemenetei valójában a ROM címei, a KH kimenetei a ROM adatkimenetei. Egy-egy ROM-emelet (szó) keresztpontjai az emelethez tartozó HEXA-számhoz aktivizálandó kijelző szektor függőlegesénél vannak beépítve a 7-19. ábrának megfelelően.

A ROM három-állapotú kimeneteinek letiltását vagy engedélyezését ellátó ME–memória-engedélyezési jel felhasználható a kijelző világít–nem világít állapotának kapcsolására.

A 7-18., ill. 7-19. ábrák egy-egy IC-tokot képviselhetnek, így már látható, hogy a korszerű LSI realizációkkal szemben – példánk esetében – mind az SSI, mind az MSI megoldások teljesen esélytelenek.

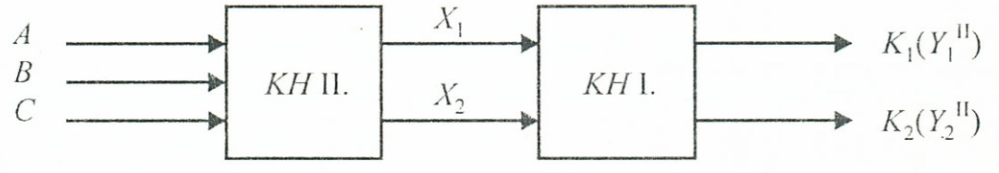
7.5. Logikai egyenletek felhasználása kombinációs hálózatok kialakításánál

Kombinációs hálózatok kialakításakor gyakran adódnak olyan esetek, melyek során logikai egyenleteket kell megoldanunk.

Például a 7-20. ábra esetében, ha a KH I. hálózatot adottnak tekintjük

$$K1 = Y_1^I = F_1^2(X_2, X_1)$$
$$K2 = Y_2^I = F_2^2(X_2, X_1)$$

függvényeivel, és azt a feladatot tűztük ki, hogy olyan KH II. „előtét"-hálózatot tervezzünk, melyet az ábra szerint KH I. elé kapcsolva az eredeti K_1, K_2 kimeneteken:



7-20. ábra *Előtét - hálózattal történt kiegészítés*

$$K1 = Y_1^{II} = G_1^3(A, B, C)$$

$$K2 = Y_2^{II} = G_2^3(A, B, C)$$

meghatározott függvények jelenjenek meg, akkor valójában egyenlet-megoldási feladat elé kerülünk. KH II. kimenetét X_1 és X_2 képezi és KH II.-t olyan feltételekkel kell megtervezni, hogy

$$X_1 = X_1(A, B, C)$$

$$X_2 = X_2(A, B, C)$$

kielégítsék a következő logikai egyenleteket:

$$Y_1^I = F_1^2(X_1, X_2) = G_1^3(A,B,C) = Y_1^{II}$$

$$Y_2^I = F_2^2(X_1, X_2) = G_2^3(A,B,C) = Y_2^{II}$$

Ha F_1^2, F_2^2, G_1^3, G_2^3 adottak, akkor a fenti logikai egyenletek X_1 és X_2-re megoldhatók.

7.5.1. Logikai egyenletek és egyenlőtlenségek

Amennyiben az alábbi mennyiségekre igazak a következők:

$X = \{X_1, X_2 \ldots X_n\}$ ismeretlenek $X_i \in \{0, 1\}$
$A = \{A_1, A_2 \ldots A_m\}$ ismertek $A_j \in \{0, 1\}$

és $F(X_1, X_2 \ldots A_m)$, $G(X_1, X_2 \ldots A_m)$ logikai függvények, akkor

a) logikai *egyenlet*nek nevezzük az

$$F(X_1, X_2, \ldots A_m) = G(X_1, X_2, \ldots A_m) \tag{7.8}$$

kifejezést, és

b) logikai *egyenlőtlenség*nek nevezzük az

$$F(X_1, X_2, \ldots A_m) \lesseqgtr G(X_1, X_2, \ldots A_m) \tag{7.9}$$

kifejezést.

Fenti típusú:

- egyenletek együttesét: *egyenletrendszer*nek, az
- egyenlőtlenségek együttesét: *egyenlőtlenség-rendszer*nek

nevezzük.

Az egyenletek és a különféle típusú egyenlőtlenségek mindig visszavezethetők jellegzetes egyenletekre a 7-21. ábra logikai táblázatai alapján:

F	G	1. $F = G$	2. $F < G$	3. $F > G$	4. $F \leq G$	5. $F \geq G$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1

7-21. ábra *Logikai relációk táblázatai*

A jellegzetes egyenletek (melyek különféle relációkat fejeznek ki és mindig (igaz–hamis) párokban fordulnak elő) a következők:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{1-ből:} & F = G \qquad H_e = F \equiv G = 1 \\ & \qquad\quad H_a = F \oplus G = 0 \end{array}\right\} \tag{7.10}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{2-ből:} & F < G \qquad H = \overline{F} \cdot G = 1 \\ & \qquad\quad H = F + \overline{G} = 0 \\ \text{3-ból:} & F > G \qquad H = F \cdot \overline{G} = 1 \\ & \qquad\quad H = \overline{F} + G = 0 \\ \text{4-ből:} & F \leq G \qquad H = F \cdot \overline{G} = 0 \\ & \qquad\quad H = \overline{F} + G = 1 \\ \text{5-ből:} & F \geq G \qquad H = \overline{F} \cdot G = 0 \\ & \qquad\quad H = F + \overline{G} = 1 \end{array}\right\} \tag{7.11}$$

A jellegzetes egyenletek alapján megállapíthatjuk, hogy az egyenlőtlenségek mindig visszavezethetők egyenletekre.

Valamely egyenletrendszer kifejezhető a (7.10) szerinti elv alapján az összetevő egyenleteket magában foglaló egyesített egyenletpárral:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & H_e = \prod_{m=1}^{p} H_{e_m} = 1 \\ \text{b)} & H_a = \sum_{l=1}^{p} H_{a_l} = 0 \end{array} \tag{7.12}$$

ahol: az „e” index ekvivalenciára,
az „a” index antivalenciára utal.

Mivel (7.11) alapján az egyenlőtlenségek mindig „egyenletesíthetők", az egyenlőtlenség rendszerek megoldása is visszavezethető lesz (7.12)-re.

A logikai egyenletek és egyenlőtlenségek megoldására szisztematikus módszerek alakultak ki. A megoldás célja az X_i ismeretlenek meghatározása, azaz előállítása:

$$X_i = X_i\,(A_1 \ldots A_j \ldots A_m)$$

alakban, ahol $A_1, \ldots A_m$ ismert logikai „mennyiségek".

7.5.2. Algebrai megoldás

A BOOLE algebrai szabályokon alapuló szisztematikus módszer főbb lépéseit a következőkben foglaljuk össze:

I. lépés: Az első lépésnek három változata van, attól függően, hogy egyenlőtlenséget, ill. egyenlőtlenség-rendszert, egyenletrendszert, ill. egyenletet kell megoldani.

I.a. eset: Egyenlőtlenség-rendszer, illetve egyetlen megoldandó egyenlőtlenség esetén először, (7.11) értelmében mindent egyenletrendszerré, ill. egyenletté transzformálunk. Ezután az *I.b.* változat, illetve *I.c.* következhet.

I.b. eset: Egyenletrendszer esetén a (7.12) összefüggések valamelyikével egyetlen ekvivalens egyenletet állítunk elő, így ezután már *I.c.* következhet.

I.c. eset: A kiinduló $F = G$ egyenletet (amely vagy közvetlenül adva van, vagy *I.a.*, ill. *I.b.* révén lett előállítva) a (7.10) relációk alakjainak valamelyikébe írjuk át.

II. lépés: $X_i = X_i(A_i \ldots A_m)$ ismeretlenek előzetes felírása kanonikus alakban:

$$X_i = X_i(A_1 \ldots A_m) = \sum_{K=0}^{2^m-1} \alpha_{iK} E_K^m (A_1 \ldots A_m) \qquad (7.13)$$

Itt természetesen α_{iK}-kat még nem ismerjük, a cél pontosan ezeknek a meghatározása.

III. lépés: Ha X_i megoldása az egyenletnek, akkor (7.13)-at behelyettesítve X_i helyére ki kell elégülnie (7.10) jellegzetes egyenleteknek. Ily módon a behelyettesítés után, az ismeretlen α_{iK} kanonikus számok meghatározására egy többtagú kifejezést kapunk, mely (7.10) értelmében az első esetben „0"-val, a másodikban „1"-gyel egyenlő.

IV. lépés: α_{iK} kanonikus számok meghatározása annak szem előtt tartásával, hogy a behelyettesített (7.10) egyenletek ténylegesen kielégüljenek.

V. lépés: X_i-k felírása a már meghatározott α_{iK}-k segítségével és esetleg a minimál-alak előállítása. A kapott eredményt célszerű a kiinduló-alakba történt visszahelyettesítéssel ellenőrizni.

Az eddigiek szemléltetésére vizsgáljuk meg a következő példát.

7.8. példa: Határozzuk meg X-et a következő egyismeretlenes egyenletben:

$$\underbrace{X + A \cdot B}_{F} = \underbrace{B}_{G}$$

Miután az egyetlen kiinduló-egyenlet adva van, így az *I.c. lépés*sel indulunk.

I.c. lépés: Állítsuk elő például a (7.10a.) alakot:

$$H_a = F \oplus G = F\cdot\overline{G} + \overline{F}\cdot G = 0$$
$$(X+A\cdot B)\cdot\overline{B} + \overline{(X+A\cdot B)}\cdot B = 0$$
$$X\cdot\overline{B} + \overline{X}\cdot\overline{A}\cdot B = 0$$

II. lépés: Mivel $X = X(A, B)$ egy „kétváltozós" alak, ezért $m = 2$, így (7.13) alapján a teljes diszjunktív alak:

$$X = X(A,B) = \sum_{K=0}^{3} \alpha_K \cdot E_K^2 = \alpha_0 \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} + \alpha_1 \overline{A} \cdot B + \alpha_2 A \cdot \overline{B} + \alpha_3 A \cdot B$$

III. lépés: Ezt behelyettesítve az *I. lépés*ben kapott alakba:

$$X\cdot\overline{B} + \overline{X}\cdot\overline{A}\cdot B = (\alpha_0\overline{A}\cdot\overline{B} + \alpha_1\overline{A}\cdot B + \alpha_2 A\cdot\overline{B} + \alpha_3 A\cdot B)\cdot B +$$
$$+ (\overline{\alpha_0}\overline{A}\cdot\overline{B} + \overline{\alpha_1}\overline{A}\cdot B + \overline{\alpha_2}A\cdot\overline{B} + \overline{\alpha_3}A\cdot B)\cdot\overline{A}\cdot B = 0$$

elvégezve a lehetséges egyszerűsítéseket:

$$\alpha_0\overline{A}\cdot\overline{B} + \alpha_2 A\cdot\overline{B} + \overline{\alpha_1}\overline{A}\cdot B = 0$$

IV. lépés: α_K értékek meghatározása. Előbb kapott kifejezésünk csak akkor ad eredményül „0"-t, ha fennállnak az alábbiak:

$$\alpha_0\overline{A}\cdot\overline{B} = 0$$
$$\alpha_2 A\cdot\overline{B} = 0$$
$$\overline{\alpha_1}\overline{A}\cdot B = 0$$

innen közvetlenül leolvashatók:

$$\alpha_0 = 0, \quad \alpha_2 = 0, \quad \alpha_1 = 1$$

V. lépés: „X" felírása diszjunktív kanonikus alakban:

$$X = 0 \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} + 1 \cdot \overline{A} \cdot B + 0 \cdot A \cdot \overline{B} + \alpha_3 A \cdot B$$

$$X = \overline{A} \cdot B + \alpha_3 A \cdot B$$

„X" kapott kifejezésében α_3 értéke *tetszőleges*nek adódott, így két megoldást kaphatunk:

$\alpha_3 = 0$-nál: $X' = \overline{A} \cdot B$

$\alpha_3 = 1$-nél: $X'' = \overline{A} \cdot B + A \cdot B = B$

Ellenőrzésképpen visszahelyettesítünk a kiinduló alakba:

$$X \cdot \overline{B} + \overline{X} \cdot \overline{A} \cdot B = 0$$

$X' = \overline{A}B$-nél:

$$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{B} + (\overline{\overline{A} \cdot B}) \cdot \overline{A} \cdot B = 0 + (A + \overline{B}) \cdot \overline{A} \cdot B = 0$$

$X'' = B$-nél:

$$B \cdot \overline{B} + \overline{B} \cdot \overline{A} \cdot B = 0$$

tehát kielégül.

Előzetes kikötések esete

A feladatok során gyakran adódnak olyan egyenletek, melyeknél a megoldás során kiderül, hogy X_i-re kapott eredményeink csak akkor érvényesek, ha az A_j, A_K stb. ismert mennyiségek közt *előzetes megkötéseket* teszünk. Ilyen esetet mutat a következő péla is.

7.9. példa: Megvizsgálva az alábbi

$$\overline{X}A + XB = 0$$

egyenletet, az algebrai megoldás során a IV. lépésben, $X = X(A, B)\alpha_K$ értékeinek meghatározásakor azt kapnánk, hogy a következő azonosságok állnak fenn:

$$\alpha_1 \cdot \overline{A} \cdot B = 0$$
$$\alpha_2 \cdot A \cdot \overline{B} = 0$$
$$\rightarrow A \cdot B = 0$$

Itt a nyíllal jelzett sor azt jelenti, hogy az egyenletre kapott megoldások (konkrétan: $X' = A\overline{B}$, $X'' = \overline{B}$) csak azzal a *megkötéssel* érvényesek, ha $A \cdot B = 0$ teljesülését feltételezzük.

7.5.3. Grafikus megoldás

A következő grafikus módszernél az egyes lépéseket *V–K* táblák felhasználásával végezzük el, így grafikusan a lépések leegyszerűsödnek és gyors eredményt szolgáltatnak. Egyenlőtlenségeket tartalmazó feladatoknál előzetesen egyenletrendszerbe, vagy egyenletbe transzformálunk – hasonlóan az algebrai módszerhez.

A módszert példák keretében mutatjuk be, az egyes lépéseket ezek során indokoljuk.

7.10. példa: Oldjuk meg grafikusan a következő kétismeretlenes logikai egyenletet.
Kiindulás:

$$\overline{X}_2 + (X_1 \equiv A) = X_1 \cdot \overline{(A \cdot B)}$$

I. lépés: Külön-külön V–K táblát készítünk „*F*"-ről (7.22a. ábra) és „*G*"-ről (7-22b. ábra). Itt a mennyiségeket úgy rendezzük el a kontúrokon, hogy a sorokba (oszlopokba) csak X_i ismeretlenek, az oszlopokba (sorokba) csak A_j ismertek kerüljenek.

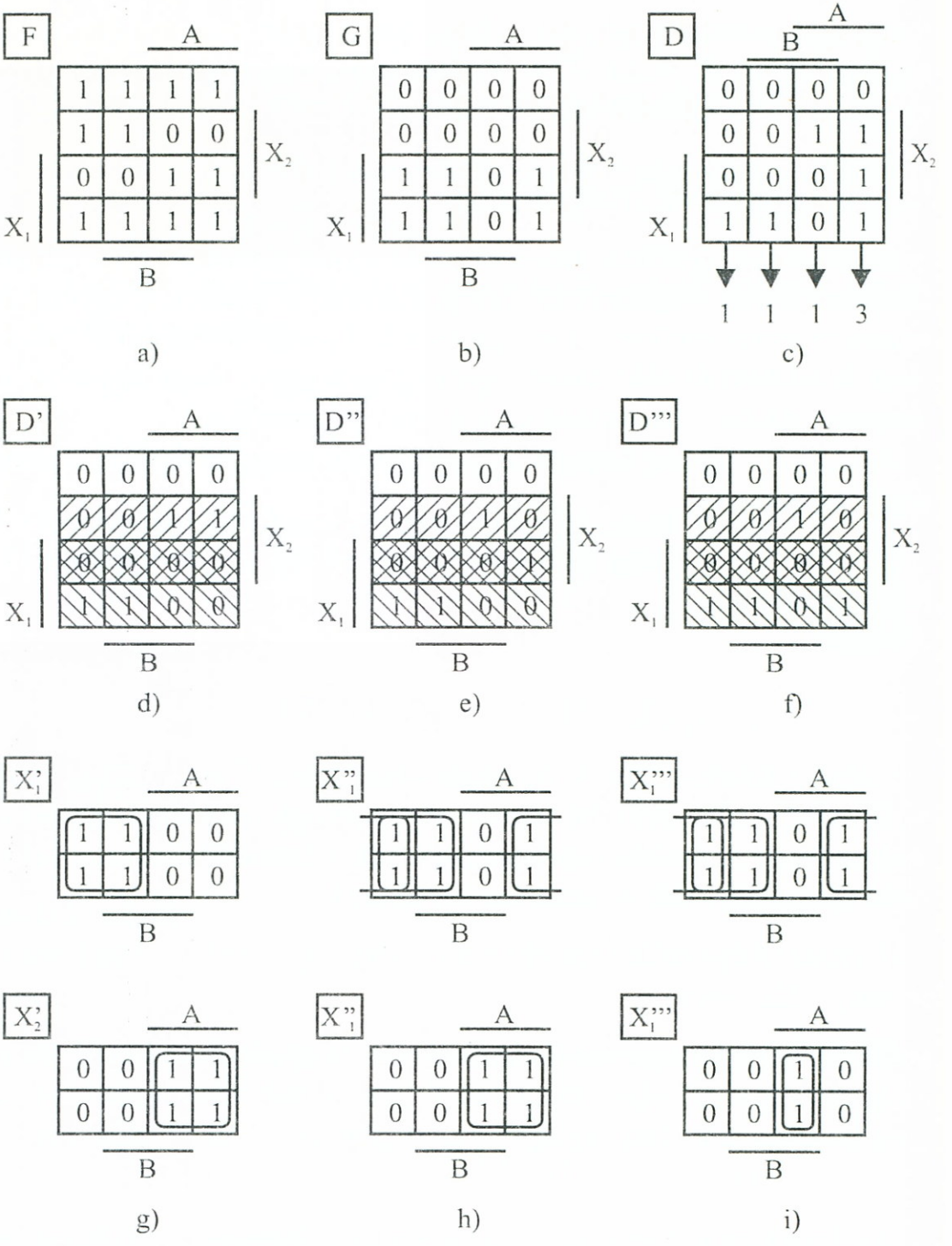
II. lépés: Képezzük ezek ekvivalenciáját $H_e = F \equiv G$ (7.10e.) értelmében (7-22c. ábra).

III. lépés: Egyenletrendszer esetén (7.12) értelmében képezzük a

$$H_e = \prod_{m=1}^{p} H_{em} = D$$

ún. *diszkriminánst.* Mivel példánknál csak egy egyenlet van, ilyenkor az $(F \equiv G)$ maga egyenlő *D*-vel.

IV. lépés: Megvizsgáljuk a diszkrimináns táblán, ahol az ismeretlenek mint tudjuk, csak a sorokban (oszlopokban) vannak, hogy egy-egy oszlopban (sorban) hány „1"-es van, majd ezeket az *oszlopfaktorokat* („sorfaktorokat") összeszorozzuk. Példánknál $\mu = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 = 3$ szorzattényező adódik. Ez a szám (bebizonyíthatóan) megmutatja, hogy az ismeretlenekre hány darab megoldást fogunk kapni. Ha valamelyik oszlopban (sorban) nincs 1-es (tehát $\mu = 0$ *oszlopfaktor* jön



7-22. ábra *Grafikus egyenletmegoldás*

ki), akkor – mint a következő példában látni fogjuk – ezt az oszlopot, mint „előzetes megkötés"-t tekintjük.

V. lépés: A lehetséges megoldások megkeresése céljából a „*D*" diszkrimináns táblát ezután felbontjuk *D^r szubtáblákra.* Ezekre az jellemző, hogy minden oszlopukban csak egyetlen„1"-es szerepel, továbbá fennáll velük kapcsolatban:

$$D = \sum_{r} D^{r} \tag{7.14}$$

A képezhető D^r szubtáblák száma megegyezik a *IV. lépés* μ-jével, azaz a lehetséges megoldások számával. Példánknál $\mu = 3$, így három D', D'', D''' tábla volt felrajzolható a 7-22d., e., f. ábrákon.

VI. lépés: Ezt követően képezzük sorra a szubtáblákon kapott függvényeknek és az egyes X_i ismeretleneknek *konjunkcióit,* mely műveleteket grafikusan elvégezve, ún. *résztáblák* jönnek létre. Ezeket a példánál a 7-22d., e., f. táblákon sraffozottan hangsúlyoztuk ki. A sraffozott résztáblákra jellemző, hogy annyi „emeletük" van, ahány ismeretelen szerepel az egyenletben. Egyismeretlen esetén a résztábla egyetlen sejtsorra redukálódik.

VII. lépés: Tekintsük az előző lépésben kapott résztáblákat ezután önállóknak. Ha a résztáblák több-emeletesek, akkor minden egyes olyan oszlopot, melyeben „1"-es fordul elő, egészítsünk ki úgy, hogy a kiegészítés után az illető oszlop csupa „1"-esből álljon. Példánknál ezeket a csupa „1"-esre kiegészített oszlopú résztáblákat a 7-22g., h., i. ábrákon rajzoltuk fel.

VIII. lépés: Végül, az előző pontban előállított és kiegészített résztáblákban az „1"-es tartalmú sejteket tömbökbe foglaljuk és az ismert A_j-k segítségével kifejezve, algebrailag leolvassuk az „1"-es tömböket. Az így kapott függvények, már maguk a keresett $X_i = X_i(A_1 \ldots A_j \ldots)$ megoldások.

Példánknál elvégezve a tömbösítést, majd *A, B*-vel leolvasva adódik a két megoldás:

D' eset:	$X_1' = \overline{A}$	$X_2' = A$
D'' eset:	$X_1'' = \overline{A} + \overline{B}$	$X_2'' = A$
D''' eset:	$X_1''' = \overline{A} + \overline{B}$	$X_2''' = A \cdot B$

A megoldásokat visszahelyettesítve páronként a kiinduló egyenletbe, helyességük igazolható.

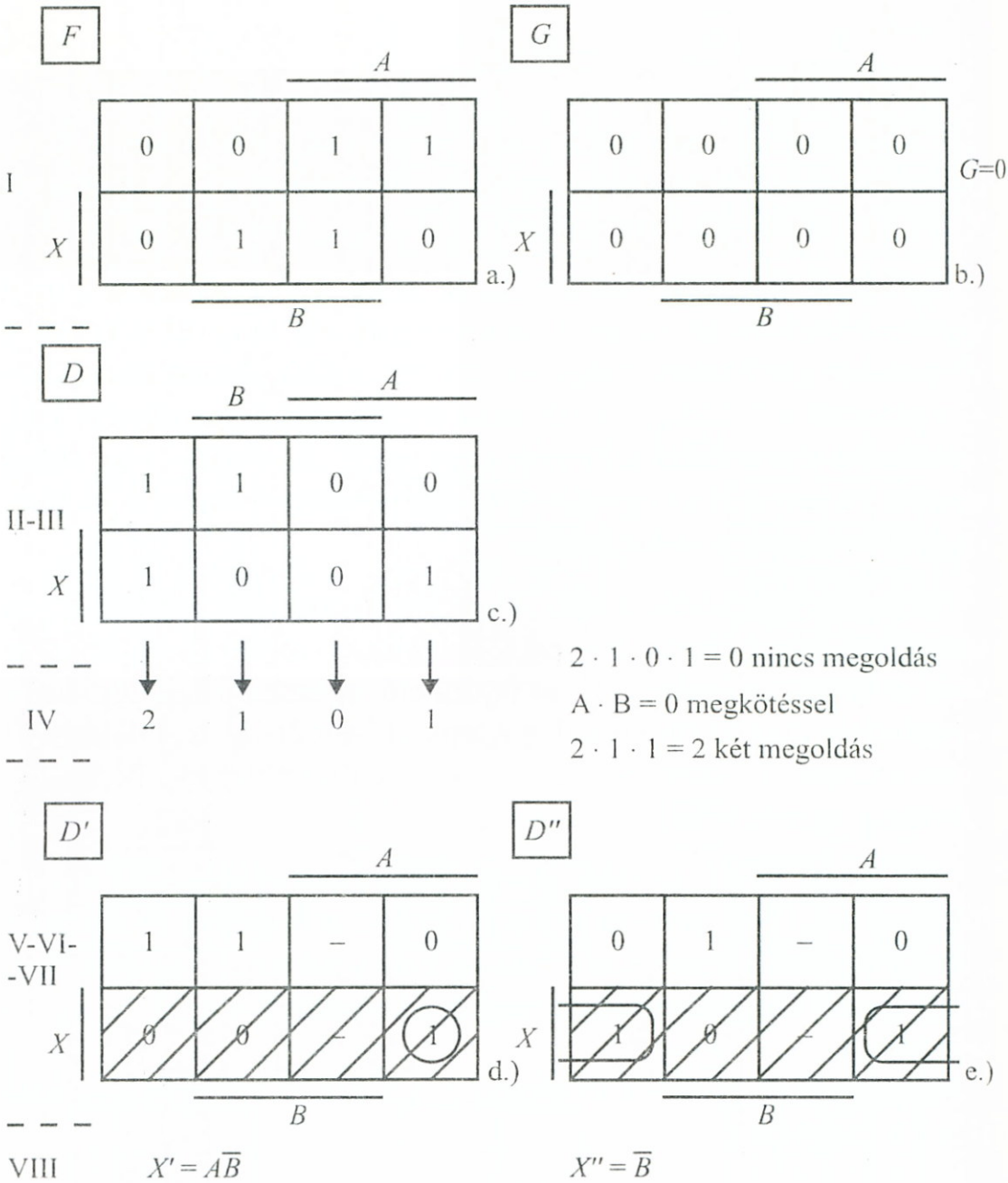
7-11. példa: A *7. 9. példa* szerinti $\overline{X} \cdot A + X \cdot B = 0$ egyenletet grafikusan a 7-23. táblán oldottuk meg.

I. lépés: 7-23a. és b. táblák: $F = \overline{X} \cdot A + X \cdot B$

$G = 0$

II–III. lépés: 7-23c. ábra: $D = H_e = F \equiv G$ diszkrimináns.

IV. lépés: Oszlopfaktorok „D" tábláján:



7-23. ábra *Egyenletmegoldás megkötéssel*

$$2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1$$

Innen látható, hogy $A \cdot B = 0$, mivel ebben az oszlopban nincs „1”-es. Az $A \cdot B = 0$ mint „előzetes megkötés” fog szerepelni a megoldásnál.

V. lépés: „*D*” felbontása szubtáblákra. Ha a „0”-ás oszlopfaktort nem tekintjük, akkor a szorzat értéke „2” lesz, azaz „*D*” két táblára *D'*-re (7-23d.) és *D''*-re (7-23e.) bontható.

VI. lépés: Képezve $(X{\cdot}D')$ és $(X{\cdot}D'')$ konjunkciókat az ábrák sraffozott sorainak megfelelő résztáblákat kapjuk.

VII. lépés: Mivel csak egy ismeretlen van, így a résztáblák egyemeletesek, így „1"-es oszlopkiegészítésre nincs szükség.

VIII. lépés: A tömbösítéshez külön ábrát nem szükséges készíteni, mivel 7-23d., e.-ről az eredmény közvetlenül leolvasható:

$$\left.\begin{aligned} X' &= A\cdot\overline{B} \\ X'' &= \overline{B} \end{aligned}\right\} \quad (A\cdot B)=0 \text{ előzetes megkötés mellett}$$

Az előzmények és tapasztalatok birtokában hozzáfoghatunk végül a bevezetőben megfogalmazott probléma megoldásához.

7.12. példa: Adva egy feltételezetten nagysorozatban gyártott KH I. kombinációs hálózat, melyet a 7-24a. ábrán felrajzoltunk, mint látható, itt:

$$K1 = Y_1^I = \overline{\overline{X}_1 \cdot X_2}$$
$$K2 = Y_2^{II} = X_1 \oplus X_2$$

Tervezzünk olyan KH II. „előtét"-áramkört, melyet ha KH I. elé teszünk a 7-20. ábra szerinti módon, akkor elérhető legyen, hogy a K_1, ill. K_2 kimeneteken

$Y_1^{II} = (A \oplus B) + C$

$Y_2^{II} = \overline{A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} + (\overline{A\oplus B})\cdot C}$ függvények jelenjenek meg.

Mint láttuk, a probléma a következő egyenletrendszerre vezet:

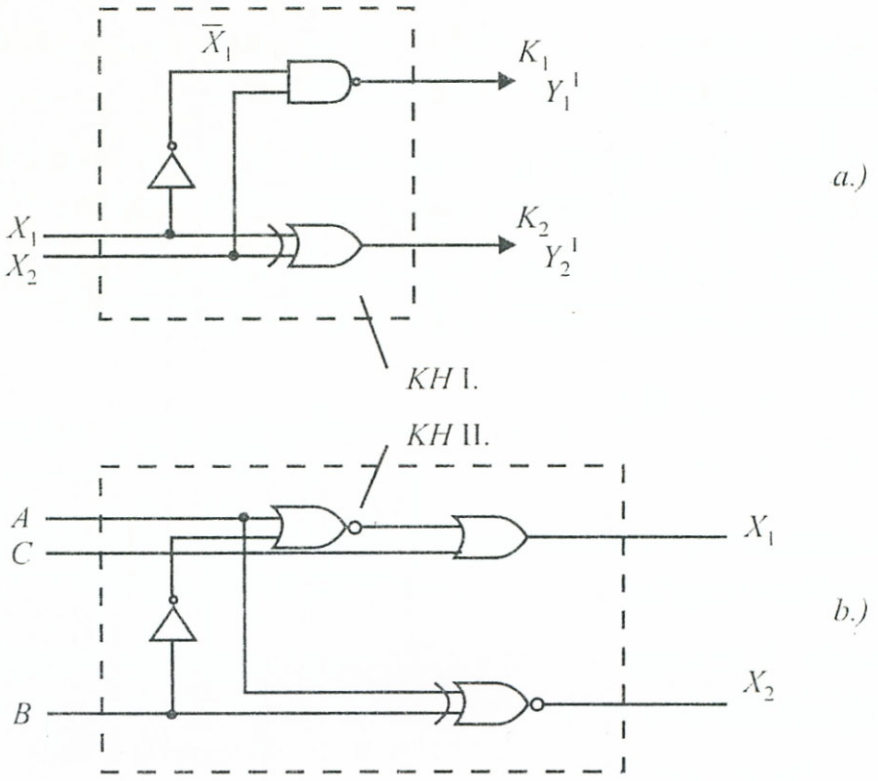
$$\left.\begin{aligned} Y_1^I &= F_1^2(X_1,X_2) = G_1^3(A,B,C) = Y_1^{II} \\ Y_2^I &= F_2^2(X_1,X_2) = G_2^3(A,B,C) = Y_2^{II} \end{aligned}\right\} \qquad (7.15)$$

Megoldható tehát konkrétan:

$$X_1 = X_1\,(A,\ B,\ C)$$
$$X_2 = X_2\,(A,\ B,\ C)$$

típusú kifejezések előállítás oly módon, hogy a (7.15) egyenletrendszer kielégüljön. Oldjuk meg a problémát grafikusan.

I. lépés: Kitöltjük F_1, G_1, F_2, G_2 tábláit (7-25a., b., c., d. ábrák).



7-24. ábra *Előtét - hálózat kialakítása*

II. lépés: „H_{em}" ekvivalencia-táblák előállítása a (7.12) tétel alapján (7-25e., f. táblák).

III. lépés: D diszkrimináns tábla előállítása a (7.14) tétel szerint a H_{e1} és H_{e2} táblák konjunkciójával (7-25g. tábla).

IV. lépés: Oszlopfaktor-vizsgálat „D" táblán. Mint látható:

$$2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 8$$

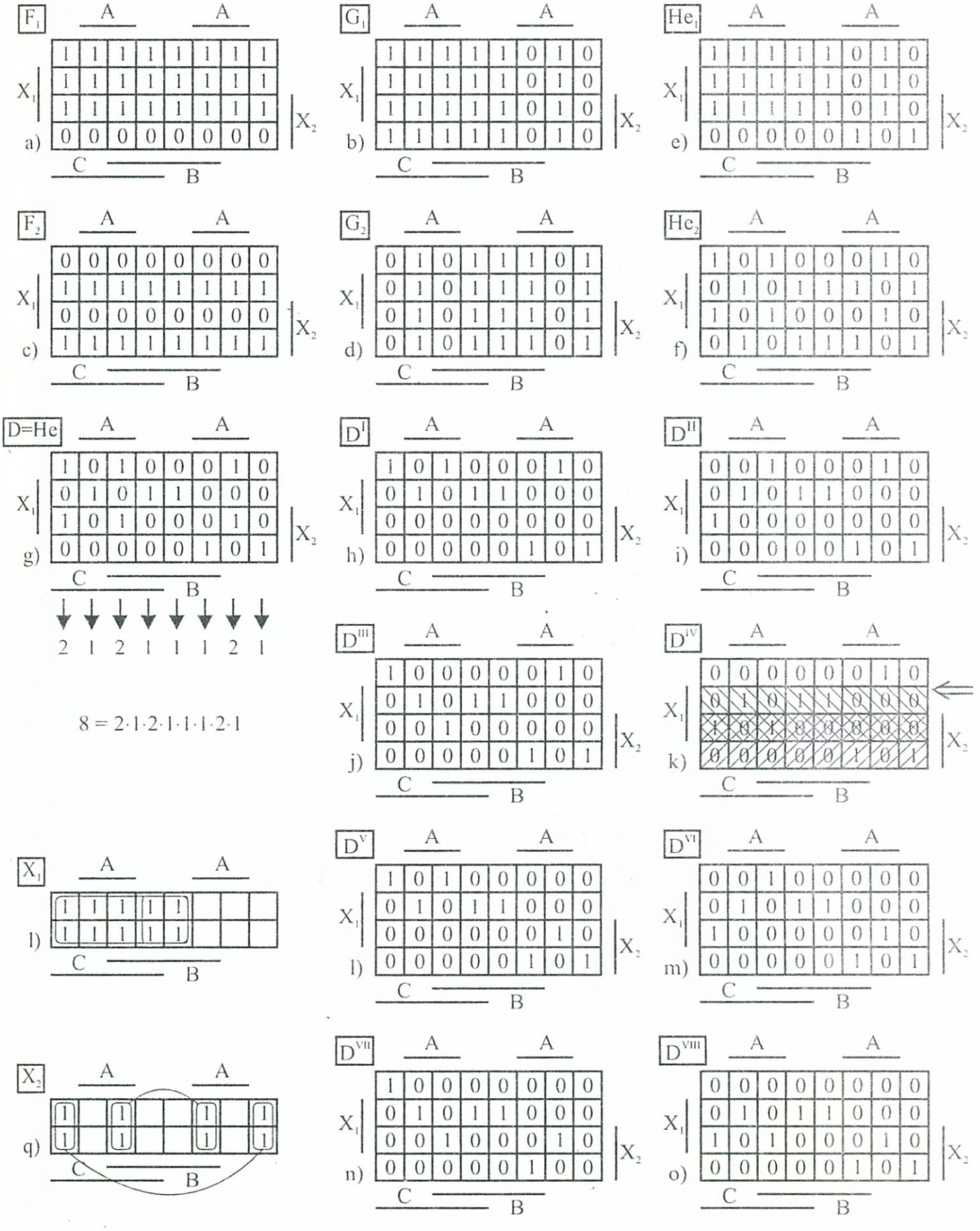
8 megoldás lehetséges és nincs „előzetes megkötés", mivel nincs „0" faktorú sor.

V. lépés: „D" tábla felbontása D', D'', ... D^{VIII} szubtáblákra (7-25h., i ... n, o táblák).

VI. lépés: Kiválasztva a sok lehetőség közül a nyíllal jelölt 7-25k. tábla viszonylag egyszerű megoldását (D^{IV}), képezzük a kétirányú sraffozással megjelölt résztáblákat.

VII. lépés: A kapott résztáblákban az „1"-est tartalmazó oszlopokat teljesen feltöltjük „1"-esekkel (7-25p, q. ábrák)

VIII. lépés: Tömbösítés után a feltöltött táblákból leolvasható az egyenletrendszer egy megoldási változata.



7-25. ábra *Előtét-hálózat tervezése*

$$X_1 = X_1(A, B) = C+\overline{A}B = C+(A||\overline{B})$$
$$X_2 = X_2(A, B) = A\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B} = \overline{(A \oplus B)}$$

A keresett KH előtét-hálózat logikai vázlata a 7-24b. ábrán látható.

7.5.4. Példa egyenlőtlenségre

A logikai egyenlőtlenségek (7.9) megoldását – mint a 7-21. ábrán már láttuk – egyenletmegoldásra vezetjük vissza az inhibició, illetve implikáció-logikai függvények felhasználásával. Több egyenlőtlenség – hasonlóan az egyenletekhez – *egyenlőtlenségrendszert* alkot, melynek megoldását a (7.12)-re vezetjük vissza – végső fokon. Az elmondottak szemléltetésére vizsgáljuk meg a következő példát:

7.13. példa: Legyen adva az alábbi egyenlőtlenségrendszer, melynél feladat az X ismeretlen meghatározása.

$$1.\quad \underbrace{\overline{X}\cdot\overline{A}+\overline{A}\cdot B}_{F_1} \geq \underbrace{\overline{X}\cdot B+\overline{A}\cdot\overline{B}}_{G_1}$$

$$2.\quad \underbrace{\overline{B}}_{F_2} \leq \underbrace{X+\overline{A}\cdot\overline{B}}_{G_2}$$

A feladatot grafikusan oldjuk meg, és felhasználjuk a 7.5.2. pontbeli algoritmus, valamint a *7.10. Példa* tapasztalatait is.

I. lépés: Külön-külön V–K táblát készítünk az egyenlőtlenségek bal-, ill. jobb oldalairól a 7-26a, b, c, d. ábrák szerint.

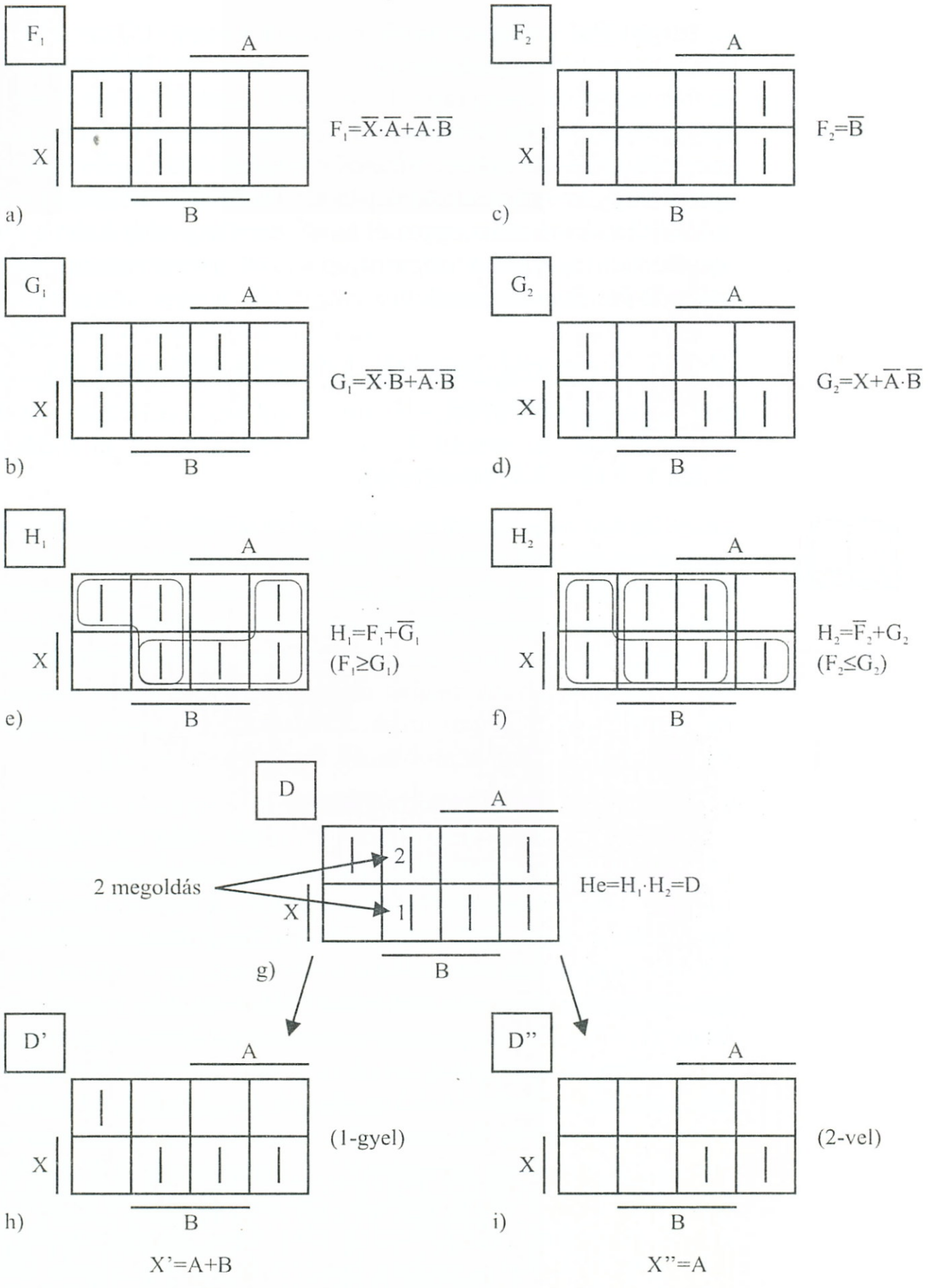
II. lépés: A (7.11) 4. és 5. összefüggések felhasználásával előállítjuk ezek grafikus képét (H_1, H_2) a 7-26e, f. ábráknak megfelelően.

III. lépés: Előállítjuk a diszkriminánst (7.12) alapján a 7-26g. ábrán látható táblával, melyet az e.) és f.) táblák grafikus ÉS-kapcsolatával kapjuk. A diszkrimináns táblából az oszlopokban levő „1"-esek számát kifejező „oszloptényezők" összeszorzása után: $1\cdot2\cdot1\cdot1 = 2$ látható, hogy 2 db megoldás is adódik.

IV. lépés: Szétválasztva a D táblát D' és D"-re leolvashatók az egyenlőtlenségrendszert kielégítő

$$X' = A+B$$
$$X'' = A$$

megoldások a 7-26h. és i táblákról. Mindkét megoldás kielégíti a kiinduló egyenlőtlenségeket.

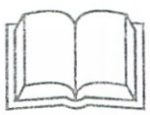


7-26. ábra *Egyenlőtlenség rendszer megoldása*

Végül fontos megemlítenünk, hogy a logikai „0" és „1" értékek eredetileg csak megkülönböztetésre szolgáló szimbólumok, így közöttük valójában „nagyság-reláció" nem létezik. Műszaki feladataink kapcsán adódhatnak azonban olyan esetek, amikor a nagyság szerinti megkülönböztetés igénye felmerül. Ilyenkor előzőleg kellene leszögezni, hogy melyiket tekintjük pl. „nagyobbnak" a másiknál. Miután a *bináris számok* számjegyeinél az „1"-es a nagyobb, ezért a logikai egyenlőtlenségeknél is célszerű ezt a relációt megtartani, mint ezt már a 7-21. ábra táblázatában is megtettük.

7.5.5. Logikai ítéletek, következtetések és egyenletek

7.5.5.1. Ítélet, következtetés



A logikai függvények bevezetését és a velük kapcsolatos fogalmak származtatását, az eddigiek során halmazelméleti alapon végeztük el. A kérdéskör valójában megközelíthető lett volna a matematikai logika (formális logika) eszközeinek és fogalmainak felhasználásával is. Nem feladatunk, hogy a matematikai logika területére nagyobb kitérést tegyünk, célunk csupán néhány további fogalom bevezetése, melyekkel kapcsolatosan újabb, a műszaki alkalmazás szempontjából is érdekes és fontos problémák fogalmazhatók meg.

a) Az első, továbbiak szempontjából fontos fogalom az: *ítélet.*

Ítéletet fejez ki bármely kijelentő mondat, mely lehet „igaz" vagy „hamis". A legegyszerűbb ítélet két fogalom kapcsolatából áll. Például „igaz" ítélet lehet a következő kijelentés: „A digitális technika fontos tantárgy." Egy másik ítélet például: „Szorgalmasan kell tanulni." Két ítélet kapcsolata ismét ítéletet eredményez, így az előbbi két ítélet kapcsolatából származó újabb ítélet: „HA a digitális technika fontos tantárgy, AKKOR szorgalmasan kell tanulni." Amennyiben itt csak a nagybetűvel jelölt szavakat tartjuk meg, úgy legújabb ítéletünket egyféle általános ítéletformává alakíthatjuk át. „HA X_1, AKKOR X_2", melynek alapján már felismerhető a rokonság ezen ítéletforma és a 2. fejezet 2-9. ábrájában bevezetett F_{11}^2, F_{13}^2 kétváltozós IMPLIKÁCIÓS függvény között. Más ítéletformák felállításával további logikai függvények rokonságát állapíthatnánk meg. Csak megjegyezzük, hogy fenti ítéletformánkat az esetben, mikor X és Y között valami tartalmi kapcsolat van, *hipotetikus* ítéletnek nevezik.

Az ítéletekkel a matematikai logikában az *ítéletkalkulus* foglalkozik. Az ítéletkalkulus és a 2.2.3. pont azonosság-rendszerei között szintén rokonság áll fenn.

Egy másik témakör az ún. *állítmánykalkulus,* mely magában foglalja az ítéletkalkulust, de ezen túlmenően az ítéletek belső szerkezetét is vizsgálja. Minden kommentár nélkül csak megemlítjük – mint a matematikai logika további érdekes fejezeteit – az azonos tulajdonságú elemek, más néven individuumok csoportjaival az ún. „osztályokkal" foglalkozó *osztálykalkulus*t, valamint az individuumok közti relációkkal foglalkozó *relációkalkulus*t.

b) A másik, számunkra fontos fogalom a: *következtetés.*

A következtetés olyan logikai művelet, melynek során a kiinduló ítéletekből ún. *premisszák*ból egy újabb ítéletet, ún. *konklúzió*t kapunk.

α) „Dedukció"-nak nevezzük az olyan következtetést, melyben a következménynél általánosabb érvényű ítéletekből indulunk ki.

Szemelvényként felsorolunk néhány klasszikus következtetés-fajtát, melyek szimbolikus alakjánál a vonal felett a premisszák, a vonal alatt a konklúzió helyezkedik el.

α1) – Modus ponens: $\dfrac{(X \to Y), X}{Y}$

Ilyen következtetés-fajtát képvisel pl. az alábbi szöveg, melyet a szimbolikának megfelelően csoportosítottunk.

(Ha füst látszik, akkor ég a pajta.) Füst látszik. Tehát ég a pajta.

α2) – Modus tollens: $\dfrac{(X \to Y), \overline{Y}}{\overline{X}}$

Erre példa: „Ha a szomszéd furulyázik, akkor a kutya vonít. Jelen esetben nem vonít. Tehát a szomszéd nem furulyázik."

α3) – Tiszta hipotetikus szillogizmus: $\dfrac{(Y \to Z), (X \to Y)}{(X \to Z)}$

Itt már, mint láthatjuk, három fogalom szerepel. Általában két ítéletből, melyek mindegyike csupán két fogalmat tartalmaz, akkor vonhatunk következtetéseket, ha az egyik ítéletben szereplő fogalmak közül valamelyik a másik ítéletben is szerepel. Ez a közös fogalom nem szerepel a konklúzióban, hanem csak a két másik. A szillogizmusoknak számos fajtája létezik, a fenti „tiszta hipotetikus szillogiz-

mus" csak egy a sok közül. Ilyenre példa a következő mondat: „Ha a nyomás megnövekszik, akkor a térfogat csökken. Ha a dugattyúerőt növeljük, akkor a nyomás is nő. Ha tehát a dugattyúerőt növeljük, akkor a térfogat csökken."

Téves következtetések. Igaz premisszákból, helyesen alkalmazott szabályokkal mindig igaz konklúziót kapunk. Téves következtetéshez jutunk, ha hamisak a premisszák, vagy ha hamisak a műveletek, de hamis premisszákból helyesen alkalmazott szabályokkal is kaphatunk helyes eredményt. Például: „Brigitte Bardot magyar egyetemi hallgató (hamis). Minden magyar egyetemi hallgató francia filmszínésznő (hamis). Tehát: B. B. francia filmszínésznő (igaz)." Általában a hibák kompenzálhatják is egymást.

*Logikai paradoxon*ról beszélünk, ha egy-egy ítélet tartalmi igazsága ellentmondásban van egy betartandó megállapodással. Például Karinthy Frigyestől származik a következő paradoxon: „Semmiben sem légy következetes. Akkor ezt a parancsot sem szabad betartani. Tehát következetesnek kell lenned." A paradoxonok gyakran kapcsolatosak az INHIBICIÓ-s függvénnyel.

β) *„Indukció"*-nak nevezzük az olyan következtetést, mely egyes esetek csoportjából épít fel általános ítéleteket.

Az induktív következtetés a kauzalitás elvén alapul. Általában az ok-okozat kapcsolatokat a természetből vesszük, illetőleg tapasztalás során tanuljuk. Az ok-viszony kísérleti megállapításának módszereit a következőkben lehet összefoglalni.

β1) *Egyezés.* Ha egy X jelenség előzményei között az Y mindig előfordul, akkor X jelenség az Y-nak oka.

Ez nem mindig válik be, mert előfordulhat, hogy más ok, vagy észre nem vett jelenség idézik elő Y-t. Például az influenza-bacillust sokáig az influenza tényleges kórokozójának tartották, azóta kiderült, hogy csak ártatlan kísérője a betegségnek.

β2) *Eltérés. Y* bekövetkezik, ha X jelen van, és nem következik be, ha X nincs jelen. Ez egy tipikus EKVIVALENCIA-függvény: $XY + \overline{X}\overline{Y}$.

Ez egy igen meggyőző módszer akkor, ha a kísérlet körülményei olyanok, hogy a többi ok hatását ki lehetett küszöbölni. Például, ha egy logikai áramkör nem működik és egy alkatrész kicserélése után (minden egyéb körülmény változatlanul tartása mellett!) működővé válik, úgy a hiba okának a kicserélt alkatrészt tekinthetjük.

β3) *Maradék.* Ha valamely összetett jelenségnél sikerült egy csomó ok-okozatpárt felderíteni, akkor a megmaradt jelenségekben, az előző jelenségek valószínűleg okai a következő jelenségnek.

β4) *Együttjáró változások.* Az ok-okozat kapcsolat a természetben igen gyakran folytonos és monoton. Például egy tranzisztor karakterisztika egyértelműen feltünteti a bázis-feszültség és a bázis-áram közti folytonos összefüggést. IMPLIKÁCIÓ-s alakban: Ha az áram nő, akkor a feszültség is nő.

Az indukció eddig megismert fajtái a *nem teljes indukció* fogalma alá tartoznak. *Teljes indukció*nál feltételezzük, hogy egy osztály *összes elemeit* meg tudjuk vizsgálni arra nézve, hogy beletartoznak-e egy másik osztályba. Például: „A footballcsapatban csupa fiúk vannak" ítéletet úgy kapták, hogy *valamennyi* játékost megvizsgálták és megállapították, hogy közöttük egy leány sincsen.

Induktív és deduktív következtetések együtteséből állnak a *hasonlósági* következtetések vagy *analógiák*. Ezek szerint két jelenség hasonló, ha egy vagy több dologban pontosan megegyezik.

7.5.5.2. Leírás logikai függvényekkel

Az ítéletek és következtetés-formák a műszaki gyakorlatban a mérnöki alkotó munkában, de más területeken is állandó jelleggel előforduló, fontos fogalmak. Tervezési munkánál, vizsgálatoknál, hibakereséskor stb. az induktív, deduktív vagy hasonlósági következtetések (melyeket esetleg tudatosan fel sem mérünk, mint ahogy a hétköznapi beszédben sem mindig vagyunk tudatában a spontán alkalmazott nyelvtani szabályoknak) állandóan szerepelnek.

A már megismert logikai függvények és azonosságaik segítségével, ítéletek és következtetések szabatos matematikai formában is leírhatók.

Például a következő megfogalmazásban szereplő ítéletek egy tervezési feladat egy részletét képezik:

„A működtető mágnes akkor húz meg, mikor a fotócelláról és a nyomásmérőtől egyidejűleg jel érkezik." „Akkor is meghúz, ha a zöld gombot megnyomjuk." „Egyik esetben sem húzhat meg, ha a koncentrációmérő jeladója a megengedettnél nagyobb %-ot jelez."

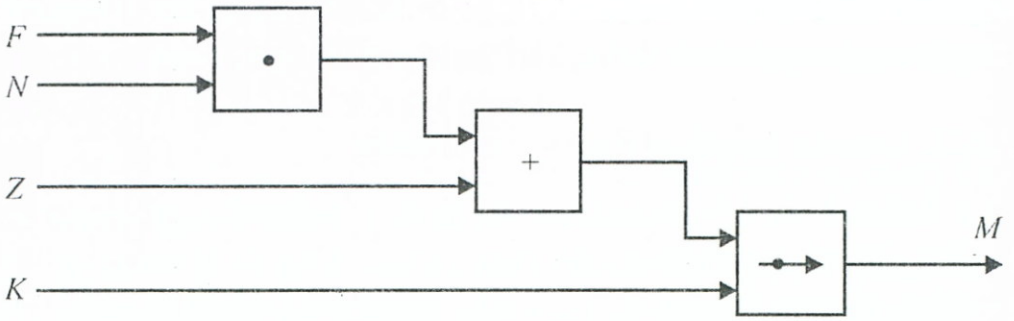
A fenti ítéletek mindegyike felfogható, szöveges leírásmódban megadott logikai függvénynek, melyek az ítélet „igaz" volta esetén vesznek fel „1" logikai értéket. Ha az egyes fogalmakat egy-egy betűvel jelölt változóként értelmezzük, úgy az ítélet által kifejezett kapcsolatoknak megfelelő logikai függvények zárt alakban is felírhatók. A jelölések legyenek a következők: Változók:

M – működtető mágnes meghúz
F – fotócelláról jel érkezik
N – nyomásmérőtől jel érkezik
Z – zöld gombot megnyomjuk
K – koncentrációmérő jeladója a megengedettnél nagyobb %-ot jelez.

Az előző ítéletek mindegyike a működtető mágnes meghúzására vonatkozik, így ezt, mint függő változót kell értelmezni. Az ítéletek tartalmának mérlegelése után pedig felírható az INHIBICIÓ, VAGY, ÉS-műveleteket tartalmazó függvény:

$$M = K \rightarrow\!\!\bullet\!\!- [(F \cdot N) + Z]$$

Mint már tudjuk, a kapott függvény logikai vázlatával is leírható, ez a 7-27. ábrán látható.



7-27. ábra *Logikai műveletek kapcsolata*

7.5.5.3. Diagnosztizálási, nyomozási lehetőségek

A helyes és téves következtetések elkülönítése révén diagnosztizálási és nyomozási feladatok megoldására is lehetőség adódik.

7.14. példa: Tételezzük fel, hogy egy jól működő berendezésen, mely többek között egy diódát, egy lámpát és egy transzformátort tartalmaz, előzetes vizsgálatokat végzünk és ezek alapján a következő ítéleteket fogalmazhatjuk meg:

I. „Ha a diódán van kimenőjel, akkor a lámpa világít, de csak olyankor."
II. „Ha nem ad jelet a transzformátor, akkor a lámpa világít."
III. „Külön-külön a dióda és a transzformátor működik, de olyan eset, hogy kimenőjeleik egyformák legyenek, nem fordulhat elő."

Kérdés: miket tapasztalunk, ha a transzformátor időközben elromlik és nem ad jelet?

Célszerű bevezetni a következő jelöléseket:

- diódán van kimenő jel: $D = 1$ (igaz)
- lámpa világít: $L = 1$ (igaz)
- transzformátor működik: $T = 1$ (igaz)

A fenti ítéleteket ezután megvizsgálva átírhatjuk formulákká, melyeknél a szövegekből felismerhetően: az első ítélet: ekvivalencia, a második: implikáció, a harmadik: antivalencia kapcsolatokra utal. E kapcsolatokat a BOOLE algebrai ÉS–VAGY–NEM műveleteivel kifejezve a 7-28. ábra táblázata adható meg:

I.	$D \equiv L = 1$	$D \cdot L + \overline{D} \cdot \overline{L} = 1$
II.	$\overline{T} \rightarrow L = 1$	$T + L = 1$
III.	$T \oplus D = 1$	$T \cdot \overline{D} + \overline{T} \cdot D = 1$

7-28. ábra *A példabeli ítéletek táblázata*

Arra az esetre, ha ki akarjuk deríteni mi lesz a tényállás a transzformátor elromlásakor, meg kell oldanunk az I., II., III. egyenletekből álló egyenletrendszert D, T, L ismeretlenekre.
Felhasználva a (7.12) *a)* változatát, felírható:

$$(D \equiv L) \cdot (\overline{T} \rightarrow L) \cdot (T \oplus D) = 1$$

Ha mindhárom eset együtt igaz, akkor egyenként is igazak. Mivel rendkívül egyszerű esettel állunk szemben, az egyes összetevők konzekvens vizsgálatával is célhoz érhetünk:

- Például a II. eset csak akkor lehet igaz T meghibásodása ($T = 0$) esetén, ha $L = 1$, a VAGY-művelet természete miatt.
- A III. esetbe $T = 0$-át helyettesítve az első tag: $T \cdot \overline{D} = 0 \cdot \overline{D} = 0$ lesz, míg a második tagban $\overline{T} \cdot D = \overline{0} \cdot D = 1 \cdot D = 1$ lesz, azaz $D = 1$.
- Az I. esetnél a más ismert $D = 1$ és $L = 1$-et behelyettesítve: $1 \cdot 1 + \overline{1} \cdot \overline{1} = 1 \cdot 1 + 0 = 1$, azaz nem keletkezik ellentmondás.

Összefoglalva az eredményeket:

T meghibásodása esetén a berendezésnél a következők tapasztalhatók:

- A transzformátor nem működik: $T = 0$ (ezt tudtuk).
- A diódán lesz kimenőjel: $D = 1$.
- A lámpa világítani fog: $L = 1$.

A rendkívül egyszerű példa alapul szolgálhat bizonyos berendezés-diagnosztizálási, vagy hibakeresési feladatoknál alkalmazott módszerekhez. Nem műszaki megfogalmazású feladatoknál például segítségül hívható rendőrségi nyomozásnál, mint a GYAKORLÓ FELADATOK c. fejezetben megoldott példa is tanúsítja.

7.E.Ellenőrző kérdések

?

E.7.1. Soroljuk fel címszavakban, hogy milyen módszerek alkalmazhatók logikai függvények minimalizálásánál.
E.7.2. Foglalja össze a táblázatos minimalizálás főbb lépéseit.
E.7.3. Mi a *prim-implikáns* tábla, és mi a lényeges prim-implikáns?
E.7.4. Miként kell kezelni a határozatlan eseteket táblázatos minimalizálásnál?
E.7.5. Milyen elv szerint képezhetők *közös részhálózatok* kombinációs hálózatok kialakításánál?
E.7.6. Mi a *szelekciós* függvény?
E.7.7. Mi a *dekompozíció,* milyen típusai vannak?
E.7.8. Mi a *szubfüggvény?*
E.7.9. Mi különbözteti meg a dekompozíciós táblákat?
E.7.10. Képezhető-e dekompozíció tetszés szerinti függvénynél?
E.7.11. Miként alakítható ki egy kombinációs hálózat SSI realizációban?
E.7.12. Miként alakítható ki egy kombinációs hálózat MSI realizációban?
E.7.13. Miként alakítható ki egy kombinációs hálózat LSI realizációban?
E.7.14. Mi a logikai *egyenlet*?
E.7.15. Mi a logikai *egyenlőtlenség*?
E.7.16. Miként vezethető vissza valamely logikai egyenlőtlenség logikai egyenletre?
E.7.17. Miként írható fel formulával egy logikai *egyenletrendszer*?
E.7.18. Milyen meggondolásokon alapul egy logikai egyenlet *algebrai* megoldása?
E.7.19. Mit jelent az „előzetes kikötés"?
E.7.20. Milyen meggondolásokon alapul egy logikai egyenlet *grafikus* megoldása?
E.7.21. Miként vezethető vissza egy logikai *egyenlőtlenség-rendszer* logikai *egyenletrendszerre*?
E.7.22. Mi az *ítélet,* és mi a *következtetés* logikai értelemben?

E.7.23. Mi a *premissza* és a *konklúzió*?
E.7.24. Mi az *indukció* logikai értelemben?
E.7.25. Melyik kétváltozósan definiált logikai függvény kap kiemelt szerepet matematikai–logikai problémák kezelésénél?

8. SORRENDI HÁLÓZATOK KIALAKÍTÁSI KÉRDÉSEI

8.1. A kialakítással kapcsolatos elvi szintű meggondolások

A sorrendi hálózatok kialakításánál a 6.1. pontban bevezetett automata-elméleti szemléletmódra célszerű támaszkodnunk. A problémakör tárgyalása során külön kell választanunk a *szinkon* és *aszinkron* üzemű hálózatokat, mivel az utóbbiaknál a szinkronizálás hiánya miatt fellépő tranziens viselkedés (l. 6.2. pont) kezelése és kivédése további meggondolásokat fog igényelni.

Egy specifikált műszaki feladatot megoldó sorrendi hálózat tervezésekor általában a feladat által előírt:

[bemeneti sorozat] → [kimeneti sorozat]

típusú leképezést, vagy leképezéseket megvalósító berendezést kell kialakítanunk, ami másként megfogalmazva annyit jelent, hogy egy adott

$$\{S_{xi}\} \rightarrow \{S_{zj}\}$$

típusú leképezéshez, vagy leképezés együtteshez kell egy automatát keresnünk (konstruálnunk).

Az automata „keresés" feladata nem teljesen egyértelmű, mert a fenti típusú leképezés általában többféle automatával is előállítható lesz. A tervezés során ezek közül kell az optimálisat kiválasztanunk. Az optimalizálás többféle szempont alapján történhet és mindig az aktuális műszaki feladat dönti el, hogy melyik feltétel az elsősorban irányadó. Optimalizálási szempontnak tekinthetők például:

- a kombinációs hálózatok optimális kialakításával kapcsolatosan a 7. fejezetben összefoglaltak, mivel a sorrendi hálózatok többnyire kombinációs hálózatokat is tartalmaznak;
- minimális számú belső állapotra törekvés, mivel ez kihat a hálózat tárolóelemeinek, ill. visszacsatoló hurkainak számára;
- Mealy vagy Moore-megoldás választása;

– gerjedési-, és hazard-jelenségek kiküszöbölése;
– legjobban illeszkedő építőelem-készlet és tárolótípus kiválasztása.

Hasonlóan a korábbiakhoz, itt is tapasztaljuk, hogy már az itt felsorolt néhány feltétel is ellentétes követelményeket támaszt, így a tényleges optimum megtalálása nem egyértelműen algoritmizálható feladat.

A sorrendi hálózatok, specifikálásuk alapján – hasonlóan a kombinációs hálózatoknál tapasztaltakhoz – *teljesen meghatározott* és *részben meghatározott* hálózatok lehetnek.

a) Teljesen meghatározott esetben több *ekvivalens* megoldás közül választjuk ki a legkedvezőbbet.

Két közös bemeneti- és kimeneti állapothalmazzal rendelkező SH_I és SH_{II} automatát ekvivalensnek tekintünk, ha SH_I bármely q_{Ii} állapotához SH_{II}-nél található q_{IIj} *ekvivalens állapot* és ez fordítva is fennáll. A q_{Ii} és q_{IIj} állapotokat akkor nevezzük ekvivalensnek, ha bármely s_{xk} bemeneti sorozat esetén ugyanazt a leképezést eredményezik az SH_I és SH_{II} automatáknál, azaz q_i és q_j ekvivalensek, ha bármely x_k bemeneti állapot esetén az állapotfüggvényekre felírható a következő feltétel (pl. Mealy-esetre):

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & \text{II.} \\ \rho_{\text{I}}(x_k, q_i) = \rho_{\text{II}}(x_k, q_j) & \\ \psi_{\text{I}}(x_k, q_i) = \psi_{\text{II}}(x_k, q_j) & \end{array} \qquad (8.1)$$

Hasonló párost írhatnánk fel Moore vonatkozásban is.

Amennyiben a tervezés során a minimális számú belső állapotra törekvést tekintjük optimum-célnak, akkor a számbajövő ekvivalens megoldások közül azt az SH_{min}-t kell megkeresnünk, mely legkevesebb belső állapottal rendelkezik. A szisztematikus keresés során az állapotokat lépésről lépésre sorbavéve, páronként összehasonlítva vizsgáljuk meg a (8.1.) *ekvivalencia feltétel* teljesülését, és ha ekvivalens párokat találunk, ezek közül az egyiket elhagyva, csökkentjük az állapotok számát. Ily módon végül eljutunk az SH_{min} megoldáshoz. A fent vázolt szisztematikus keresést nevezzük a továbbiakban *állapotminimalizálás*nak, melynek tényleges lefolytatására különféle matematikai módszerek alakultak ki.

b) Részben meghatározott hálózatok kialakításánál nem az előzőleg szerepelt ekvivalens SH_{min} automata előállítása a cél, itt ugyanis a *határozatlan állapotokat,* a megelőző működési ütemek állapotaitól

függően több állapottal is lehet helyettesíteni. Emiatt az ekvivalens hálózat helyett, ugyanazt a működést *funkcionálisan lefedő hálózat*okat kell vizsgálnunk és ezek közül kell kiválasztani, illetve előállítani a legkedvezőbbet. Ezzel kapcsolatban további fogalmakat kell bevezetnünk és újabb meggondolások is szükségesek. A továbbiakban *megengedett bemeneti állapotsorozatnak* tekintjük az s_{xi} bemeneti sorozatot, ha valamely q_k állapotból indulva az s_{xi}-hez tartozó automata-állapotsorozatok meghatározottak (specifikáltak).

Ebből következik, hogy a részben meghatározott automatára *nem megengedett* olyan sorozatot adni, melynek során (a határozatlan állapotok következtében) az állapotláncolat megszakadhat.

Gondolatmenetünket továbbfolytatva, fogadjuk el a következő meghatározásokat: Valamely SH_L automata akkor *fedi le funkcionálisan* az SH_R kiindulásként vizsgált automatát, ha SH_L minden q_{Ll} állapotához található SH_R-nél legalább egy q_{Rm} állapot, melyet a q_{Ll} *funkcionálisan lefed.*

Valamely q_{Ll} állapot akkor fedi le funkcionálisan a q_{Rm} állapotot, ha a q_{Rm} állapotból indított SH_R automata az összes megengedett s_{xm} sorozat hatására ugyanúgy viselkedik, mint a q_{Ll} állapotból indított SH_L automata, és az s_{xm} sorozat az SH_L hálózatnál is megengedett sorozat.

Továbbmenőleg belátható, hogy valamely SH_R részben meghatározott automatához általában több SH_{Lp} lefedő automata is előállítható. Ezek közül kell kiválasztanunk a szintézis során egy kedvezőbb SHL_{min} automatát.

Az SHL_{min} érdekében elvégzett páronkénti összehasonlítást az ún. *kompatíbilis állapotokra* alapozva kell elvégezni, melyek itt, a teljesen meghatározott hálózatoknál bevezetett ekvivalens állapotokkal állíthatók párhuzamba. A kompatíbilis állapot értelmezéséhez először a *megkülönböztethető* állapotokat célszerű bevezetnünk. Két állapot akkor megkülönböztethető, ha létezik legalább egy, mindkét állapotra megengedett bemeneti sorozat, melyre a két állapotból kiindulva kapott két kimeneti sorozat legalább egyik bemeneti állapotnál eltér egymástól. A két állapot nem megkülönböztethető, azaz kompatíbilis, ha a fenti feltételeknek eleget tevő sorozat nem létezik.

Fentiekkel összhangban értelmezhető egy *kompatibilitási reláció,* melyet a következőképpen fogalmazhatunk meg:

Két kiválasztott automata-állapot (q_i, q_j) kompatíbilis, ha

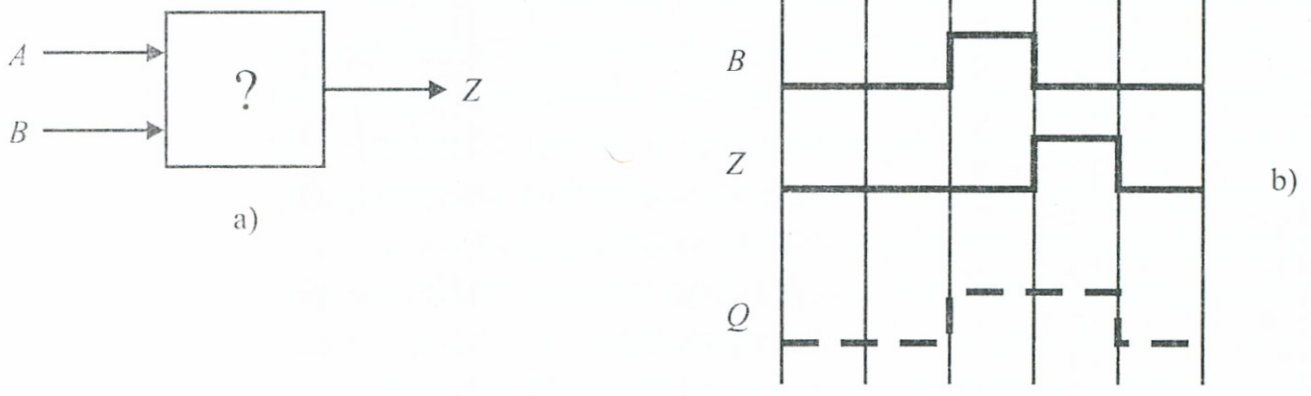
– a két állapot után következő állapotok is kompatibilisek, minden olyan bemeneti állapotnál, ahol mindkét állapotra specifikáltak;
– a két állapothoz tartozó kimeneti állapotok (z_i, z_j) megegyeznek minden olyan bemeneti állapot esetén, melynél mindegyik állapothoz meghatározott (specifikált) kimeneti állapotok tartoznak.

} (8.2)

8.1.1. A hálózat-kialakítás egy klasszikus, intuitív útja

Mielőtt a sorrendi hálózatok kialakításakor alkalmazott módszereknek részletesebb taglalását elkezdenénk, didaktikai meggondolásoktól vezérelve, röviden bemutatunk egy klasszikus eljárást, mely mind aszinkron, mind szinkron esetben alkalmazható. Ez a szemléleten alapuló módszer történelmileg az elsők között alakult ki. Előnye jó áttekinthetősége, univerzális jellege és a viszonylag gyorsan elérhető eredmény. Hátránya, hogy sok múlik a tervező szubjektív adottságain, csak kisebb volumenű feladatoknál alkalmazható, és a kapott eredmény nem garantáltan optimális. Fentiek miatt a módszer gyakorlati jelentősége ma már csökkent. Vizsgáljuk meg ezután a következő példát.

8.1. példa: Legyen a feladat egy olyan 8-1a. ábra szerinti hálózat előállítása, amely az



8-1. ábra *Bevezető példa az intuitív módszerhez*

$$s_x = s_{AB} = 00 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 00$$

bemeneti jelsorozatot a következő kimeneti jelsorozatba képezi le

$$s_z = s_Z = 0 \rightarrow 0 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$$

Ha a viszonyokat egy ütemdiagramon ábrázoljuk, akkor a 8-1b. ábra folytonos vonallal megrajzolt részét kapjuk.

Az ütemdiagramról leolvasható, hogy a 2. és 4. ütemben ugyanazon *AB*-10 bemeneti állapot hatására $Z_2 = 0$ és $Z_4 = 1$ *eltérő* kimeneti állapotokat kell előállítani. Ezért, ha a 8-1a. ábra „fekete dobozát" egyszerű logikai döntéseket elvégezni tudó *kombinációs hálózat*ként állítanánk elő, ezzel az $s_x \rightarrow s_z$ leképezést nem lehetne végrehajtani a bemenetek számának megnövelése nélkül.

Mivel a bemenetek száma a feladatnál csak kettő lehet (*A, B*), ezért Z_2 és Z_4-et megkülönböztetni tudó megoldáshoz akkor juthatunk, ha a fekete dobozt *szekvenciális hálózat*ként építjük fel. Ennél ugyanis mód nyílik arra, hogy a 2. és 4. ütem megkülönböztetését egy megfelelően megválasztott *belső állapot* (szekunder-változó) segítségül hívásával végezzük el. Ha esetünkben ezt a szekvenciális hálózatot úgy alakítjuk ki, hogy a „*Q*" szekunder-változó például a 8-1b. ábra szaggatott vonallal jelölt ütemdiagram-rész szerint alakuljon, akkor a 2. és 4. ütem megkülönböztethetővé válik. A szekunder-változó előállítását mint már a 6. fejezet 6-4. ábrával kapcsolatban is előzőleg említettük, kétféle hálózat-felépítési alapmódozatban is elvégezhetjük.

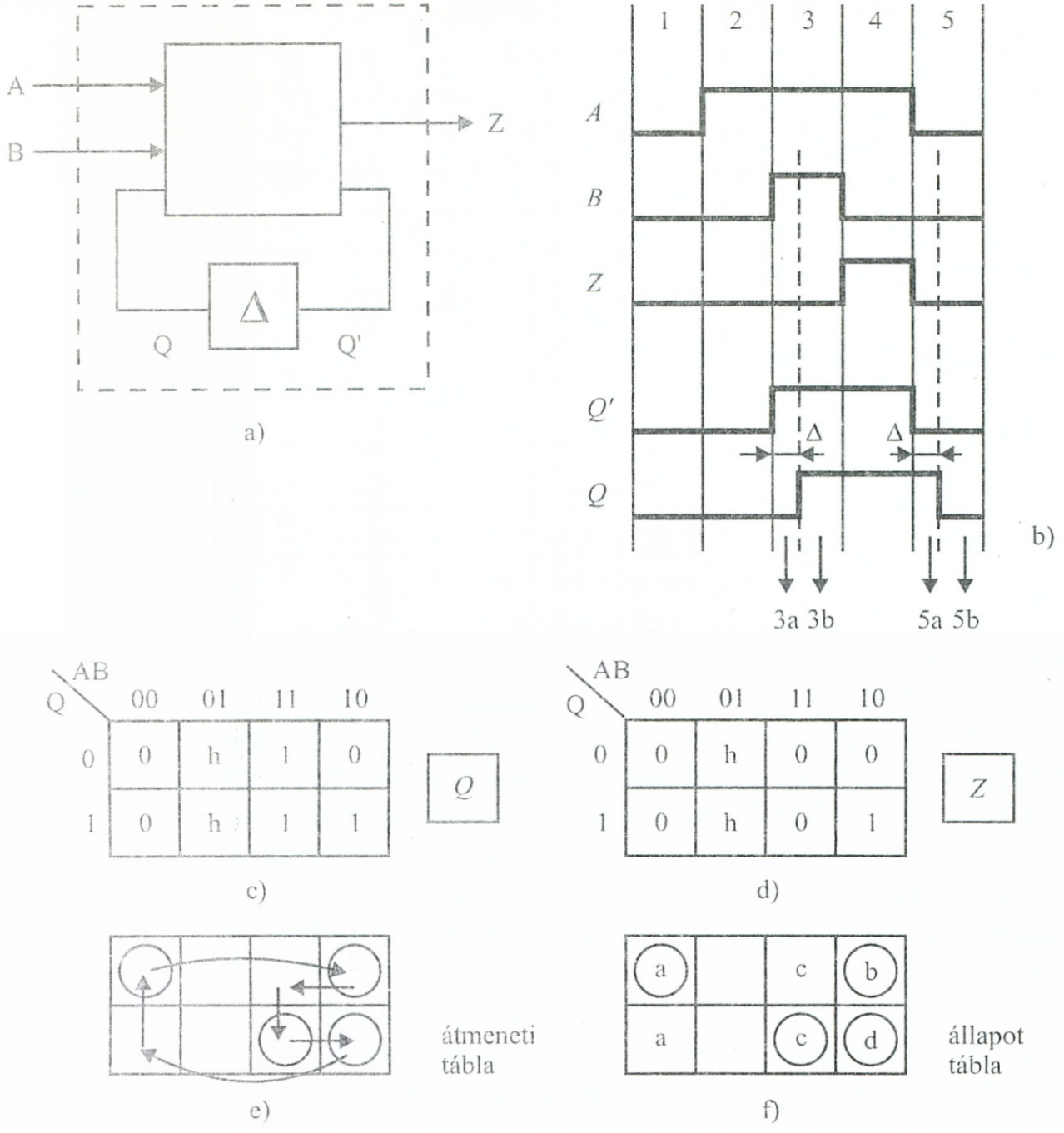
a) Visszacsatoló hurok esetén a 8-2a. ábra szerinti felépítésből indulunk ki, ahol az áramköri Δ késleltetéseket is figyelembevéve, a 8-2b. ütemdiagram és a 8-2c., d., e., f. jellemző táblák rajzolhatók fel.

Mint látható, a késleltetések folytán à 3. és 5. ütem két-két ütemre esik szét, továbbá a jellemző táblákról leolvasható, hogy a megoldás *határozatlan* (don't care) állapotot is tartalmaz, mivel itt $\bar{A}B$ sohasem szerepel a bemeneten. A táblázatból már felírható a gerjesztési és kimeneti függvény, melyek minimalizálásánál a „*h*" határozatlan termeket is felhasználtuk:

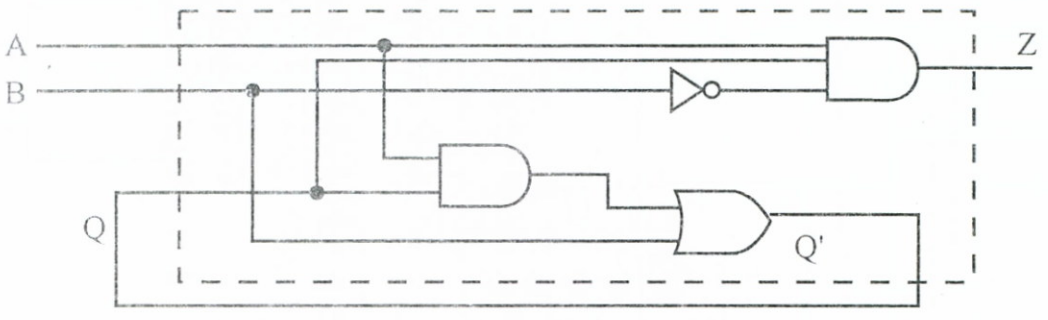
$$Q' = B + A \cdot Q$$
$$Z = A\bar{B}Q$$

A visszacsatolt realizációs hálózatot a 8-3. ábrán rajzoltuk fel.

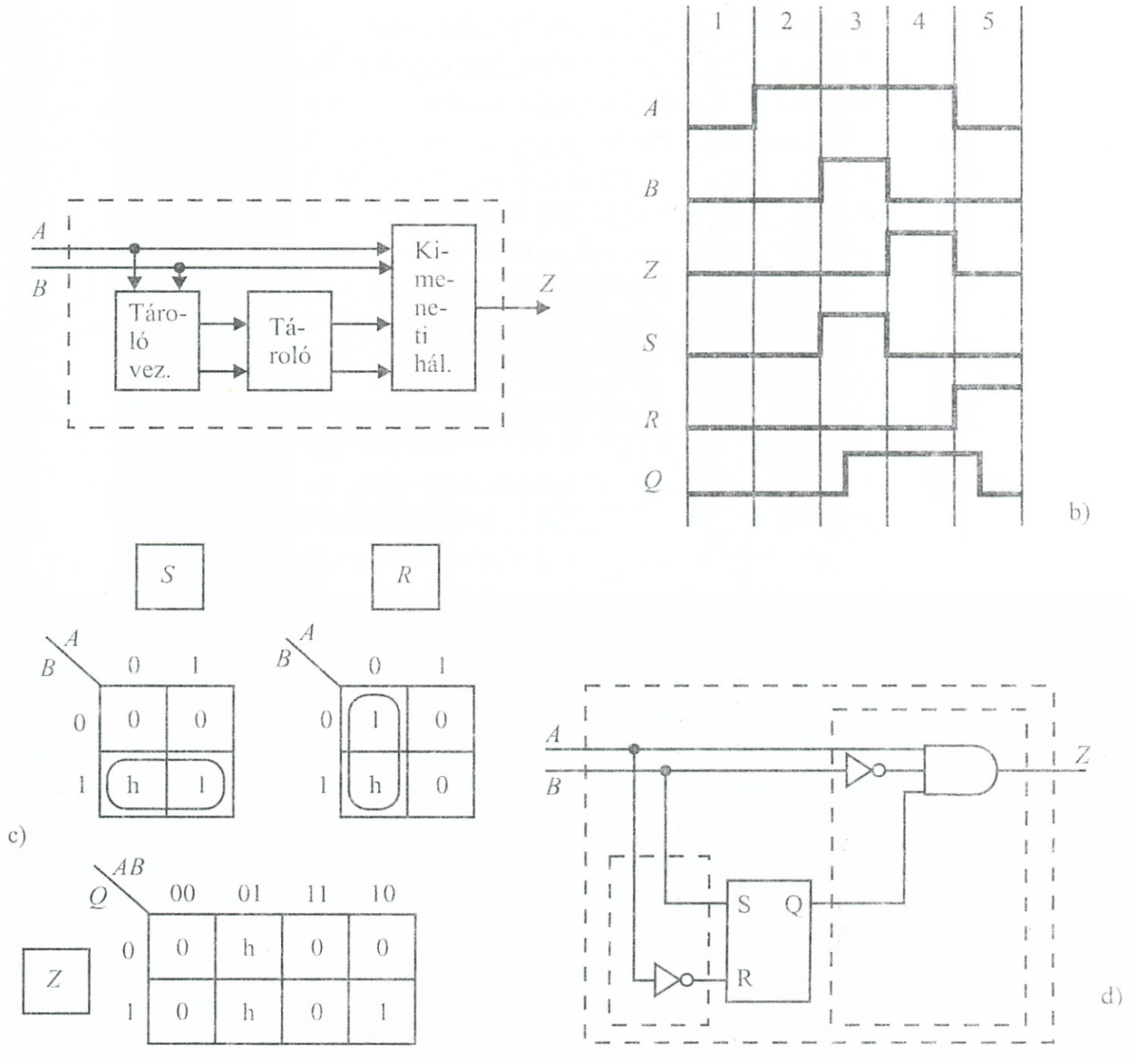
*b) Tárolós eset*nél a szekunder-változó előállítására tárolóelemet használunk fel, kiindulva a 8-4a. ábra szerinti felépítésből.



8-2. ábra *Visszacsatoló-hurkos megoldás és jellemző táblák*



8-3. ábra *Visszacsatolóhurkos aszinkron realizáció*



8-4. ábra *S–R tárolós aszinkron realizáció*

Itt az előbbi jellemző táblák közül csak a kimeneti táblát használjuk fel, innen $Z = Z(A, B, Q)$ felírható. A tárolóelemet, mint önálló elemet tekintjük, így vele kapcsolatban a konkrét feladat a bemenetek vezérlési pontjaihoz (8-4b. ábra) adott ütemben rendelt logikai feltételek felírása. A tárolóelem típusának megválasztására nincs egzakt módszer. Választva például sztatikus *S–R*-tárolót, az ütemdiagramról leolvasható, hogy a 3. ütemben történő bebillentéshez $S = A \cdot B$ feltétel, az 5. ütemben történő törléshez $R = \overline{A} \cdot \overline{B}$ feltételt kell teljesíteni.

Ha $S = S(A, B)$-re és $R = R(A, B)$-re felrajzoljuk a V–K táblát (8-4c. ábra) a határozatlan kombináció figyelembevételével ($\overline{A} \cdot B$) tömbösítés is adódik, így kapjuk:

$$S = B, \qquad R = \overline{A}$$

A tárolóelemes realizációs hálózatot a 8-4d. ábrán láthatjuk.

Az intuitív módszer algoritmusa

A bevezető példa tapasztalatai alapján már körvonalazható a klasszikus–intuitív eljárás algoritmusa. A főbb lépések a következők:

I. lépés: A feladat ütemdiagramon történő egyértelmű matematikai jellemzése.

II. lépés: A megkülönböztetésre váró, de a bemeneti változókkal nem megkülönböztetett ütemek kijelölése.

III. lépés: A felépítés struktúrájának megválasztása. E lépés során kell kijelölni, hogy visszacsatoló-hurkos, vagy tárolós megoldással történik-e a realizáció. Mint később látni fogjuk, ennek eldöntése – amennyiben előzetes megkötés nincs – az optimális kialakítás egyik lépésének tekinthető.

IV. és V. lépés: A szekunder változó(k) idővonalának berajzolása az ütemdiagramba. Ha több megkülönböztetésre váró ütemcsoport van, akkor több szekunder-változó felvételével és ezek kombinálásával (q_i belső állapot) végezzük el a megkülönböztetést. Olyan lehetőség is kínálkozhat, hogy a Q_j idővonalát több szakaszra bontva rajzoljuk be.

Mint látjuk, a klasszikus–intuitív módszer *erősen szubjektív jellege* az algoritmusban elsősorban itt jelentkezik. Valójában az idővonal előnyös bejelölése nagy gyakorlatot és figyelmet kíván. Szabályként erre vonatkozóan csupán az köthető ki előzetesen, hogy az idővonal kezdete vagy vége a megkülönböztetendő ütemek közé essen. Gyakran több lehetséges (esetleg egyenértékű) megoldás is létezhet.

Az idővonal felvételénél ügyelni kell arra, hogy hazard-ok minimális mértékben keletkezzenek. Ez, az egyszerre több logikai értékváltozással rendelkező helyek „áthidalásával" érhető el.

Amennyiben tárolóelemes megoldásról van szó – kölcsönhatásban az idővonal berajzolásával –, itt kell megválasztani (ha nincs előzetesen kikötve) a tárolóelem(ek) típusát is. Előfordulhat, hogy más típusú tárolóelemnél más idővonal kell.

VI. lépés: Tárolók bemeneti függvényeinek, illetve a visszacsatoló-hurokhoz tartozó gerjesztési függvények felírása a legkedvezőbb alakban.

A legkedvezőbb alakkal kapcsolatos egyszerűsítéseknél határozatlan kombinációkként vehetők figyelembe az ütemdiagramban nem szereplő független-változó értékkombinációk.

A szekunder-változókkal kapcsolatos egyszerűsítéseknél további lehetőséget nyújtanak a következő meggondolások:

α) A szekunder-változó idővonalának indítási feltételét képező független változó értékkombináció az indítási ütemen kívül, még az idővonal fennállásának ütemeiben is felléphet.

β) A szekunder-változó idővonalának fenntartását biztosító logikai feltételek, az idővonal megszakításának ütemét kivéve, bármelyik más ütemben felléphetnek.

VII. lépés: Kimeneti függvény(ek) felírása és legkedvezőbb alakra hozása.

VIII. lépés: Az automata logikai vázlatának felrajzolása.

További meggondolások

A módszer szubjektív jellegére való tekintettel, tekintsük át a következő jellegzetes, és további problémákat is megvilágító példát.

8.2. példa: Állítsuk elő klasszikus intuitív módszerrel a 8-5a. ábra ütemdiagramjával jellemzett leképezést megvalósító szekvenciális hálózatot.

I. lépés: A feladat megadása már ütemdiagram útján történt, így matematikailag egyértelmű a megadás.

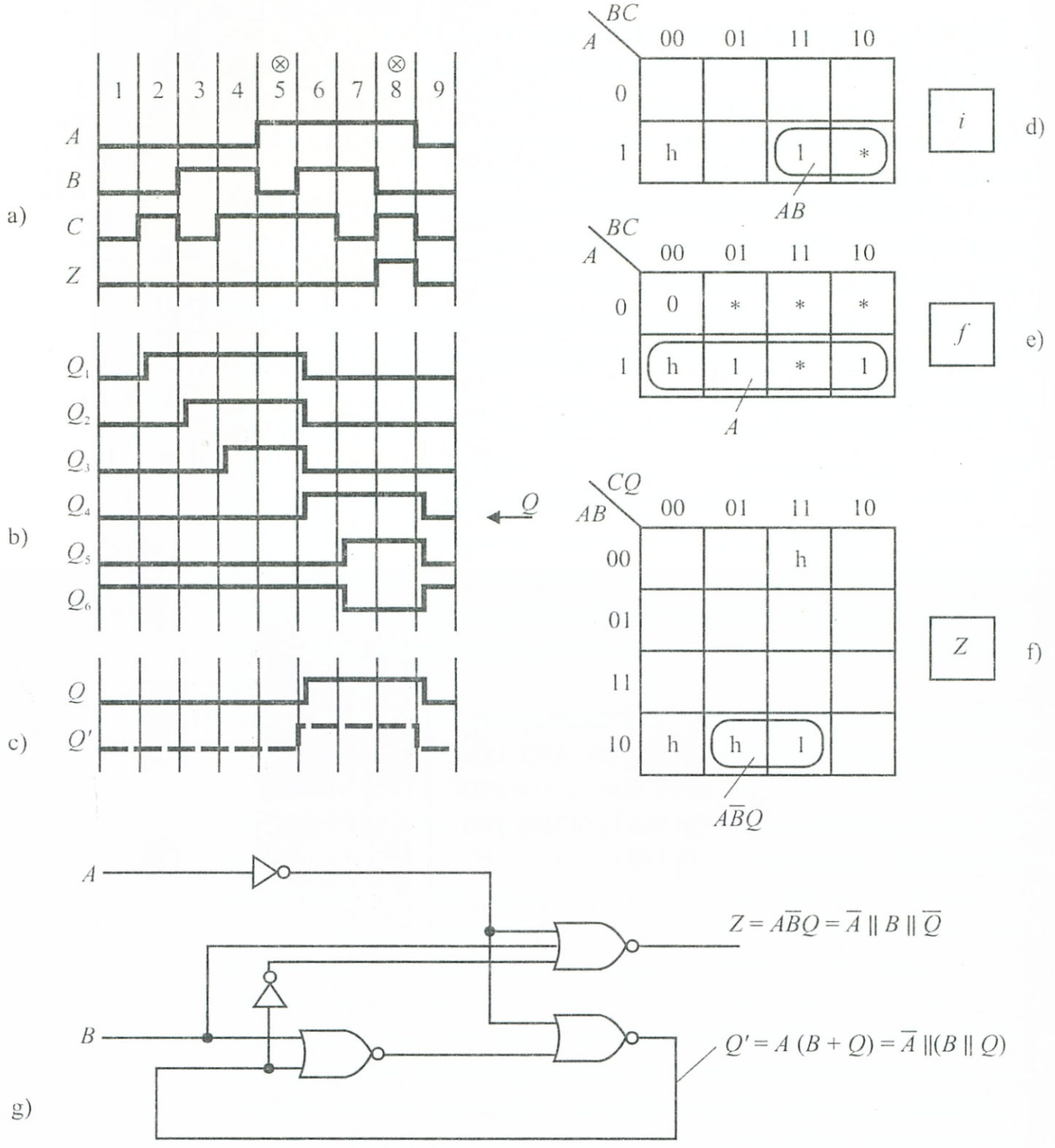
II. lépés: A „*Z*"-kimenet szempontjából megkülönböztetendő ütemek:

⑤ és ⑧

ezeket a diagramon „⊗"-gal jelöltük meg.

III. lépés: Az elvi felépítésre a feladatmegadás nem tesz megkötést. Válasszuk szabadon, a lehetséges elvi változatok közül a visszacsatoló-hurkos megoldást.

IV–V. lépés: A szekunder-változók idővonalának bejelölése az ütemdiagramba. A példa jellege olyan, hogy a két hely megkülönböztetéséhez elegendő *egy* szekunder-változó. Ennek felvételére nagyon sok lehetséges megoldás létezik. Néhány lehetőséget a 8-5b. ábrán feltüntettünk, mint látható, az 5. és 8. ütemek megkülönböztetése mindegyikkel biztosítható lenne. Válasszuk például a $Q_4 = Q$ változatot. Ezt a 8-5c. ábrán, a hozzátartozó Q'-szekunder gerjesztéssel együtt külön is feltüntettük.



8-5. ábra *Magyarázó ábra a 8.2. példához*

VI. lépés: A gerjesztési függvényt közvetlenül az ütemdiagramból is felírhatjuk, ha felismerjük, hogy ilyen jellegű feladatoknál felépítése az alábbi szerkezetű:

$$Q'(X_1, X_2, \ldots X_n, Q) = \overbrace{i(X_1, X_2, \ldots X_n)}^{I} + \overbrace{f(X_1, X_2, \ldots X_n)}^{F} \cdot Q \tag{8.3}$$

ahol az idővonal (I) *indítását* biztosító tranziens kombinációt: $i(X_1, X_2 \ldots X_n)$, míg a (F) *fenntartását* biztosító feltételeket

$$f(X_1, X_2 \ldots X_n) \cdot Q$$

szolgáltatja. Első látásra talán azt hihetnénk, hogy a „fenntartást" egymagában „Q" is elvégezhetné, de ekkor az idővonal „örökké" fennállna, ugyanis nem tudnák $f(X_1 \ldots X_n)$ inhibitálása révén, *külső beavatkozással* a kívánt ütemben megszakítani. A „fenntartást" emiatt kell két feltételhez kötnünk. Az elmondottak alapján, példánknál:

indítás: $i(A, B, C) = A \cdot B \cdot C$
fenntartás: $f(A, B, C) \cdot Q = (A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C) \cdot Q$

Vizsgáljuk meg az egyszerűsítés lehetőségeit is. Felrajzolva $i(A, B, C)$ *V–K* tábláját a 8-5d. ábra szerint, egyrészt bejelölhető határozatlan kombinációként az ütemdiagramban nem szereplő „100"-term, másrészt az előző „α" meggondolás szerint ugyancsak határozatlan kombinációinak tekinthetjük (*) indítás szempontjából, a fenntartás 7. ütemében szereplő „110"-term-et, amelyik az indítás előtti időszakban sehol sem fordul elő. Ez utóbbit tömbképzésre igénybevéve kapjuk:

$$i(A, B, C) = A \cdot B$$

Ezután felrajzolva 8-5e. szerint $f(A, B, C)$ *V–K* tábláját, itt is bejelölhető az előző „100". Továbbá a „β" meggondolás alapján a 9. ütem („000") kivételével a többi kombináció is (*) határozatlannak tekinthető a *fenntartási* feltétel szempontjából. Az itteni tömbösítés eredménye:

$$f(A, B, C) = A$$

Az egyszerűsített gerjesztési függvény végül is:

$$Q'(A, B, C, Q) = AB + AQ = A(B+Q)$$

Megjegyezzük, hogy fenti egyszerűsítéseket némi gyakorlattal, vizuális felismerés alapján közvetlenül az ütemdiagramból is elvégezhettük volna. Például $f(A, B, C)$-nél látható, hogy a fenntartás addig áll fenn, amíg „A", így erre az egyetlen változóra „rábízható".

VII. lépés: Kimeneti függvény felírása és egyszerűsítése. A 8-5f. táblába *ABC*–100 határozatlan kombinációt is berajzolva kapjuk a két egyenértékű, egyszerűsített alakot:

$$Z'(A, B, C, Q) = A \cdot \overline{B} \cdot Q$$

$$Z''(A, B, C, Q) = \overline{B} \cdot C \cdot Q$$

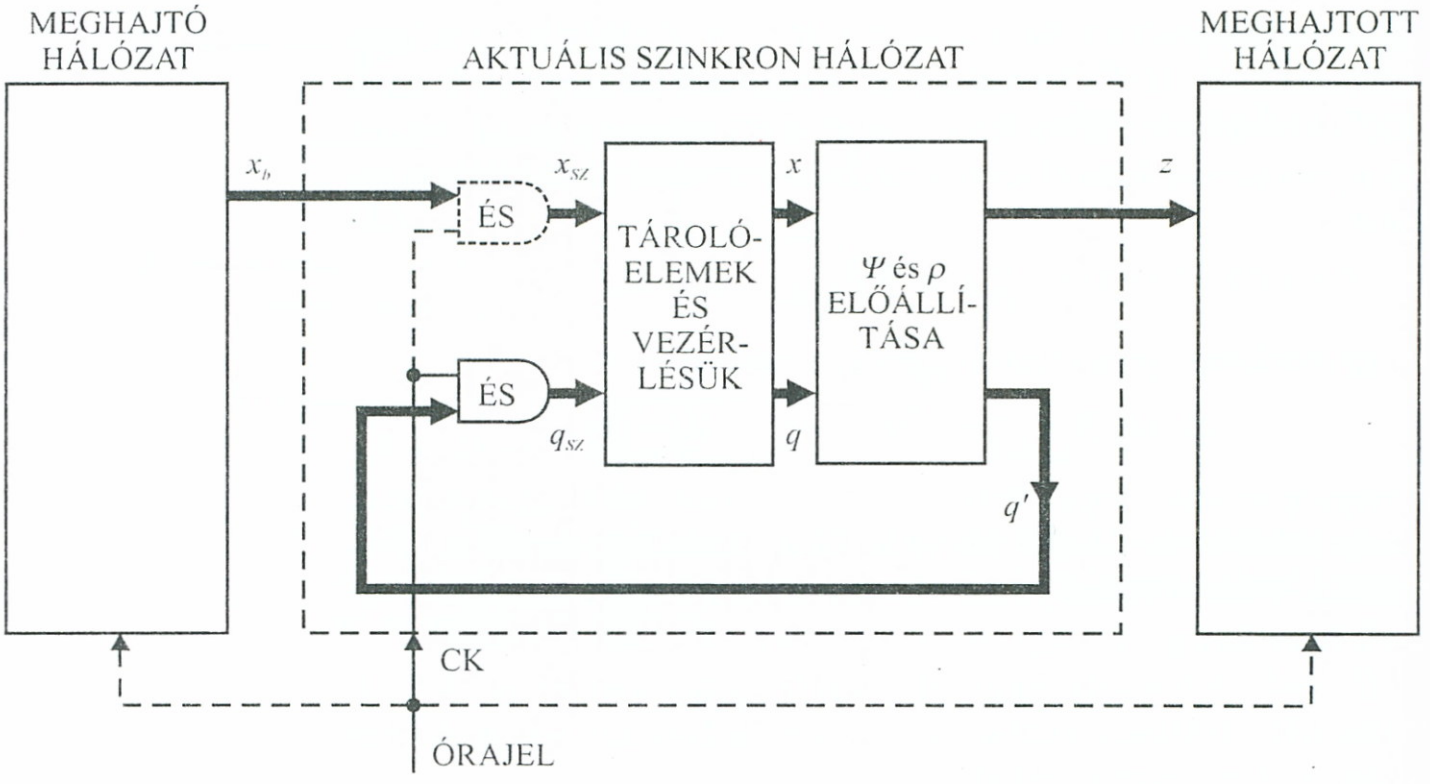
Ezek közül célszerűbb az elsőt megtartani, mivel „C" a gerjesztési függvényben sem szerepel, így a megoldásból teljesen kiküszöbölhető lesz.

VIII. lépés: Realizációs hálózatként egy NOR-logikás megoldást választottunk, és ezt a 8-5g. ábrán rajzoltuk fel.

8.2. Szinkron sorrendi hálózatok kialakítása

A szinkron hálózatok alapvető jellemzőivel már a 6.2.5. pontban foglalkoztunk. A tárolóelemek megismerése után most módunkban áll, hogy az ott felrajzolt elvi vázlatot (6-27. ábra) további részletekkel egészítsük ki és a tervezés szempontjából lényeges további meggondolásokat tegyünk.

A 8-6. ábrán szinkron *rendszer*be illesztve rajzoltunk fel egy szinkron-hálózatot. Mint láthatjuk, általános esetben a meghajtó és a meghajtott fokozat is órajel vezéreltek, és a zavartalan működés érdekében fel kell tételeznünk, hogy órajeleik frekvenciája, fázisa megha-



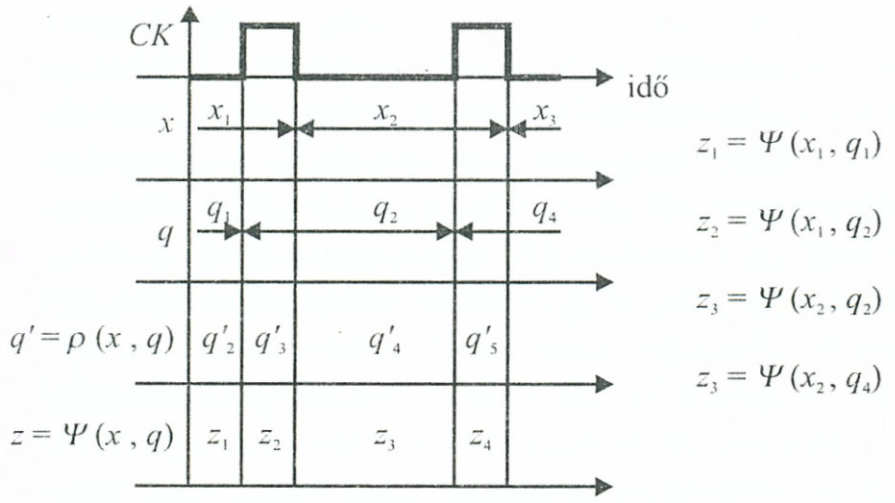
8-6. ábra *Szinkron rendszer és egy közbenső szinkron hálózat*

tározott összefüggésben van (gyakran megegyezik) a középső hálózat órajelének megfelelő jellemzőivel. A hálózat bemeneti (x_b) és belső (q') állapotaihoz rendelt jelek az órajel által megfelelő időfázisban engedélyezetten (x_{sz}, q_{sz}) tárolóelemekbe íródnak be, és az órajel elmúltával, a következő órajelig tárolva (x, q) szolgáltatják a (ψ) kimeneti-, és (ρ) belső-állapotfüggvények megoldásához szükséges információkat.

Az órajel aktív hosszának, illetve a tárolóelemek vezérlési tulajdonságainak megfelelő megválasztásával biztosítható, hogy a *visszacsatoló-hurokbeli* változások esetleges instabil-, gerjedési-, hazardjelenségei ne léphessenek fel és a viszonyok a szinkronizálásra vonatkozó korábbi megállapításoknak megfelelően alakuljanak. Ily módon a korábban zavaró instabil állapotok hasznosíthatókká válnak a szinkron-hálózat működésénél és az instabil–stabil megkülönböztetés lényegében értelmét veszti.

A rendszer üzemét úgy ajánlatos szervezni, hogy az újként érkező x_b *bemeneti állapotok* a következő órajel aktív szakasza előtt véglegesen kialakuljanak (pl. funkcionális hazardok már ne okozhassanak zavart). Ezt az időzítést már az összhangban dolgozó meghajtó hálózat biztosíthatja és gyakori, hogy az ábrán szaggatottan jelölt ÉS feltétel nem kerül beiktatásra.

A *kimeneti állapotok* kialakulásakor az x és q állapotok fáziseltérése következtében többféle z érték is felléphet, melyek értelmezésének időfázisát a tervezéskor rögzíteni kell és megvalósulására a realizációnál külön figyelmet kell fordítani (pl. a kimenet külön szinkronizálásával). A többféle z kialakulására mutat példát egy feltételezett Mealy-modellnél a 8-7. ábra, ahol látható, hogy amennyiben pl. x az órajel lefutására, q az órajel felfutására változik



8-7. ábra *A kimeneti viszonyok alakulása Mealy esetben*

x_1 ideje alatt: $z_1 z_2$

x_2 ideje alatt: $z_3 z_4$

kimeneti állapotok is jelentkezhetnek.

Moore-modell szerinti realizácinál a probléma egyszerűsödik, mivel a kimenetekre x változásai közvetlenül nem hatnak.

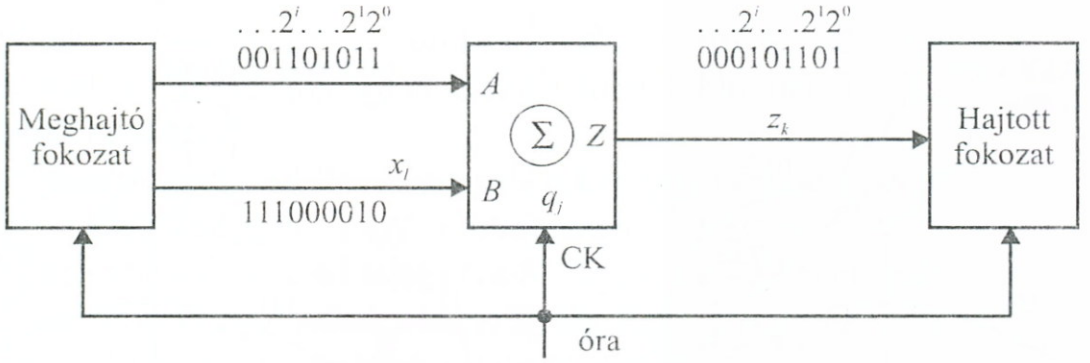
Az elmondottakból már következtethetünk arra is, hogy a szinkron-hálózat működésének sebességét az órajel frekvenciája fogja meghatározni, így működése általában lassúbb lesz, mint egy aszinkron hálózaté.

8.2.1. Teljesen meghatározott hálózatok

Szinkron hálózatok szisztematikus tervezésénél a 8.1. pont elvi meggondolásait követjük. Tekintsük át a tervezés során fellépő problémákat és a velük kapcsolatos teendőket – melyek egyben az így kialakuló algoritmus főbb lépéseit is kijelölik – egy bevezető példa keretében, melynek működését a kiinduló paraméterek teljesen és egyértelműen meghatározzák.

8.3. példa: Tervezendő egy soros bináris összeadó-áramkör, mely a 8-8a. ábra elrendezésének megfelelően a meghajtó fokozatnál órajel ütemenként érkező $A_i B_i$ helyérték-párok bináris összeadását végzi el, és a Z_i eredményt ugyancsak órajel ütemenként a hajtott fokozat felé továbbítja további felhasználásra.

A két-operandusos bináris összeadás műveleti táblázatait a funkcionális egységek összeadókkal foglalkozó fejezetében összefoglaltuk. Példánkban a beérkező két i-edik operandus mellett még figyelembe kell vennünk az előző helyértékpár összeadásakor keletkezett C_i átvitelt is, emiatt a lehetséges esetek a 8-8b. ábra táblázata szerint fognak alakulni. A soros üzemmódból kifolyólag a helyértékek i indexeit *idő–ütem*-indexeknek is tekinthetjük, amiből előrelátható, hogy az előző helyérték-átvitelt az áramkörben majd tárolnunk kell a következő ütemig, így a feladatmegoldás szükségképpen sorrendi hálózatra vezet. Ennek megtervezésére a 8.1. pontban elmondottak értelmében első lépésben egy automatát kell konstruálnunk, melyről most, a kiinduláskor tételezzük fel, hogy a tervezendő hálózat által előállítandó C és Z minden lehetséges kombinációját lefedve a 8-8c. ábra szerinti négy belső állapottal rendelkezik. Lehet, hogy ez a feltételezésünk később redundánsnak bizonyul és a 8.1. pontban ugyancsak említett állapot-minimalizálás végrehajtása során ekvivalens állapotokat is találunk, de kezdetben mindig célszerű olyan *előzetes (primitív) auto-*



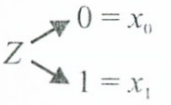
a) blokkvázlat

x_i				
A_i	B_i	C_i	C_{i+1}	Z_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

b) Bináris összeadás áthozattal és átvitellel

C_i	Z_i	q_i
0	0	q_0
0	1	q_1
1	0	q_2
1	1	q_3

c) Felvett belső állapotok

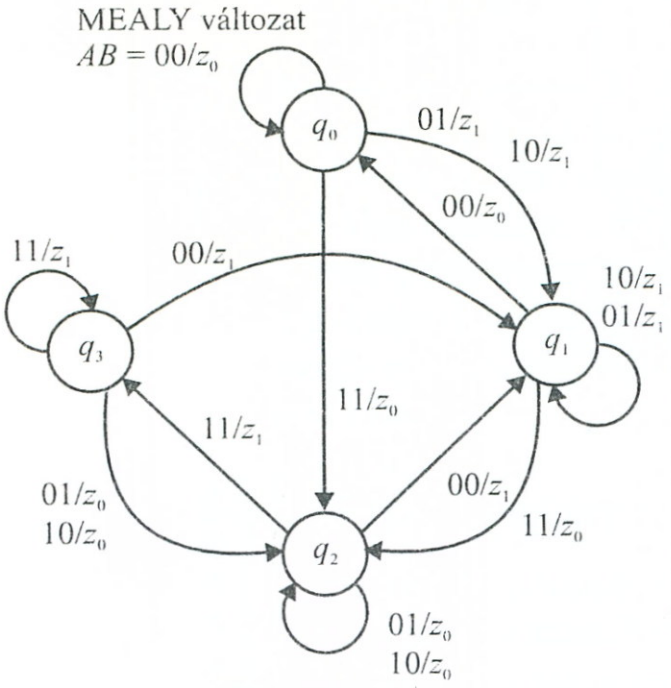


8-8. ábra *Soros bináris összeadó*

matából kiindulnunk, mely a specifikált feladatot biztosan lefedi és ennek szisztematikus egyszerűsítésével eljutni az SH_{min} felírásához.

A feladatmegoldás következő lépése annak eldöntése, hogy automatánkat Mealy vagy Moore-modell szerint építsük-e fel, mivel mind a teendők, mind a kapott megoldás a két esetben eltérő lehet.

Példánkban, a tapasztalatszerzés érdekében párhuzamosan mindkét utat végigjárjuk. A Mealy és Moore modellekkel kapcsolatban a 6.1.1. és 6.1.2. pontokban elmondottak, valamint a példa 8-8. és 8-9. ábráira támaszkodva összeállítottuk a két modell előzetes állapotgráfjait. Ez például a Mealy-modellnél (8-9a. ábra) úgy történt, hogy lépésről lépésre minden egyes q_i belső állapotot kiindulási pontnak tekintve az összes AB–00, 01 stb. bemeneti kombinációra nézve megvizsgáltuk a 8-9b. táblázat által megkívánt állapot-átmeneteket, majd ezeket a gráfon esetről esetre bejelöltük. Például a q_0–00 belső állapotból kiindulva AB–00 bemenetnél újra q_0-ba jutottunk (mivel q_0-nál nem volt átvitel, és $A_i+B_i+C_i = 0+0+0$: $C_{i+1} = 0$-át, $Z_i = 0$-át eredményez), a keletkezett kimeneti értékek pedig az átmeneti ág mellett kerültek feltüntetésre a 6-8. ábra definíciójának megfelelően. $AB = 01$ esetén ($A_i+B_i+C_i = 0+1+0$: $C_{i+1} = 0$, $Z_i = 1$) a q_1 állapotba, $AB = 10$-nál

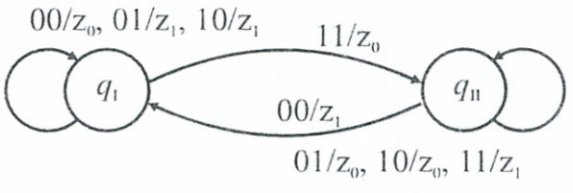


a)

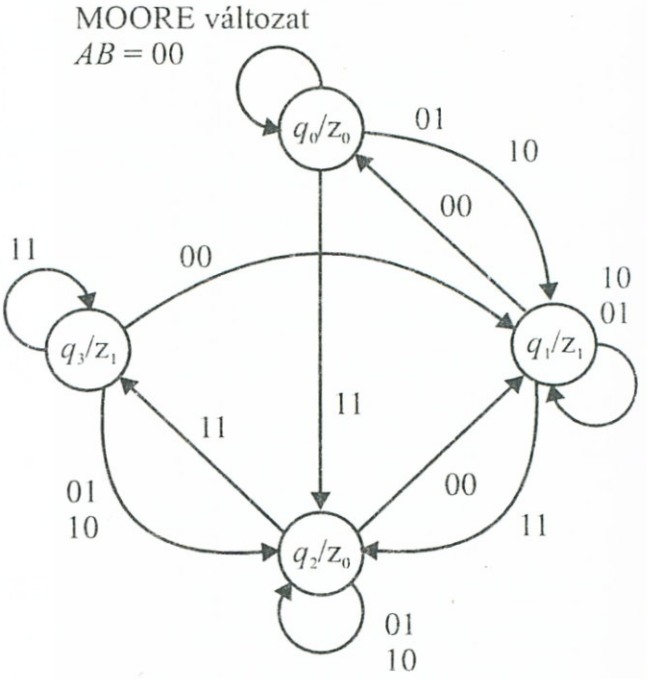
q \ AB	x_0 00	x_1 01	x_3 11	x_2 10
q_0	q_0/z_0	q_1/z_1	q_2/z_0	q_1/z_1
q_1	q_0/z_0	q_1/z_1	q_2/z_0	q_1/z_1
q_3	q_1/z_1	q_2/z_0	q_3/z_1	q_2/z_0
q_2	q_1/z_1	q_2/z_0	q_3/z_1	q_2/z_0

b)

q \ AB	x_0 00	x_1 01	x_3 11	x_2 10
q_1	q_1/z_0	q_1/z_1	q_{II}/z_0	q_1/z_1
q_{II}	q_1/z_1	q_{II}/z_0	q_{II}/z_1	q_{II}/z_0



c)



d)

q \ AB	x_0 00	x_1 01	x_3 11	x_2 10
q_0	q_0/z_0	q_1/z_0	q_2/z_0	q_1/z_0
q_1	q_0/z_1	q_1/z_1	q_2/z_1	q_1/z_1
q_3	q_1/z_1	q_2/z_1	q_3/z_1	q_2/z_1
q_2	q_1/z_0	q_2/z_0	q_3/z_0	q_2/z_0

e)

8-9. ábra *Mealy és Moore modell-változatok bináris összeadóhoz*

q_1-be, végül $AB = 11$-nél q_2-be jutottunk, $C_{i+1}\ Z_i = 01$, ill. $C_{i+1}\ Z_i = 10$ keletkezése mellett. Hasonlóképpen alakult ki a többi belső állapot-csomópont környezete is.

A Moore-modell gráfja (8-9d. ábra) erős rokonságot mutat az előzővel, azzal a különbséggel, hogy a kimenetek – melyek a (6.7) összefüggés szerint csak a belső állapotoktól függenek – közvetlenül a megfelelő csomóponthoz voltak rendelhetők. Ezek a kimenetek a kiinduláshoz érvényes kimeneteknek felelnek meg.

Az állapotgráfok összeállításával fontos lépésen jutottunk túl, mert egyik lehetséges leírásmódban – matematikailag szabatosan jellemezve – megalkottuk a feladathoz illeszkedő automatát. Ez a jelenlegi modell, amennyiben ebben a stádiumban realizálnánk, már megadhatná a feladatmegoldó áramkört.

Az optimális kialakítás érdekében a 8.1. pont szellemében továbblépve, ezután meg kell kísérelnünk, hogy egy állapotminimalizált ekvivalens SH_{min} megoldást találjunk. Az állapot-minimalizáláshoz az állapotgráfból kiindulva, célszerű kitölteni az automata Huffmann tábláját, melyet a Mealy esetre a 8-9b., a Moore esetre a 8-9e. ábrák mutatnak. Megfigyelhető, hogy a Moore esetnél egy-egy *qi*-vel jellemzett sorban a kimenetek azonos értékűek, ezért ezek a 6-10b. ábra értelmében egy külön oszlopvektorba is kiemelhetők lennének.

A Mealy eset Huffmann tábláját szemlélve szembeötlő, hogy a q_0–q_1 és a q_2–q_3 állapotpárok sorai mind a következő belső állapotok, mind a kimeneti állapotok szempontjából teljes egybevágóságot mutatnak, azaz kielégítik a (8.1) ekvivalencia-feltételt. Az ekvivalens állapotok egyike az automata leírásánál felesleges, elhagyásuk után egy *egyszerűsített állapottáblához* jutunk a 8-9c. ábrának megfelelően, melyen az új, *egyszerűsített állapotgráfot* is feltüntettük. A Moore eset állapottábláján nem találunk ekvivalens állapotokat, ami várható is volt, mivel Moore-modellnél a kimenetek értékét mindig a mindenkori belső állapotok jelölik ki, így a megkülönböztetésekbe a bemeneti állapotok nem „segíthetnek" be, és emiatt a négy belső állapotra szükség van.

A lehetséges állapot-összevonások elvégzése után eljutottunk a tovább már nem egyszerűsíthető SH_{min} modellhez, melyet az áramköri realizáció céljára még tovább fogunk alakítani. A realizációs hálózatnál az automata állapotait *kétértékű* logikai változókkal kódoltan kell kifejeznünk, ezért „*s*" számú kódolandó táblázatbeli állapot jellemzéséhez

$$m \geq {}^2\log s \ (m \text{ egész szám}) \qquad (8.4)$$

„*m*" darab logikai változó szükséges. Mivel a belső állapotokat kódoló szekunder-változókat itt a szinkron-hálózatnál tárolóelemek állítják elő, ezért az „*m*"-érték egyben a tervezendő hálózatba beépítendő tárolóelemek számát is megadja. Mint a végleges állapottáblákról leolvasható, a szükséges tárolóelemek (szekunder-változók) száma:

Mealy esetben: $m_{ME} = {}^2\log 2 = 1\ (Q)$
Moore esetben: $m_{M0} = {}^2\log 4 = 2\ (Q_1, Q_2)$

A következő lépésben el kell végeznünk az automata-állapotok és a szekunder-változók lehetséges kód-kombinációinak összerendelését az ún. *állapotkódolás*t. Ennek szisztematikus elvégzésével a későbbiekben külön foglalkozunk, most példánknál „önkényesen" az alábbi:

{belső állapot} ↔ {szekunder-változó kombináció} (8.5)

összerendelést választottuk (lásd: 8–10. ábra felső része):

A kódolt állapotokat ezt követően behelyettesíthetjük a megfelelő SH_{min} állapottáblákba, melynek eredményeként az ún. *kódolt állapottábláh*oz jutunk (8-10a., ill. 8-10b. ábrák). A kódolt állapottáblát már úgy is tekinthetjük, mint egy gerjesztési táblát, mely a keresett realizációs hálózatra vonatkozik. Ennek kiértékelése előtt egy újabb döntést kell megtennünk: meg kell választanunk azt a tárolóelem-típust, melyet a realizációnál fel kívánunk használni. A 6.3. pontbeliek alapján tudjuk, hogy bármelyik típust választva (a funkcionális teljesség miatt) a feladat megoldható. Mivel szisztematikus eljárás a kiválasztás-

Mealy eset: $q_I : Q = 0$, $q_{II} : Q = 1$ } egy tárolóelem

Moore eset: $q_0 : Q_1Q_2 = 00$, $q_1 : = 01$, $q_2 : = 10$, $q_3 : = 11$ } két tárolóelem

a)

Q \ AB	00	01	11	10
0	$0/0$	$0/1$	$1/0$	$0/1$
1	$0/1$	$1/0$	$1/1$	$1/0$

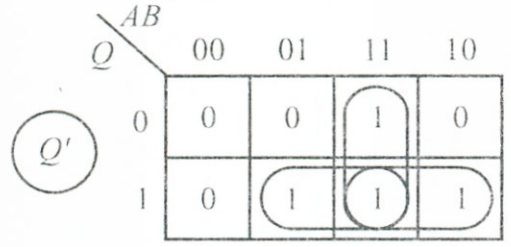
Mealy eset

b)

Q_1Q_2 \ AB	00	01	11	10
00	$00/0$	$01/0$	$10/0$	$01/0$
01	$00/1$	$01/1$	$10/1$	$01/1$
11	$01/1$	$10/1$	$11/1$	$10/1$
10	$01/0$	$10/0$	$11/0$	$10/0$

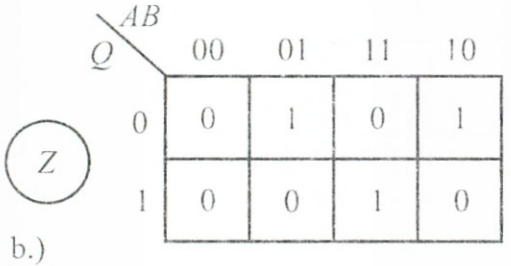
Moore eset

8-10. ábra *Kódolt állapottáblák*



a.)

$$D = Q' = f_D(A, B, Q) =$$
$$= A \cdot B + Q \cdot B + Q \cdot A$$



b.)

$$Z = f_Z(A, B, Q) =$$
$$= \overline{A}\,B\,\overline{Q} + A\,\overline{B}\,\overline{Q} + \overline{A}\,\overline{B}\,Q + A\,B\,Q =$$
$$= \overline{A}\,(B\,\overline{Q} + \overline{B}\,Q) + A\,(\overline{B}\,\overline{Q} + B\,Q) =$$
$$= A \oplus (B \oplus Q) = A \oplus B \oplus Q$$

8-11. ábra *Mealy eset jellemző függvényei*

hoz nem áll rendelkezésre és a kapott megoldás bonyolultsága esetenként igencsak függhet a tárolóelem-típustól, ezért a tervezési gyakorlatban rendszerint több változatot is megvizsgálnak. Több tárolóelem alkalmazása esetén a különféle típusok vegyesen is előfordulhatnak. Példánkban pl. a *D* tárolós megoldást választva, a bemenetek működtető függvényeinek előállítása adódik következő lépésként, melynek során a gerjesztési táblákat belső-, és kimeneti állapottáblákra választjuk szét, majd a működtető függvények felírásához a *6.15. Példa* megoldása során alkalmazott táblázatos egyenletmegoldást végezzük el – az éppen alkalmazott tárolóelem 6-33. ábrán megadott működési táblázatát figyelembevéve.

Mealy-esetre alkalmazva az elmondottakat, a gerjesztési táblát a 8-11a., a kimeneti táblát a 8-11b. ábrán rajzoltuk fel. *D*-tárolóról lévén szó, a 2. fejezetbeli 2-25. ábra alapján érvényes a következő összefüggés:

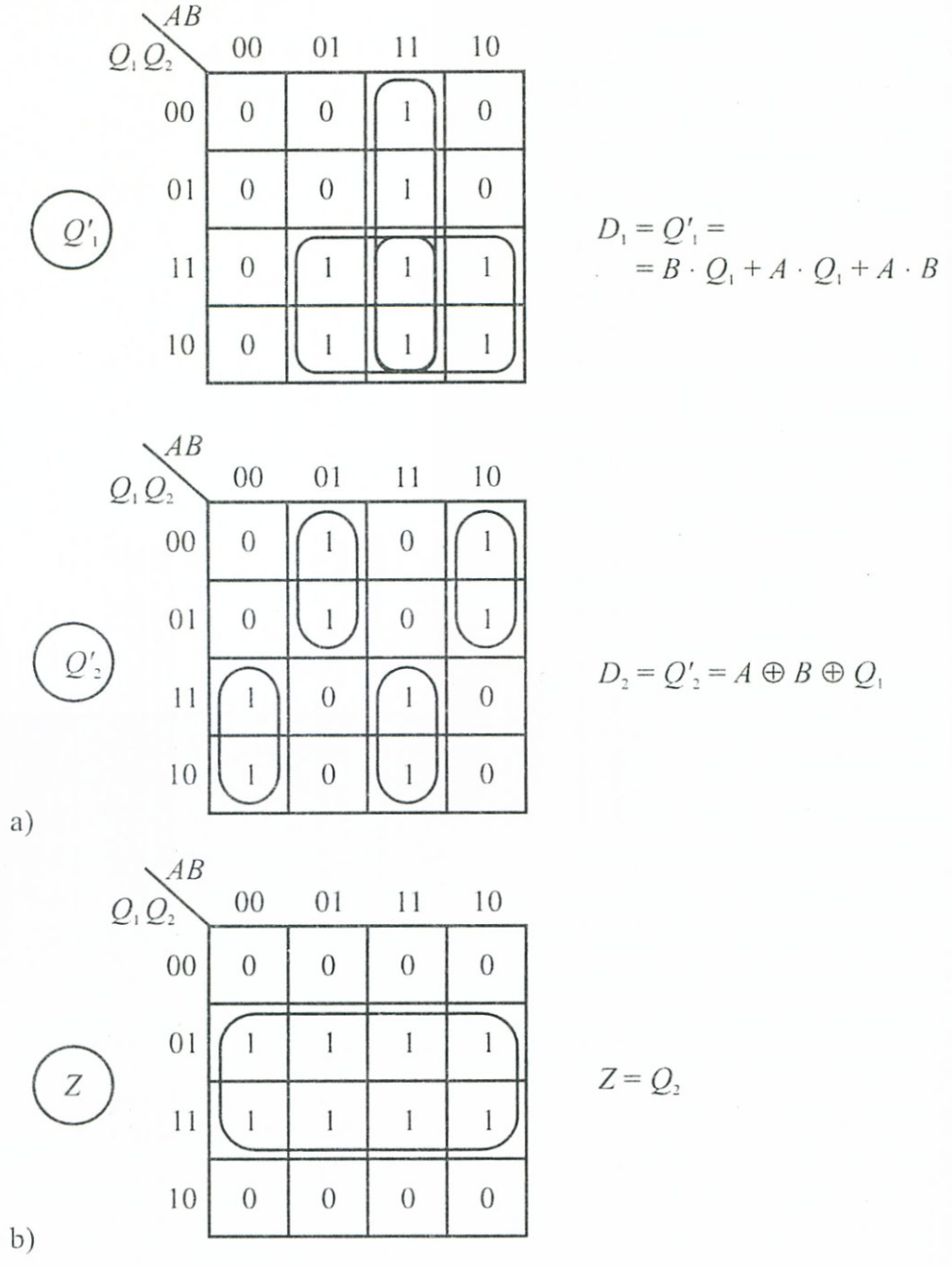
$$D = Q',$$

azaz a *D* tároló bemeneti működtető függvényét a gerjesztési táblából közvetlenül előállíthattuk minimál alakban, így speciálisan ennél a tároló típusnál az említett táblázatos egyenletmegoldást megkerülhettük.

A kimeneti függvény jellegénél fogva tömbösítéssel nem minimalizálható, de (mint az ábrából kitűnik) egy háromváltozós antivalencia-függvényre visszavezethető.

A Mealy-modellre alapozott realizációs hálózatot a 8-13a. ábrán rajzoltuk fel.

Moore-esetre ugyancsak végigcsinálva az előzetesen elmondottakat, a gerjesztési- és kimeneti függvényeket a 8-12a. és 8-12b. ábrá-



8-12. ábra *Moore eset jellemző függvényei*

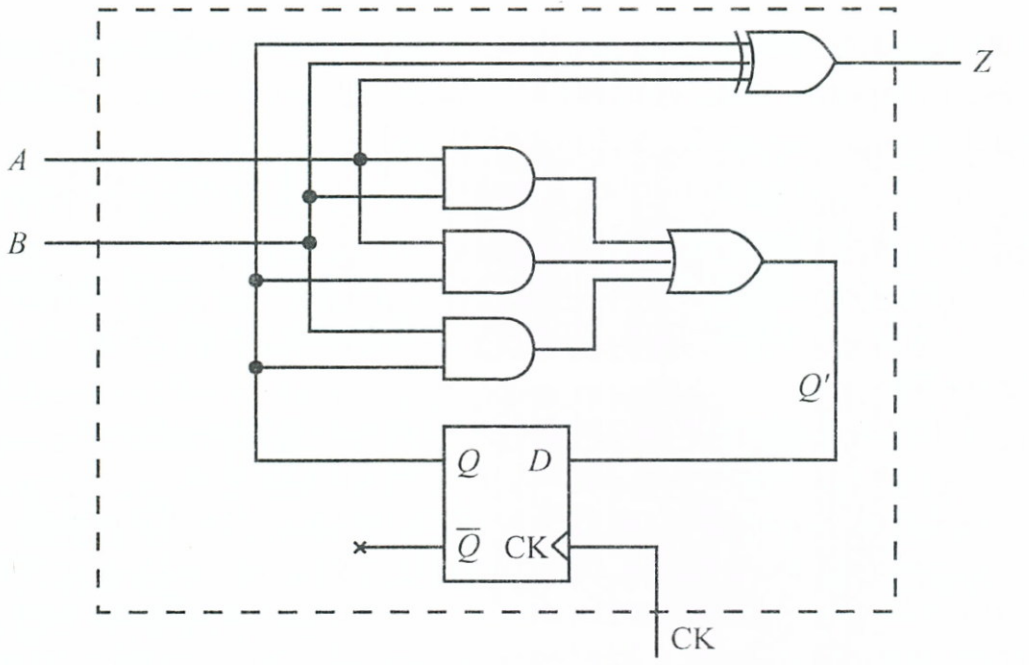
kon állítottuk elő, itt is felhasználva a *D*-tárolókra érvényes, előzőleg ugyancsak alkalmazott összefüggést.

A realizációs hálózat a 8-13b. ábrán került felrajzolásra.

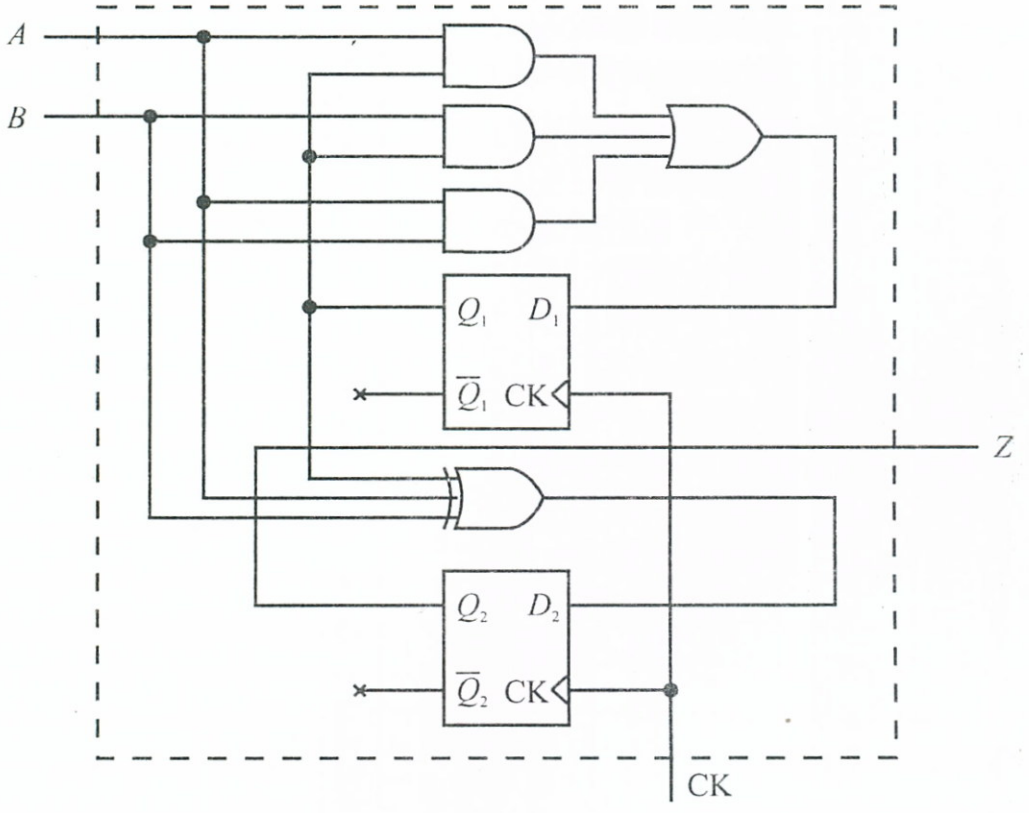
Az alkalmazott tárolóknál – mint a szimbólumból is kitűnik – feltételeztük, hogy órajel felfutásra billennek mindkét esetben.

A tervezés főbb lépései: (8.6)

Az előző példa tapasztalatait felhasználva, összefoglalhatjuk a szisztematikus szinkron hálózattervezés főbb lépéseit.



a) Mealy realizáció



b) Moore realizáció

8-13. ábra *A 8.3. példa realizációs változatai*

I. lépés: A megoldandó feladat egyértelmű specifikálása, a követendő automata modell megválasztása, majd az ún. előzetes (primitív) állapotgráf, illetve állapottábla összeállítása.

II. lépés: A feltehetően redundáns előzetes állapottábla egyszerűsítése (állapotok összevonása) a teljesen, ill. részben meghatározott esetek adottságainak figyelembevételével.

III. lépés: Állapotkódolás, a legkedvezőbb állapotkód kiválasztása és a kódolt állapottábla kitöltése.

IV. lépés: Felhasználandó tárolóelem-típus(ok) megválasztása.

V. lépés: Tárolóelemek működtető függvényeinek felírása, egyszerűsítése.

VI. lépés: Kimeneti függvény(ek) felírása, egyszerűsítése.

VII. lépés: Realizációs logikai hálózat felrajzolása.

Az egyes lépésekhez néhány további megjegyzést fűzhetünk:

A specifikálási teendők rendkívül figyelmes munkát igényelnek, mert hibás vagy pontatlan kiindulás esetén a kapott hálózat nem fog mindenben megfelelni a kérdéses feladatnak. Nem mindig teljesen egyértelmű kiinduláskor az sem, hogy melyik automata modellre kedvezőbb alapoznunk a további lépéseket. A specifikáció folyamán válik nyilvánvalóvá, hogy teljesen, vagy részben meghatározott esettel kerültünk-e szembe, ez – mint a *II. lépés*sel kapcsolatban később látni fogjuk – más utat jelöl ki az egyszerűsítésnél. Kiinduláskor az állapotgráf felrajzolása gyakran el is maradhat.

Az állapotkódolás helyes megválasztása lényegesen egyszerűsítheti a hálózatot és kihatással lehet a megbízhatóbb működésre is. Sajnos, egyértelműen optimális megoldást nyújtó szisztematikus módszert nem fogunk tudni bemutatni, ezért az egyes cégek gyakran fordulnak a többféle variációs lehetőség számítógépes szimulációval történő „kipróbálásához", és a kapott megoldások kiértékelése után döntenek a végleges változatról. Egy későbbi pontban, ennek ellenére bemutatunk szisztematikus módszert, de ez nem biztos, hogy az abszolút optimális megoldást eredményezi.

Az alkalmazandó tárolóelem(ek) típusa ugyancsak kihatással van a hálózat egyszerűbb felépítésére. Sajnos itt sem ismeretes egyértelmű szisztematikus eljárás, a helyzetet tovább bonyolítja, ha a különféle típusokat vegyesen alkalmazzuk.

A tárolóelemek működtető függvényeinek, valamint a kimeneti függvény(ek) meghatározásánál logikai egyenletmegoldást és a kombinációs hálózatoknál alkalmazott minimalizálási és függvény-transzformálási módszereket alkalmazhatunk.

A realizációs hálózat végső formája alkalmazkodik a rendelkezésre álló áramkörkészlethez.

Az állapottábla egyszerűsítése teljesen meghatározott automata esetében

Az állapottábla egyszerűsítéssel kapcsolatban már tettünk általános elvi meggondolásokat a 8.1. pontban, és mint ott láttuk, a teljesen és részben meghatározott hálózatok esetében különböző szempontokat kellett mérlegelnünk. A következőkben e meggondolásokon alapuló állapottábla-egyszerűsítési módszerekkel foglalkozunk.

Mint az előbb említett 8.1. pontban megállapítottuk: teljesen meghatározott automatánál, ha két belső állapotról ki tudjuk mutatni azok *ekvivalensségét,* akkor ezek közül egyik elhagyható lesz és így a sorok száma is csökken. Szinkron-hálózatunk esetére alkalmazva a (8.1) összefüggéseket kimondhatjuk, hogy két „q_i", „q_j" állapot akkor lesz ekvivalens, ha

– a hozzájuk tartozó következő (t+1 ütembeli) állapot azonos minden bemeneti állapot mellett, és
– a hozzájuk tartozó kimeneti állapot is azonos minden bemeneti állapot mellett.

(8.7)

Ezt az ekvivalencia-vizsgálatot minden lehetséges állapot-párosításra el kell végeznünk az állapottáblázatnál.

A vizsgálat során felhasználjuk a következő tulajdonságokat: minden állapot önmagával ekvivalens (reflexív); ha $a = b$, akkor ez fordítva is igaz (szimmetrikus); és ha két, egymással ekvivalens állapot közül az egyik egy harmadikkal ekvivalens, akkor a másik is ekvivalens a harmadikkal (tranzitív tulajdonság). Az ekvivalens állapotokat *ekvivalencia-osztályokba* csoportosíthatjuk és egy ilyen ekvivalencia-osztály akkor *maximális,* ha már további újabb állapotot nem tud befogadni. A teljesen meghatározott hálózat maximális ekvivalencia osztályai *diszjunkt* tulajdonságúak, azaz az automata minden állapota csak egy osztályban szerepelhet. Az összevont állapottábla állapotait a maximális ekvivalencia osztályok fogják alkotni.

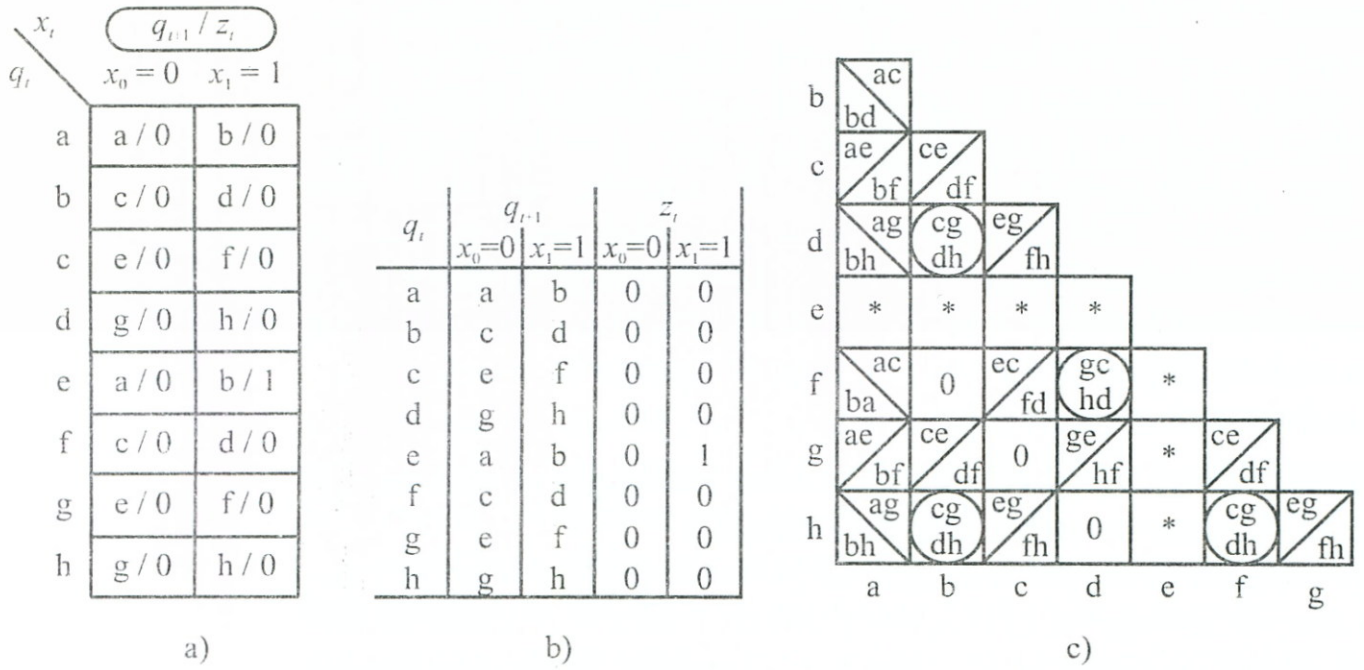
Fentiek alapján végeztük el a *8.3. Példa*beli Mealy-modelljénél a 8-9b. és 8-9c. ábrákkal kapcsolatos állapotminimalizálást. Itt az ekvivalens állapotok „ránézésre" felismerhetők voltak.

Az ekvivalenciák nem mindig ismerhetők fel ilyen könnyen, továbbá nagyszámú elem páronkénti összehasonlításánál a viszonyok már nehezen kézbentarthatók, ilyenkor szisztematikus módszereket alkalmazunk. Ezek közül az alábbiakban kétfélét mutatunk be példákon keresztül:

a) Lépcsős, táblázatos módszer

8.4. példa: Egyszerűsítsük ha lehet a 8-14a. ábrán látható, majd célszerűségi okokból a 8-14b. ábra szerinti ún. „rovatos" formátumba átrendezett állapottáblázatot, mely $p = 8$ sorból áll.

A „korábbi", ill. „későbbi" változó értékek kihangsúlyozása érdekében – ha szükséges – alkalmazzuk a t, ill. t+1 indexelés-formát is, mint ezt most a 8-14b. rovatos állapottáblában is megtettük.



a)

q_t	$x_0=0$	$x_1=1$
a	a / 0	b / 0
b	c / 0	d / 0
c	e / 0	f / 0
d	g / 0	h / 0
e	a / 0	b / 1
f	c / 0	d / 0
g	e / 0	f / 0
h	g / 0	h / 0

b)

q_t	q_{t+1} $x_0=0$	q_{t+1} $x_1=1$	z_t $x_0=0$	z_t $x_1=1$
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	e	f	0	0
d	g	h	0	0
e	a	b	0	1
f	c	d	0	0
g	e	f	0	0
h	g	h	0	0

c)

g	
f	fh
e	fh
d	fh, dh, df
c	fh, dh, df, cg
b	fh, dh, df, cg, bh, bf, bd
a	fh, dh, df, cg, bh, bf, bd

d)

a ≡ a : a

b ≡ d ≡ f ≡ h : b

c ≡ g : c

e ≡ e : e

e)

q_t	q_{t+1} $x_0=0$	q_{t+1} $x_1=1$	z_t $x_0=0$	z_t $x_1=1$
a	a	b	0	0
b	c	b	0	0
c	e	b	0	0
e	a	b	0	1

f)

8-14. ábra *Állapotminimalizálás lépcsős táblával*

α) Az állapotok összehasonlítása során szükségképpen elvégzendő párosítások száma: $\binom{p}{2}$. Ez már jelenlegi példánknál is, ahol az állapotok száma $p = 8$, $\binom{8}{2} = 28$, meglehetősen nagyszámú és nehezen áttekinthető esetet jelent. A lépcsős táblázatban az összehasonlított párokat rendszerezhetjük és szisztematikusan értékelhetjük.

β) A lépcsős táblázat felépítését a 8-14c. ábrán tanulmányozhatjuk. A táblázat minden sorához és oszlopához egy-egy összehasonlítandó állapotot rendelünk. A soroknál az első, az oszlopoknál az utolsó állapot nem szerepel, így a cellák száma valóban $\binom{p}{2}$, azaz jelenleg 28.

A kitöltésnél a redundáns állapottáblából indulunk ki, és végigpróbálva minden párosítást a cellákba bejelöléseket teszünk a következő módon:

* – jelet teszünk, ha összeegyeztetés nem lehetséges. Ilyen esetre példa „e" és „f" összepárosítása, ahol különbözőek a kimenetek és a bemeneti vezérlések hatására is eltérő állapotok keletkeznek, de ilyen pl. „e" és „a" is, ahol csak a kimenet tér el.

o – jelet teszünk, ha az összeegyeztetés minden feltétel nélkül lehetséges. Ilyen eset például a „b" és „f" párosítás, ahol a kimenetek azonosak és a (t+1)-edik állapotok is feltétlenül azonosak lesznek. (8.8)

betűk – beírására kerül sor abban az esetben, ha az összeegyeztetés csak meghatározott feltételek mellett lehetséges. Például „c" és „d" összeegyeztethetőségének feltétele az, hogy „e" és „g", ill. „f" és „h" azonosnak legyen tekinthető, azaz páronként szintén összeegyeztethetők legyenek. Ezeket a feltételeket az állapotjelző betűknek a megfelelő cellában való feltüntetésével fejezzük ki a táblázaton. Ez az ún. *feltételes ekvivalencia* esete.

γ) A kitöltés befejeztével megvizsgáljuk a táblázatot, hogy nem szerepelnek-e valahol feltételként olyan betűpárok beírva, melyekhez

tartozó sor, ill. oszlop találkozásánál elhelyezkedő cellában * szerepel. Például, ha valahol szerepelne „ae" beírás, mint feltétel, akkor az ehhez a cellához tartozó feltételes ekvivalenciájú sor, ill. oszlop-elemek nem lennének összeegyeztethetők, mivel az „e" sor és „a" oszlop találkozásánál elhelyezkedő cellában lévő * az „e" és „a" azonosságot (az ekvivalencia feltételeit) kizárja. A fenti művelet révén érintett cellát ezután úgy tekinthetjük, mintha *-os lenne. Egy ilyen „új" *-os cella keletkezése további kizáró feltételeket teremt, melyeket figyelembevéve újabb és újabb cellákat *-ozhatunk ki. Az így közvetetten kieső cellákat a 8-14c. ábrán ferde áthúzással jelöltük.

Fenti kizárási processzus lefolytatása után a megmaradt érintetlen cellák már összeegyeztethető állapotokat fognak jellemezni.

δ) Ezután a c. ábrán oszloponként jobbról–balra haladva, lépésről lépésre „kigyűjtjük"a lépcsős táblázatból a megmaradt cellákkal jellemzett összeegyeztethető állapotokat. Evégből elkészítjük a 8-14d. ábra szerinti táblázatot, melyben felülről lefelé haladunk kitöltéskor.

A példának megfelelően a „g" sor üres, mert a „g" oszlopoban nincs ekvivalencia. Az „f" oszlopban „f" összeegyeztethető „h"-val, mivel sor–oszlop találkozáspontjukban egy megmaradt feltételt tartalmazó cella szerepel. Ezért a d. ábra „f" sorába beírtuk az „fh" két összeegyeztethető elemet. Tovább haladva a lépcsős táblázatban jobbról–balra, az „e" oszlopban nincs összeegyeztetést jellemző cella, ezért ide csak a korábbi „fh" eredményt írjuk be.

A „d" oszlopoban a „o" jelölés és egy megmaradt cella „dh" és „df" összeegyeztethetőségeket eredményezi, ezért a d. ábra „d" sorába a tovább vitt, korábbi „fh" mellé e két újabb állapotpár is bekerül. A „c" oszlopnál „cg" eredményez bővülést, „b" oszlopban pedig „bf", „bh", „bd" elemek jelentkeznek. Az „a" oszlopban nincs összeegyeztethetőség, így ez már nem hoz változást. Az összehasonlítás eredményeként kapott ekvivalencia-párokat a nem összehasonlítható „a" és „e" állapotokkal kiegészítve kapott ekvivalencia osztályból a: reflexivitás, szimmetria, tranzitivitás tulajdonságok felhasználásával tovább próbálunk lépni *maximális ekvivalencia-osztály* előállítása érdekében oly módon, hogy az osztály elemeit lehetőség szerint bővítjük. Kapott eredményünk a 8-14e. ábráról olvasható le. Mint látható, az elemek diszjunkt tulajdonságot mutatnak. A velük képzett új állapotokat az ABC-ben közülük legelőbb levőről elnevezve, végül a 8-14f. ábra szerinti egyszerűsített állapottáblát kaptuk, mely eredmény igen „hasznos", mivel (8.4) értelmében a kiinduló táblázat realizálásához 3 db tárolóelem, az egyszerűsítetthez viszont csak 2 db tárolóelem szükséges.

A példában követett módszer még tartalmazott némileg szubjektív elemeket is, ezért bonyolultabb esetekben célszerű a következőkben bemutatott, kissé fáradságosabb, szisztematikus módszert alkalmazni a maximális ekvivalencia osztályok előállítása érdekében.

8.5. példa: Keressük meg szisztematikus úton a 8-14c. ábrán látható lépcsős táblázatból kiindulva a maximális ekvivalencia osztályokat.

Első lépésben feltételezzük, hogy a primitív állapottábla valamennyi kiinduló állapota egyetlen maximális osztály, majd az ekvivalencia-feltételek *nem teljesülése* alapján (a lépcsős táblát szemlélve) lépésről lépésre kizárjuk az ellentmondásos helyzeteket.

Kiindulás: (abcdefgh)

A 8-14c. lépcsős tábla oszlopait balról–jobbra követve, oszlopon belül, felülről lefelé haladva, lépésenként végezzük el a kiértékeléseket:

„a" oszlop:

mivel: a ≠ b, ezért a kiinduló-osztály nem létezhet, olyan osztály(ok) viszont igen, ahol „a" és „b" nem szerepelnek együtt, így a kiindulás szétbomlik az alábbiakra:

(acdefgh) (bcdefgh)

– a ≠ c: hasonlóan az előző mozzanathoz az „a" és „c"-t tartalmazó osztályt tovább kell bontanunk:

(adefgh) (~~cdefgh~~) (bcdefgh)

Itt a (cdefgh) részhalmaza a (bcdefgh)-nak, ezért elhagyhattuk.

– a ≠ d:

(aefgh) (~~defgh~~) (bcdefgh)

mivel „a" oszlopban minden cella *antivalens* és a lépésenként keletkező részhalmazok a fentiekhez hasonlóan abszorbeálódnak ezért az „a" oszlopon végigmenve végül adódik:

(a) (bcdefgh)

„b" oszlop:

– b ≠ c: folytathatjuk az előző módon:

(a) (bdefgh) (cdefgh)

– b ≠ e:

(a) (bdfgh) (~~defgh~~) (cdefgh)

– b ≠ g

(a) (bdfh) (~~dfgh~~) (cdefgh)

„c" oszlop:

– c ≠ d

(a) (bdfh) (cefgh) (defgh)

– c ≠ e

(a) (bdfh) (cfgh) (~~efgh~~) (defgh)

– c ≠ f

(a) (bdfh) (cgh) (~~fgh~~) (defgh)

– c ≠ h

(a) (bdfh) (cg) (~~gh~~) (defgh)

„d" oszlop:

– d ≠ e

(a) (bdfh) (cg) (dfgh) (efgh)

– d ≠ g

(a) (bdfh) (cg) (~~dfh~~) (~~fgh~~) (efgh)

„e" oszlop:

– e ≠ f

(a) (bdfh) (cg) (egh) (fgh)

– e ≠ g

(a) (bdfh) (cg) (eh) (~~gh~~) (fgh)

– e ≠ h

(a) (bdfh) (cg) (e) (~~h~~) (fgh)

„f" oszlop:

– f ≠ g

(a) (bdfh) (cg) (e) (~~fh~~) (gh)

„g" oszlop:

– g ≠ h

(a) (bdfh) (cg) (e) (~~g~~) (~~h~~)

A végeredmény: (a) (bdfh) (cg) (e) megegyezik a 8-14e. ábrán felírtakkal.

b) Csoportokra bontásos módszer

Egy másik, gyakran alkalmazott állapot-összevonási eljárás az ún. „csoportokra bontásos" módszeren alapul. Ismerjük meg ezt is egy példa keretében algoritmizálva.

8.6. példa: Legyen adva a 8-15a. rovatos állapottábla, melyet megpróbálunk egyszerűsíteni.

q_t	q_{t+1}		z	
	x_0=0	x_1=1	x_0=0	x_1=1
a	*c*	*d*	1	1
b	*f*	*e*	0	0
c	*c*	*d*	0	0
d	*b*	*a*	1	1
e	*b*	*f*	1	1
f	*c*	*e*	1	1

a)

q_t	q_{t+1}		z	
	x_0=0	x_1=1	x_0=0	x_1=1
a	*c*	*d*	1	1
b	*a*	*d*	0	0
c	*c*	*d*	0	0
d	*b*	*a*	1	1

b)

8–15. ábra *Példa a csoportokra-bontás módszerére*

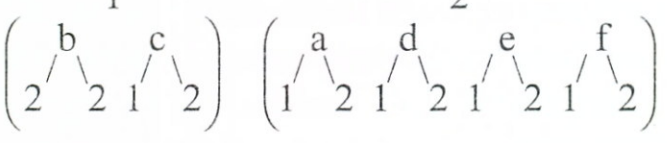
I.) Bontsuk szét az állapotokat a kimenetek azonossága szerint csoportokra. Két csoportot kapunk Z = 0-nak (1), ill. Z = 1-nek (2) megfelelően:

1 2

(*b, c*) (*a, d, e, f*)

II.) Jelöljük meg az egyes állapotoknál, hogy a bemeneti kombinációk hatására melyik előzőleg megjelölt csoportba kerülnek a (t+1) ütemben. Például „c" $x = 0$ hatására „c" lesz (tehát 1. csoportbeli), $x =$ 1 hatására pedig „d" (tehát 2. csoportbeli). Ezt minden állapotra elvégezve a következőképpen jelöljük:

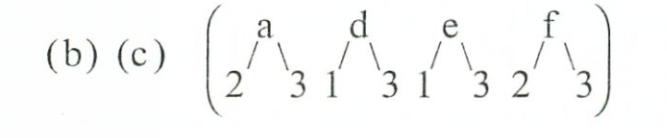
1 2



III.) Osszuk ezután a csoportokat további csoportokra az egyforma azonosító számok alapján, majd ismételjük itt is meg a második lépést. Ekkor példánknál kapjuk:

1 2 3

(b) (c)



IV.) Ismét, további csoportokra bontunk a harmadik lépéshez hasonlóan:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ (b) & (c) & \begin{pmatrix} a & f \\ 2 \diagup \diagdown 4 & 2 \diagup \diagdown 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} d & e \\ 1 \diagup \diagdown 3 & 1 \diagup \diagdown 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

V.) Végül eljutunk az azonos számpárokkal jellemzett ekvivalens elemekig. Ezekre a módszer felépítéséből kifolyólag nyilvánvalóan teljesül az ekvivalencia 8.1. pontban megadott feltétele. A példánál az összeegyeztethető állapotok:

$$a = f \qquad d = e,$$

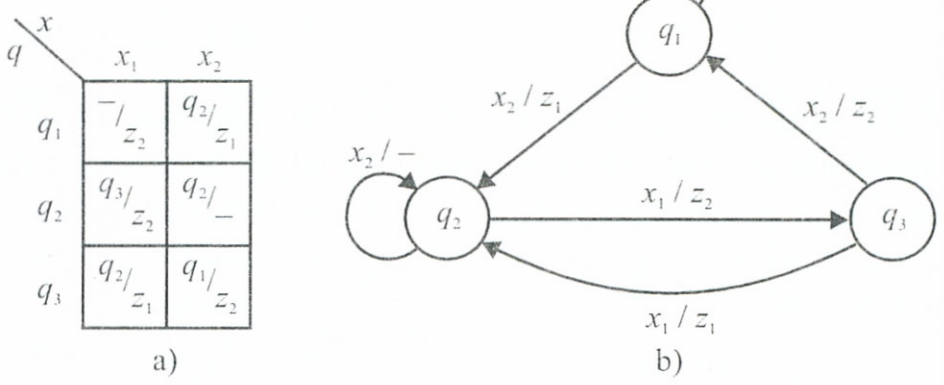
melyek figyelembevételével az egyszerűsített állapottáblázat a 8-15b. ábra szerint alakul.

8.2.2. Részben meghatározott hálózatok

Részben meghatározott hálózatoknál a megoldandó feladat specifikációja nem nyújt egyértelmű tájékoztatást a hálózat alapjául szolgáló automata-modell létrehozásához.

8.7. példa: Vizsgáljuk meg a 8-16a. ábra Huffmann táblájával jellemzett Mealy automatát.

A táblát jobban megnézve feltűnő, hogy két rovatnál, a megszokott egyértelmű állapotmeghatározás helyett „–”-lal jelzett „határozatlan” bejegyzést tartalmaz. Ezek következményeként pl. a q_1 belső állapotból kiindulva, x_1 esetén leolvasható a z_2 kimeneti állapot, de az már nem megállapítható, hogy melyik az a belső állapot, melybe az automata át kellene hogy menjen. A q_2-ből történő indulásnál viszont



8-16. ábra *Részben meghatározott automata jellemzői*

x_2 esetén meghatározott a q_2 következő állapot, de semmit nem tudunk az automata kimeneti viselkedéséről. Felrajzolva az automata állapotgráfját (8-16b. ábra) e működési határozatlanságok még szemléletesebben jelentkeznek. Ha egy ilyen automatára valamilyen S_{xi} bemeneti állapotsorozatot adunk, q_1-be érkezve x_1 esetén nem lesz követhető a válasz állapotsorozatok további alakulása, azaz a 8.1. pontban bevezetett „nem megengedett" állapotsorozat esetével találkozunk.

Az automata realizálásakor természetesen csak meghatározott fizikai állapotok állhatnak elő az elvi szempontból határozatlan helyeken is. Példánknál a határozatlan helyeket *határozottá téve* (specifikálva), ha a kiinduló feladatmegadás egyéb korlátozásokat nem ír elő a nem definiált:

q helyén:	q_1, q_2, q_3	(3 féle)
z helyén:	z_1, z_2	(2 féle)

behelyettesítési értékek jöhetnek számításba, melyek minden lehetséges kombinációját érvényesítve már első lépésben 3 x 2 = 6-féle teljesen meghatározott automata-modellt rajzolhatunk fel. Első látásra e hat megoldás közül lehetne kiválasztani azt a most már határozottan definiált automatát, mely a feladatnál ténylegesen fellépő bemeneti sorozatok, hálózat-egyszerűsítési lehetőségek stb. figyelembevételével az optimális realizációs hálózat kialakításához alapul szolgálna.

Valójában a probléma ennél bonyolultabb módszert igényel. Fenti elképzelésben ugyanis a határozatlan helyeket *konstans formában* képzeltük határozottá tenni, miáltal figyelmen kívül hagynánk olyan, az egyszerűsítés szempontjából esetleg felhasználható eseteket, ahol a határozatlan helyeket bemenő sorozatonként (a kedvezőbb megoldás érdekében) feltételezetten más-más értékekkel ruházhatnánk fel, azaz más-más sorozatnál a határozatlan helyeket mindig a legkedvezőbb behelyettesítési kombinációval tennénk specifikálttá. A határozottá tevés e „dinamikus", *esetenként változó* értelmezésével az optimális hálózat jobban megközelíthető lesz. Természetesen, a probléma bonyolultabbá válása nyomán a felhasznált matematikai módszerek is további meggondolásokat vonnak maguk után.

A 8.1. pontban már megfogalmaztuk a részben meghatározott hálózatok tervezésének alapelveit, melyeket az SH_{Lmin} „legegyszerűbb lefedés" elérése érdekében követnünk kell. Az állapotminimalizálás során felhasználandó ún. *kompatibilitási* feltételeket pedig a (8.2) meghatározással vezettük be.

A kompatibilitással kapcsolatban (hasonlóan a teljesen meghatározott hálózatok állapot-minimalizálásánál megismert ekvivalencia relációra megismertekhez), ugyancsak célszerű néhány tulajdonságot és jellegzetességet összefoglalnunk. Így például a továbbiak szempontjából fontos, hogy a kompatíbilis állapotokat *kompatibilitási osztályokba* csoportosíthatjuk, továbbá egy kompatibilitási osztályt *maximálisnak* tekintünk, ha már további újabb állapottal nem bővíthető. Mint a következőkben látni fogjuk, a részben meghatározott automata maximális osztályai *nem diszjunkt* tulajdonságúak, azaz valamely állapot több osztályban is előfordulhat. Ebből viszont nem mindig adódik ezeknek az osztályoknak egyesítése, mivel itt – mint ugyancsak látni fogjuk – az állapotok között *nem érvényesül* a tranzitív tulajdonság, így a kompatíbilis osztály csak akkor lesz bővíthető új elemmel, ha ez az új elem az illető osztály minden állapotával kompatibilitást mutat. A kompatibilitással kapcsolatban továbbra is fennállnak a reflexív és szimmetria tulajdonságok.

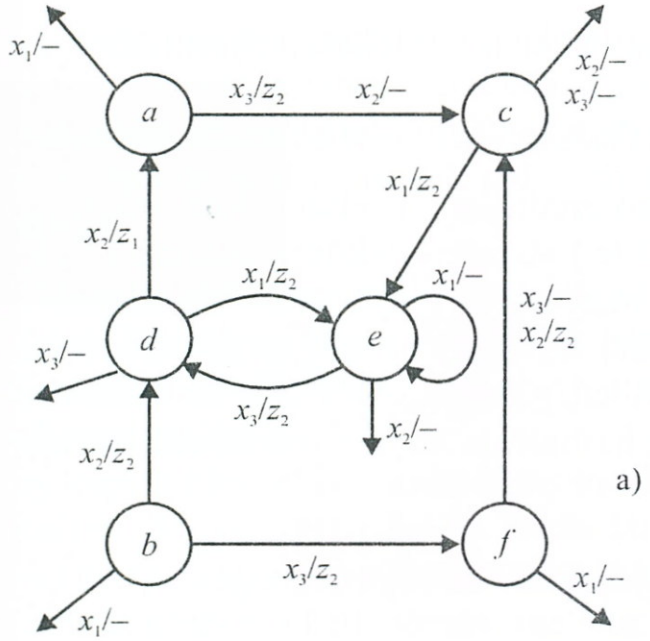
A részben meghatározott hálózatoknál alkalmazott szisztematikus módszer megismerése céljából vizsgáljuk meg a következő példát:

8.8. példa: Legyen adva a 8-17a. állapotgráffal egy hálózat, állítsuk elő a lehető legegyszerűbb állapottáblát.

A gráfról már látható, hogy részben meghatározott Mealy-típusú automatának felel meg, miután vannak olyan gráf-ágak, melyek a „semmibe" vezetnek. Ilyen esetekben, mint láttuk, nem definiáltak a következő belső állapotok, sőt az ágak mellé írt $x_{i/-}$ típusú bejegyzésnél a kimeneti állapotok sem. A határozatlan eseteket ugyancsak jól követhetjük a 8-17b. ábra előzetes állapottábláján is.

Az előzetes állapottábla egyszerűsítését megkísérelendő, kompatíbilis állapotpárokat kell keresnünk (8.2)-ben lefektetetteknek megfelelően. Az egyes táblabeli sorpároknál a következő formális szempontok szerint végezzük el a konkrét vizsgálatot – minden egyes x_i bemeneti állapothoz tartozó cellára, és azok együttesére vonatkozóan:

- z_i kimenetek egyezése,
- belső állapotok egyezése,
- határozatlan eset („-")-nek kimeneti vagy belső állapottal történő találkozása esetén a határozatlan esetet egyezőnek tekinthetjük a határozott állapottal, (8.9)
- két határozatlan eset találkozásakor az eredő ismét határozatlan lehet.



a)

q \ x	x_1	x_2	x_3
a	$-/-$	$c/-$	c/z_2
b	$-/-$	d/z_2	f/z_2
c	e/z_2	$-/-$	$-/-$
d	e/z_2	a/z_1	$-/-$
e	$e/-$	$-/-$	d/z_2
f	$-/-$	c/z_2	$c/-$

b)

	a	b	c	d	e
b	cd cf				
c	0	0			
d	ac		0		
e	cd	fd	0	0	
f	0	cd cf	0		cd

c)

q \ x	x_1	x_2	x_3
q_α	q_β vagy q_γ / z_2	q_β / z_2	q_α vagy q_γ / z_2
q_β	q_β vagy q_γ / z_2	$-$ / z_1	q_β / z_2
q_γ	q_β vagy q_γ / z_2	$-$ / z_2	q_β / z_2

e)

q_T	x	x_1	x_2	x_3
q_α	a	$-/-$	$c/-$	c/z_2
	b	$-/-$	d/z_2	f/z_2
	c	e/z_2	$-/-$	$-/-$
	d	$-/-$	c/z_2	$c/-$
q_β	a	$-/-$	$c/-$	c/z_2
	c	e/z_2	$-/-$	$-/-$
	d	e/z_2	a/z_1	$-/-$
	e	$e/-$	$-/-$	d/z_2
q_γ	a	$-/-$	$c/-$	c/z_2
	c	e/z_2	$-/-$	$-/-$
	e	$e/-$	$-/-$	d/z_2
	f	$-/-$	c/z_2	$c/-$

q_{T-1}/z

d)

8-17. ábra *Részben meghatározott automata egyszerűsítése*

q_I, q_{II} állapotok kompatibilitását az irodalmaknál kialakultaknak megfelelően a következőképpen jelöljük: $q_I \sim q_{II}$.

Elvégezve ezután a 8-17b. állapottábla vizsgálatát például:

– $c \sim d$ *feltétel nélkül,* mert x_3-nál két határozatlan kerül túlfedésbe, x_2-nél határozottak határozatlannal végül x_1-nél mind a belső, mind a kimeneti állapotok megegyeznek;

– $a \sim d$ *feltételesen,* ha az a ~ c feltétel teljesül, ez x_2 cellájánál adódik;
– $d + f$ *nem kompatíbilis,* mert x_2 cellájában a kimenetek eltérnek.

Az összehasonlítások eredményeit célszerű közvetlenül ábrázolni egy lépcsős táblán (8-17c.), melynek jelölésrendszere a (8.8) megállapodásnak felel meg, itt kompatibilitást értve ekvivalencia helyett.

A lépcsős táblázatból továbblépve megkereshetjük a maximális kompatibilitási osztályokat, például a *8.5. Példá*ban bemutatott szisztematikus módszerhez hasonlóan. Ezekre itt a következő adódik:

Kiindulás: (abcdef)

„a" oszlop: nincs kifejezetten *nem teljesülő* eset.
„b" oszlop:
$-\ b + d$

(abcef) (acdef)

$-\ b + e$

(abcf) (~~acef~~) (acdef)

„c" oszlop: mind kompatíbilis
„d" oszlop:
$-\ d + f$

(abcf) (acde) (acef)

„e" oszlop: kompatíbilis minden eset.

A kapott maximális kompatibilitási osztályok:

$$\begin{aligned} &\text{abcf} : q_\alpha \\ &\text{acde} : q_\beta \\ &\text{acef} : q_\gamma \end{aligned} \qquad (8.10)$$

Mint ellenőrizhető, ezek nem diszjunktak, azaz némelyik állapot több osztályban is előfordul. A kapott három maximális osztály segítségével már kitölthető egy, a kiindulásnál lényegesen kevesebb sort tartalmazó állapottábla. A kitöltéshez konkrétan a következőket kell mérlegelni:

– az összevont állapot ki kell, hogy fejezze az összevonásban résztvevő állapotok hatásait;
– a kimeneti állapotokat a megfelelő *xi* oszlopban úgy kell meghatározni, ahogy az összevonásban szereplő állapotok közül legalább egyhez hozzá volt rendelve.

– Az összevont állapotnak megfelelő kompatibilitási osztály valamely két állapotából kiindulva a „későbbi" állapotoknak kompatibiliseknek kell lenniük. Ez itt úgy jelentkezik, hogy részhalmazát kell alkotniuk valamelyik kompatibilitási osztálynak.

A kitöltést megkönnyíti, ha közbevetőleg felrajzolunk egy „származási táblát", amely az egyes maximális osztályokat és összetevőiket csoportosítja (8-17d. ábra), majd ezt szemlélve végezzük el a megelőző mérlegeléseket.

Az így kapott, három maximális kompatibilitási osztályon alapuló egyszerűsített állapottábla a 8-17e. ábrán látható. Vizsgáljuk meg részletesebben pl. a q_β sorának kitöltését: x_1 bemenetnél q_β-ból indulva „e" későbbi állapotba kell jutnunk, melyhez z_2 (vagy határozatlan) kimenet tartozik. Ha megvizsgáljuk, „e" állapot a q_β és q_γ-nak megfelelő osztályokban fordul elő, így a q_β-x_1 cellába bármelyiket beírva helyes eredményt kapunk. x_2 bemenetnél „ac" állapotok jelentkeznek z_1 (vagy határozatlan) kimenettel. Az „ac" állapotpár mindhárom osztálynak (q_α, q_β, q_γ) részhalmaza, így a cellába q_α vagy q_β vagy q_γ beírható. Ha feltételezzük, hogy a hálózat működése során *nem tud* egy itt fel nem sorolt másik állapotba kerülni, akkor a három vagylagos lehetőséget is határozatlan esetként kezelhetjük. Ezt is írtuk be a q_β–x_2 cellába. Végül x_3 bemenetnél „cd" állapotok alkotják a „későbbit" (z_2 összerendeléssel), mely osztály csak q_β-ban szerepel, így ezt kellett a q_β–x_3 cellába beírnunk.

A 8-17e. ábra állapottáblája, észrevehetően egyszerűbb a kiinduló 8-17b.-nél, ezért a realizációnál feltétlenül kedvezőbb megoldást szolgáltatna elődjénél. Például, ha a kiinduló táblázatot közvetlenül realizálnánk a 6 állapot 3 tárolóelemet igényelne az állapotkódolás során, míg az utóbbi 3 állapothoz 2 tárolóelem is elegendő volna.

Felvetődik a kérdés, hogy a határozatlan esetek adta feltételek között újabb meggondolások révén nem juthatnánk-e további egyszerűsítési lehetőséghez. A gyanúra a „nem diszjunkt" tulajdonság ad okot, ugyanis itt, a több osztályban is előforduló állapotok „túlfedésből" eredő redundanciát sejtetnek.

A továbbiak érdekében vezessük be a kompatibilitási osztályok *zárt halmazának* fogalmát. Eszerint, ha egy kompatibilitási osztályokból alkotott halmaznál valamelyik osztály két állapotából kiindulva, olyan bemeneti állapotok következtében, melyeknél a következő két „későbbi" állapot specifikált e „későbbi" állapotok együtt fordulnak elő a halmaznak legalább egyik osztályában, akkor a hal-

mazt az összetevő *kompatibilitási osztályok zárt halmazának* nevezzük.

Bebizonyítható, hogy a legkevesebb belső állapotot tartalmazó SH_{Lmin} automatát (mely egyben a legegyszerűbb állapottáblát jelenti) úgy alkothatjuk meg, hogy a *legkevesebb kompatibilitási osztályból* felépülő zárt halmaz elemeihez rendeljük a belső állapotokat. Mint látni fogjuk, az összerendelés általában többféle változatban is elvégezhető lesz, ezért célszerű a következő algoritmust követnünk:

- fedjük le az automata belső állapotait a diszjunkt tulajdonság irányában törekedve a legkevesebb számú maximális kompatibilitási osztállyal;
- ellenőrizzük, hogy zárt halmazhoz jutottunk-e;
- ha nem, akkor először próbálkozzunk a több helyen előforduló állapotokat (ezeket legalább egyben meghagyva) egyes osztályokból elhagyva zárt osztályt kialakítani. Sikeres esetben rendezzük át eszerint az osztályokat, ha ez nem vezet eredményre, pótoljuk ki a halmazt úgy újabb osztályokkal, hogy végül zárt osztályhoz jussunk;
- végül próbáljunk elhagyni az osztályokból olyan állapotokat, melyek nélkül a zárt halmaz még *fennmarad.*

Az algoritmusról látható, hogy próbálgatásos szubjektív mozzanatokat is tartalmaz.

Az algoritmusban megfogalmazott minimális lefedés biztosítására törekedő eljárással már a logikai függvények minimalizálási algoritmusánál a legkevesebb prím implikánst eredményező lépésben találkoztunk, melynél a megoldást egyszerűbb esetekben „ránézéssel", összetett esetben a szelekciós függvény felírásával nyertük *(7.2. Példa)*. Vizsgáljuk meg ennek itteni alkalmazhatóságát egy példán keresztül.

8.9. példa: Vizsgáljuk meg az előző példában kapott maximális kompatibilitási osztályokkal (8.10) történő minimális lefedés lehetőségét és ennek kihatását egy minimális méretű állapottábla előállítására.

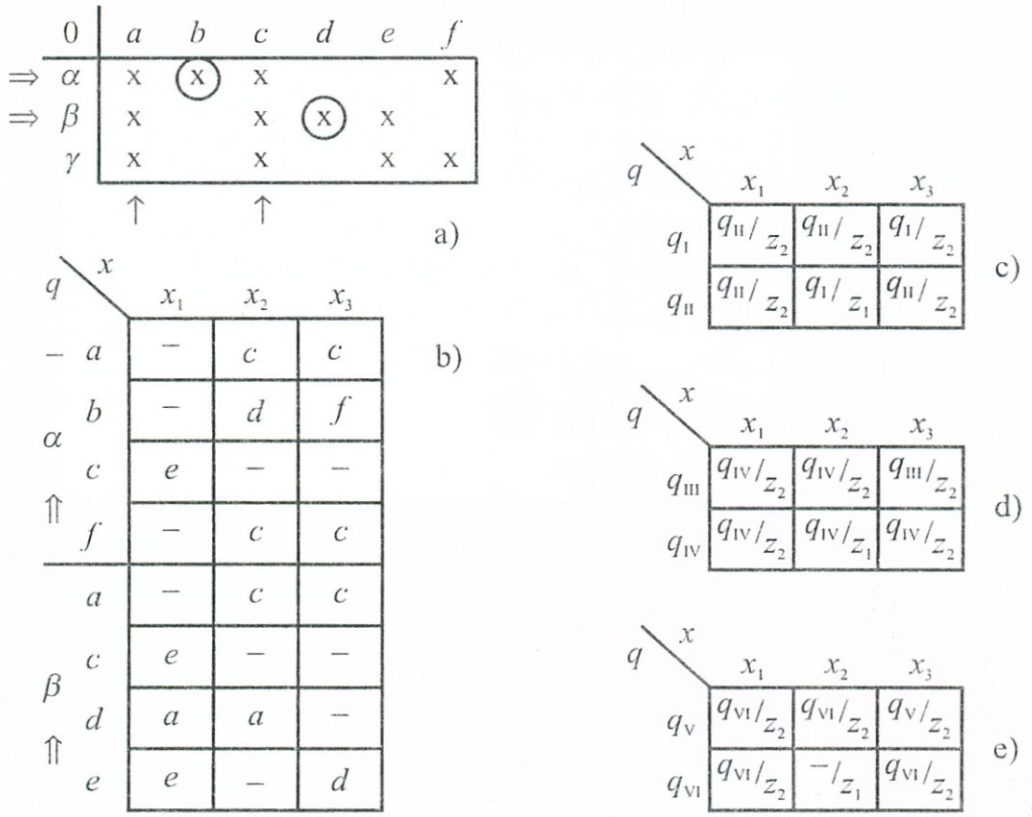
A lefedési táblát a 8-18a. ábra mutatja. Az oszlop fejrovatokban az előző példa primitív állapottáblájában szereplő összes állapot, a sor fejrovatokban a (8.10) csoportban felsorolt maximális kompatibilitási osztályok helyezkednek el. A „b" és „d" állapotok csak egyszer vannak lefedve, ezért az „α" és „β" osztályok ún. *lényeges osztályok,* tehát nem elhagyhatók, elmaradhat viszont a „γ" osztály.

q_{I} : $abcf$ (α -ból)

q_{II} : cde (β -ból „a" elhagyásával)

q_{III} : bcf (α -ból „a" elhagyása után)

q_{IV} : $acde$ (β -ból)



8-18. ábra *Optimális zárt halmaz és állapottábla*

Az előzőkben ismertetett algoritmus szerint most kísérletet kell tennünk, hogy a minimális lefedő osztályokból elhagyjunk egyes állapotokat. Nyilván a duplán lefedett helyek jöhetnek szóba, azaz „a", ill. „c" állapotok. Mivel „c" a 8-18b. „származási" táblából leolvashatóan nem nélkülözhető feltétel az összevonásnál (pl. b-f), ezért csak az „a"-t nélkülözhetjük a zártság megsértése nélkül. A képezhető osztálycsoportok ezután:

Az SH_{Lmin} megoldást szolgáltató két egyenértékű változatot ezek alapján a 8-18c., ill. 8-18d. ábrák állapottábláira alapozhatnánk. Mivel itt már csak kétsoros tábláink vannak, ezek realizálására az állapotkódolás után elegendő *egyetlen* tárolóelemet felhasználnunk.

A kérdéskör lezárása előtt célszerű még megjegyeznünk, hogy gyakran az elhagyható állapotok közül hasznos lehet egyet vagy többet meghagyni. Előző példánknál a 8-18a. ábrában „a" állapotot meghagyva a

q_V : abcf

q_{VI} : acde

alapján felrajzolt 8-18e. állapottáblában egy határozatlan belső állapot keletkezik, mely a tároló működési függvények realizálásakor további egyszerűsítés lehetőségét rejti magában.

Röviden összefoglalva a részben meghatározott hálózatok állapot-minimalizálásának főbb lépéseit, ezek a következők lesznek:

I. lépés: Lépcsős tábla előállítása a kompatibilitási feltételek alapján.

II. lépés: Maximális kompatibilitási osztályok keresése.

III. lépés: Optimális zárt halmaz kialakítása.

IV. lépés: Az SH_{Lmin} minimális állapotszámú automata állapottáblájának felrajzolása.

8.2.3. Állapotkódolási kérdések

A megelőző példák megoldásánál követett, és a pontokba szedett algoritmusokban összefoglalt tervezési lépéseknél már láttuk, hogy az SH_{Lmin} minimális lefedő automata állapottáblájának előállítása után az *állapotkódolási* művelet következik. Az állapotkódolás során a szekunder-változók értékkombinációit rendeljük az SH_{Lmin} automata belső állapotaihoz. A szekunder-változók a hálózat realizációjában tárolóelemeket, illetve visszacsatoló-hurkokat képviselnek. Az előző példa-megoldásokból már ugyancsak sejthető, hogy a szekunder-változók értékkombinációiból alkotott kódszavak és az automata belső állapotok egymáshoz rendelése kihatással van a realizálandó hálózat felépítési bonyolultságára, ezért a kódolást rendkívül körültekintően célszerű elvégezni. Jelenleg az irodalomban *biztosan* optimumot eredményező szisztematikus eljárás nem található. Az integrált áramköröket tervező és megvalósító cégek ezért a nem túl összetett feladatoknál sok esetben számítógépes módszerekkel „végigpróbálják" az összes lehetőséget, és ezek összehasonlítása után választják ki a megfelelőt.

A szükséges szekunder-változók minimális darabszámára már a (8.4) összefüggéssel megadtunk egy behatárolást, ezt általánosítva írhatjuk:

$$m \geq {}^{a}\log s \ (m\text{-egész}), \qquad (8.11)$$

ahol:

m – a szükséges szekunder-változók minimális száma,

s – a SH_{Lmin} automata kódolandó állapotainak száma,

a – a kódolásban résztvevő szekunder-változók által felvehető logikai állapotok száma. Ez a könyvünkben tárgyalt esetekben szinte minden esetben: a = 2 a „0" és „1" értékek miatt. (Például háromállapotú tárolóelemeket feltételezve, már a = 3-mal kellene számolnunk.)

Kevés számú kódolandó állapotot és tárolóelemet igénylő esetekben a fenti „végigpróbálgató összehasonlítás" még elvégezhető, de nagyobb „m" esetén a számítógépes vizsgálat is nehézkessé válik. A hálózat felépítési bonyolultsága szempontjából érdekes, képezhető kódolások száma – az indoklást nem részletezve – a (8.12) formulával adható meg.

$$N_k = \frac{(a^m - 1)!}{(a^m - s)!\,m!} \tag{8.12}$$

A továbbiakban a = 2-vel számolva (kétállapotú tárolóelemek), ha a fenti formulát például s = 4-re megoldva N_k = 3-at, s = 8-nál már 840-et, míg s = 9-nél több mint 170 millió lehetőséget lehetne megkülönböztetnünk.

A (8.12) formula tudatosan nem veszi számításba azokat az eseteket, melyek a szekunder-változók egyszerű felcseréléséből adódnának, mivel ezek a kódolásból eredő egyszerűsödést nem befolyásolják. Hasonlóan nem hoznak egyszerűsödést a szekunder változók egyenkénti invertálásából adódó esetek sem.

A tervezés során előadódhat olyan eset is, mikor a lehetséges „m" minimális értéknél *több* szekunder-változót célszerű alkalmazni. Ilyenkor ugyan több gerjesztési függvényt kell felírnunk, de a szükségesnél nagyobb számú kombináció sok határozatlan esetet eredményezhet, melyek segítségével – adott esetben – eredőjében lényegesen egyszerűbb megoldást kaphatunk.

A vázolt problémák megoldására az irodalomban több olyan eljárással találkozhatunk, melyek, ha a biztos optimumot nem is, de az optimum felé közelítő eredményeket szolgáltatnak, és a tervezendő hálózat további egyszerűsítésére kínálnak lehetőséget.

Az eljárások során a kimeneti $z = \gamma(\ldots)$ és a gerjesztési $q = \rho\,(x, q)$ függvények egyszerűsítése nem mindig van összhangban, így az adott hálózat esetén mérlegelendő, hogy a kimeneti-, vagy a tárolóelem vezérlő hálózatrész várható összetettebbnek, azaz melyik rész egyszerűsítése kedvezőbb az eredő hálózat szempontjából.

A műveletek során feltételezzük, hogy a gerjesztési függvény egyszerűsödése magával hozza a különféle típusú tárolóelemeket működtető függvények egyszerűbbé válását is.

A következőkben – szemléltető célzattal – két állapot-kódolási eljárást mutatunk be.

Állapotkódolás szomszédossági kódok keresésével

A *V–K* táblák (2.2.4. pont) tárgyalásakor már tapasztaltuk, hogy a tábla szomszédos cellái csupán egyetlen független változóértékben térnek el egymástól (az ún. HAMMING távolságuk: H = 1) és az emiatt kínálkozó tömbösítési lehetőség miatt egyszerűbb kifejezésekké vonhatók össze. Fenti, „szomszédosságból" adódó előnyöket használja ki az itt ismertetendő módszer is, melynek alapgondolata, hogy az állapot-kódolási folyamat során, a belső állapotokhoz rendelendő kódoknál a gerjesztési függvény minél kedvezőbb egyszerűsíthetősége érdekében alakít ki szomszédos párokat. Ennek érdekében:

α) – páronként szomszédos kódokat választunk azokhoz a q_i, q_j belső állapotokhoz, melyekhez ugyanaz a q' következő állapot tartozik valamely x_k bemeneti állapot esetén;
β) – ha az előző szemponttal nem ütközik, célszerű szomszédossá tenni azokat a „következő" állapotokat is, melyek ugyanabból a belső állapotból származnak, valamely bemeneti állapot esetén. (8.13)

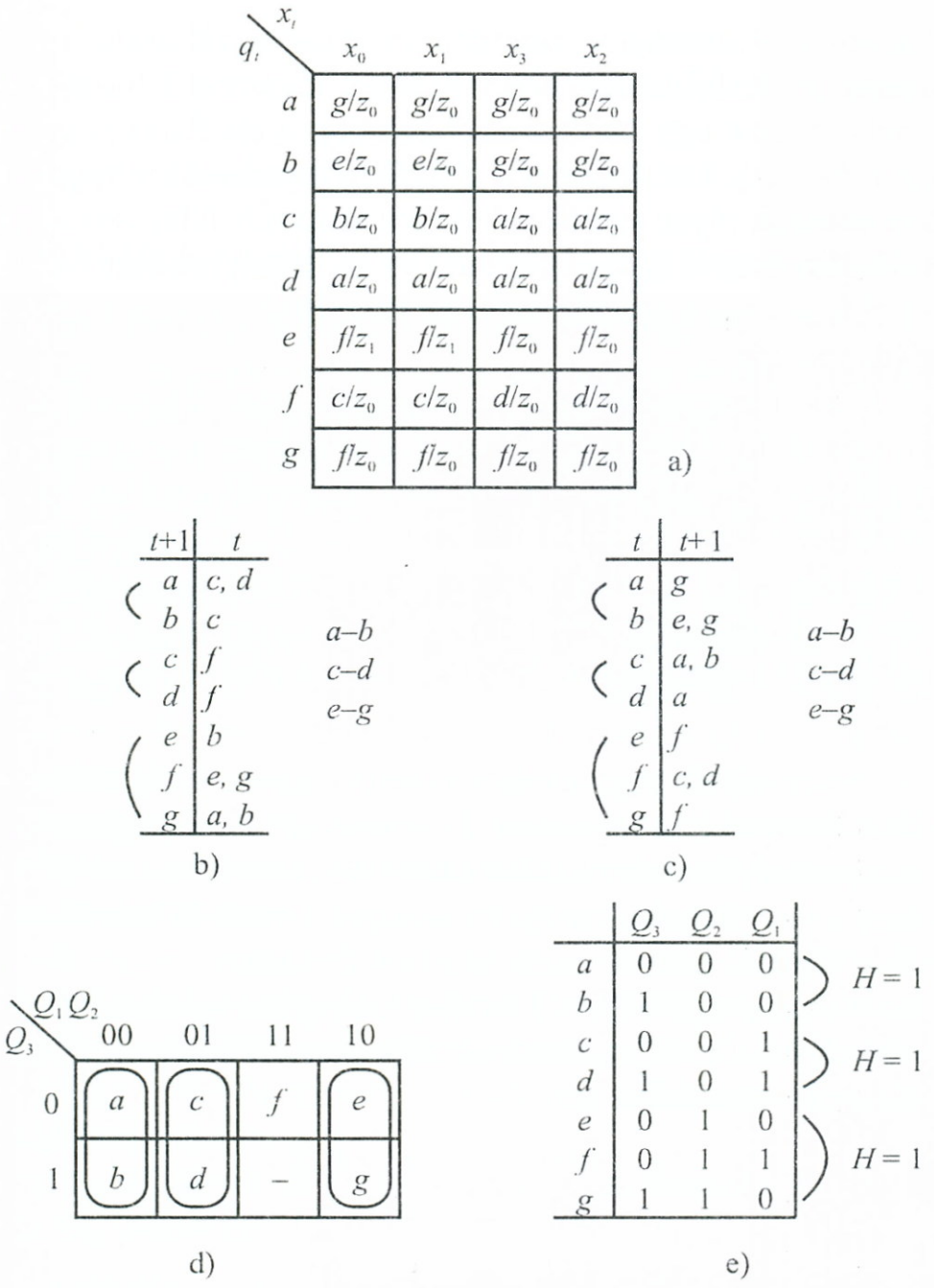
Az utóbbi feltétel közvetetten, a többkimenetű hálózatok közös részhálózatainak keletkezését is elősegítheti.

8.10. példa: Keressünk optimális állapotkódolást a 8-19a. ábra állapottáblázatához *szomszédossági kódokon* alapuló módszerrel.

A (8.13) α) ajánlása alapján az állapottáblázatból kiindulva vizsgáljuk meg mindegyik belső állapotot, hogy milyen korábbi állapot(ok)ból ered. E vizsgálat eredményeit a 8-19b. ábrán foglaltuk össze.

A (8.13) β) ajánlása alapján gyűjtük ki azokat az állapotokat, amelyek ugyanannak a korábbi állapotnak a következő állapotai. Ezek a 8-19c. ábrán láthatók.

A 8-19b. ábra táblázatából megállapíthatók az α) szerint ajánlott, ill. a 8-19c. táblázatból a β) szerint ajánlott szomszédosságok. Ezek a következők:



q_t \ x_t	x_0	x_1	x_3	x_2
a	g/z_0	g/z_0	g/z_0	g/z_0
b	e/z_0	e/z_0	g/z_0	g/z_0
c	b/z_0	b/z_0	a/z_0	a/z_0
d	a/z_0	a/z_0	a/z_0	a/z_0
e	f/z_1	f/z_1	f/z_0	f/z_0
f	c/z_0	c/z_0	d/z_0	d/z_0
g	f/z_0	f/z_0	f/z_0	f/z_0

a)

$t+1$	t
a	c, d
b	c
c	f
d	f
e	b
f	e, g
g	a, b

a–b
c–d
e–g

b)

t	$t+1$
a	g
b	e, g
c	a, b
d	a
e	f
f	c, d
g	f

a–b
c–d
e–g

c)

Q_3 \ Q_1Q_2	00	01	11	10
0	a	c	f	e
1	b	d	–	g

d)

	Q_3	Q_2	Q_1	
a	0	0	0	$H = 1$
b	1	0	0	
c	0	0	1	$H = 1$
d	1	0	1	
e	0	1	0	$H = 1$
f	0	1	1	
g	1	1	0	

e)

8-19. ábra *Állapotkódolás szomszédossági kódokkal*

α szerint szomszédos:

a–b	c-miatt
c–d	f-miatt
e–g	b-miatt

β szerint szomszédos:

a–b	g-miatt
c–d	a-miatt
e–g	f-miatt

Mint látható, e példánál β szempontjai nem ütköznek α-val.

A tényleges kódolást megkönnyíti a 8-19d. ábrán felrajzolt *V–K* tábla, melybe most úgy helyezzük el az a, b, ... g állapotokat, hogy azok egymás mellé kerüljenek. Ez többféleképpen is lehetséges lesz, sőt adódhatnának olyan esetek is, amikor valamely állapotot egyidejűleg több állapottal is szomszédosan kellene elhelyeznünk. Mint látható, az eljárás ezen a pontján némileg szubjektív, azaz a 8-19d. egy lehetséges változat.

A *V–K* tábla méretét mindig a kódolandó belső állapotok száma szabja meg a (8.11) összefüggés szerint. Esetünkben a szükséges szekunder-változók (és egyben a kódelemek) minimális száma: m = 3.

A végleges állapot-kódolási táblázat, a Q_3, Q_2, Q_1 szekunder-változók kódjaival a 8-19e. ábrán látható. Innen is leellenőrizhető, hogy az ajánlottan szomszédos kódoknál a Hamming-távolság: H = 1.

A példában tapasztaltak alapján további következtetések is levonhatók:

- feltételezhetjük, hogy általános esetben nem mindig ellentmondásmentes a H = 1 teljesítése. Ilyenkor vagy belenyugszunk a bizonyos helyeken elvileg elkerülhetetlen „nem szomszédos" helyzetbe, vagy felveszünk újabb szekunder-változó(ka)t és ez(ek) *V–K* tábláján kényszerítjük ki a H = 1 feltételt;
- mint említettük, a H = 1 feltétel kielégítése gyakran többféle változatban is teljesíthetőnek adódhat. Példánk esetében pl. élszomszédos lenne az:

a:	000	–	b:	010
c:	001	–	d:	011
e:	111	–	f:	101
g:	110			

állapotkódolás is, de a 8-19d. ábrán még más átcsoportosítások is megoldást jelenthetnek.

Végül foglaljuk össze a szomszédossági kódok keresésén alapuló állapotkódolás főbb lépéseit:

I. lépés: Kiindulás a minimalizált állapottáblából.

II. lépés: A szekunder-változók minimálisan szükséges számának megállapítása a (8.11) összefüggéssel.

III. lépés: H = 1 távolságú (szomszédos) kódok keresése a teljes állapothalmazra a (8.13) szempontok alapján.

III/a. lépés: Ha nem teljesíthető több párosnál a H = 1 feltétel, akkor újabb szekunder-változó(k) felvétele, majd a *III. lépés* megismétlése.

IV. lépés: Kódolt állapottábla kitöltése.

Állapotkódolás helyettesítési tulajdonságú partíciók felhasználásával

Amennyiben egy logikai függvénynél a független változók számát valamilyen módon csökkenteni tudnánk, ez elősegíthetné mind a függvény, mind a realizáló áramkör egyszerűsödését. Vizsgáljuk meg, hogy ez a rendkívül általános megállapítás miként volna hasznosítható a $q' = \rho\,(x, q)$ típusú függvényeink állapotkódolással történő egyszerűsítésénél.

Az előző pontokban tapasztaltak alapján már elképzelhető, hogy az állapotkódolás során sikerülhet olyan összerendelést találnunk, melynél egyes Q'_j szekunder-változók – a független változók mellett – a legkevesebb Q változótól függenek. Kérdés, hogy ténylegesen hogyan valósítható meg egy ilyen orientáltságú kódolás.

A következőkben egy erre szolgáló eljárást ismertetünk, melynek csak részben szisztematikus lefolytatása során első lépésben a (Q'_j függővváltozók értékeiből képződő) q' állapotokat olyan csoportokba próbáljuk rendezni, melyek tagjai kizárólag a *csoporttagoknak megfelelő* (Q_i független változók értékeiből képződő) q állapotoktól függenek a bemeneti állapotok mellett. Majd egy következő lépésben elvégezzük az előzőleg kapott csoportokon belüli állapotok konkrét megkülönböztetését.

Mint az előzőkből már sejthető, a keresett állapotkód végül is két részből fog összeállni:

- az előállított állapotcsoportokat jellemző, és
- a csoportokon belüli állapotokat jellemző

részekből. A kódoláshoz szükséges szekunder-változók minimális száma pedig az alábbi összefüggésből lesz meghatározható.

$$\left.\begin{aligned} m &= m_1 + m_2 \\ m_1 &\geq {}^2\log c \text{ (egész)} \\ m_2 &\geq {}^2\log a \text{ (egész)}, \end{aligned}\right\} \qquad (8.14)$$

ahol:

c – az állapotcsoportok száma,

a – a legnagyobb csoportban levő állapotok száma,

m_1 – a csoportokat kódoló szekunder-változók száma,
m_2 – a csoporton belüli állapotokat kódoló szekunder-változók száma.

Az eljárás kapcsán említett állapotcsoportokat – alkalmazkodva a kialakult hazai elnevezéshez – „önfüggő" állapotcsoportoknak fogjuk nevezni. Az önfüggő állapotcsoportra jellemző, hogy a $Q_1 \ldots Q_p$ szekunder-változók által kódolva jellemzett valamelyik csoportból indulva, valamely bemeneti állapotváltozás hatására beálló következő állapot(ok) is egyetlen csoportba tartoznak.

Az eddig bevezetettek alapján összefoglalhatjuk, hogy hogyan választható meg egy olyan kódolás, mely önfüggő csoportokat eredményez: olyan állapotcsoportokat kell keresnünk, melyre az „önfüggőségre" vonatkozó fenti jellemző érvényes, és az így kapott csoportokat kell kódolnunk a (8.14) (m_1) összefüggésnek megfelelően. A kapott csoportokon belüli megkülönböztetést a (8.14) (m_2) összefüggéssel biztosítjuk.

Az önfüggési jellemző alapján történő keresésnél formailag hasonló feltételeket teljesítünk, mint amikkel a kompatibilitási osztályok zártságával kapcsolatban találkoztunk, amennyiben itt diszjunkt osztályokat tételezünk fel, mivel állapotcsoportjaink nem tartalmazhatnak közös állapotokat. Azaz, két állapotot azonos csoportba tartozónak tekintünk, ha a bemeneti állapotváltozás hatására keletkező új állapotaik ugyancsak egy csoportba tartoznak. Itt természetesen a kimenetekkel nem kell számolnunk.

Amennyiben a keletkező állapotcsoportokat a későbbiek érdekében egy partíció összetevőiként értelmezzük, megadhatjuk az ún. *helyettesítési tulajdonságú partíció* definícióját. Eszerint valamely automata állapotainak egy partícióját helyettesítési tulajdonságú partíciónak nevezzük, ha valamelyik összetevő-blokk két, tetszés szerinti állapotából kiindulva, egy bemeneti állapotváltozás hatására létrejövő két következő állapot ugyancsak egy összetevő-blokkban szerepel. E definíció birtokában viszont már kimondható:

Ha egy automata állapottábláján ki tudunk mutatni helyettesítési tulajdonságú partíciót, akkor található lesz olyan kódolás, mely önfüggő állapotcsoportra vezet.

A továbbiakban vizsgáljuk meg, miként kereshetünk helyettesítési tulajdonságú partíciókat. A keresés során természetesen több partíció is adódhat, de elképzelhető, hogy az adott automatának nem létezik helyettesítési tulajdonságú partíciója.

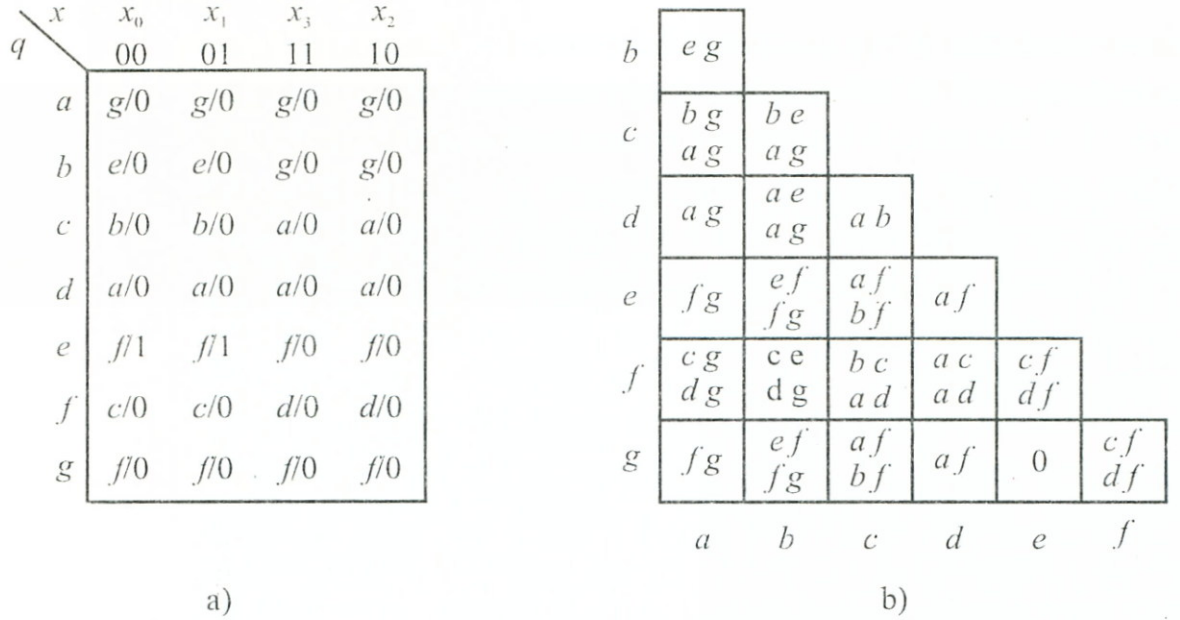
Általános esetben a kiindulás két önkényesen kiválasztott állapotból történik, melyekről feltesszük, hogy ugyanabban a csoportban helyezkednek el. A következő lépésben minden lehetséges bemeneti állapot mellett meg kell vizsgálni, hogy milyen következő állapotok egy csoportba tartozását kívánja meg a kiindulási csoport. A keletkező csoportok között, ha közös állapotokat tartalmazók is akadnak, akkor az ilyeneket egyesíteni kell amiatt, hogy a helyettesítési tulajdonságú partíció csoportjainak – már korábban említett – diszjunktságát biztosítsuk. Ezeket a vizsgálatokat minden egyes folyamatosan keletkező csoport valamennyi lehetséges állapotpárjára el kell végeznünk. Ha a lépéssorozat végén (az egyesítések eredményeként), mint egyetlen csoportot, visszakapjuk a kiinduló összes állapotot, akkor csak az ún. *triviális* helyettesítési tulajdonságú partíció létezik, mely nem alkalmas kódolási önfüggő csoportok kialakítására. Helyettesítési tulajdonságú partíció létezése esetén eredményként egy diszjunkt csoportokból álló kifejezést kapunk, melyben valamennyi kiinduló állapot valamelyik csoportban megtalálható.

8.11. példa: Vizsgáljuk meg helyettesítési tulajdonságú partíciók szempontjából a 8-19a. ábra állapottáblájával jellemzett automatát.

Az előzőekben már utaltunk arra a formai hasonlóságra, mely a kompatibilitási osztályokkal kapcsolatos állapot-összevonási módszerek és az állapotcsoportok keresési módszerei között fennáll. Ennek alapján itt is felhasználhatjuk az ott korábban alkalmazott módszereket, így például a már többször szerepelt *lépcsős táblát* is, az állapotok páronkénti szisztematikus összehasonlításához. Természetesen itt az egyes cellákba beírt állapotpárok – definícióinkk értelmében – azt jelentik, hogy az aktuális cellát meghatározó állapotpár ugyanazon csoportba tartozásához, melyik következő állapotoknak kell egy csoportban tartozniuk különböző bemeneti állapotonként.

Például a 8-20b. ábrán látható lépcsős táblán a „bc" állapotpárral jellemzett cellába azért kellett „be"–„ag" párokat írnunk, mert a 8-20a. ábrán újra felrajzolt 8-19a. ábra szerinti állapottáblázatban a „b"–„c" sorokban (indulás bc-ből) az egyes x_i bemeneti állapotoknál „be", ill. „ag" következő állapotpárok adódnak. Ezeknek („bc" egy csoportba tartozása esetén) ugyancsak közös csoportba kellene tartozniuk a helyettesítési tulajdonságú partíció definíciója értelmében. Az ábra cellái lépésenként hasonló meggondolásokat végezve kerültek kitöltésre.

Elvileg ezután a tábla valamennyi cellájából kiindulva (feltételezve, hogy ezek egy csoporthoz vannak rendelve), el kellene végeznünk



q \ x	x_0 00	x_1 01	x_3 11	x_2 10
a	$g/0$	$g/0$	$g/0$	$g/0$
b	$e/0$	$e/0$	$g/0$	$g/0$
c	$b/0$	$b/0$	$a/0$	$a/0$
d	$a/0$	$a/0$	$a/0$	$a/0$
e	$f/1$	$f/1$	$f/0$	$f/0$
f	$c/0$	$c/0$	$d/0$	$d/0$
g	$f/0$	$f/0$	$f/0$	$f/0$

a) b)

8-20. ábra *Helyettesítési tulajdonságú partíciók keresése*

az előzőleg vázolt helyettesítési tulajdonságú partíció keresésére szolgáló vizsgálat-láncolatokat. Sok esetben azonban logikus mérlegeléssel is előbbre juthatunk. Például a lépcsős tábla „eg" cellájánál észrevehetjük, hogy itt *feltétel nélküli* kapcsolat szerepel, azaz (eg) biztosan egy csoportja egy helyettesítési tulajdonságú partíciónak, így felírható:

$$P_1 = \{(a)\ (b)\ (c)\ (d)\ (eg)\ (f)\}$$

Sőt, miután (eg), mint egyetlen feltétel szerepel az „ab" cellánál, ezért ez a cella is egy csoportnak lesz tekinthető, így újabb eredményünk:

$$P_2 = \{(ab)\ (c)\ (d)\ (eg)\ (f)\}$$

Továbblépve most (ab)-vel a „cd" cella is bevonható a csoportok közé:

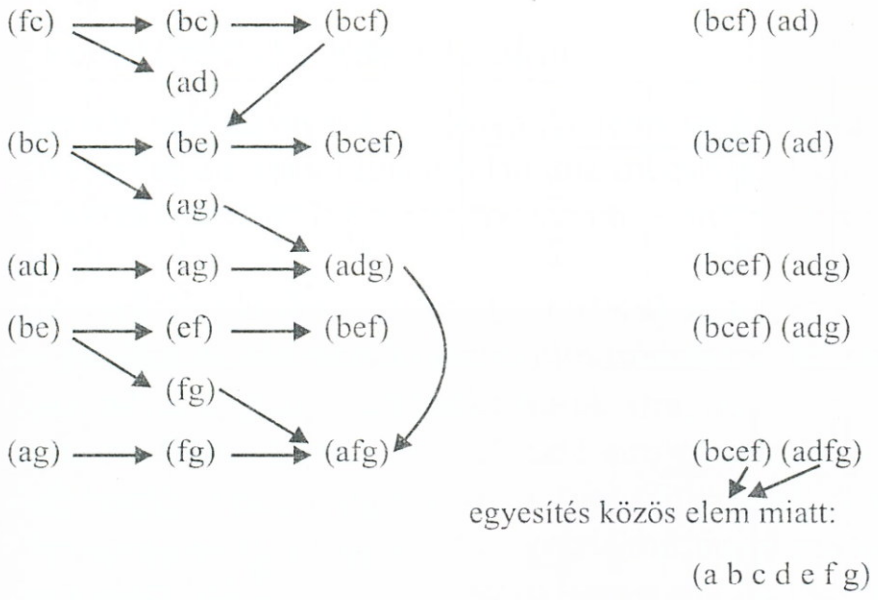
$$P_3 = \{(ab)\ (cd)\ (eg)\ (f)\}$$

A partíciókra vonatkozóan algebrai műveletek definiálhatók, melyek segítségével esetleg újabb esetek képezhetők. Fontosabb összefüggések:

- $(P_i + P_j)$ és $(P_i \cdot P_j)$ is helyettesítési tulajdonságú partíciók akkor, ha P_i, ill. P_j külön-külön is azok.
- Ha minden állapot külön-külön csoportban szerepel, vagy minden állapot egyetlen csoportban szerepel, ez triviális partíció, így az állapotkódolás szempontjából nem hasznosítható.

Az eddig felírt partíciókra érvényes pl. a következő reláció:

$$P_1 \leq P_2 \leq P_3,$$



8-21. ábra *Helyettesítési tulajdonságú partíciók keresése*

azaz a „kisebb" mindig előállítható a „nagyobb" csoportjainak tovább-tördelésével.

Az elmondottak lehetőséget nyújtanak tehát arra is, hogy tetszés szerinti állapotpárból kiindulva keressünk helyettesítési tulajdonságú partíciót.

8.12. példa: Tételezzük fel, hogy a (cf) állapotpár egy csoportot alkot, és keressünk ebből kiindulva helyettesítési tulajdonságú partíciót. A 8-20b. ábra lépcsős táblázatát felhasználva, a 8-21. ábra szerinti lépéssorozatot végezhetjük el, menet közben végrehajtva a keletkező csoportok közös elemeiből adódó egyesítéseket. Pl. az első lépésnél:
(cf)–(bc) → (bcf)
A kapott eredmény egy triviális partíció.

Lépjünk ezután tovább, és kíséreljük meg az előzőleg kapott P_1, P_2, P_3 helyettesítési tulajdonságú partíciókból kiválasztani az állapotkódolás szempontjából legkedvezőbbet. A (8.14) összefüggések felhasználásával a 8-22. ábra szerinti táblázat tölthető ki.

A táblázatból látható, hogy a legkevesebb szekunder-változót igénylő megoldást a P_3-ból kiindulva kaphatjuk. Itt a kódtáblázat kitöltésénél tehát *két* szekunder-változó (pl. Q_1, Q_2) fordítódik a csoportok, míg *egy* szekunder-változó elegendő (pl. Q_3) a csoporton belüli állapotok megkülönböztetésére.

A csoportok egy lehetséges kódolását a P_3 esetre a 8-23a., a csoportokon belüli megkülönböztetéseket a 8-23b., míg az eredő kódolást a 8-23c. ábrán foglaltuk össze.

P_i	C_i	a_i	m_{1i}	m_{2i}	m
P_1	6	2	3	1	4
P_2	5	2	3	1	4
P_3	4	2	2	1	3

8-22. ábra *Helyettesítési tulajdonságú partíció-változatok összehasonlítása*

		Q_1	Q_2			Q_3		Q_1	Q_2	Q_3
(a b)	–	0	1	a	–	0	a	0	1	0
				b	–	1	b	0	1	1
(c d)	–	1	0	c	–	0	c	1	0	0
				d	–	1	d	1	0	1
(e g)	–	1	1	e	–	0	e	1	1	0
				g	–	1	f	0	0	–
(f)	–	0	0	0	vagy	1	g	1	1	1
	a)				b)			c)		

8-23. ábra *Állapot-kódolási táblázat*

A kapott kódtáblázat alapján, a tárolóelemek típusának megválasztását követően már felírhatók a realizációs hálózat felrajzolásához szükséges függvények a

Végül foglaljuk össze a helyettesítési tulajdonságú partíciók felhasználásán alapuló állapotkódolás főbb lépéseit:

I. lépés: Kiindulás a minimalizált állapottáblából.
II. lépés: Helyettesítési tulajdonságú partíció(k) keresése az előzőkben vázolt elvek alapján.
III. lépés: Több, kapott helyettesítési tulajdonságú partíció esetén, ezek közül a legmegfelelőbb kiválasztása a (8.13) összefüggésekre való tekintettel.
IV. lépés: A kiválasztott megoldás csoportjainak kódolása, majd a csoportokon belüli állapotok kódolása.
V. lépés: Eredő kódolt állapottáblázat kitöltése.

8.2.4. Realizációs kérdések

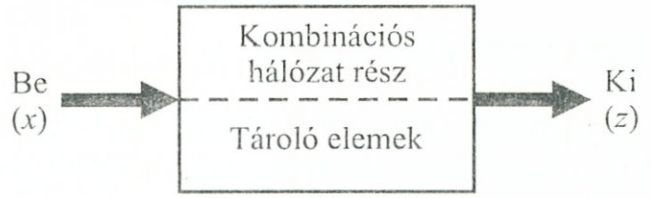
A sorrendi hálózat tervezési folyamatában végrehajtott állapot-minimalizálási és állapotkódolási feladatok megoldását követően – a (8.6)-ban vázolt tervezési algoritmus szerint – még további lépések következnek.

Az egyszerűsített kódolt állapottábla birtokában a soron következő probléma az alkalmazott tárolóelem(ek) típusának megválasztása. Az eddig tapasztaltak alapján már számíthatunk arra, hogy ugyanabból a kódolt állapottáblából kiindulva különféle tárolóelemeket választva, különböző bonyolultságú realizációhoz jutunk. A tárolóelemek legkedvezőbb típusának megválasztására egyértelmű, szisztematikus módszerek nem alakultak ki. A viszonyokat bonyolítja, hogy már a *kiinduló feladat* egyedi adottságai befolyást gyakorolhatnak a különféle tárolóelemekkel előállított hálózat-változatokra, ezért gyakran a legjobb akarattal „kitenyésztett" optimális kódolt állapottáblán alapuló megoldást is felülmúlhatja egy „alkalomhoz különösen jól illeszkedő" redundáns szekunder-változó bevezetése, mely egy adott tárolóelem típussal kölcsönhatásban váratlanul egyszerű „helyzetre illő" megoldást szolgáltat. A problémák gyökere az állapot-minimalizálási–állapotkódolási–tárolóelem-választási törekvések sokszor ellentmondó korrelációjában keresendő. A jelenleg rendelkezésre álló módszerek elsősorban arra szolgálnak, hogy alkalmazásukkal néhány, elvileg megfogalmazható egyszerűsítő hatást érvényesítsünk a tervezendő hálózatnál. Ezt többféle szinten érvényesítve, többnyire sikerül általában kedvezőbb hálózatot kapnunk, mint az ötletszerűen választott esetben.

Fenti gondolatok főként az idézett (8.6) algoritmus *IV.* és *V. lépés*eire vonatkoztak. A VI. pontbeli *kimeneti* hálózatrealizálás *Mealy-modell* esetén, lényegében kombinációs-hálózati módszereket igényel, melyek – mint a 7. fejezetben láttuk – kevesebb problémát jelentenek. *Moore-modellnél* a *IV–V–VI. lépés*ek szorosabb kapcsolatban állnak egymással, így az előzőleg elmondottak a kimeneti állapotokra is hatással vannak.

A kérdést egy másik oldalról is érdemes megvizsgálnunk. Valamely sorrendi feladatot megoldó berendezésre is érvényesíthető a 2. fejezet 2-2. ábráján bemutatott két, realizációs struktúrában való megvalósíthatóság. Eszerint kialakíthatjuk a feladatot megoldó berendezést a

- 2-2a. ábra szerinti ún. *klasszikus* struktúrában, vagy
- 2-2b. ábra szerinti *memória-vezérlőegységes* struktúrában.



8-24. ábra *Sorrendi hálózat belső tagozódása*

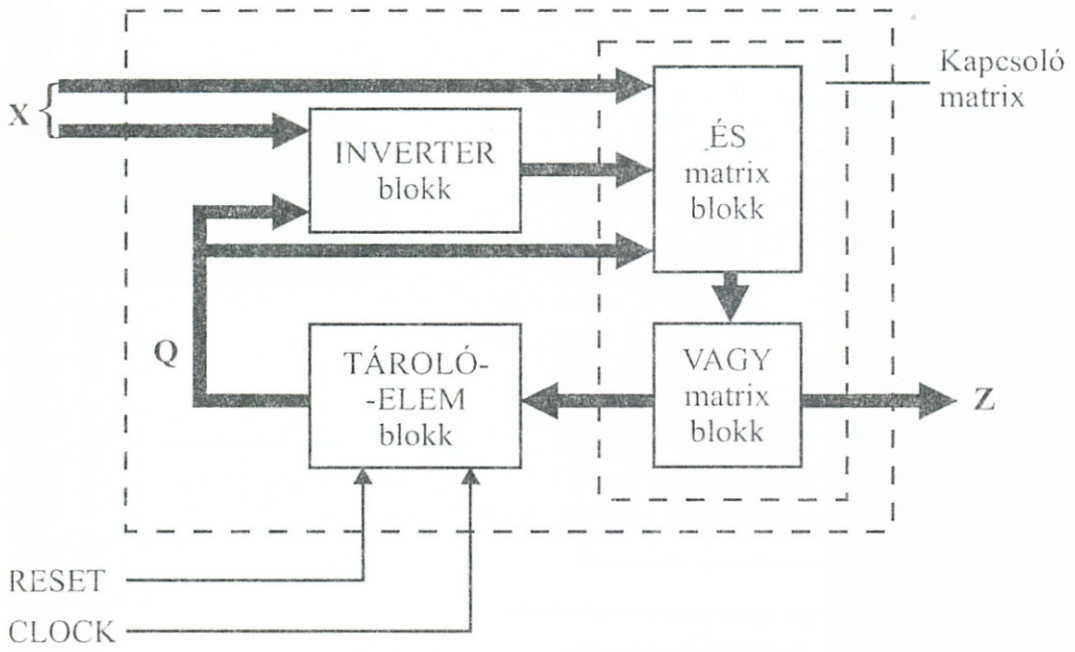
Az utóbbi változattal a könyv későbbi fejezeteiben foglalkozunk részletesebben, mivel tárgyalásához további fogalmak bevezetése is szükségessé válik.

A klasszikus változatnál – mint azt a 2. fejezetben ugyancsak említettük – a berendezés által megoldandó feladat algoritmusát, mintegy „beforrasztva a hardver kialakításba" valósítjuk meg. Eddigi vizsgálataink elsősorban ilyen, klasszikus modellben gondolkodva történtek, melynek megfelelő hálózatot a 8-24. ábra szerinti két részből összetevődőnek tekintettük általánosságban. A tervezés során mind a kombinációs hálózatrész összetevőinek, mind a tárolóelemek számának csökkentésére törekedtünk, mely szemléletmód az SSI és MSI-realizációk esetében előnyösebbnek mutatkozott.

Már az állapotminimalizálás és -állapotkódolás kapcsán utaltunk rá, hogy a kombinációs rész, vagy a tárolós rész redundanciájának növelésével (pl. redundáns szekunder-változók bevezetésével) kedvezőbb egyszerűsítési feltételeket teremthetünk a másik hálózatrész kialakításához (pl. egyszerűsödik a tárolóelemeket vezérlő kombinációs hálózat).

Az LSI technika elterjedésével a PLD kapcsolómátrixok megjelenése koncentráltan olyan nagyszámú kapuáramkört bocsátott a tervező rendelkezésére, hogy a hagyományos értelemben vett kombinációs hálózat minimalizálás jelentősége lecsökkent, gyakran feleslegessé is vált. E szemléletmód-változás kihat a sorrendi hálózatok tervezésére is, például olyan formában, hogy a 8-24. ábra két összetevőjéből a tárolóelemek számának csökkentését tekintjük a fontosabbnak LSI realizáció esetén.

A kapcsolómátrixokból felépülő PLD áramkörök működési elvével, felépítésével a 6. fejezetben, alkalmazásával a 7. fejezet kombinációs hálózati példáinál már foglalkoztunk. A sorrendi hálózatok kombinációs összetevőinek realizálásánál ugyancsak felhasználhatjuk ezeket az eszközöket. A gyártó cégek – a tervezők támogatására – külön erre a célra orientált integrált áramköröket fejlesztettek ki. Vizsgáljunk meg két alapesetet:



8-25. ábra *PLA sorrendi hálózatban*

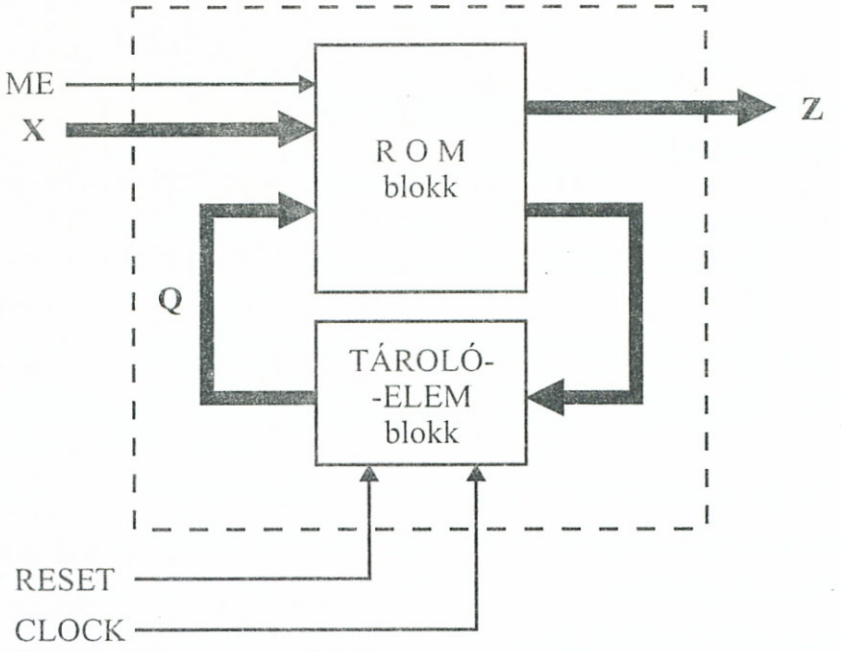
a) PLA felhasználása sorrendi hálózatok realizálásánál

A 8-25. ábrán, a 6. fejezet 6-4b. ábrájára támaszkodva, felrajzoltuk egy sorrendi áramkörök realizálására alkalmas PLA integrált elem blokksémáját, mely háromféle összetevő-blokkot tartalmaz. Itt a *kapcsolómátrix egység* szolgál – hasonlóan például a 7-18. ábra esetéhez – az adott feladathoz megtervezett kombinációs hálózatrész (tárolók működtető áramkörei, kimeneti áramkörök) beégetés útján történő realizálására. A *tárolóelem egység* tartalmaz számos, egy- vagy esetleg többféle típusú tárolóelemet, melyeket a feladat adottságainak megfelelően a beégetéskor csatlakoztatunk a megfelelő kombinációs hálózatrészekhez. Az *inverter egyégben* található és ugyancsak tetszés szerinti kapcsolatba beiktatható inverterek biztosítják az áramkör N–É–V műveletrendszerbeli funkcionális teljességét, melynek révén mindenféle logikai feladat megoldhatóvá válik.

b) ROM-ok felhasználása sorrendi hálózatok realizálásánál

A ROM-okat – hasonlóan a PLA esethez – a kombinációs hálózatrész realizálására használjuk fel. A sorrendi hálózatokra általánosított sémát a 8-26. ábrán rajzoltuk fel.

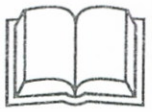
Végezetül megjegyezzük, hogy ha a 6. fejezet 6.4.3. pontjában bevezetett összetett PLD (MAX, LCA) struktúrák valamelyikét használnánk fel a realizációnál, akkor a fenti két blokkvázlat csak általános tájékoztatásul szolgálnak, mivel a további lépéseknél már a



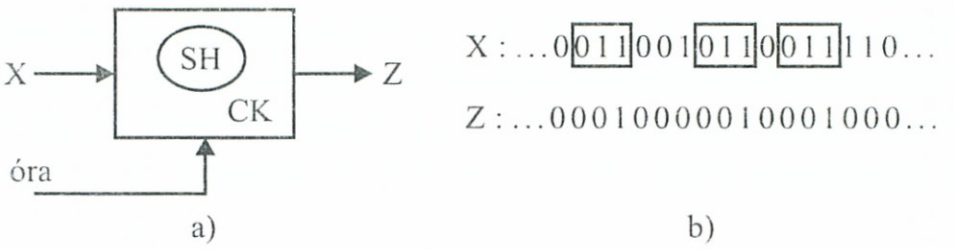
8-26. ábra *ROM sorrendi hálózatban*

MAX, ill. LCA-struktúrákhoz tartozó *szoftver vonatkozások* előírásai szerint kellene eljárnunk.

8.2.5. Egy összefoglaló feladat



8.13. példa: Alakítsunk ki egy szinkron sorrendi hálózatot, mely a 8-27a. ábra szerinti felépítésű. A Z kimeneten akkor van $Z = 1$ érték, ha az X bemenetre sorosan érkező jelsorozatban utoljára: $S_x^3 = 011$ értékcsoport érkezett. Az ilyen berendezéseket az átviteltechnikában *bináris sorozatdetektor*-nak nevezik. Jelen példában a detektálandó sorozat tehát: 011 a 8-27b. ábra idődiagramja szerinti működéssel:



8-27. ábra *Sorozatdetektor példa*

A berendezés működését analizálva, elegendőnek látszik a beérkező három bit közül csak az első kettőt (B, A) tárolni, és ezeket az utolsóként érkező harmadik Xi értékkel kiegészítve kiértékelni. Így egy Mealy-típusú automata-modell fogja adni a megoldást, mivel érvényes, hogy:

$$z = \psi\,(x,\, q).$$

A beérkező sorozatnál, az előzőleg tárolt értékeket „t", a későbbieket „$t+1$" indexeléssel jelölve így összeállíthatjuk a 8-28a. ábra szerinti táblázatot, mely a „t" időpontban tárolt, két bittel kapcsolatos összes lehetséges kombinációs esetet felsorolva megmutatja ezek „$t+1$" következő ütembeli módosulását a beérkező utolsó bit $X = 0$, ill. $X = 1$ értékeitől függően. A táblázatban feltüntettük az adott bit-sorozatokhoz tartozó Z kimeneti értékeket is, melyek – mint látható – a 2. sor $X = 1$ oszlopában veszik fel a BAX – 011 értékcsoporthoz tartozó $Z = 1$-et.

Előző táblázatunkat általánosabb formába hozva felrajzolhatjuk, mint egy szinkron sorrendi hálózat bemeneti- és kimeneti állapottáblázatát a 8-28b. ábra szerint, ahol a 00, 01, 10, 11 belső állapotokat a, b, c, d betűkkel jelöltük.

t	t+1		t	
BA	BA		Z	
	X=0	X=1	X=0	X=1
00	00	01	0	0
01	10	11	0	1
10	00	01	0	0
11	10	11	0	0

a)

⇒

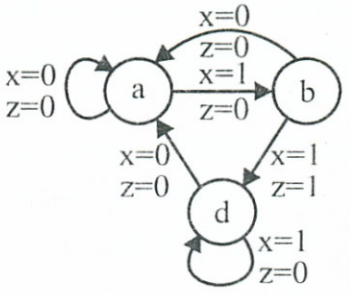
t	t+1		t	
q	q		z	
	X=0	X=1	X=0	X=1
a	a	b	0	0
b	c	d	0	1
c	a	b	0	0
d	c	d	0	0

a = c

b)

t	t+1		t	
q	q		Z	
	X=0	X=1	X=0	X=1
a	a	b	0	0
b	a	d	0	1
d	a	d	0	0

c)



d)

Belső állapot	Kód Q_BQ_A
a	00
b	01
d	11
–	10

e)

t	t+1		t	
Q_BQ_A	Q_BQ_A		Z	
	X=0	X=1	X=0	X=1
00	00	01	0	0
01	00	11	0	1
11	00	11	0	0
10	hh	hh	h	h

f)

8-28. ábra *A sorozatdetektor állapottáblái*

A táblázatot szemlélve feltűnik, hogy az „a" és „c" állapotok „t+1" ütembeli belső állapotai és kimeneti állapotai megegyeznek. Az ilyen jelenséget [mint (8.7)-nél láttuk] *állapot-ekvivalenciá*nak nevezzük és bebizonyítható, hogy több, egymással ekvivalens állapot esetén az állapottáblázatban elegendő közülük csak egyet szerepeltetni. Ily módon a 8-28b. ábrabeli táblázat az:

$$a = c$$

állapot-ekvivalencia miatt a 8-28c. ábrabelivé egyszerűsödik. Ez hasznos részeredmény, mivel a tervezés későbbi szakaszában egyszerűsítési lehetőségeket fog kínálni számunkra. A legutolsó állapottáblázat alapján, szemléltetésül felrajzolhatjuk a 8-28d. ábrán látható legegyszerűbb állapotgráfot, mely a kialakítandó hálózat működésére jellemző. Innen és az egyszerűsödött állapottáblából látható, hogy a leendő hálózat három belső állapottal kell, hogy rendelkezzen, aminek megvalósításához 2 db tárolóelem elegendő lesz (8.11) szerint.

A két tárolóelemet Q_B, Q_A-val jelölve, ezek bináris kombinációival ki tudjuk fejezni a korábbi „*a*", „*b*", „*d*" belső állapotokat. Ezt az összerendelési folyamatot – mint már láttuk – *állapotkódolás*nak nevezzük. Például válasszuk a 8-28e. ábrán látható összerendelést, melynél a négy lehetséges bináris kombinációból most – a kívánalomnak megfelelően – csak hármat hasznosítunk és a negyedik lehetőséget határozatlan esetnek tekinthetjük.

Az állapotkódolás után kitölthető már a *kódolt állapottábla,* melybe a 8-28c. ábra betűinek helyébe behelyettesítjük a 8-28e. ábra szerinti kódokat és végül a 8-28f. ábra táblázatát nyerjük.

A következő kérdés, hogy a korábban megismert tárolóelemek közül melyik típussal realizáljuk a sorozatdetektort.

Például a *T-tárolót* választva – mint ismeretes erre jellemző tulajdonság, hogy ha

– a kimeneten $Q_t \neq Q_{t+1}$ értékváltozás van, akkor

a szükséges bemeneti vezérlőjel: $T = 1$

– a kimeneten $Q_t = Q_{t+1}$, azaz nincs változás, akkor

a szükséges bemeneti vezérlőjel: $T = 0$.

Az előzőek alapján nyilvánvaló, hogy T_B és T_A értékeit úgy kell megválasztani, hogy a 8-28f. ábra táblázatai teljesüljenek, azaz:

$$T_B = f_B\,(X, Q_B, Q_A)$$
$$T_A = f_A\,(X, Q_B, Q_A)$$

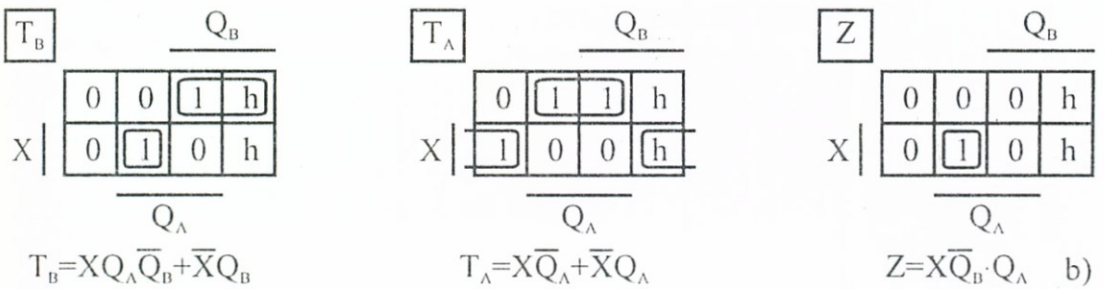
Hasonlóképpen még felírható:

$$Z = f_Z(X, Q_B, Q_A)$$

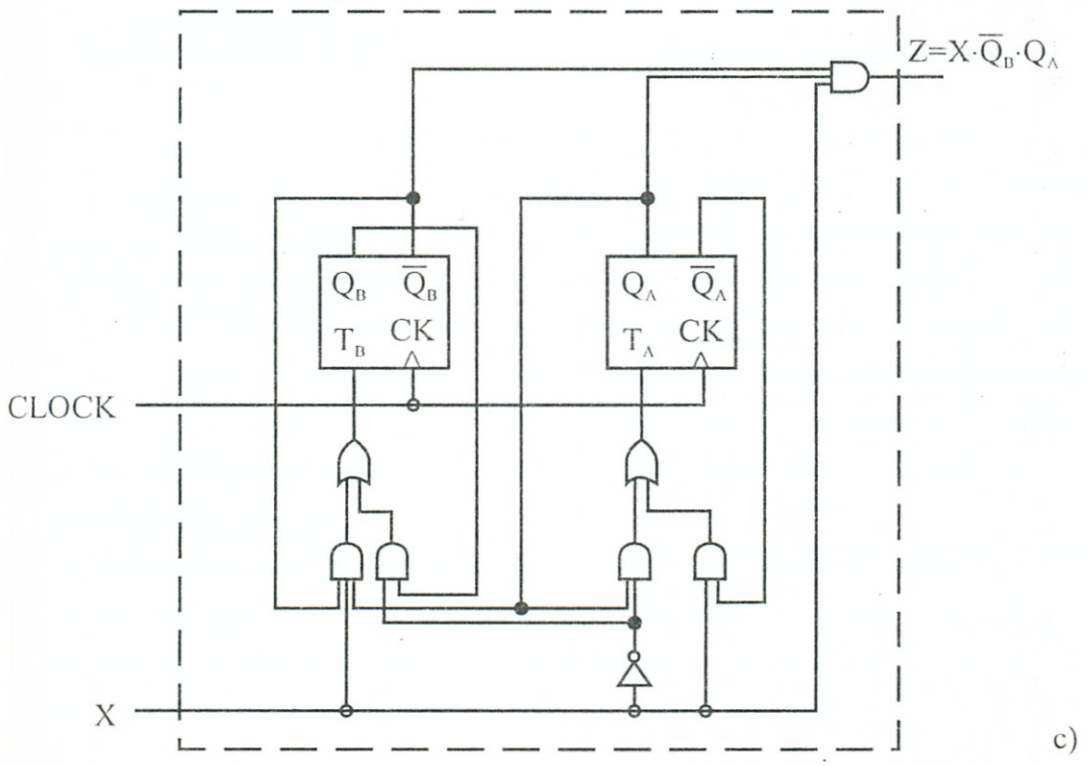
A fenti függvények felírása érdekében célszerű a 8-28f. ábra táblázatát a 8-29a. táblázattá átrendezni és közben $T_B T_A$ értékeit az előbbi

t			t+1				
X	Q_B	Q_A	Q_B	Q_A	T_B	T_A	Z
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	h	h	h	h	h
0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	h	h	h	h	h
1	1	1	1	1	0	0	0

a)



b)



c)

8-29. ábra *A sorozatdetektor T-tárolás realizációja*

J K	Q'
00	Q
01	0
10	1
11	$\overline{Q}$

a)

⇒

Q→Q'	J K
0→0	0 h
0→1	1 h
1→0	h 1
1→1	h 0

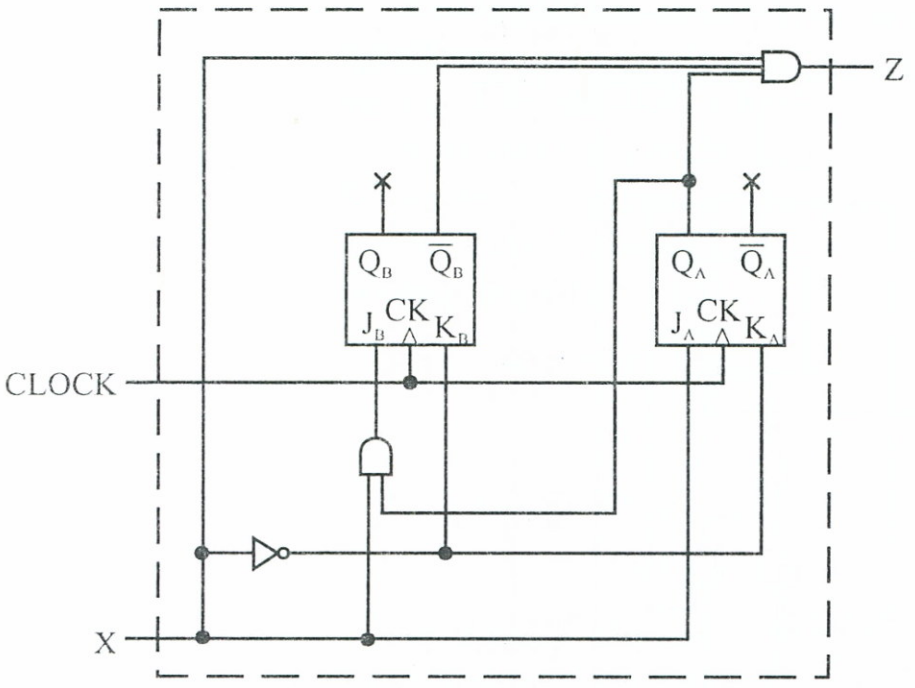
b)

$Q = Q_t$
$Q' = Q_{t+1}$

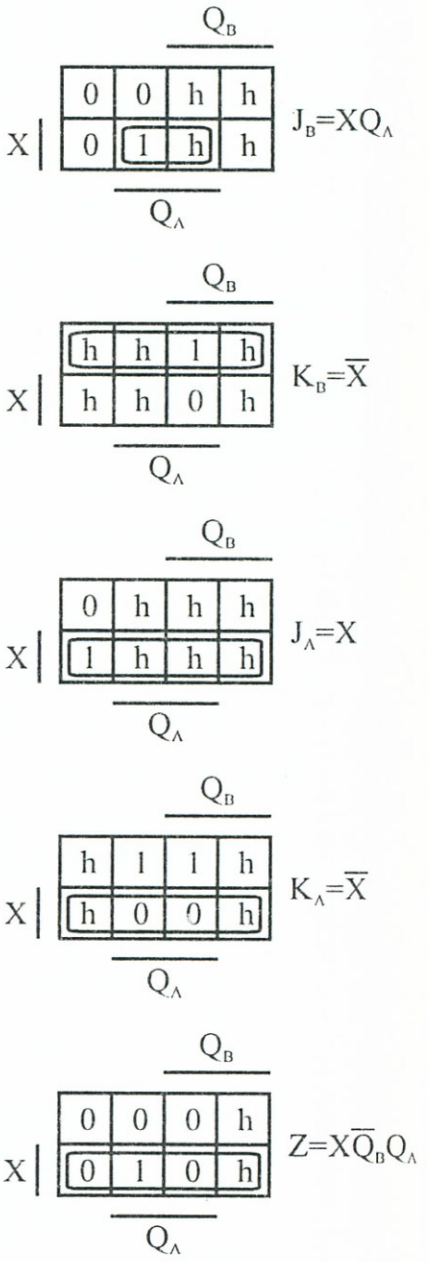
8-30. ábra *Vezérlési tábla leszármaztatása a definíciós táblából J-K tárolónál*

t X	Q_B	Q_A	t+1 Q_B	Q_A	J_B	K_B	J_A	K_A	Z
0	0	0	0	0	0	h	0	h	0
0	0	1	0	0	0	h	h	1	0
0	1	0	h	h	h	h	h	h	h
0	1	1	0	0	h	1	h	1	0
1	0	0	0	1	0	h	1	h	0
1	0	1	1	1	1	h	h	0	1
1	1	0	h	h	h	h	h	h	h
1	1	1	1	1	h	0	h	0	0
1.			2.		3.		4.		5.

c)



e)



d)

8-31. ábra *Sorozatdetektor J-K-tárolás realizációja*

T-tárolóra vonatkozó fenti megállapításokkal kitölteni. Ezután T_B, T_A, Z V–K tábláiból, a 8-29b. ábra szerint a keresett függvények felírhatók. A teljes sorozatdetektor T-tárolós logikai vázlatát a 8-29c. ábrán rajzoltuk fel.

Végezetül vizsgáljuk meg azt, hogy miként módosult volna ez a feladat, ha a T-tároló helyett *J–K-tárolót* választottunk volna a realizációhoz. Emlékeztetőül a 8-30. ábrán felírtuk a *J–K*-tároló *definíciós* és *vezérlési* táblázatait. A vezérlési táblázat, mint ismeretes, azt mutatja meg, hogy milyen vezérlést kell adni a J, K-bemenetekre annak érdekében, hogy a Q →Q' felsorolt átmenetek közül az éppeni aktuálisat elő tudjuk idézni. Ilyen, éppen aktuális, jelen példánk által igényelt átmenetek szerepelnek a 8-31c. táblázat 1. és 2. rovatában, melyeket már a 8-29a. ábrán is felrajzoltunk és ide átmásoltunk. Mivel itt a T-tárolók helyett *J–K*-tárolók szerepelnek, a 8-31c. ábra 3. és 4. rovatába a vezérlési táblázat segítségével megállapított, szükséges *J–K* párok értékeit írtuk be soronként. Ezután a J_B, K_B, J_A, K_A függvények *V–K* tábláit is felrajzolva (8-31d. ábra), ezek minimál alakjainak előállítása után a 8-31e. logikai vázlatot kaphattuk eredményül. A Z függvényt közvetlenül átmásolhattuk a 8-29. ábrából.

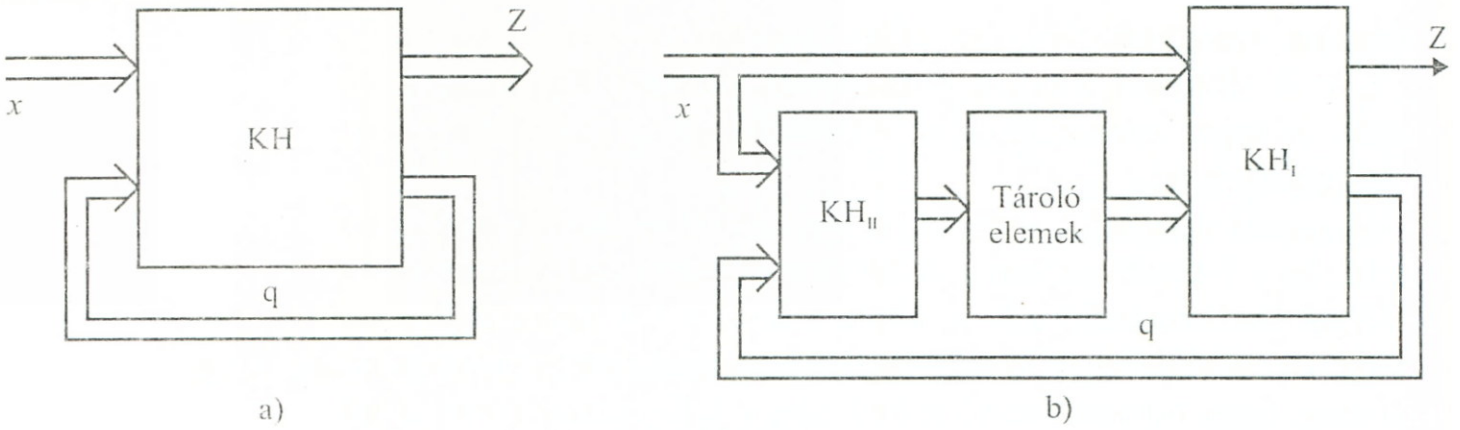
A példa mindkét változata csupán néhány kapuáramkört tartalmaz, ezért a realizáció SSI-ben látszik a legmegfelelőbbnek.

8.3. Aszinkron sorrendi hálózatok kialakítása

Az aszinkron sorrendi hálózatok alapvető jellemzőivel már a 6.2. pontban foglalkoztunk. A 8.1. pontban ismertetett intuitív tervezési módszer kapcsán pedig további meggondolásokat végeztünk, melyeket e fejezetben általánosítva az aszinkron sorrendi hálózatok jellemzésére a 8-32. ábra szerinti, két felépítési struktúrát rajzolhatjuk fel.

A 8-32a. ábra a *visszacsatolt* kombinációs hálózaton (KH) alapuló felépítést, a 8-32b. ábra a *tárolóelemes* felépítést mutatja. Az utóbbinál a KH_I a kimeneti, a KH_{II} a tárolóelemeket működtető kombinációs hálózatrészeket jelenti.

Aszinkron hálózatok tervezésekor a fenti két struktúra valamelyikéből kiindulva állítjuk elő a realizációs hálózatot. Hasonlóan a korábbi fejezetekben lefektetett, sorrendi hálózatokra vonatkozó tervezési elvekhez, a tervezési folyamat itt is két szempont köré csoportosul:



8-32. ábra *Aszinkron sorrendi hálózatok felépítési struktúrái*

- a *belső állapotok számának* csökkentése, mely itt vagy a visszacsatoló ágak számának csökkentését, vagy a tárolóelemek számának csökkentését jelenti;
- a *KH*, ill. *KH_I–KH_{II} kombinációs hálózatok optimális* kialakítása.

Az első szempont kapcsán alkalmazandó *állapot-minimalizálásnál* hasonló módszereket fogunk követni, mint a szinkron-hálózatoknál megismertek, de itt – mint látni fogjuk – további lehetőségek is adódhatnak. Az *állapotkódolásnál* sajátos követelményeket vet fel az aszinkron jelleg, ezért újabb meggondolások itt is szükségesek lesznek.

A második szempont teljesítésénél figyelembe kell vennünk, hogy a kérdéses kombinációs hálózatok bemenetein a primer (bemeneti) változók mellett megjelenő szekunder (visszacsatoló-ágból érkező) változóknál a 6.2.2. pontban bevezetett: visszacsatolások és késleltetések kölcsönhatásából keletkező hatások is megjelennek, melyekre külön ügyelni kell a tervezéskor.

Végül is az aszinkron hálózattervezés során követendő irányelveket a következőkben foglalhatjuk össze:

- minimális belső állapot-szám,
- legegyszerűbb KH-összetevők,
- kritikus versenyfutás, ill. gerjedésmentes működés,
- lényeges hazard-nélküli működés.

Az optimális megoldásnál – mint már a szinkron esetben is láttuk – az első két irányelv közötti kompromisszum is felmerülhet. Az utolsó két irányelv viszont minden körülmények között teljesítendő, mivel be nem tartásuk a hálózat megbízható működését teszi kérdésessé.

A tervezés során – amennyiben nem kiküszöbölhetők – megengedjük az ún. „nem kritikus versenyfutás"-ok létrejöttét, de törekedni

kell a *minimális számú instabil közbenső állapot* elérésére. Az olyan hálózatokat, melyeknél a stabil állapotok között csak egy instabil állapot helyezkedik el – alkalmazkodva a hazai irodalomban kialakuló elnevezéshez is – *normál* típusú aszinkron-hálózatoknak fogjuk nevezni.

A megfelelő működés biztosítására itt is előfordulhat, hogy a minimálisnál nagyobb számú belső változó alkalmazása lesz célszerűbb.

Fel kell hívnunk a figyelmet még egy fontos további szempontra is: A bemenetre érkező X_i-változók közül többnek azonos időpillanatban feltételezett változása a *funkcionális hazard* fokozott veszélyét rejti magában és ez – különösen, ha még a szekunder-változó késleltetéssel kombinálódik – a működést követhetetlenné teheti. Tényleges egyidejű változásokkal ugyanis csak *kapuzott szinkron* üzemmódban lehet számolni, aszinkron esetben valamelyik változás mindig valamivel előbb bekövetkezik mint a másik. Emiatt a bemeneti állapot-változásokat gyakran célszerű formálisan $H = 1$ Hamming-távolság feltételezésével kezelni.

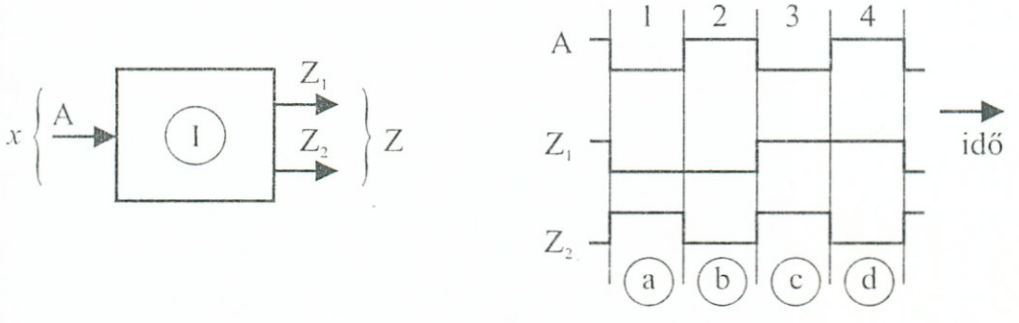
8.3.1. A hálózatkialakítás főbb mozzanatai

Az előzőkben elmondottak már elegendők arra, hogy egy bevezető példa megoldására kísérletet tegyünk, melynek tapasztalatai alapján a hálózatkialakítás algoritmusát végül lépésekbe foglalhatjuk.

8.14. példa: Tervezzünk órajel-nélküli hálózatot, mely a bemenetére érkező:

$$s_x = \overset{A}{0} \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow \ldots$$

állapotsorozat állapot-átmeneteit „megszámolni" képes, két kimenetének logikai értékkombinációiból előállított két helyértékű, kettes számrendszerbeli számok alábbi sorozata segítségével:



8-33. ábra *Kiindulás a bevezető példához*

$$s_z = \overset{Z_1 Z_2}{0\ 1} \rightarrow 00 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 01 \rightarrow \ldots$$

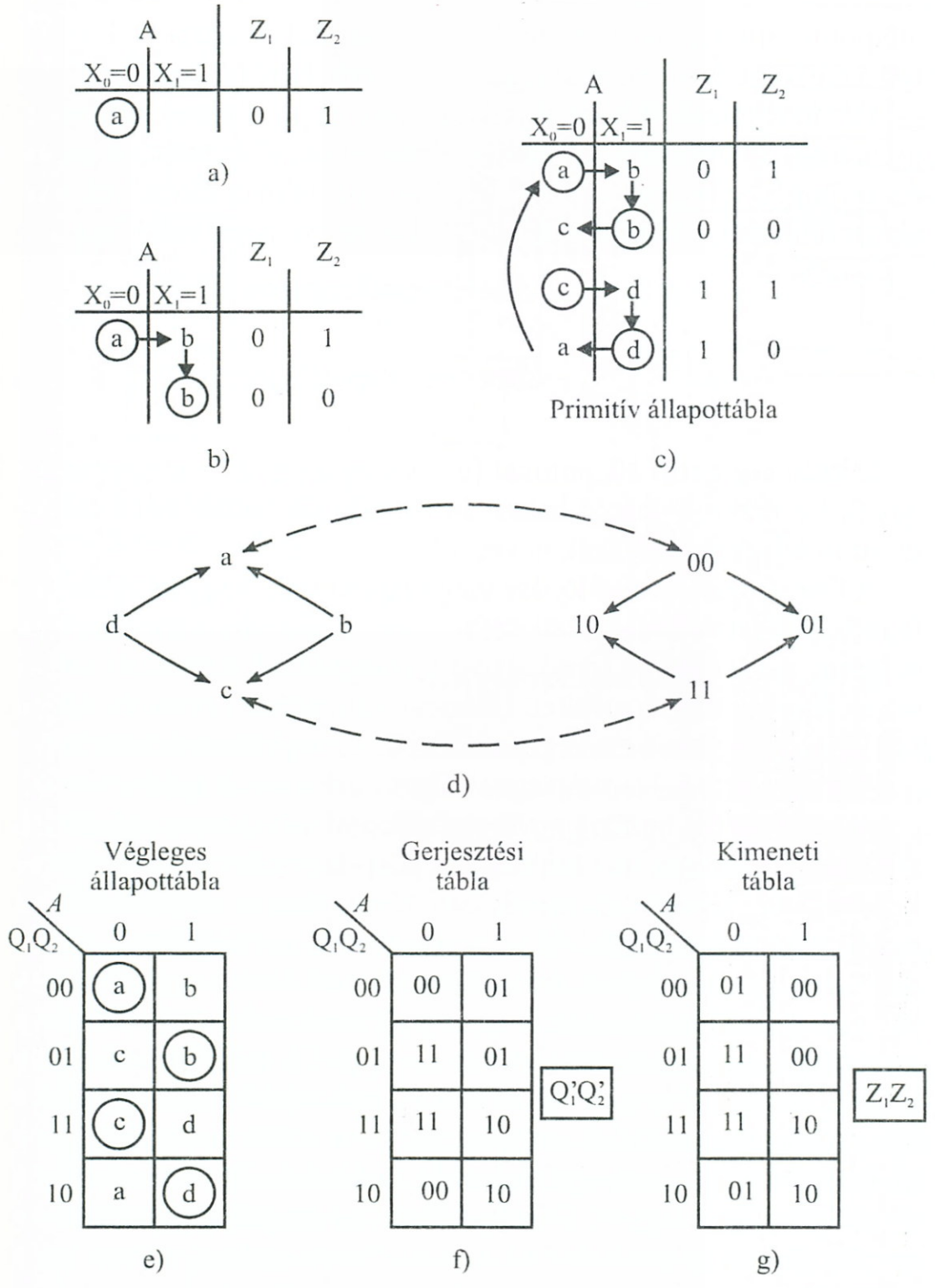
I. A hálózat várhatóan ciklikus működésű kell, hogy legyen, mivel a két kimenet csak 4-ig történő számolást tesz lehetővé. A kiinduló vázlatot és a leképezést szemléltető ütemdiagramot a 8-33. ábrán rajzoltuk fel.

II. Nyilvánvaló, hogy ha az itt megadott kezdeti feltételekből kiindulva sikerül előállítanunk a jellemző táblákat, akkor a hálózat automata modellje, illetve logikai vázlata is felírható, illetve felrajzolható lesz. További törekvés természetesen, hogy ez az automata a lehető legegyszerűbb (ill. optimális) is legyen.

A jellemző tábláknál első lépésként az *állapottábla* előállítását tűzzük ki célul. Ennek érdekében először lépésről lépésre felépítjük a kezdeti feltételekből kiindulva az állapottábla egy első közelítését, az ún. *primitív állapottáblát,* melyet aztán majd tovább finomítunk.

A *primitív állapottábla* a bemeneti állapotok, a hatásukra létrejövő kimeneti állapotok, valamint a kezdeti feltételekből kiolvasható totális állapotok közt állít fel kapcsolatot.

Példánknál (ahol az ütemdiagram minden üteméhez egy stabil állapotot képzelünk) kiindulva az ütemdiagram kezdetének tekintett 1. üteméből az ehhez tartozó stabil állapotot ⓐ-val jelöljük és beírjuk a primitív állapottábla megfelelő helyére a $Z_1Z_2 - 01$ értékkel együtt (8-34a. ábra). Továbbhaladva a 2. ütembe, melynek stabil állapotát előzőleg ⓑ-vel jelöltük, az $A = 0 \rightarrow 1$ átmenet zajlik le. Mivel a hálózat belső viszonyairól egyelőre semmit sem tudunk, tehát azt sem tudjuk még, hogy melyik bemeneti állapotváltozás fog belső állapotváltozást okozni, ezért célszerű előzetesen azt is feltételeznünk, hogy minden bemeneti állapotváltozás belső állapotváltozással is együtt jár. Ez belső állapotaink szempontjából azt jelenti, hogy az egyes ütemekhez tartozó stabil állapotok közé egy-egy *instabilt* is beiktatunk. Például az 1. és 2. ütemnél az ⓐ $\rightarrow b \rightarrow$ ⓑ állapotsorozatot jelent. Fentiek a primitív állapottáblán úgy jelentkeznek, hogy az ⓐ stabil állapot sorában $A = 0 \rightarrow 1$ változás hatására megjelenik az instabil „b", majd ez „magától" átmegy egy stabil ⓑ-be, amely számára a táblán új sort nyitunk (8-34b. ábra). Természetesen ebbe az új sorba beírjuk a ⓑ állapothoz tartozó kimeneti állapot $Z_1Z_2 = 00$-t is. Hasonló módon eljárva a 3. és 4. ütemnél is és feltételezve a ciklikus működést, végül kialakul a 8-34c. ábra szerinti kitöltött primitív állapottábla, amellyel a hálózat működésének első közelítését így megadtuk. A primitív állapottábla minden sorában csak egyetlen stabil állapot helyezkedik el, és a kimenetek hozzájuk tartoznak.



8-34. ábra *Jellemző táblák előállításának menete*

III. A soronként ugyancsak feltételezett instabil átmeneti állapotok miatt, valójában ez a primitív állapottábla *nagy redundanciával* rendelkezhet. Ezért következő lépésben, arra kell törekedni, hogy olyan ekvivalens, vagy lefedő megoldást keressünk, melynek állapotszáma minimális, azaz legkisebb redundanciájú. Jelen bevezető példánknál ilyen redukcióra nincs lehetőség, mivel a feltételezett instabil

állapotok mindegyikében ténylegesen van belső állapotváltozás is, így az állapotminimalizálásra később térünk ki részletesebben.

IV. Következő feladat a jellemző táblák előállítása felé vezető úton, hogy automatánk „q" totális állapotait és „z" kimeneti állapotait összefüggésbe hozzuk egy „q" belső állapothalmas elemeivel, mivel ekkor felírható, illetve a jellemző táblák révén megadható lesz a:

$$q' = \rho\,(x,\, q) - \text{belső-állapotfüggvény és a}$$

$$z = \begin{cases} \gamma(x, q) \\ \gamma^*(q^*) \end{cases} - \text{kimeneti állapotfüggvény.}$$

Ezután a q belső állapotokat (és esetleg az x, ill. z állapotokat is) egy 0, 1 értékkombináció-halmazhoz rendeljük hozzá. Ezt a műveletet itt is *állapotkódolás*nak nevezzük.

A hozzárendelés első lépése megállapítanunk, hogy hány belső állapotra – illetve ebből következően, hány szekunder-változóra – lesz szükség. Annyi számú belső állapottal rendelkező automatát kell csinálni, hogy a leegyszerűsített (állapotminimalizált) primitív állapottáblázat minden sora mellé jusson belőlük megkülönböztetésül.

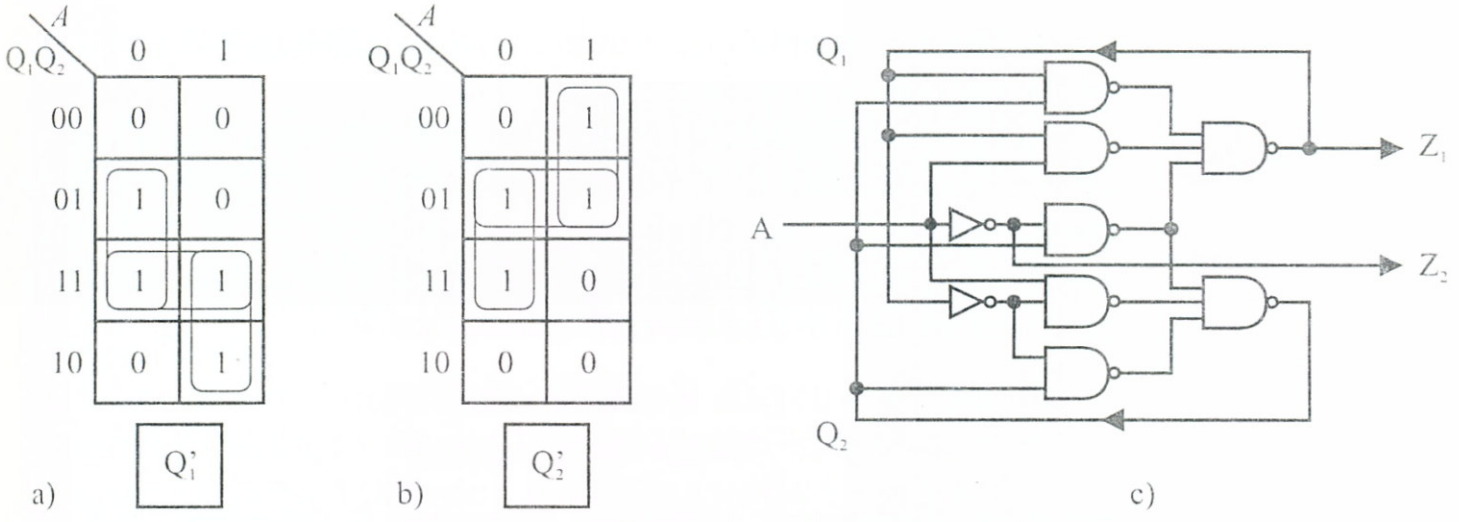
Példánknál a 8-34c. végleges változatnál a sorok száma: $r = 4$.

A sorok mellé írandó négy belső állapot előállítására legalább két szekunder-változóra van szükség. Ezeket vagy két visszacsatoló-hurkos, vagy két tárolót tartalmazó felépítésmódban is előállíthatjuk, így az automatánknak megfelelő szekvenciális hálózat felépítése a 8-32a., ill. b. ábra szerinti lehet. A részletes állapotkódolás valójában most jön, mivel el kell döntenünk, hogy a Q_1Q_2 szekunder-változók melyik értékpárját írjuk be az állapottábla sorai mellé. Aszinkron hálózataink nál irányadó szempont olyan felírási sorrendet választani, hogy az átmenetek szempontjából szomszédos sorok mellé írt belső állapotok kódjai csak egy értékváltozásban különbözzenek, azaz Hamming-távolságuk $H = 1$ legyen. Ezzel a felvétellel elkerüljük a kritikus versenyfutások és gerjedések kialakulását. Példánknál egy ilyen hozzárendelést mutat a 8-34d. ábra.

V. Ezt követően már felrajzolhatók a hálózat jellemző táblái, melyeket a 8-34e., f., g. ábrák mutatnak.

A példamegoldás következő lépését aszerint végezzük, hogy a hálózatot melyik felépítési módban realizáljuk. Vizsgáljuk meg mindkét változatot.

Va. Visszacsatoló-hurkos változatnál a gerjesztési függvények közvetlenül felírhatók a 8-34f. gerjesztési tábla szétbontásával. A tömbösítés során kitűnik, hogy hazard veszélye áll fenn, ezért átfedő



$Q_1' = \overline{A} \cdot Q_2 + A \cdot Q_1 + Q_1 \cdot Q_2$

$Q_2' = \overline{A} \cdot Q_2 + A \cdot \overline{Q}_1 + \overline{Q}_1 \cdot Q_2$

$Z_1 = Q_1$

$Z_2 = \overline{A}$

8-35. ábra *Visszacsatoló-hurkos megoldás*

tömböket ajánlatos bevezetni a 8-35a., és b. ábráknak megfelelően. A kimeneti függvényeket a 8-34g. kimeneti tábla szétbontásával írhatjuk fel. Ekkor megállapítható, hogy: $Z_1 = Q_1$, $Z_2 = \overline{A}$. Ezután a visszacsatoló-hurkos változatot pl. NAND-kapukkal realizáló logikai hálózat már felrajzolható a 8-35c. ábra szerint.

Vb. Tárolóelemes változatnál első lépésben el kell döntenünk a felhasználandó tároló típusát. Válasszunk *S–R*-tárolót egyszerű sztatikus realizációval. A feladat ezután a tároló bemeneti pontjaihoz tartozó *S*, és *R* működtető függvények meghatározása. Itt a viszonyokat két feltétel határolja be. Egyrészt teljesítenünk kell a tároló kimenetén a szekunder-változók 8-34f. gerjesztési táblázat szerinti, adott példára vonatkozó alakulását, másrészt figyelembe kell venni a választott tárolótípus (jelenleg *S–R*) sajátos működési feltételeit. Tartalmilag itt egy logikai egyenletmegoldás problémája vetődik fel (hasonlóan a már korábban tárgyalt esetekhez), mely bal oldalán a gerjesztési tábla tartalma, jobb oldalán a választott tároló működési függvénye szerepel és a közéjük tett egyenlőségjel az adott példára történő alkalmazást jelenti. Esetünkben:

$$(Q_i') \text{ (gerjesztési táblából)} = (S_i + \overline{R}_i \cdot Q_i) \text{ (adott tárolónál)}.$$

Ebben az egyenletben S_i és R_i még ismeretlenek, és úgy kell őket meghatározni, hogy az egyenlet ténylegesen kielégüljön. Mint látjuk,

az elv hasonló, mint amit a szinkron-hálózatoknál, a 8.2.5. pontbeli példa megoldása kapcsán megismertünk.

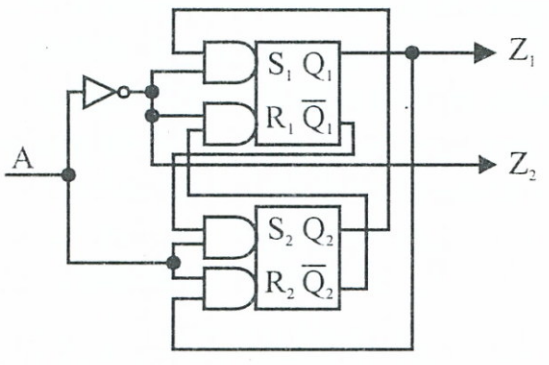
Az egyenletmegoldásnál felhasználhatók lennének a logikai egyenletekre vonatkozóan (7.5. pont) elmondottak is. Példaként a szinkron-hálózatoknál már alkalmazott utat követve és az S–R-tároló (6-34. ábra) vezérlési táblázatát felhasználva, a gerjesztési tábla alapján kitölthetjük a 8-36a. ábra táblázatát, amely az

$$S_i = S_i\,(Q_1, Q_2, A)$$
$$R_i = R_i\,(Q_1, Q_2, A)$$

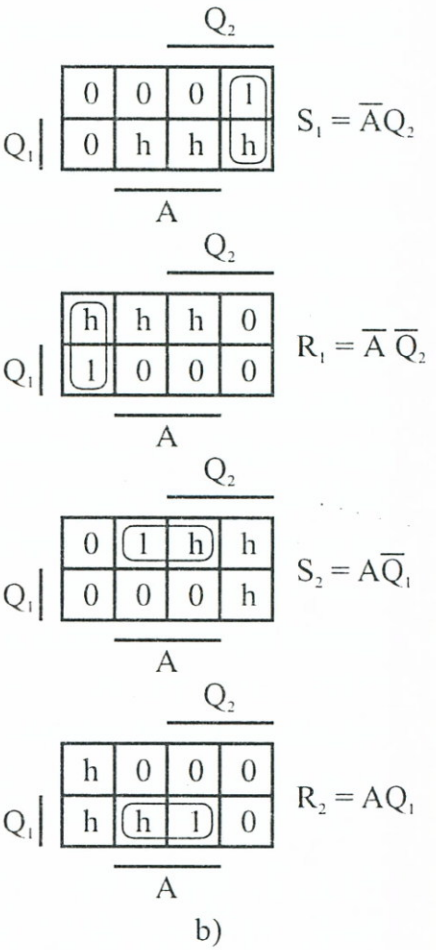
bemeneti függvények táblázatos leírásának is tekinthető. Ezt *V–K* táblákba transzformálva a minimalizálást elvégezhetjük. Ügyelnünk kell arra, hogy sztatikus tároló esetén a tároló kimenete saját bemenetét ne vezérelje, azaz a fenti függvények a Q_i változóra degenerálttak legyenek. Bebizonyítható, hogy a határozatlan esetek jóvoltából a tömbösítés ilyen változatban mindig végrehajtható. A *V–K* táblákat a 8-36b. ábrán rajzoltuk fel. A kimeneti Z_1Z_2 függvények a korábbi 8-35. ábrából átvehetők, így egy végleges realizációs vázlat a 8-36c. ábra szerinti lesz.

Q_1	Q_2	A	Q_1'	Q_2'	S_1	R_1	S_2	R_2
0	0	0	0	0	0	h	0	h
0	0	1	0	1	0	h	1	0
0	1	0	1	1	1	0	h	0
0	1	1	0	1	0	h	h	0
1	0	0	0	0	0	1	0	h
1	0	1	1	0	h	0	0	h
1	1	0	1	1	h	0	h	0
1	1	1	1	0	h	0	0	1

a)



c)



b)

8-36. ábra *Tárolóelemes megoldás*

A hálózatkialakítás algoritmusa (8.15)

A bevezetőben elmondottak és az előző példa tapasztalatainak birtokában már összefoglalhatjuk az aszinkron hálózatok szisztematikus tervezésének főbb lépéseit:

I. lépés: Az adott feladat kiinduló feltételeinek egyértelmű matematikai megfogalmazása. Ez történhet ütem-, vagy idődiagrammal, állapotgráffal stb.

II. lépés: Primitív (más néven: előzetes) állapottábla előállítása. Ezt a kiinduló feltételek alapján lépésről lépésre építjük fel. A tábla fejrovatába a bemeneti állapotok, belsejébe a totális állapotok, illetve a stabil állapotokhoz tartozó kimeneti állapotok kerülnek. A primitív állapottáblánál előzetesen feltételezzük, hogy minden bemeneti állapotváltozás belső állapotváltozással jár, ennek következményeként a tábla minden sorában csak egyetlen stabil totális állapot helyezkedik el, a sor többi cellájába vagy instabil, vagy határozatlan esetek kerülnek. Az így kapott primitív állapottábla csak első közelítése a végleges állapottáblának, ezért egyszerűsítenünk kell, ha lehetséges.

III. lépés: A primitív állapottábla egyszerűsítése. Ez általános esetben két fázisból állhat:

III/1. *Összeegyeztethető állapotok keresése*

E lépésben a 8.1. pontban bevezetett ekvivalencia és kompatibilitási relációkat vesszük figyelembe az egyes állapotok páronkénti összehasonlításakor, hasonló elven, mint ezt a szinkron-hálózatok szintézisénél már megismertük (8.2.1. és 8.2.2. pontok). Természetesen itt a kiindulás a primitív állapottábla, a végtermék a redukált állapottábla lesz.

III/2. *Sorok egyesítése*

Az összeegyeztetéssel redukálódott primitív állapottáblánál gyakran további lehetőségként jelentkezik a sorok „egyesíthetősége". E művelet során gondolatban minden sort kiemelünk a táblázatból és „ráhelyezzük" egyenként a többi sorokra. Ha a ráhelyezéskor azonos betűk kerülnek túlfedésbe, vagy egy betű és egy határozatlan eset kerül túlfedésbe, akkor a két sor egyesíthető, ha eltérő betűk fedik egymást, akkor nem egyesíthető. Az egyesítés eredményeként megmaradó eredő sornál az egymásra helyezett párok esetén:

stabil – instabil esetben : stabil
bármi – határozatlan esetben : bármi (8.16)

lesz a domináns és ezt kell az egyszerűsödő állapottáblába beírni.

Ha két egyesítendő sornál csak a kimenetek térnek el, az egyesítést akkor is végrehajthatjuk, mivel a kimenetek valójában nem az egyes sorokhoz, hanem a primitív állapottábla soraiban elhelyezkedő egyetlen stabil állapothoz tartoznak. (Így szerepelnek a kiinduló ütemdiagramban is.) Ilyenkor a kimenetet, hasonlóan a Huffmann-táblánál alkalmazott módhoz, a stabil állapot mellé írjuk, bele a táblába.

Előfordulhat, hogy egyszerre több sor is egyesíthető, vagy egy sor egyik vagy másik sorral is egyesíthető külön-külön. Ez, több variáció közti választást tesz lehetővé, melyek közül a következő lépés: az *állapotkódolás* szempontjából legkedvezőbbet és végeredményben a legkevesebb sort előállító megoldást kell választani.

IV. lépés: Állapotkódolás. Az ezzel kapcsolatos alapfogalmakat már előzőleg összefoglaltuk. Mint a bevezető példában is említettük, aszinkron hálózatnál az állapotkódolás során különös figyelmet kell szentelni a kritikus versenyfutások elkerülését biztosító, átmenet szempontjából egységnyi Hamming-távolságú kódszavak elhelyezésének. E lépés eredménye a kódolt állapottábla.

V. lépés: A realizációs struktúra megválasztása és a jellemző táblák felrajzolása.

Va. *Visszacsatolt változatnál* a kódolt állapottáblából kiindulva felírható a *végleges állapottábla,* továbbá az *átmeneti* és a *gerjesztési tábla,* mely utóbbiból a gerjesztési függvények hazardmentesítve és minimalizálva nyerhetők.

Vb. *Tárolóelemes változatnál* először a felhasználandó tároló típusát kell megválasztani. Ezt részben a realizációs áramkörkészlet már behatárolja. Bebizonyítható, hogy elvben bármelyik típussal felépíthető a megoldás. Már a bevezető jellegű 8.3.1. példából is láttuk, hogy itt a gerjesztési tábla tartalmából és a konkrét választott tárolóelem működési függvényeiből felállított *egyenletrendszert* kell megoldanunk, melynek eredményeként a tárolók eddig még ismeretlen bemeneti függvényeit kapjuk.

A tárolók bemeneti függvényeinek felírásánál ügyelni kell, hogy az „*i*"-edik bemenet minimalizált alakjában ugyanahhoz a tárolóhoz tartozó Q_i kimenet ne szerepeljen független változóként. Ez, mint említettük, minden esetben végrehajtható.

VI. lépés: Kimeneti tábla és függvények előállítása. Itt a következők szerint járunk el:

– Kiindulunk a primitív állapottábla stabil állapotaiból és az ezekhez tartozó Z_i értékkombinációkat beírjuk az állapotkódolt változókkal ellátott kimeneti tábla megfelelő helyére.

– Az instabil állapotoknál, ha az instabil állapotot magában foglaló tranziens ciklusnak a stabil kiinduló és végállapotához azonos kimeneti $Z_k = Z_i$ értékkombinációk tartoznak, akkor az instabil állapothoz is ezt rendeljük és beírjuk a kimeneti tábla megfelelő sejtjébe.

Ha nem azonosak az instabil állapotot magában foglaló ciklus két végponti stabil állapotához tartozó Z_i, Z_k értékkombinációk, ez esetben a kimeneti értékeket szabadon választhatjuk, azzal a tranziensek miatt célszerű megszorítással, hogy a két végpont között a kimeneti értékkombinációkban csak *egy értékváltozás* történjen.

VII. lépés: A sorrendi hálózat logikai vázlatának felrajzolása.

Az algoritmussal kapcsolatban még célszerű néhány további megjegyzést is tenni:

Számos megszívlelni való átvehető a (8.6) algoritmus megjegyzései közül.

A II. lépés-beli primitív állapottábla kitöltésénél figyelembe kell venni a $H = 1$ távolságú bemenetekre vonatkozóan az előző pontban elmondottakat. (Pl. $X_1X_2 - 00$ után nem megnyugtató, ha X_1X_2–11 következik.)

A III/1. lépésnél – mint már a bevezető példában is említettük – a 8.1. pontban bevezetett ekvivalencia és kompatibilitási relációkat kell figyelembe vennünk. Amennyiben a primitív állapottáblára vonatkozó – már említett – megkötéseket érvényesítjük, akkor mindig fognak adódni határozatlan állapotok, így a *részben meghatározott* hálózatokra ismertetett egyszerűsítési elveket kell figyelembe vennünk. A szinkron-hálózatok fejezetében megismert, maximális kompatibilitási osztályokon alapuló egyszerűsítés aszinkron esetben is alkalmazható lesz, mivel az ott hivatkozott sajátosságok azonosak mind szinkron, mind aszinkron esetre.

A III/2. lépésnél a sorok egyesítésére mutat egy példát a 8-37. ábra, mely alkalmazza (8.16)-ot:

AB				Z_1Z_2
00	01	11	10	
ⓐ	b	–	–	01
–	ⓑ	–	c	11

$\Rightarrow$

AB			
00	01	11	10
ⓐ/01	ⓑ/11	–/–	c/–

8-37. ábra *Példa a sorok egyesítésére*

A IV. lépésbeli állapotkódolásnál a szomszédossági feltételek közvetlen teljesítésén túlmenően egyéb lehetőségek is léteznek, ezekkel e fejezet egy későbbi pontjában foglalkozunk.

Az V.-beli struktúra választásnál egyértelmű döntést nem könnyű tenni. A visszacsatolt változat gyakran egyszerűbb hálózatot eredményez, de a szerelési stb. késleltetések, a sok fokozatot áthidaló visszacsatolások nehezebb kézben-tarthatósága miatt több kiszámíthatatlanságot rejthet magában.

8.3.3. Egy szisztematikus módszerrel megoldott feladat

8.15. példa: Alakítsunk ki egy olyan digitális hálózatot, amely a 8-38a. ábra idődiagramja szerint működteti a kimeneti L-lámpát.

Az első kérdés, hogy valóban automatát kell-e terveznünk, nem lenne-e a kimenet kombinációs úton jellemezhető? A kérdést a 8.1.1. pont 8.1. példája alapján válaszolhatjuk meg: amennyiben az L-kimenetnél ugyanolyan bemeneti állapot hatására kétféle érték szerepel, akkor ezeket csak valamely szekunder-változó(k) által előállított *belső állapot*(ok) segítségével tudjuk egymástól megkülönböztetni, azaz sorrendi hálózatra lesz szükség a realizációnál.

Példánknál a 2. és 6., illetve a 3. és 5. ütemparoknál, melyeket külön megjelöltünk:

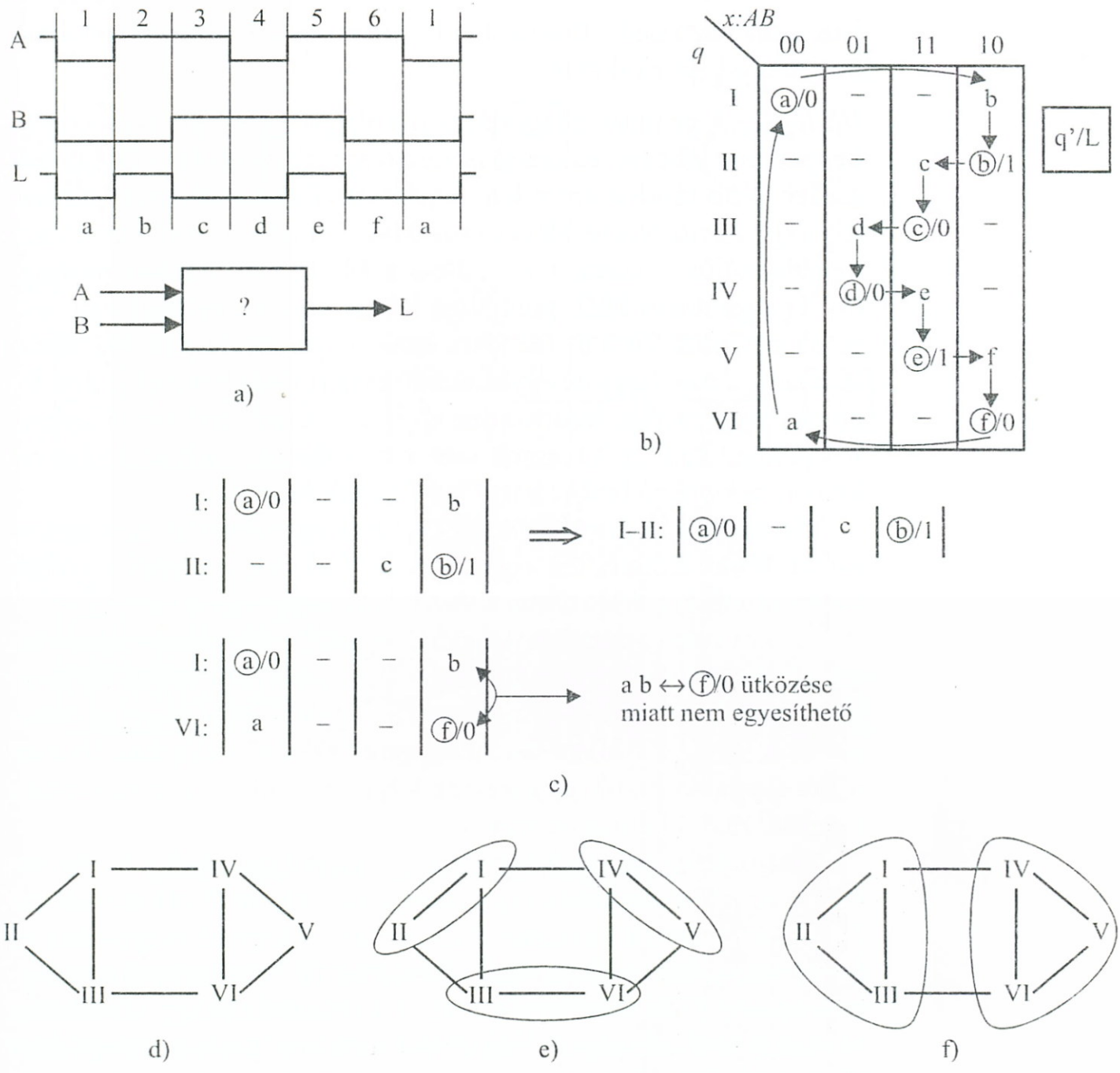
$$\downarrow A\bar{B} = L \quad \begin{matrix}\nearrow \\ \searrow\end{matrix} \quad \begin{matrix}= 1 \\ = 0\end{matrix} \quad \begin{matrix}\text{2.-ben} \\ \text{6.-ban}\end{matrix}$$

$$* AB = L \quad \begin{matrix}\nearrow \\ \searrow\end{matrix} \quad \begin{matrix}= 0 \\ = 1\end{matrix} \quad \begin{matrix}\text{3.-ban} \\ \text{5.-ben}\end{matrix}$$

azaz az ütempárok szükséges megkülönböztetése miatt valóban sorrendi hálózatot kell kialakítanunk. A feladatot megoldhatnánk a 8.1.1. pontbeli klasszikus *intuitív* módszerrel is, de most célunk az előzőkben, algoritmizált szisztematikus módszer bemutatása. Ennek érdekében célszerű a (8.15) algoritmus lépéseit követnünk, miután – órajel hiányában – aszinkron sorrendi hálózatot kell kialakítanunk:

I. lépés: Az egyértelmű matematikai jellemzés az ütemdiagram révén már megtörtént.

II. lépés: A primitív (előzetes) állapottábla előállítása érdekében az ütemdiagram minden egyes ütemét megbetűzzük és a kialakítandó hálózat egy-egy *stabil* állapotának tekintjük őket – első közelítésben – hasonlóan a bevezető, *8.14. Példa* esetéhez. Továbbá, e példánál is



8-38. ábra *Primitív állapottábla egyszerűsítése a sorok egyesítésével*

feltételezzük, hogy a stabil állapotok között egy-egy *instabil* állapot is található. Ily módon (a 8-34c. ábrához hasonlóan) kitölthető a 8-38b. ábrán látható primitív állapottábla, melynél az ütemdiagram-beli állapot-átmeneteket nyilakkal jelöltük. A kapott táblázaton az egyes rovatokban található vízszintes vonalak az itt nem felhasznált *határozatlan*nak tekinthető eseteket jelölik.

A primitív állapottábla minden egyes sorában – mint tudjuk – csak egy stabil állapot szerepel és az L-kimenet (az ütemdiagram szerint) ehhez tartozik. Ezért most (mint a 6. fejezet 6-10a. ábráján bevezetett

Huffmann-táblánál tettük) a stabil állapot mellé a táblázatba beírtuk a megfelelő L-értékeket is.

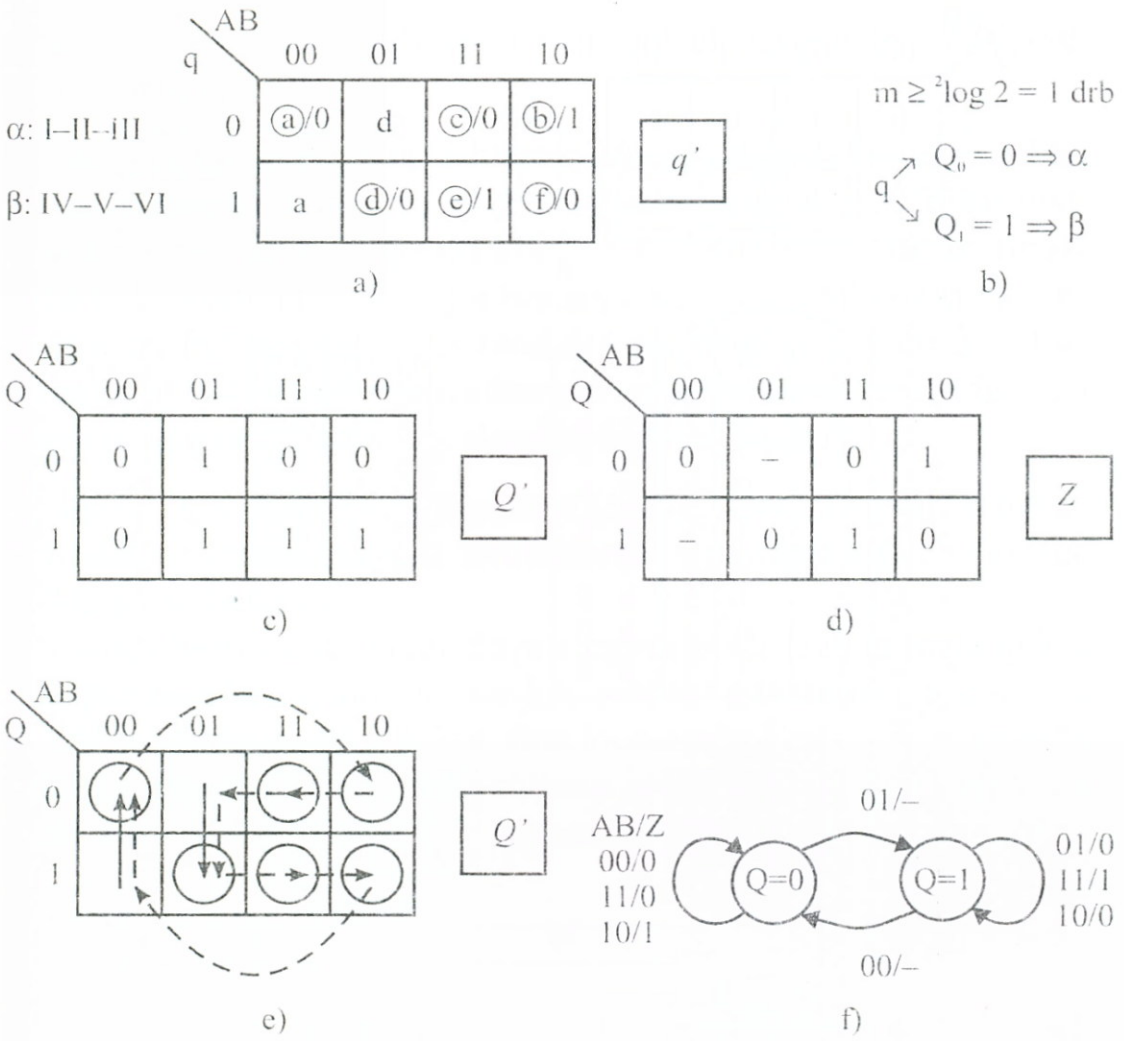
III. lépés: A primitív állapottábla jelenleg 6 sorból áll. Ezt tulajdonképpen már lehetne realizálni is, de a 6 sor jellemzéséhez (8.11) értelmében 3 db tárolóelemre lenne szükség. Ezért kísérletet teszünk a tábla egyszerűsítésére. Mivel a sorokban sok a határozatlan eset, ezért megkíséreljük a sorokat egyesíteni a (8.16)-ban ajánlott módon, a (8.15) algoritmus III/2. pontjában leírtak szerint. Például az I. és II. sorok egyesíthetők a 8-38c. ábra értelmében, mivel a (8.16) feltételt teljesítik, azzal, hogy az egyesítéskor csak *azonos* betűvel jelzett állapotok, vagy esetleg határozatlan esetek kerülnek fedésbe. Ugyanakkor például az I. és VI. sorok nem egyesíthetők, mert az utolsó oszlopban *különböző* betűk: b és f kerülnének fedésbe.

Páronként elvégezve a vizsgálatokat az egyesítési lehetőségekre, a 8-38d. ábrán látható, ún. *egyesítési gráf* adódik, melynél a vonallal összeköttetésben álló számú sorokat lehetséges egyesíteni.

Ezt követően, az egyesítési gráfon kijelölhetők összevonható csoportok. Itt arra kell törekedni, hogy ezek minél nagyobbak legyenek, azaz, minél több sort fogjanak egybe. Ügyelni kell, hogy ugyanaz a sor csak egyszer vonható be az egyszerűsítésbe. Valójában itt maximális diszjunkt osztályok keresése folyik, hasonlóan a szinkron-hálózatoknál már alkalmazott esethez.

Diszjunkt-osztályok lehetséges együtteseit mutatják a 8-38e. és f. ábrák. Az e) változatnál az egyesítés után 3 db, az f) változatnál csak 2 db állapot maradt a kiinduló 6 db helyett. A legjobb megoldás a minimál megoldás lesz, mivel 3 db esetén (8.11) értelmében még 2 tárolóelem, 2 db esetén már csak 1 tárolóelem (vagy visszacsatoló-hurok) lesz szükséges a végső realizációhoz. E két sorrá egyszerűsödött állapottáblát a 8-39a. ábrán rajzoltuk fel.

IV. lépés: Az állapotkódolás itt rendkívül leegyszerűsödik, mivel csak két sorunk van, így a 8-39b. ábra értelmében, egyetlen (Q) szekunder-változó két értékének a hozzárendeléséről kell döntenünk. Válasszuk az ábrán felírt $\alpha = 0$, $\beta = 1$ hozzárendelést és ezután már felrajzolható a 8-39c. ábra kódolt Huffmann-táblája, melyet célszerű – a további lépések érdekében a 8-39d. *gerjesztési* és 8-39e. *kimeneti* táblákra szétbontani. Az eddigiek alapján már előállítható a 8-39e. *átmeneti* tábla és a teljesség kedvéért a 8-39f. ábrán látható *állapotgráf* is. Az átmeneti táblába szaggatottan berajzoltuk a kiinduló 8-38a. ütemdiagram szerinti teljes átmeneti ciklust is.



8-39. ábra *Állapotkódolás és jellemző táblák*

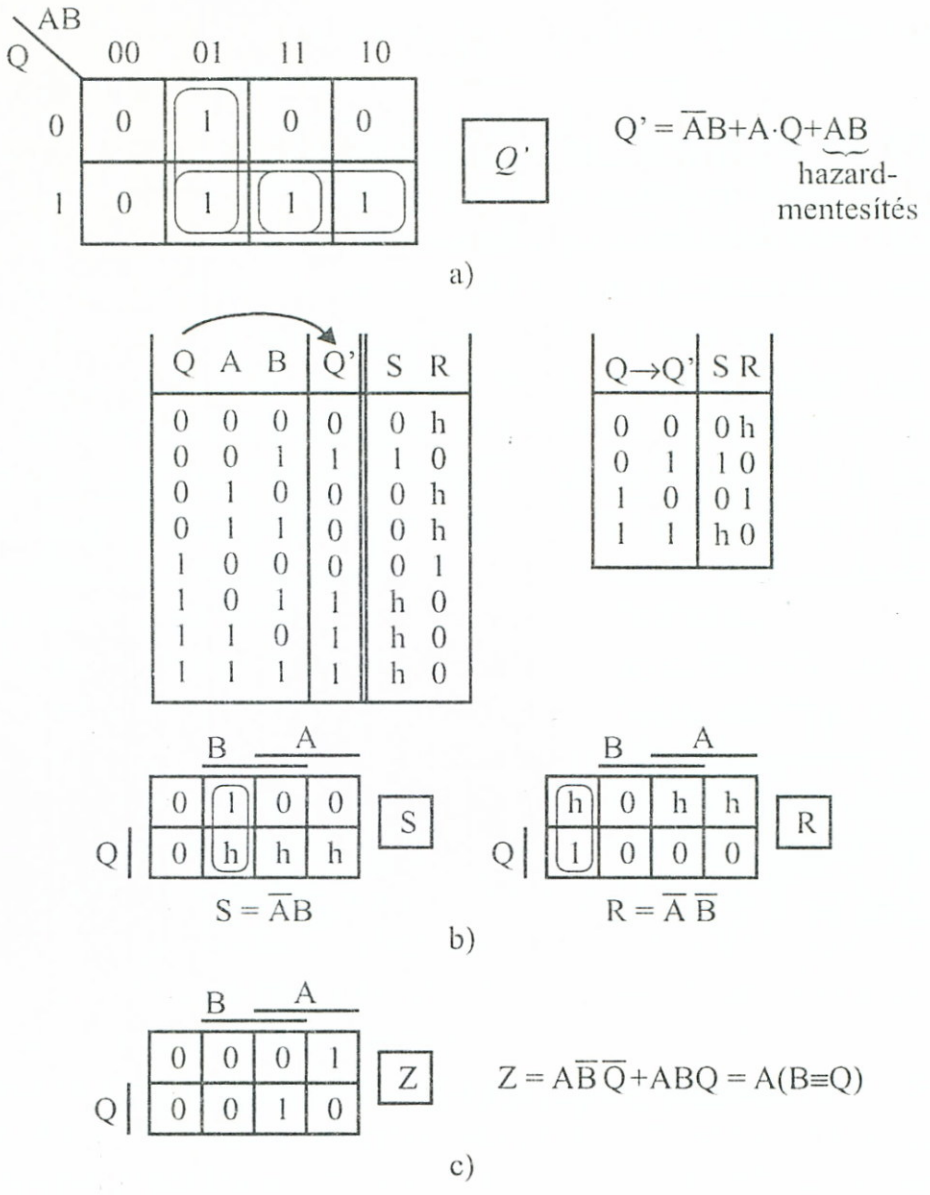
A gerjesztési tábla felrajzolásánál figyelembe kellett vennünk a 6. fejezetben megfogalmazott (6.11) stabil–instabil állapotokra vonatkozó kritériumokat. Ezek értelmében kellett a 6-39a. ábra első sorában minden stabil (bekarikázott) belső állapot helyére 0-át ($q = q' = Q_0 = 0$), a második sorban pedig 1-et ($q = q' = Q_1 = 1$) írnunk. A 8-39e. átmeneti táblát a 6.2.2. pont 6-21. ábrájának tapasztalatai alapján töltöttük ki.

Mind a keletkezett 8-39a. Huffmann-táblából mind a 8-39f. állapotgráfból felismerhető, hogy a feladatmegoldás egy *Mealy-modell* felhasználásával adódott ilyen rendkívül egyszerűnek.

V. lépés: A realizációt végezzük el mindkét alapstruktúrában:

Va. Visszacsatolt struktúra

Itt a kiindulás a már előállított 8-39c. gerjesztési tábla. Mivel egy szekunder-változónk van a hálózatban, egyetlen visszacsatoló-hurok fog szerepelni. A 8-40a. ábrán újra felrajzoltuk a gerjesztési táblát, me-



8-40. ábra *A hálózatjellemző függvények felírása*

lyet minimalizálva és hazard-mentesítve felírható a belső állapotfüggvény:

$$Q' = \overline{A}B + AQ + AB$$

Vb. Tárolóelemes struktúra

Az egyetlen szekunder-változó miatt egy tárolóelemre lesz szükség. Aszinkron hálózatokban *S–R*-típusú tárolókat alkalmazunk leggyakrabban, ezért itt az

$$S = f_S\,(A, B, Q)$$
$$R = f_R\,(A, B, Q)$$

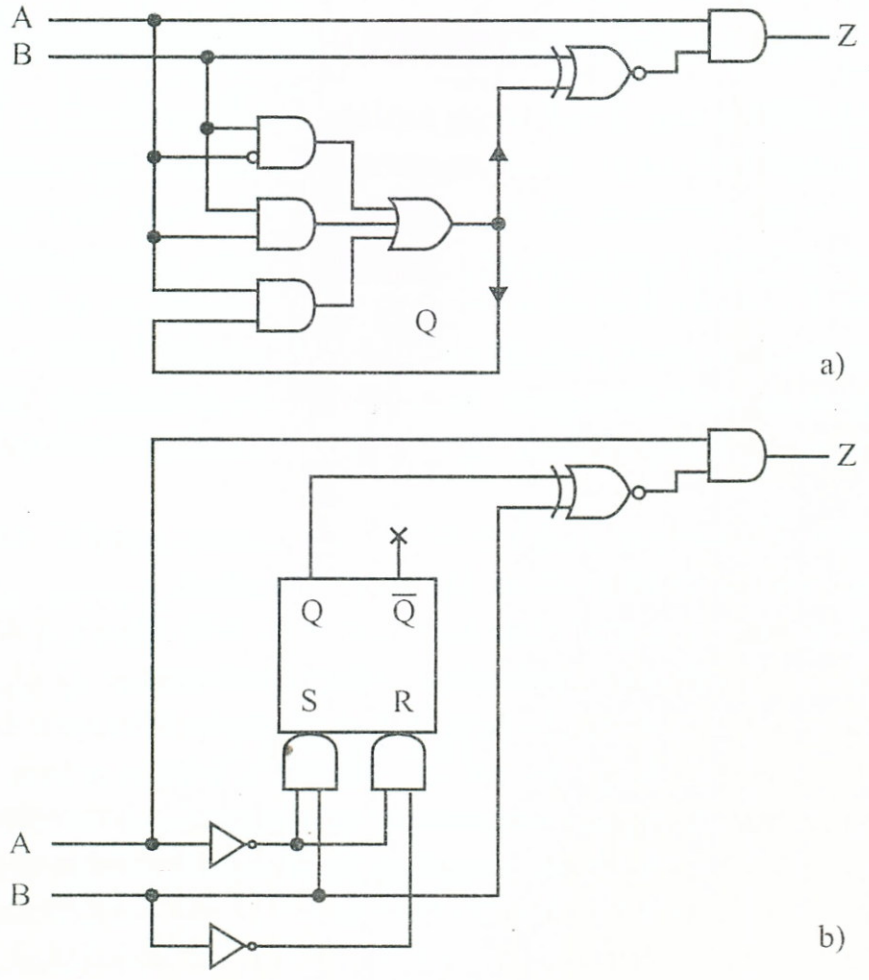
függvényeket kell előállítanunk. Ezekhez fel kell használnunk az *S–R*-tároló 6. fejezetben (6-34. ábra) bevezetett működési táblázatát.

A számítás menetét a 6-40b. ábrán végeztük el, hasonlóan a *8.14. Példa*beli módszerhez.

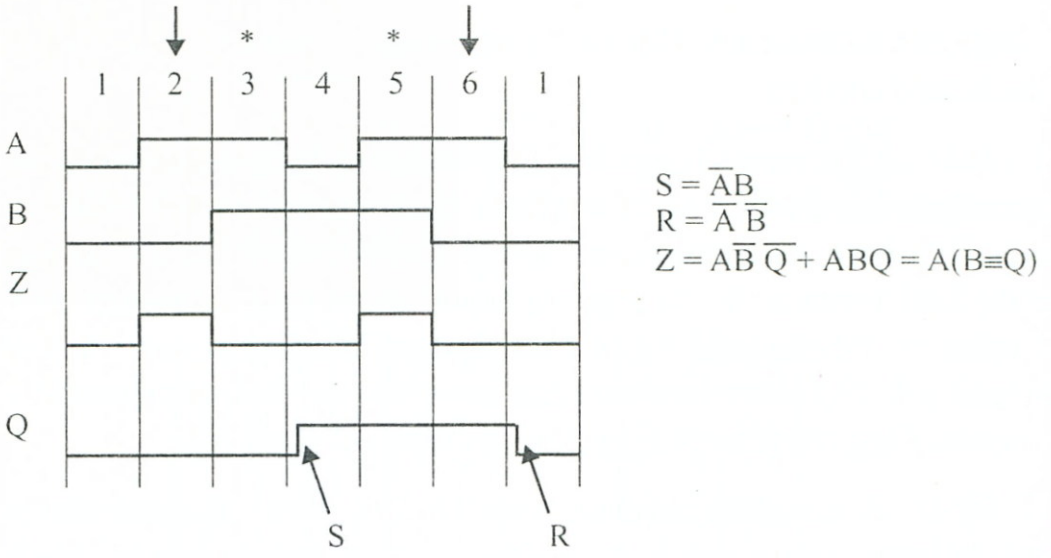
VI. lépés: A kimeneti függvény felírásához a 8-39d. kimeneti táblát használjuk fel. Elvben az itt található határozatlan esetek felhasználhatók lennének az esetlegesen adódó tömbösítésre, de ekkor figyelembe kell venni a (8.15) algoritmusnál ezzel kapcsolatosan elmondottakat is. Példánknál nincs tömbösítési lehetőség, ezért a 8-40c. ábránál a 8-39d. ábra határozatlan eseteit 0-val helyettesítettük és a kimeneti függvényt ezek figyelembevételével írtuk fel.

VII. lépés: A kiinduló idődiagramot (8-38a. ábra) megvalósító sorrendi hálózat visszacsatolt és tárolóelemes struktúrás logikai vázlatai a 8-41. ábrán láthatók.

A megoldott példa eredményeit egyszerűen leellenőrizhetjük a 8.1.1. pontban bemutatott klasszikus intuitív módszerrel. E célból a 8-42. ábrán felrajzoltuk a 8-31a. ábra idődiagramját és belerajzoltuk a példában kapott Q szekunder-változó idővonalát is. Ezt például a 8-40b. ábra S-bebillentési és R-visszabillentési függvények segítsé-



8-41. ábra *Realizációs változatok a 8.15. példához*



8-42. ábra *A szekunder-változó idővonalának ellenőrzése*

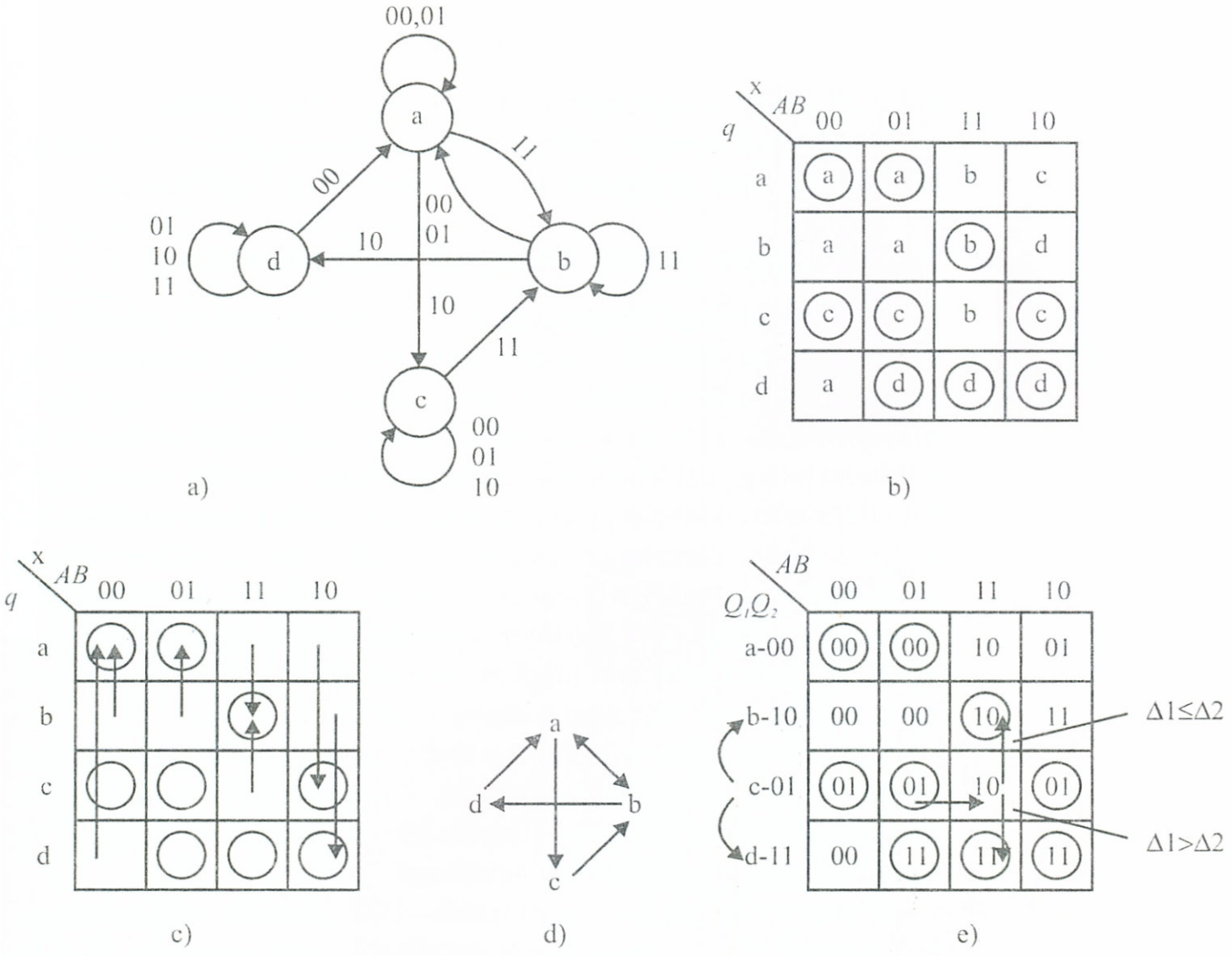
gével tehetjük meg. Az idővonalat megvizsgálva vizuálisan is megállapítjuk, hogy Q valóban megkülönbözteti egymástól a nyíllal és csillaggal jelölt párok elemeit.

8.3.3. A tranziensek okozta problémák aszinkron feladatok állapotkódolásánál

Az előzőkben már láttuk, hogy aszinkron hálózatoknál az állapotkódolás megfelelő megválasztása nemcsak a hálózat egyszerűbb felépítését eredményezheti, hanem – és ez itt talán még lényegesebb – segítséget nyújthat a hálózat versenyfutás-, és gerjedésmentes kialakításához. Ez utóbbi feltétel érdekében választottunk pl. a *8.14. Példa* állapot-átmeneteinél $H = 1$ távolságú „szomszédos" állapotokat. A szomszédosság előállításának fenti közvetlen lehetősége általános esetekben nem mindig áll fenn. Egy ilyen esetre utal a következő példa.

8.16. példa: Vizsgáljuk meg a 8-43a. ábrán látható gráffal jellemzett aszinkron-hálózatot állapotkódolás szempontjából.

Az állapottáblát a gráf alapján kitöltve (8-43b. ábra), a négy sor kódolásához legalább két szekunder-változó szükséges: Q_1Q_2. Az átmeneti tábla a 8-43c. ábrán látható. A 8-43d. ábrán felrajzolt *átmeneti gráf*ról leolvasható, hogy pl. az „a" állapot a három másik állapot mindegyike felé közvetlen átmenettel rendelkezik, azaz mind a hárommal szomszédos kellene, hogy legyen. Hasonló az eset a „b" állapot esetében is. Kételemes kóddal viszont nem lehet biztosítani mindhárom felé a $H = 1$ értéket, ezért a b.) táblát, ha kódolnánk, ennek valamelyik részén kritikus versenyfutás veszélye lépne fel. Például a



8-43. ábra *Nem-szomszédos állapotkódolásból adódó kritikus versenyfutás lehetősége*

= 00, b = 10, c = 01, d = 11 kódolást feltételezve a 8-43e. kódolt állapottáblát rajzolhatnánk fel. Itt megvizsgálva azt az esetet, mikor „c"-ből indulunk:

$$AB\text{: } 01 \rightarrow 11$$

vezérlés esetén a:

$$\text{c} \rightarrow \text{b} : Q_1Q_2\text{: } \ 01 \rightarrow 10 \rightarrow \ 10$$

$$\text{c} \rightarrow \text{d} : Q_1Q_2\text{: } \ 01 \rightarrow 10 \rightarrow \ 11$$

átmenetek bármelyike bekövetkezhet attól függően, hogy a Q_1, ill. Q_2 szekunder-változók keletkezése során fellépő Δ1, ill. Δ2 késleltetéseknél a:

$$\Delta 1 \leq \Delta 2$$

$$\Delta 1 > \Delta 2$$

relációk a fizikai körülmények folytán miként alakulnak.

A példában felvetett probléma megoldására többféle lehetőség is kínálkozik, ezek tárgyalásával a következőkben foglalkozunk.

8.3.3.1. Egyes instabil állapotok megváltoztatása

Ha a tervezésnél megengedjük a kevesebb veszélyt jelentő *nem kritikus versenyfutások* esetleges fellépését is, akkor a feladatok egy részénél van mód a kritikus versenyfutások elkerülésére. Az eljárás alapgondolata az, hogy a két stabil állapot közötti átmenetláncba (ha a feladat jellege ezt lehetővé teszi!) célszerűen megváltoztatott instabil állapotokat iktatunk be oly módon, hogy az így kapott többszörös állapotátmenet sorozatnál minden, egymás után következő állapot szomszédos legyen. Ez természetesen az átmeneti-, és állapottábla, valamint az állapotgráf bizonyos mértékű módosulását is maga után vonja, de csak a tranziens idejű instabil esetekre, így a kiinduló definíció szerinti működés nem szenved csorbát.

Visszatérve előző példánkra a 8-43b. állapottáblából megállapíthatjuk, hogy kiinduló-hálózatunk ún. *normál típusú* aszinkron hálózat, mivel bármely két stabil állapota közötti átmenetnél csak egy instabil állapoton kell keresztül haladnunk.

Ez a kiinduló-hálózat – mint láttuk – két szekunder-változós kódolás esetén a kritikus versenyfutás veszélyét rejtette magában. Ha e hálózatnál, az előzőleg általánosságban elmondottakat felhasználva, a kiinduló állapotgráfot (8-43a. ábra) a 8-44a. ábra szerinti módon megváltoztatjuk, akkor a keletkező többszörös átmenetek H = 1 távolságúak lesznek és a kritikus versenyfutás veszélye megszűnik. A megváltozott esetre érvényes állapot-, és átmeneti táblákat a 8-44b. és c. ábrák mutatják. A megváltozott helyeket *-gal jelöltük.

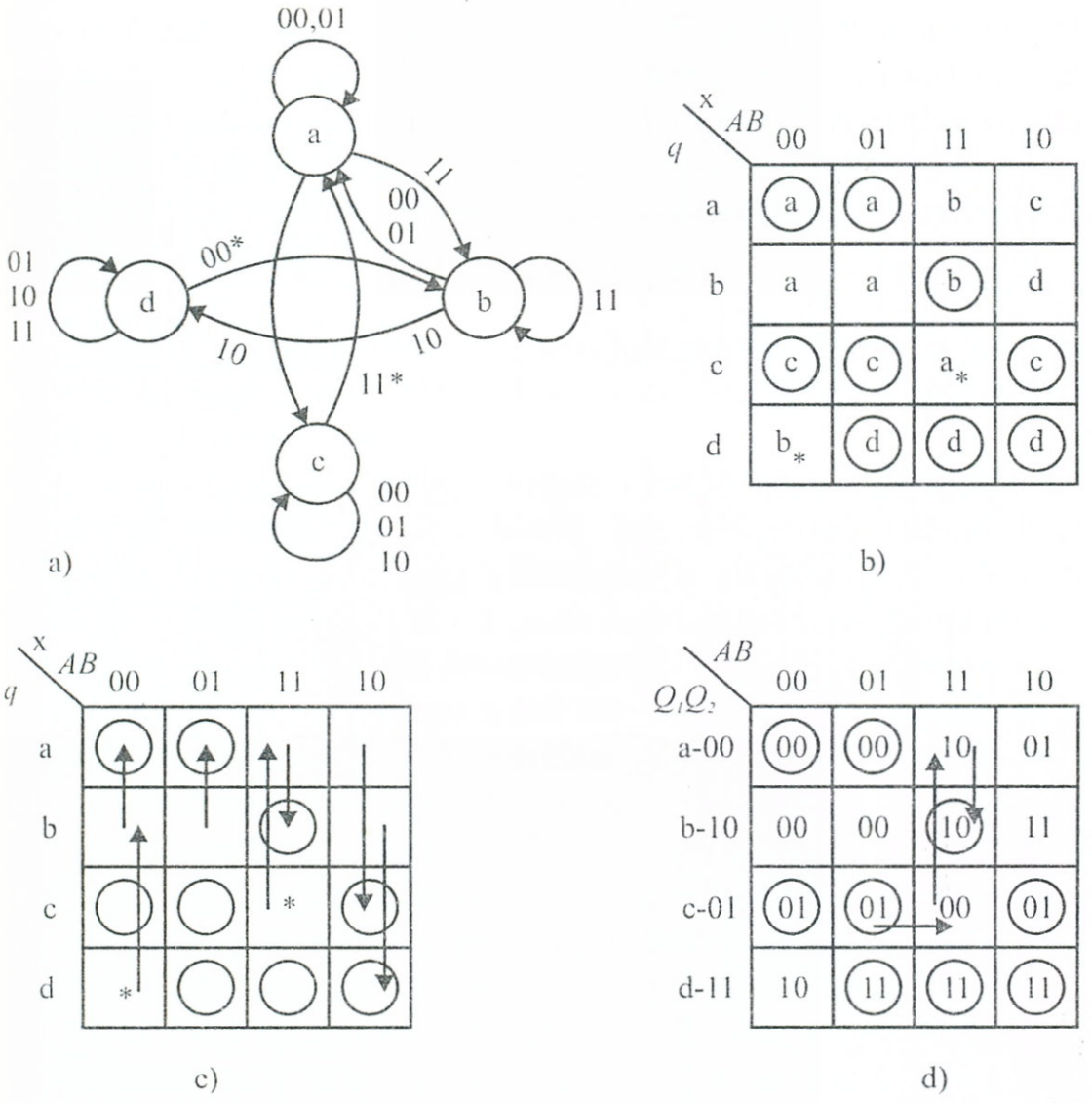
Ellenőrzésül megvizsgálva a 8-43d. ábra kódolása szerinti esetre a c-ből induló:

$$AB : 01 \rightarrow 11$$

vezérlési esetet a kapott többszörös átmenet:

$$\text{c} \rightarrow \text{b} : Q_1 Q_2 : \; 01 \rightarrow 00 \rightarrow 10 \rightarrow 10$$

lesz, és a kritikus versenyfutás veszélye megszűnt, anélkül, hogy a szekunder-változók számát növelnünk kellett volna.



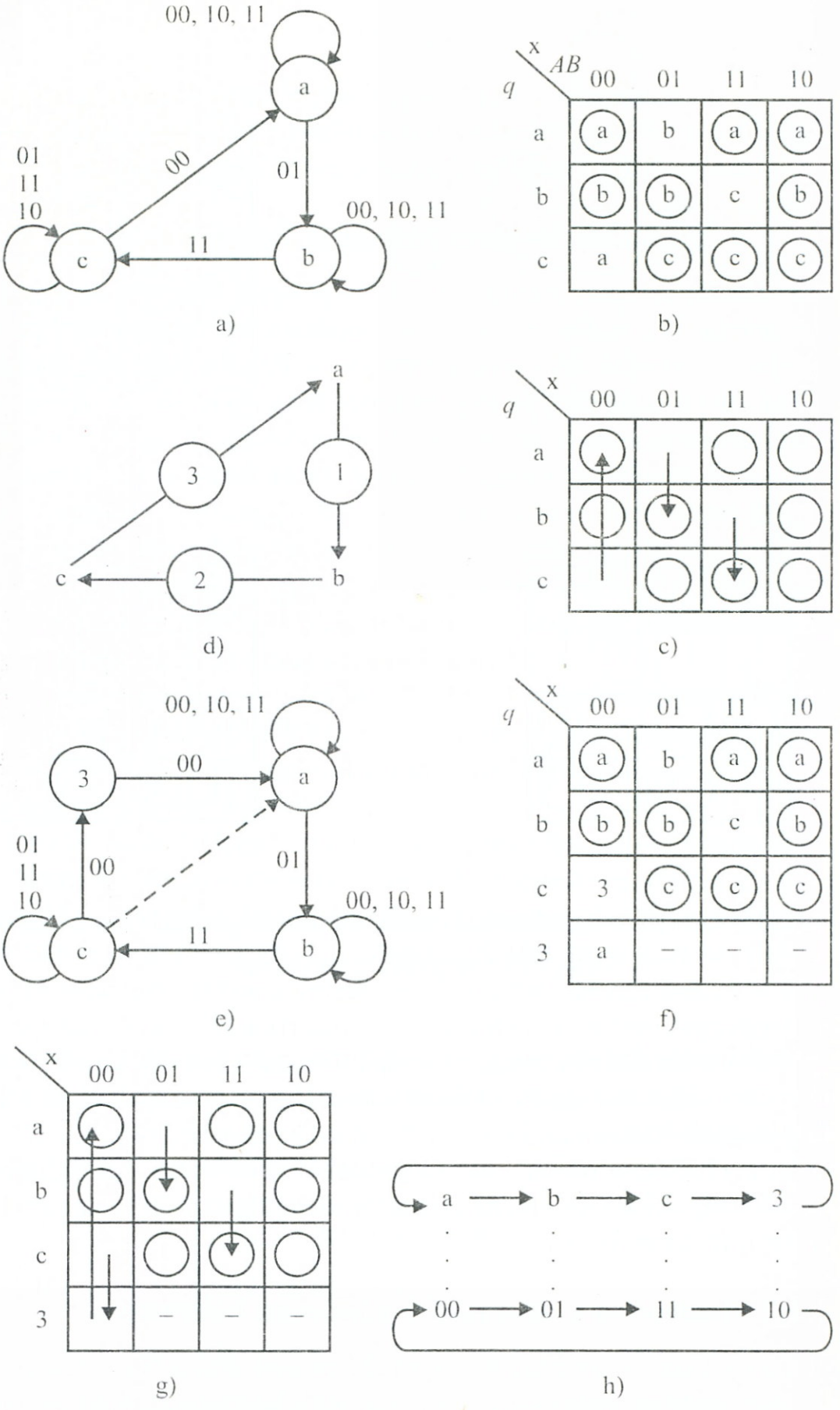
8-44. ábra *Kritikus versenyfutás veszélyének megszüntetése instabil állapotok megváltoztatásával*

A módosítás ára az, hogy a hálózat már nem normál típusú és a többszörös állapotváltozási idők összeadódása miatti működése némileg lassúbb lesz.

Maga a módszer pedig – mint a példából is érezhető – csak bizonyos adottságokkal rendelkező feladatok esetén használható és tartalmaz intuitív elemeket is.

8.3.3.2. Közbenső („átvezető") állapotok beiktatása

Ez a módszer a szomszédossági feltétel biztosítását új, a feladatban addig nem szereplő közbenső állapotok beiktatásával éri el, ellentétben az előző pontban alkalmazottakkal, ahol közbenső állapotokként a már meglévő állapotokat használtuk fel.



8-45. ábra *Kritikus versenyfutás kiküszöbölése közbenső instabil állapot beiktatásával*

Az újonnan beiktatott állapotok instabil állapotokként szerepelnek a rendszerben, így a kiinduló specifikáció (mely elsősorban a stabil állapotokra orientált) lényegében nem módosul. A közbenső állapotok beiktatása többszörös állapotátmenetet eredményez, így az így kapott hálózat nem lesz *normál* típusú, ezért működési lassulással itt is kell számolnunk.

8-17. példa: Az elmondottak szemléltetésére alakítsunk ki a 8-45a. ábrából kiindulva egy kritikus versenyfutás veszélyével nem rendelkező aszinkron hálózatot.

A kiinduló gráfból felrajzolhatjuk a 8-45b. állapottáblázatot és a 8-45c. átmeneti táblázatot. A 8-45d. átmeneti gráfból látható, hogy bármilyen kételemes (Q_1Q_2) kódváltozatot alkalmaznánk a háromszög valamelyik pontján H = 2 „nem szomszédos" eset lépne fel. Ezt elkerülhetjük úgy, hogy az átmenetekre rajzolt 1, 2, 3 jelű helyek valamelyikénél felveszünk egy újabb állapotot, mellyel a szomszédosság már biztosítható lesz. Esetünkben például a 3-as helyen felvéve egy új közbenső állapotot a 8-45e. ábra szerinti állapotgráf és a 8-45f. szerinti állapottábla, illetve a 8-45g. átmeneti tábla adódik. Ezen az új automatán például felvéve a 8-45h. szerinti kódolást látható, hogy a szomszédosság minden helyen teljesül. Természetesen a beiktatott új közbenső állapot csak a tranziens alatt kap szerepet, így instabil lesz.

Az új állapottábla (8-45f.) kódolt kitöltésénél a beiktatott állapot határozatlan celláinak kódérték adásakor nem kizárólag a legkedvezőbb egyszerűsítési feltételek érvényesülnek. Figyelembe kell venni az esetleg fellépő tranziensek hatását is. Ez különösen a kimeneti állapotok szempontjából fontos, mivel az itt jelentkező tranziens impulzusok a hálózat kimenetére csatlakozó további hálózatoknál működési zavart okozhatnak.

A most tárgyalt példa olyan tekintetben szerencsés esetnek mondható, hogy az új, közbenső állapot beiktatása miatt nem kellett a szekunder-változók számát (a kihasználatlan negyedik kombináció jóvoltából) megnövelnünk. Általános esetben az új közbenső állapot(ok) beiktatása miatti állapotszám-növekedés a szekunder-változók számának növelését is maga után vonhatja. Az ily módon előálló tárolóelem, ill. visszacsatolthurok-szaporodást az egyidejűleg keletkező don't care esetekből adódó egyszerűsítési lehetőségek némileg ellensúlyozzák.

8.3.3.3. Szisztematikus állapotkódolás „megkülönböztető partíciók" felhasználásával

Az eddigi, aszinkron rendszerekkel kapcsolatban ismertetett állapotkódolási módszerek nem nélkülöztek intuitív lépéseket. A következőkben egy *szisztematikus módszert* ismertetünk, mely még abban is eltér az előzőktől, hogy nem elsősorban a $H = 1$ szomszédossági feltételek keresésén alapul.

A korábbi példák tapasztalatai alapján mérlegelve valamely állapottábla-beli oszlopban lezajló (függőleges) állapot-átmeneteket, megállapíthatjuk, hogy ezek attól függtek, hogy előzőleg a hálózatot melyik oszlopból, és ennek melyik emeletén elhelyezkedő stabil állapotból indítottuk. Az oszlopbeli állapotátmenet során olyankor alakulhatott ki kritikus versenyfutás, ha a valamely újabb bemeneti állapotok hatására lezajló átmenetekben olyan szekunder-változó értékkombináció szerepelt, amely megfelelt egy hasonló módon generált másik átmenetsorozatban megjelenő állapotnak, illetve megegyezett az oszlopban található, valamelyik másik stabil állapothoz rendelt szekunder-változó értékkombinációval.

A továbbiakban bemutatandó állapotkódolási eljárás a fentiek mérlegeléséből indul ki.

Lefolytatása során az állapottáblából kiindulva, sorra kiválogatjuk a fenti szempontok alapján megkülönböztetésre váró átmeneti eseteket, és ezekből olyan állapot-partíciókat képezünk, melyekben az állapotkódolással megkülönböztetni kívánt esetek külön-külön csoportba kerülnek. Az ilyen partíciókat a továbbiakban *megkülönböztető partíciók*nak nevezzük (erre utal az eljárás címben szereplő elnevezése is).

Miután valamennyi megkülönböztető partíció összegyűjtésre került, ezek mindegyikére állapotkódolást végzünk oly módon, hogy először minden egyes partícióhoz külön-külön szekunder-változót rendelünk és ennek logikai értékeivel különböztetjük meg az összetevő csoportokat, majd az így kapott kódok között maximális kompatibilitási osztályokat keresve redukáljuk a szekunder-változók számát a lehetséges lefedési minimumra.

A szisztematikus úton előállított eredményben az állapotkódok *nem* kell, hogy *szomszédosak* legyenek, és az állapottábla *normál típusú* hálózatot fog jellemezni.

Meg kell jegyeznünk, hogy a megkülönböztető partíciók által igényelt megkülönböztetések következményeként a szisztematikus eljárás végén igényként jelentkező szekunder-változók „p" száma *több,*

vagy *kevesebb is*(!) lehet, mint az állapottábla sorainak megkülönböztetéséhez minimálisan szükséges (8.11.) formula

$$m \geq {}^{2}\log s$$

érték. Miután itt két különböző szempont szerinti jellemzők keletkeztek, ezért a kapott „*p*", ill. „*m*" értékek közül *mindig a nagyobb* fogja a szekunder-változók számát meghatározni. Így:

- *p < m esetén:* a szisztematikus eljárással kapott szekunder-változók számát meg kell növelni „*m*"-re;
- *p > m esetén:* a járulékosan keletkező „nem hasznos" (m feletti) kódok soraiban szereplő állapottábla cellák kitöltése fokozott figyelmet igényel. Ugyanis az eljárásunkkal kapott kódok nem szomszédosak, ezért a szekunder-változók előállítása során megjelenő Δ1, Δ2, ... áramköri késleltetések eltérése miatt keletkező tranziens-szomszédos állapotok közt fel nem használt kódok is megjelenhetnek. Ezért ezek állapottáblabeli megfelelő rovatába olyan kódszavakat kell a „határozatlan" helyekre beírni, melyek a működés szempontjából megkívánt cellába „térítik vissza" az „elkalandozott" átmenetet.

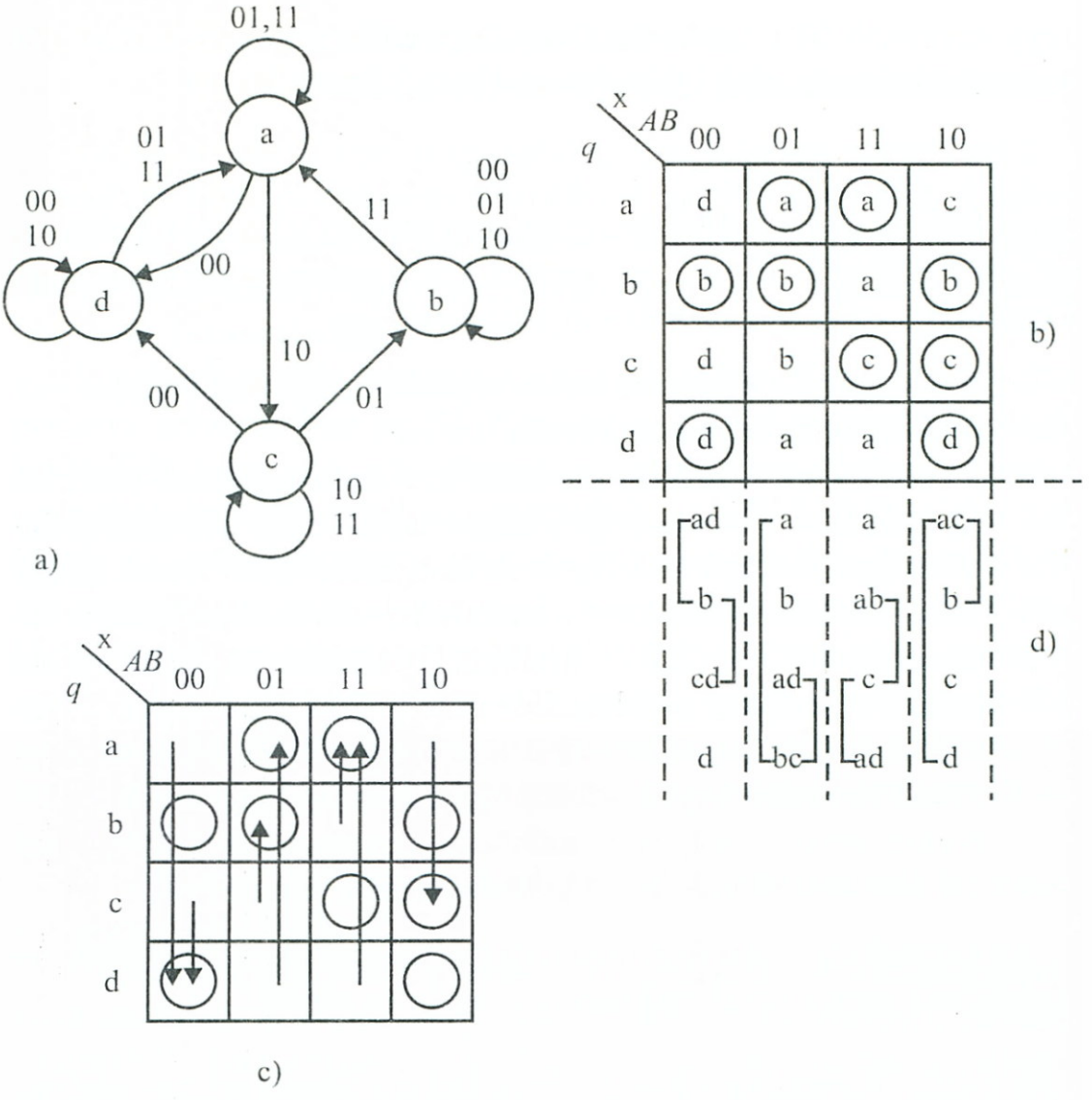
Az előzőekben összefoglalt szisztematikus eljárás szemléltetésére vizsgáljunk meg a továbbiakban egy részletes példát.

8.18. példa: Kiindulva a 8-46a. ábrán látható állapotgráfból kíséreljünk meg kedvező állapotkódolást elérni a „megkülönböztető partíciókon" alapuló eljárás segítségével. Az eljárással kapcsolatban az előző pontban általánosságban leírtakat itt lépésekre tagolva végeztük el.

I. Az állapottábla a 8-46b. ábra szerint, az átmeneti tábla a 8-46c. ábra szerint alakul.

II. A megkülönböztetésre váró eseteket oszloponkénti csoportosításban a 8-46b. ábrától szaggatottan elválasztott 8-46d. ábrán gyűjtöttük össze, a megkülönböztetendő párok feltüntetésével.

Például az első, AB–00 oszlop esetén ez úgy történt, hogy megvizsgáltuk azokat az állapotátmeneteket, melyeknél az előző pontbeli feltételek mellett kritikus versenyfutás léphet fel. Ilyen állapotátmeneti-lánc csak az AB–01 vagy az AB–10 oszlopokból indulhat, mivel két független változó egyidejű változását már korábban kizártuk a funkcionális hazard veszélye miatt. Tehát például az *AB: 01 → 00 átmenetnél* az átmeneti láncok:



8-46. ábra *Kiindulás a 8-18. példához. Megkülönböztetésre váró esetek keresése*

– ⓐ stabil állapotból indulva:

$$ⓐ \rightarrow d \rightarrow ⓓ$$

– ⓑ stabil állapotból indulva:

$$ⓑ \rightarrow ⓑ$$

Fenti két láncolat között tehát akkor alakulhatna ki kritikus versenyfutás, ha az ⓐ → ⓓ átmenet lépései során olyan tranziens szekunder-változó kombináció is előfordulna, mely éppen a ⓑ-be vezetne. Az állapotkódolás alkalmával ezt majd oly módon fogjuk elkerülni, hogy az „*ad*" állapotpárt a szekunder-változó kódjában *legalább egy értékkel megkülönböztetjük* a „*b*" állapottól. Ily módon ugyanis csak olyan tranziens kombinációk léphetnek fel az ⓐ → ⓓ átmenet alatt, melyek

biztosan eltérnek a ⓑ kódjától. Fenti módszerrel kizártuk annak a veszélyét, hogy a hálózat egy átmenet során „elkalandozzon" más láncolatok nyomvonalába. Fenti, az állapotkódolásnál megkülönböztető két esetünket a 8-46d. ábra AB–00 oszlopánál az:

párosítással jelöltük.

Ugyanehhez az oszlophoz tartozóan még leolvashatók a következő esetek is:

AB: 10 → 00 átmenetnél:

– ⓑ stabil állapotból indulva:

$$ⓑ \rightarrow ⓑ$$

– ⓒ stabil állapotból indulva:

$$ⓒ \rightarrow d \rightarrow ⓓ$$

– ⓓ stabil állapotból indulva:

$$ⓓ \rightarrow ⓓ$$

A szükséges megkülönböztetés itt:

A ⓓ → ⓓ láncot azért nem kell bevonni a megkülönböztetésekbe, mert az ilyen szempontból kérdéses ⓒ → ⓓ amúgy is a „*d*"-be torkollik.

Hasonló módon végigmenve minden oszlopon alakult ki a 8-46d. ábra megkülönböztetendő eseteinek együttese.

Amennyiben valamelyik megkülönböztetési eset több helyen is előfordul, ezt elég egyszer feltüntetnünk. Például a vizsgált (ad, b) eset ismét megjelenik az AB–01 oszlopban is, de itt – az előzőek értelmében – a 8-46d. ábra szerint kihúztuk.

III. Ha az összegyűjtött megkülönböztetendő eseteket a belső állapotokból képzett *partíciók*ként értelmezzük, akkor a 8-46d. ábra megkülönböztetési esetei – az állapottábla oszlopainak csoportosításában – a 8-47a. ábra szerinti partíciókat adják. Ezeket nevezzük *megkülönböztető partíciók*nak, melyek az eljárás nevére is jellemzőek. A partíciók mindegyike *két eset* megkülönböztetésére jellemző.

$A\ B$	P_i
0 0	P_1 : $a\ d,\ b$ P_2 : $c\ d,\ b$
0 1	P_3 : $b\ c,\ a$ P_4 : $b\ c,\ a\ d$
1 1	P_5 : $a\ b,\ c$ P_6 : $a\ d,\ c$
1 0	P_7 : $a\ c,\ b$ P_8 : $a\ c,\ d$

a)

b)

P_i	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
Q_i	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8
a	0	–	1	1	1	1	0	0
b	1	1	0	0	1	–	1	–
c	–	0	0	0	0	0	0	0
d	0	0	–	1	–	1	–	1

8-47. ábra *Partíciók és szekunder változóik*

A továbbiakban tételezzük fel, hogy minden egyes P_i partícióhoz előzeseten egy Q_i szekunder-változót rendelünk, melynek ellentétes logikai értékeivel kódoltan módunk lesz megkülönböztetni a partíció által jellemzett két esetet. Ezek a kódok kritikus versenyfutást nem tartalmazó eseteket jellemeznek az előzők értelmében. A 8-47b. ábra előzetes állapotkód-táblázatában összegyűjtöttük a kódolandó a, b, c, d állapotokra vonatkozóan az összes partíciók egy-egy kódolási változatát. Például a P_1 partíció oszlopában a megkülönböztető eseteket (8.17) táblázat szerint kódoltuk Q_1-gyel:

P_1	Q_1
ad	0
b	1

(8.17)

Itt tehát az a = 0, d = 0, b = 1, c = közömbös értékek biztosítják az ad–b közötti kritikus versenymentes működést. Ha Q_1 értékeit 0 – 1-et felcserélve írtuk volna be a táblázatba, a kívánt megkülönböztetés természetesen akkor is teljesült volna.

IV. A 8-47b. táblázatot figyelmesebben megvizsgálva, néhány oszlop között *kompatibilitási* tulajdonságokat fedezhetünk fel. Például a P_2 – P_5 oszlopokat összehasonlítva a (8.18) táblázatot kapjuk:

P_2–P_5		P_{2-5}
–	1	1
1	1	1
0	0	0
0	–	0

(8.18)

Ez a felismerés magában rejti a 8-47b. táblázat oszlopainak összevonását és – ami ebből következik – a kiinduló szekunder-változó szám csökkentését.

Az oszlopok összehasonlítása során még további lehetőségeket is felhasználhatunk. Miután a 8-47b. táblázat kitöltésekor Q_i értékeinél a „0"–„1" kiosztását önkényesen adtuk meg és mint a III. lépés végén említettük, ezt felcserélve is megtehettük volna, ezért a kompatibilitás-vizsgálat elvégezhető a felcserélt esetekre is, ha ez egyszerűsítéssel kecsegtet. Például a $P_1 - P_3$ oszlopokat összehasonlítva ezek közvetlenül nem adnának kompatibilitást, de a (8.19) táblázat szerinti eset már megadja az összevonás lehetőségét:

P_1	$P_{\bar{1}} - P_3$		$P_{\bar{1}-3}$
0	1	1	1
1	0	0	0
–	–	0	0
0	1	–	1

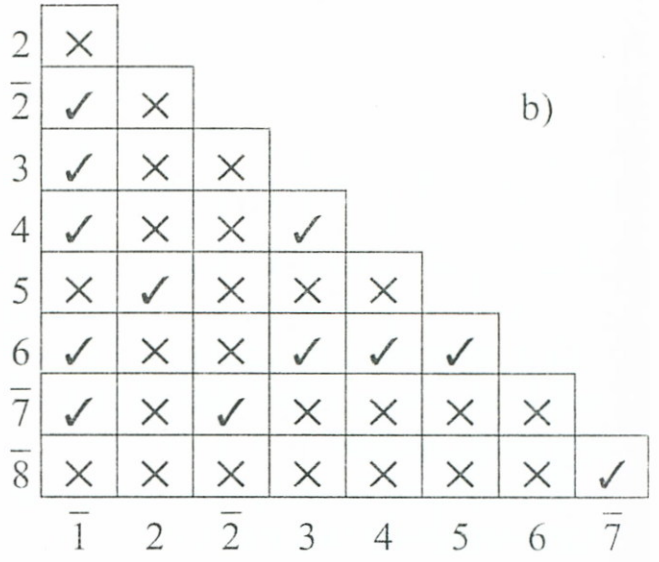
(8.19)

A megvizsgált esetek tapasztalatai birtokában már elvégezhetjük a 8-47b. ábra táblázatában szereplő oszlopok szisztematikus kompatibilitás-vizsgálatát. Ennek érdekében kiválasztunk egy sort, melyben a legkevesebb közömbös eset van, és – homogenizált vonatkozási bázis előállítása céljából – minden sorbeli elemet azonos értékűre állítunk be. Példánknál kiválasztva pl. az első sort, itt a többség „1"-es értékű, ezért a kevesebb „0"-ás oszlopot is „1"-sé invertáljuk, és ily módon a 8-48a. táblázatot nyerjük. A közömbös esetnél – nem tudva előre a viszonyok alakulását – mind az eredeti, mind az invertált oszlopot bevettük a táblába, ahol az egyszerűség kedvéért csak az indexeket tüntettük fel.

Az „a" sorra homogenizált táblázat oszlopait ezután páronként összehasonlítva kell megkeresnünk a kompatíbilis eseteket, és az összehasonlítások eredményét a 8-48b. lépcsős táblákon gyűjthetjük össze, ahol a tábla tengelyei mentén egyszerűség kedvéért csak a partíciós indexeket tüntettük fel, hasonlóan a táblázathoz.

P_i	P_1	P_2	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
Q_i	$\overline{1}$	2	$\overline{2}$	3	4	5	6	$\overline{7}$	$\overline{8}$
a	1	–	–	1	1	1	1	1	1
b	0	1	0	0	0	1	–	0	–
c	–	0	1	0	0	0	0	1	1
d	1	0	1	–	1	–	1	–	0

a)



b)

c) $(\overline{7}\ \overline{8})\ (\overline{1}\ \overline{2}\ \overline{7})\ (2\ 5)\ (\overline{1}\ 3\ 4\ 6)\ (5\ 6)$

8-48. ábra *Homogenizált kódolt tábla és a maximális kompatibilitási osztályok*

Ezt követően a korábbi fejezetekben már begyakorolt módon, *maximális kompatibilitási osztályok*at keresünk, melyek kiválasztásával a legkevesebb szekunder-változót igénylő megoldás felé tehetünk egy lépést. Esetünkre a 8-48b. ábránál kiadódott a következő eredmény:

$$(P_{\overline{7}}P_{\overline{8}})(P_{\overline{1}}P_{\overline{2}}P_{\overline{7}})(P_2P_5)(\overline{P}_1P_3P_4P_6)(P_5P_6) \qquad (8.20)$$

(Utólag megjegyezzük, hogy a „c" sorból indítva a vizsgálatot elkerülhettük volna az invertálásokat, mivel ez eleve homogenizálva van.)

V. Kérdés ezután, miként tudjuk a most kapott, legkedvezőbb oszlop-összevonásokat reprezentáló eredményünkkel a $P_1 \ldots P_8$ kiindulási partíció-halmazt a legkedvezőbben lefedni. A feladat hasonló kérdést vet fel, mint a logikai függvények minimalizálásakor vizsgált: prím-implikánsokkal végzett optimális term-lefedés (7. fejezet), melynél a megoldáshoz a prím-implikáns táblának a szelekciós függvénnyel történő kifejtésével jutottunk.

Itt is hasonló módszert követve felrajzolhatjuk a kapott maximális kompatibilitási osztályok és a P_i partíciók közötti lefedéseket reprezentáló *lefedési táblát* (8-49a. ábra), majd a szelekciós függvényt felírva és egyszerűsítve a 8-49b. ábra szerinti módon végül az alábbi eredményt kapjuk legkevesebb szekunder-változót igénylő megoldásként:

$$\beta\gamma\varepsilon = (\overline{1}\ 3\ 4\ 6)\ (2\ 5)\ (\overline{7}\ \overline{8}) = Q_{\mathrm{I}}Q_{\mathrm{II}}Q_{\mathrm{III}}$$

max. oszt. \ partíciók		P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
α	$(\bar{1}\,\bar{2}\,\bar{7})$	×	×					×	
β	$(\bar{1}\,3\,4\,6)$	×		×	×		×		
γ	$(2\,5)$		×			×			
δ	$(5\,6)$					×	×		
ε	$(\bar{7}\,\bar{8})$							×	×

a)

$$S = (\alpha+\beta)(\alpha+\gamma)\beta(\gamma+\delta)(\beta+\delta)(\alpha+\varepsilon)\varepsilon = \\ = \beta\gamma\varepsilon + \alpha\beta\delta\varepsilon$$

b)

8-49. ábra *Lefedés vizsgálat és szelekciós függvény*

VI. Az előző pontban kapott eredményünket a 8-48a. táblára alkalmazva végül is a 8-50a. ábra szerinti állapotkódolást kapjuk. Mint ellenőrizhető, a kompatibilitási osztályok kapott csoportja jelen példában *diszjunkt,* azaz ugyanaz az elem több csoportban nem fordul elő, ezért közvetlenül felhasználható. Ha több csoportban szereplő elem is előfordult volna, ez esetben azt elegendő lett volna egyetlen osztályban szerepeltetnünk, a többiből történő elhagyásával.

A kapott állapotkódok – mint látható – nem szomszédos tulajdonságúak, mégis biztosítják a kritikus versenyhelyzet-mentességet.

Eredményeink birtokában kitölthetjük a tervezési folyamat további menetéhez felhasználandó, kódolt állapottábla 8-50b. ábra szerinti felső részét, ahol tehát garantáltan kritikus versenyfutásmentes esetek fognak szerepelni.

VII. Már bevezetőben említettük, hogy elvileg olyan példával is találkozhattunk volna, melynél a fenti szisztematikus lépéssorozat végén a megkülönböztetési partíciók *kevesebb* szekunder-változót igényelnének, mint amennyi az állapottábla sorainak megkülönböztetéséhez minimálisan szükséges ($p < m$). Miután itt két különböző feltétel teljesüléséről van szó, természetesen az utóbbit kellett volna figyelembevennünk és a sorok számát „m"-hez alakítanunk.

Jelenlegi példánknál: $p = 3$, $m = 2$, ezért a $p > m$ feltétel lesz a meghatározó, így az állapottábla a minimálisan szükséges soroknál többet fog tartalmazni, ténylegesen 4 helyett 8-at. A nem kihasznált esetekhez tartozó 8-50c. táblarész kitöltéséhez viszont további meggondolások szükségesek.

	β Q_I	γ Q_{II}	ε Q_{III}
a	1	1	1
b	0	1	0
c	0	0	1
d	1	0	0

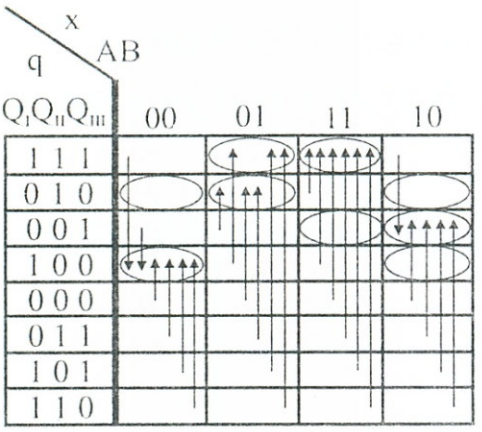
(a)

q \ x, AB		00	01	11	10	
	$Q_IQ_{II}Q_{III}$					
a	1 1 1	100	(111)	(111)	001	
b	0 1 0	(010)	(010)	111	(010)	(b)
c	0 0 1	100	010	(001)	(001)	
d	1 0 0	(100)	111	111	(100)	
Nem kihasznált esetek	0 0 0					
	0 1 1		?			(c)
	1 0 1					
	1 1 0					

8-50. ábra. *Állapotkódolás és a kódolt állapottábla „hasznos" fele*

Mivel a hasznos kódok nem szomszédosak, ezért a $\Delta 1$, $\Delta 2$, $\Delta 3$ szekunder-változó késleltetések esetleges elcsúszásai miatt előfordulhat, hogy valamelyik a „hasznos" táblarész állapot-átmeneteiben szereplő hasznos kódok közül a tőle $H = 1$ távolságra levő „szomszédos" *ki nem használt* kóddá torzul, és – ha tranziens időre is – az átmenet átnyúlik a 8-50c. ábrabeli, ki nem használt eseteket tartalmazó táblarészbe. Hogy a hálózat további hamis útra ne tévedhessen, vagy el ne tévedjen, ill. egy itt helytelenül kialakított stabil állapotban meg ne rekedjen, a ki nem használt táblarészt olyan *instabil állapotú* kódokkal kell feltöltenünk, melyek az elkalandozott átmenetet – akár többszörös átmenet árán is – *visszavezetik* az eredetileg végcélnak tekintett hasznos mezőbe eső stabil állapotba.

E cél elérése érdekében célszerű előzetesen kialakítani a fenti meggondolásokat figyelembevevő *átmeneti táblát* és a hiányzó alsó állapottábla részt ennek előírásai alapján lehet megnyugtatóan kitölteni. A példára vonatkozó mindkét táblarészre kialakított átmeneti tábla a 8-51a. ábrán, a teljesen kitöltött kódolt állapottábla a 8-51b. ábrán látható.



(a)

	x / q \ AB	00	01	11	10
a	1 1 1	100	111	111	001
b	0 1 0	010	010	111	010
c	0 0 1	100	010	001	001
d	1 0 0	100	111	111	100
	0 0 0	100	010	111	001
	0 1 1	100	010	111	001
	1 0 1	100	111	111	001
	1 1 0	100	111	111	001

(b)

8-51.ábra. *Teljes átmeneti tábla és kódolt állapottábla*

Az eljárás algoritmusa

A bevezető összefoglaló és a részletes példa tapasztalatainak birtokában megadhatjuk a „megkülönböztető partíciók"-on alapuló állapotkódolási eljárás főbb lépéseit.

I. lépés: Állapottábla előállítása a kiinduló feltételek alapján.

II. lépés: Megkülönböztetésre váró esetek kigyűjtése az állapottábla működésének mérlegelése alapján.

III. lépés: Az előző pontbeli esetek „megkülönböztető partíciók"-ként történő értelmezése és e partíciók összegyűjtése egy előzetes állapotkód-táblázatban.

IV. lépés: Az előzetes állapotkód-táblázat egyszerűsítése kompatibilitási feltételek alapján, maximális kompatibilitási osztályok kiválasztása lépcsős táblázat segítségével.

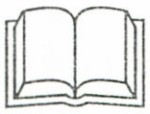
V. lépés: A partíciók optimális lefedésének megkeresése lefedési táblázat és szelekciós függvény segítségével.

VI. lépés: Egyszerűsített állapotkód-táblázat kitöltése és a kódolt állapottábla „hasznos" részének felrajzolása.

VII. lépés: Az állapottábla ki nem használt részének kitöltése a $p < m$, ill. $p > m$ feltételek figyelembevételével, továbbá a hasznos részbe „visszataláló" átmenetek biztosításával. Szükség szerint a teljes átmeneti tábla felhasználásával.

VIII. lépés: További tervezési lépésekhez a teljes kódolt állapottábla felrajzolása.

8.3.4. A bemeneti- és belső késleltetések, valamint a lényeges hazard hatása az állapotkódolásra



A bemeneti kombinációk és a szekunder-változók fellépésénél keletkező:

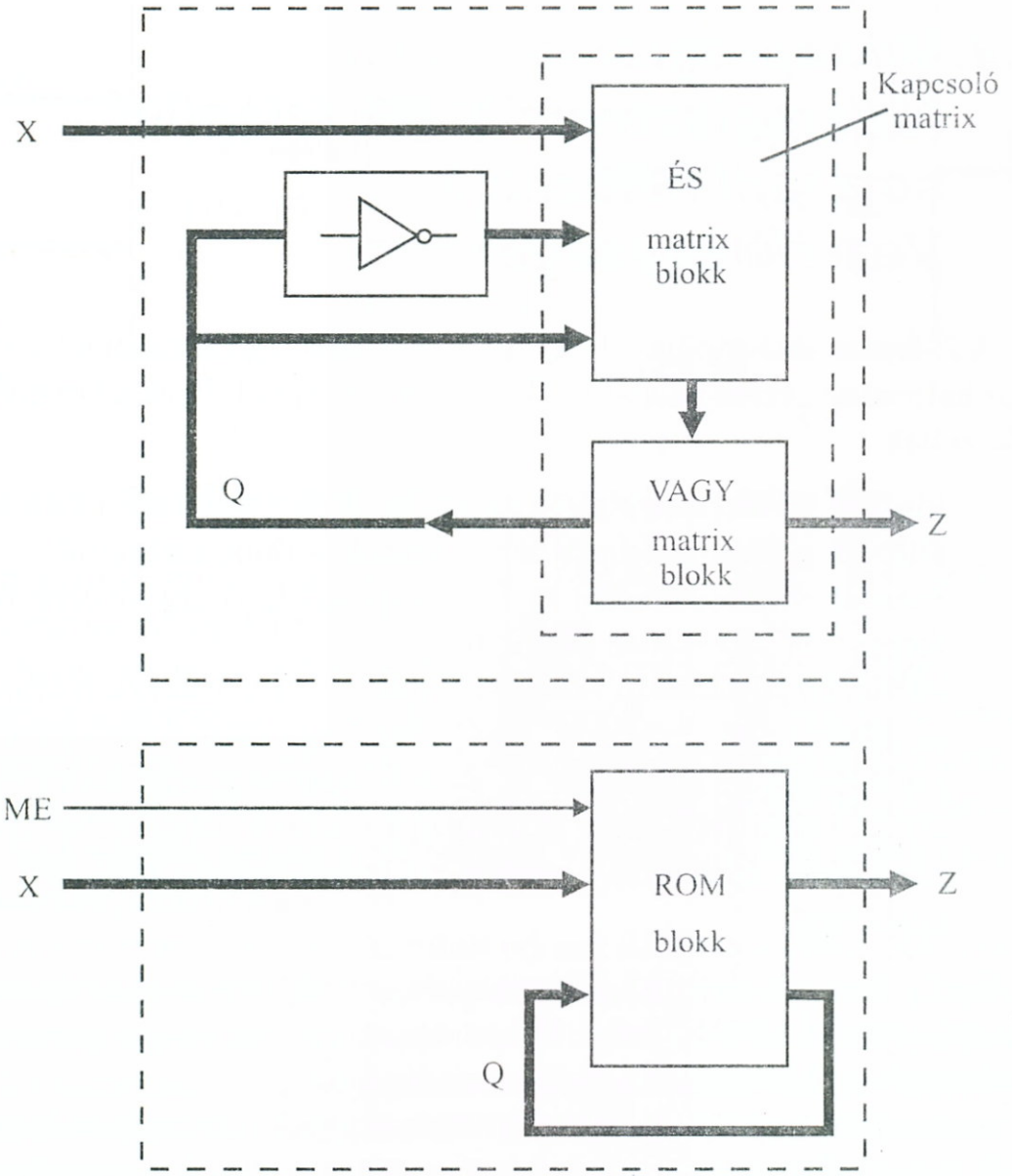
$$\Delta B_{i,j} \ldots \text{ és } \Delta S_{l,m}, \ldots$$

késleltetések kisebb-nagyobb típusú relációi az állapotkódolással kapcsolatos mérlegeléseket – mint a 6.2. pontban is láttuk – döntően befolyásolják. Eddigiekben főként az egyes szekunder változókat előállító hálózatrészek ΔS_l, m, ... késleltetéseinek eltéréséből adódó, kritikus versenyfutási problémákat mérlegeltük. Amennyiben vizsgálatainkba a bemenetre érkező változó értékek $\Delta B_i, j$ ... késleltetéseit is bevonjuk, a viszonyok lényegesen összetettebbé válnak. Az irodalomban találhatók eljárások, melyek a megkülönböztető partíciók felhasználásával végzett állapotkódolás kiterjesztésével vagy hasonló elvi meggondolások elvégzésével a két késleltetés-csoport kölcsönhatásából eredő problémákat bizonyos határig még kezelni tudják, de – hasonlóan a kombinációs hálózatoknál említett *funkcionális hazardnál* tapasztaltakhoz – a szisztematikus védekezésnek itt is határai vannak. Amennyiben *lényeges hazard* jelenik meg a hálózatban – speciális lehetőségektől eltekintve – itt is kompenzáló késleltető áramkörök beiktatására kényszerülünk, vagy – ha erre lehetőség van – szinkron-rendszerre áttérve oldjuk meg a feladatot.

8.3.5. Realizációs kérdések

A szinkron-hálózatokkal foglalkozó fejezet 8.2.4. pontjában már foglalkoztunk a sorrendi hálózatok általános realizációs kérdéseivel, továbbá a PLD-eszközök sorrendi hálózatoknál történő alkalmazhatóságával. Aszinkron hálózatok esetén az ott elmondottak értelemszerűen felhasználhatók.

Így például a 8-25. és 8-26. ábrák általános sémái itt is érvényesek, amennyiben az órajel bemeneteket elhagyjuk. Miután az aszinkron sorrendi hálózatokat visszacsatolt kombinációs hálózatként is realizálhatjuk, az említett órajel-nélküli változatú 8-25. és 8-26. ábrák mellett érvényesek a 8-52a. és b. ábrán látható, példaként idézett PLA-t és ROM-ot tartalmazó struktúrák is.



8-52. ábra. *LSI elemek aszinkron hálózatoknál*

A PLD-k által reprezentált mátrixok kombinációs hálózatként történő alkalmazásakor elvben a visszacsatolás lehetősége is fennáll, amennyiben ezt a katalógus előírások az adott típusnál ki nem zárják.

ROM-ok alkalmazásakor figyelembe kell vennünk a címzéssel kapcsolatos, már korábbiakban bevezetett „hozzáférési idő" okozta késleltetéseket, melyek az adott ROM-ra katalógusban adottak. Ezek gyakran az aszinkron hálózatok késleltetés-viszonyaihoz mérten számottevőek és kihathatnak az állapotkódolási műveletekre, vagy különféle hazárd-, és versenyfutási helyzetek fellépésében is szerepet játszhatnak.

PLA és PAL-elemek esetén a késleltetés-viszonyok lényegesen kedvezőbbek és a tárgyalt állapotkódolási és hazardmentesítési módszerek előnyösen alkalmazhatók.

8.4. Mikroprogramozott és fázisregiszteres elven felépülő sorrendi hálózatok. Vezérlő egységek.

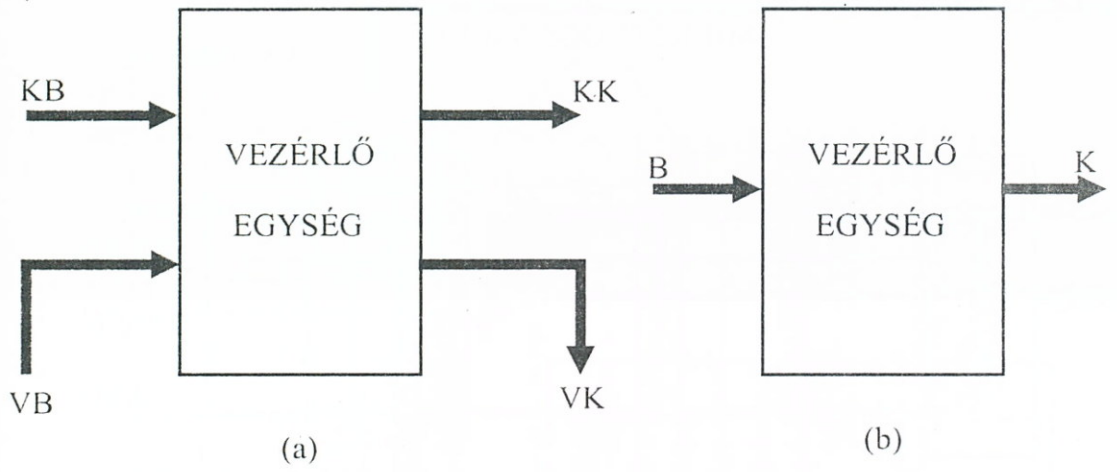
A 2. fejezet 2-2. ábrájával kapcsolatosan már foglalkoztunk a digitális hálózatok két rendszer-kialakítási alaptípusával. Ezek a következők voltak:

- klasszikus rendszerkialakítás (2-2a. ábra), melynél a hálózat által megoldandó feladat algoritmusát – mint említettük – az összetevő áramkörökbe és azok kapcsolatába „hardverbe beforrasztott" formában oldjuk meg;
- *memóriát tartalmazó rendszerkialakítás* (2-2b. ábra), melynél az algoritmust „program" formájában egy *elkülönített memória*-egységben helyezzük el, és a feladatmegoldás során egy külön vezérlőhálózattal aktivizáljuk a kívánt időütemben működtetendő beavatkozó szervet – a program által irányított lépésekben.

Eddigi hálózat-kialakítási feladatainknál a *klasszikus* változat szerint építettük fel a hálózatokat. Ebben a pontban bemutatjuk a *memóriát tartalmazó* változat kialakításának lépéseit.

A memóriát tartalmazó változat tulajdonképpen már *szoftver* összetevőt is használ az algoritmust kifejező *program* révén. Természetesen ez a program még *hardver-közeli* felépítésű és méreteiben messze elmarad a rendszerprogramok volumenétől, emiatt a továbbiakban „mikroprogram"-nak fogjuk nevezni. A „mikroprogramozott elv" felhasználásával rendkívül nagyméretű (sok belső állapottal rendelkező) sorrendi hálózatok alakíthatók ki, és – mint látni fogjuk – a tervezés lépései is jól kézben tarthatók lesznek. Mindez annak köszönhető, hogy hardver-eszközökre vonatkozó információk tetemes részét a memóriába tudjuk koncentrálni. Hasonlókat már a tisztán hardver *SSI–LSI* realizációk összehasonlításakor is tapasztalhattunk.

A digitális rendszerek bonyolultabbá válása, összetevőik számának nagyobb mértékű megnövekedése miatt a klasszikus struktúrában történő építkezés egyre kevésbé szervezhető, ezért a memóriát tartalmazó változat kerül előtérbe. Egyik legelterjedtebb alkalmazási terület a digitális számítógépek *CPU*-jában található rendkívül nagybonyolultságú vezérlőegység realizálása, melyet (a mikroprogramo-



8 - 53. ábra. *Vezérlő egység általános felépítése*

zott elvű felépítés miatt) gyakran „mikrogép"-nek, vagy „mikroprogramozott vezérlés"-nek is neveznek.

A vezérlő egységek a vezérelt digitális rendszer kívánt algoritmus szerinti automatikus működését felügyelik, ill. szervezik, mintegy „menetrendet" (program szerinti működést) kényszerítve a különféle részegységek időben és kapcsolatváltozásokban lezajló működésére.

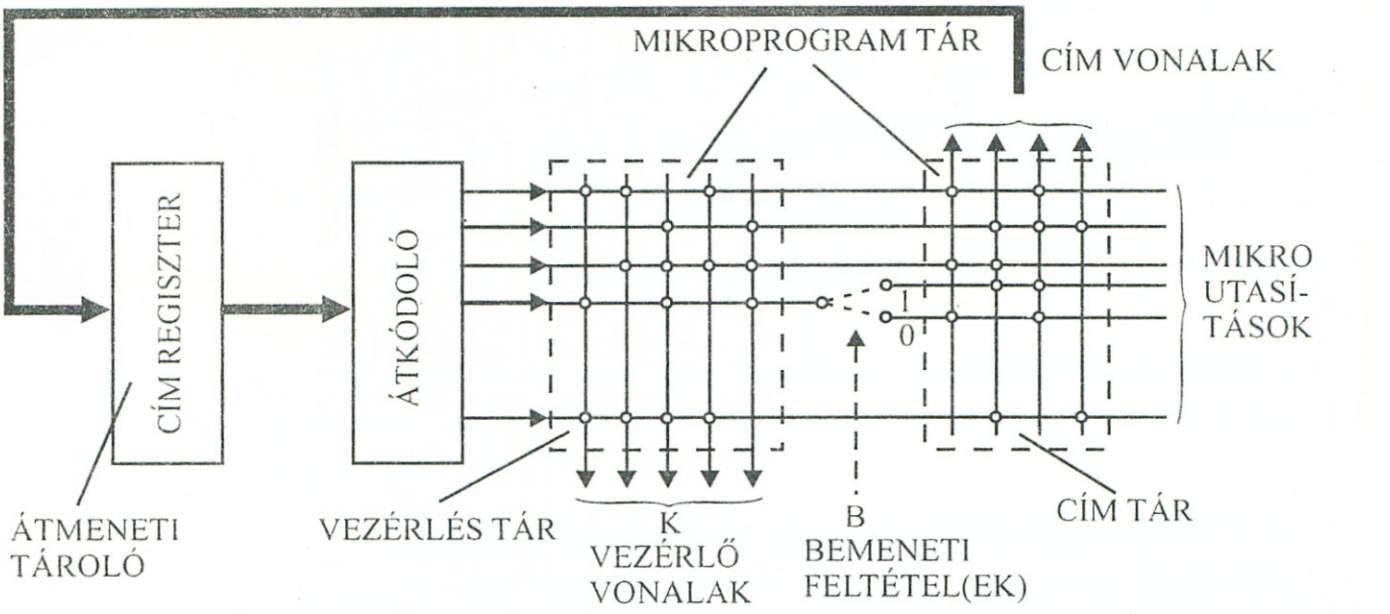
Egy vezérlő egység általános elvi vázlatát a 8-53a. ábra kapcsán tanulmányozhatjuk.

A vezérelt rendszeren kívülről érkező *KB* és oda kilépő *KK* információk mellett, a vezérlő egység az általa vezérelt rendszer állapotáról is kap ún. *státusz* (*VB*) és a vezérelt rendszer felé is küld *parancs* (*VK*) információkat. Rendszertechnikai tárgyalás szempontjából a bemeneti *KB–VB*, illetve a *KK–VK* információk éles elkülönítésére általában nincs szükség márcsak azért sem, mert a külvilággal való kapcsolatnál többnyire beiktatódik a vezérelt rendszer valamilyen funkcionális egysége (pl. átkódoló, üzemmód-átalakító stb.) a külvilág és a vezérlő egység közé. Emiatt elvi vázlatunk többnyire a 8-53b. ábra szerintivé egyszerűsödik.

8.4.1. Mikroprogramozott rendszerek

A mikroprogramozott rendszerek működésének alapötlete az 50-es évek elejéről származik. Felépítésüket a 8-54. ábrán látható egyik alapmodellen tanulmányozhatjuk.

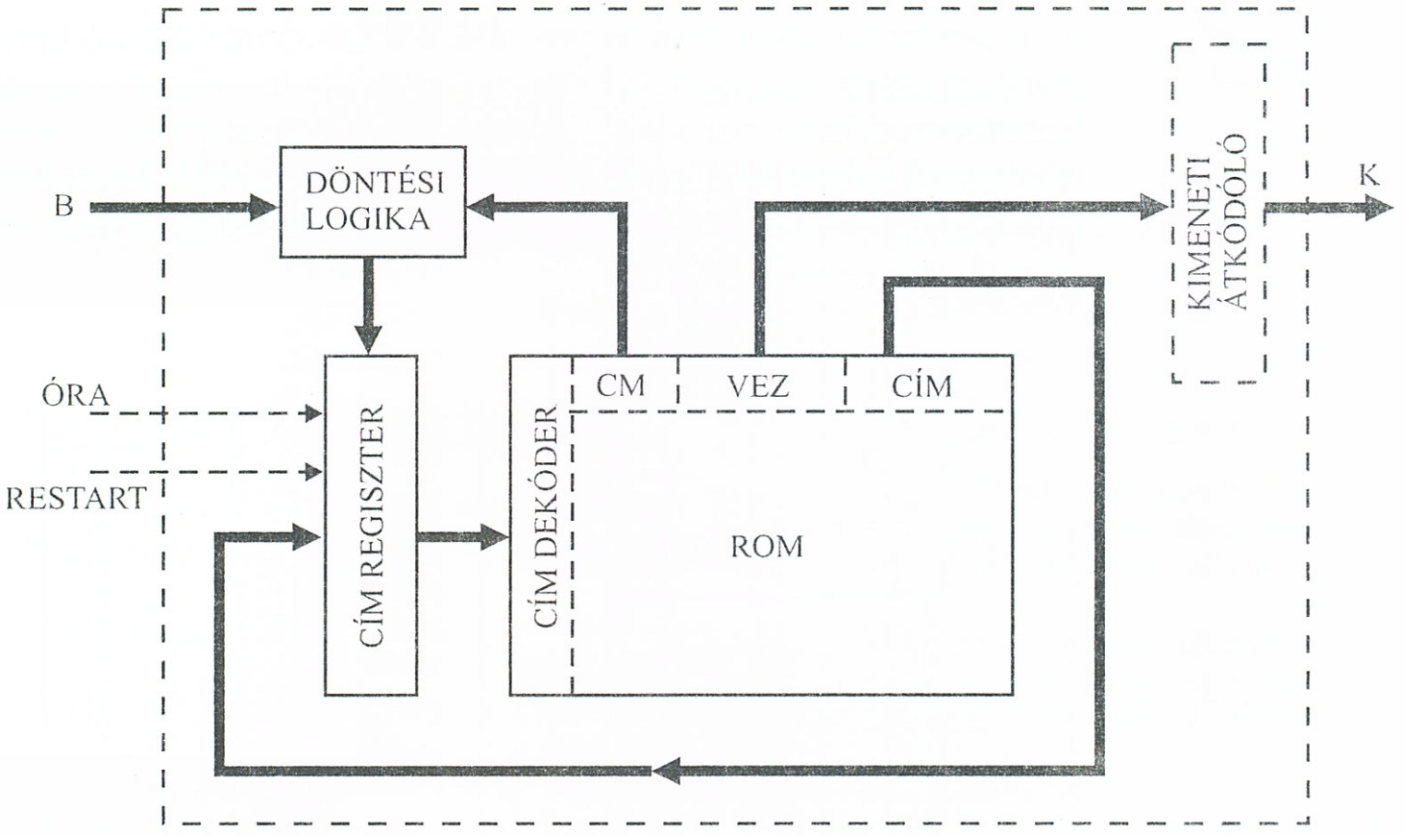
A vezérlő egység által irányított digitális rendszer működési programját itt egy ún. *mikroprogram-tárba* írjuk be, melynek minden egyes sora egy ún. *mikro-utasítást* tárol. A mikro-utasítás első fele az adott fázisban elvégzendő vezérlési feladathoz rendelt K *vezérlővonal állapotokat* állítja be attól függően, hogy *vezérlési-tár* cellamátri-



8-54. ábra. Mikroprogramozott vezérlés alapmodellje

xát miként programoztuk előzetesen. A mikro-utasítás második fele kijelöli a *következő mikro-utasítás címét* (sorát), attól függően, hogy a *cím-tár* cellamátrixát miként programoztuk be előzőleg. Az újonnan kijelölt cím a *cím-regiszter*en (mely például egy *S–R* tárolókból összerakott egység, részletesebben lásd 10. fejezet) és az *átkódoló*n (lásd 10. fejezet) keresztül megcímzi a *következő* mikro-utasítás sorát, mely már a következő fázishoz tartozó vezérlési feladatok információit hordozza stb. Az elvi modellnél szemléltettük az esetleges külső, bemeneti feltételek hatását is oly módon, hogy $B = 1$ esetén az „1" jelű, $B = 0$ esetén a „0" jelű cím-tár sor fogja a következő mikro-utasítás helyét kijelölni, így a B feltételtől függően más- és más vezérlési fázishoz tartozó feladat kerülhet megoldásra.

Az alapmodell áttanulmányozása után, felrajzolhatjuk a 8-55. ábrán látható elvi vázlatot, mely működési elvében teljesen megegyezik a bevezető változattal, de a mikro-utasítások formátumát némileg módosítva a címkijelölési műveletet, többféle módon is elvégezhetjük, és így egy rugalmasabb rendszerhez jutunk. Az újabb mikro-utasítás formátum az ábrán a mikroprogramtárt képviselő ROM felső sorában lett feltüntetve. A CÍM itt is a következő utasítás címét jelölheti ki, míg a (VEZ) VEZÉRLŐ bitek a vezérlési feladatokat jelölik ki kódolt formában. A CM betű bitekkel a következő mikro-utasítás kijelölésének többféle módját tesszük lehetővé, ezért ezeket *címzési mód-bitek*nek nevezzük. A leggyakrabban alkalmazott címzési módoknál a következőképpen történhet az új cím megadása:



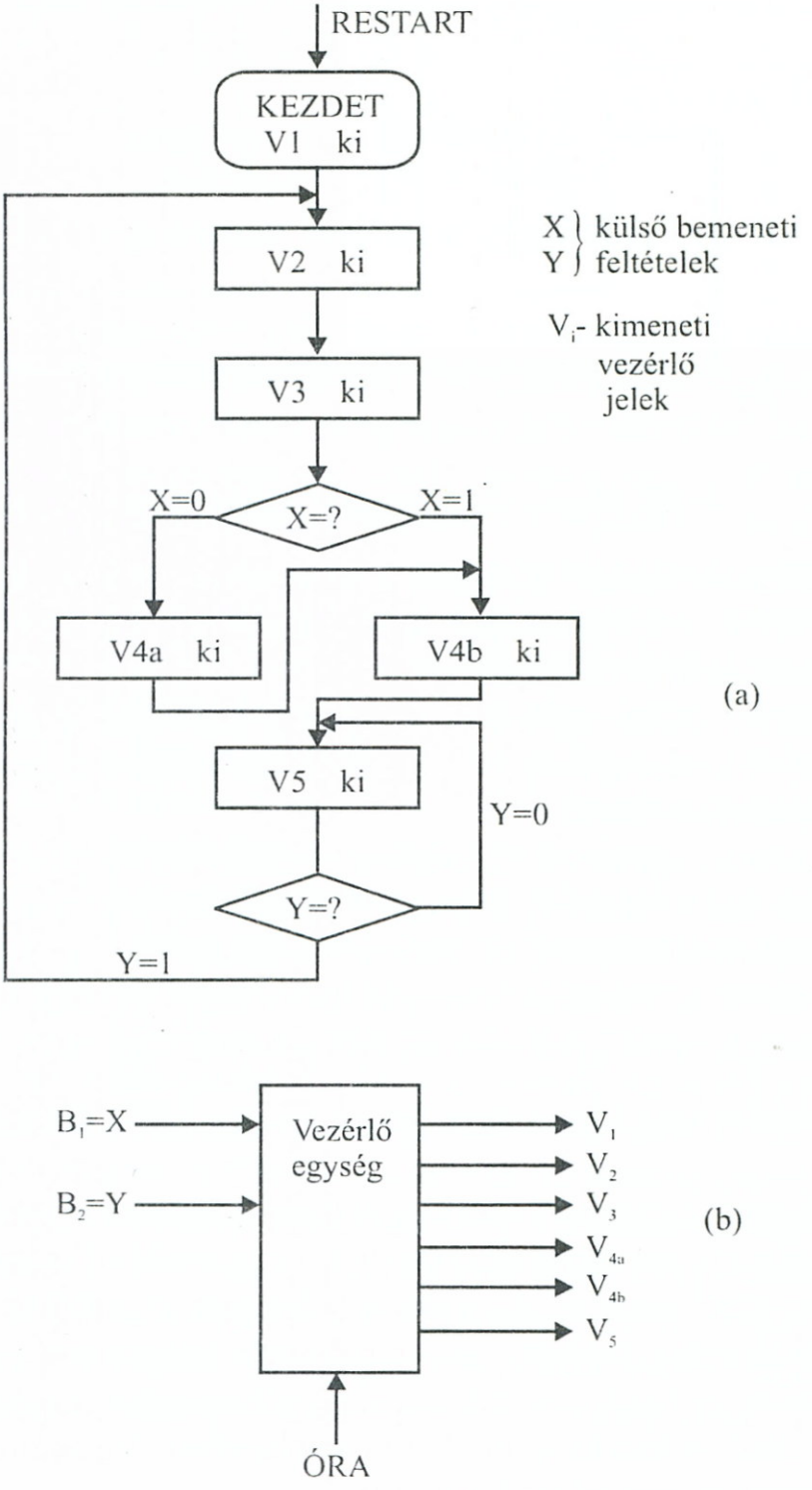
8-55. ábra. Mikroprogramozott vezérlő egység elvi vázlata

- *Inkrementálással.* Ilyenkor a CÍM-bitek tartalma közömbös, mivel a címregiszterben tárolt pillanatnyi cím értéke inkrementálódik új címmé.
- *Feltétel nélküli ugrással.* Ilyenkor a CÍM-biteket közvetlenül átírjuk a címregiszterbe, és a következő mikro-utasítást ennek alapján jelöljük ki.
- *Feltételes ugrással.* Ez esetben az előző két változat kombinálódik, azaz valamely B_i külső feltétel bekövetkezésekor például inkrementálásos, be nem következésekor ugrásos címzés történik, a vázlaton szereplő DÖNTÉSI LOGIKAI egység címregiszterre gyakorolt vezérlő jeleinek függvényében.

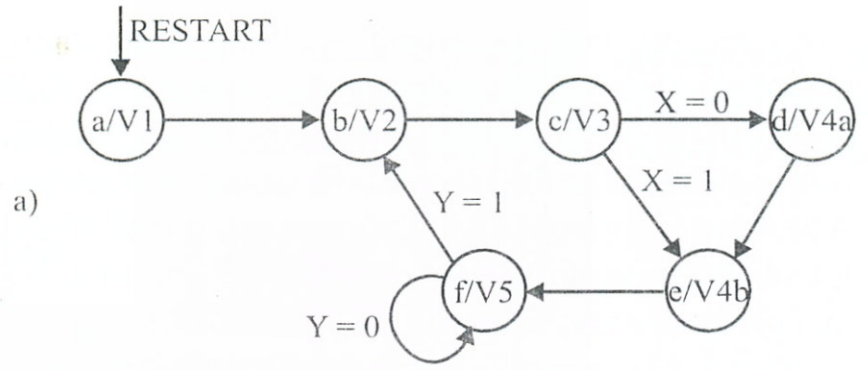
A vezérlőegység kimenetére többnyire egy ÁTKÓDOLÓ is csatlakozik.

A mikroprogramozott vezérlőegységek tervezésénél a kiindulás a vezérlési algoritmus folyamatábrájából, vagy az ebből származtatható állapotgráfból történik. A tervezés fő feladata itt, a ROM tartalmának meghatározása, melyet a realizáció során beégetéssel viszünk be a memóriába. A hardver-struktúra lényegében előre meghatározott, csupán a döntési logika változhat számottevően. Vizsgáljuk meg a tervezés menetét egy példa keretében.

8.19. példa: Kiindulásként legyen adva a 8-56a. ábrán látható folyamatábra, amely mintegy blokkséma-szerűen írja le a megtervezendő vezérlőberendezés működési algoritmusát. A folyamatábra áttanulmányozása után megadható a 8-56b. ábra, mely szerint két bemeneti feltétellel és hat kimeneti vezérlőjellel rendelkezik a megoldandó feladat.



8 - 56. ábra. *Kiinduló ábra a mintapéldához*



a)

l	Állapot	CM	VEZ	CIM
0	a	INC	V1	–
1	b	INC	V2	–
2	c	JCX	V3	CIM e (4)
3	d	INC	V4a	–
4	e	INC	V4b	–
5	f	JCY	V5	CIM b (1)
6	s	JMP	V5	CIM f (5)

JCB_i = INC, ha : $B_i = 0$; JMP, ha : $B_i = 0$

ha : X = 0, CM : INC, CIM : közömbös

ha : X = 1, CM : JMP, CIM : „e" címe

ha : Y = 0, CM : INC, CIM : közömbös

ha : Y = 1, CM : JMP, CIM : „b" címe

CM : JMP, CIM : „f" címe

b)

		CM		VEZ			CIM		
		1	0	2	1	0	2	1	0
0	a	0	0	0	0	1	X	X	X
1	b	0	0	0	1	0	X	X	X
2	c	0	1	0	1	1	1	0	0
3	d	0	0	0	0	0	X	X	X
4	e	0	0	1	1	1	X	X	X
5	f	0	1	1	0	1	0	0	1
6	s	1	0	1	0	1	1	0	1

e)

CM		
Jel	1	0
INC	0	0
JCB_i	0	1
JMP	1	0
TILOS	1	1

c)

VEZ			
Jel	2	1	0
V1	0	0	1
V2	0	1	0
V3	0	1	1
V4a	0	0	0
V4b	1	1	1
V5	1	0	1

d)

8-57. ábra *Mikroprogram előáállítása az állapotgráfból kiindulva*

I. A feladat egzakt matematikai megfogalmazása ezután már nem okoz gondot, mivel a folyamatábra átrajzolható a 8-57a. ábra állapotgráfjává, melyet az absztrakt automaták reprezentálásánál megszoktunk. Az állapotgráf – mint látható – esetünkben egy Moore-típusú automatára utal, ahol az egyes belső állapotok egyben a kimeneteket is meghatározzák. Tételezzük fel, hogy egy szinkron működésű rendszert akarunk kialakítani mikroprogramozott megoldásban.

II. A mikroprogramozott rendszertervezés fontos mozzanata a ROM-ba beírandó mikroprogram összeállítáa. Ennek érdekében a kiindulógráf alapján kitöltöttük a 8-57b. ábrán látható mikroprogram táblázatot. Itt az első oszlop a ROM relatív sorcímeit sorolja fel, melyekben az egyes mikro-utasításokat elhelyeztük. Miután a következő sor kijelölésére többféle címzésmódot is használhattunk (pl. ugrást is), ezért a so-

rok sorrendje nem okvetlenül kellett volna, hogy kövesse a gráf-állapotok által kijelölt mikroutasítás sorrendet. A ROM-címek és a gráfbeli állapotok általunk bizonyos fokig „önkényesen" választott összerendelését az első és második oszlopok összehasonlítása mutatja. A harmadik oszlopban az alkalmazandó címzési módot (CM) helyeztük el. Itt az összerendelés jóvoltából például az a → b → c állapot-átmenetek *inkrementálással* (INC) valósulnak meg.

Mivel inkrementáláskor az ötödik oszlopban levő CÍM rovat értéke *közömbös*, ezért ide vonalat húztunk ezeknél a soroknál.

A „*c*"-ből történő továbblépéskor viszont figyelembe kell vennünk a $B_1 = X$ bemeneti feltételt is. Ezért itt a címzést *feltételes ugrással* (JCBi) végezzük, a következő, általunk az ábrán is rögzített konvenció mellett:

ha: $X = 0$ INC: lépés a következő címre („d"-be)
ha: $X = 1$ JMP: ugrás az „e" állapot címére (4-re).

A CÍM rovatokba tehát ilyen esetekben annak az állapotnak a *sorcíme* kerül, amelyikbe „ugrás" esetén tovább kell jutnunk.
Megjegyezzük, hogy egy másik:

X = 0 – JMP
X = 1 – INC

konvenció mellett a megoldás egyszerűbb, vagy bonyolultabb is lehet.

Az egyes sorok kitöltésekor a negyedik oszlopba azokat a K_j kimeneteket írtuk be, melyek az adott mikro-utasítás aktualizálódásakor a vezérlő-kimeneten meg kell, hogy jelenjenek (V1, ... V5).

Az „f" állapot elérésekor ismét egy feltétellel (Y) találkozunk. Mint látható, az Y = 1-hez tartozó ugráscímet („b" címe = 1. sor) írtuk be a CÍM rovatba itt is. A feltételes ugrás másik művelet-párja viszont egy inkrementálás (INC) kellene, hogy legyen mely önmagában nem tenné lehetővé a gráf szerinti „f"-ben való maradást Y = 0 esetén. Emiatt fel kellett vennünk egy „s" segédállapotot, melybe „f"-ből inkrementálással érkezünk és innen ugorhatunk vissza egy feltétel nélküli ugrással (JMP) az „f"-be, olymódon, hogy az „s" állapotsor CÍM rovatába az „f" címét (5. sor) írtuk be.

III. Elvileg már elkészült vezérlési folyamatunk mikroprogramja, a következő lépés, a ROM tényleges kitöltését (beégetését) lehetővé tevő állapotkódolás. Ezt mind a CM eseteire, mind a K_j kimeneti vezérlésekre fel kell vennünk. A CM-ek esetén például a 8-57c., a K_j-k

esetén a 8-57d. táblázatokat töltöttük ki jelenleg „önkényesen", de tényleges rendszer esetén előfordulhat, hogy a kódolásra kötöttségek adódnak. A táblázatból az is leolvasható, hogy a szükséges bitek száma:

- CM esetben: 2 (3-féle eset)
- K_j esetben: 3 (6-féle eset).

A CÍM rovat kódolt kitöltésekor az egyes sorokba az ugrási sorcímek bináris megfelelő értékei kerülnek, a szükséges bitek számát is ezek határolják be. Esetünkben itt is elegendőnek tekintettük a 3 bit-et a 7-féle memória cím miatt. Végül is a ROM beégetésnél alapul szolgáló kódolt mikroprogram a 8-57e. táblázat szerint alakul.

IV. A tervezés következő lépése a 8-55. ábra elvi vázlatán szereplő áramkörök megválasztása, ill. kialakítása.

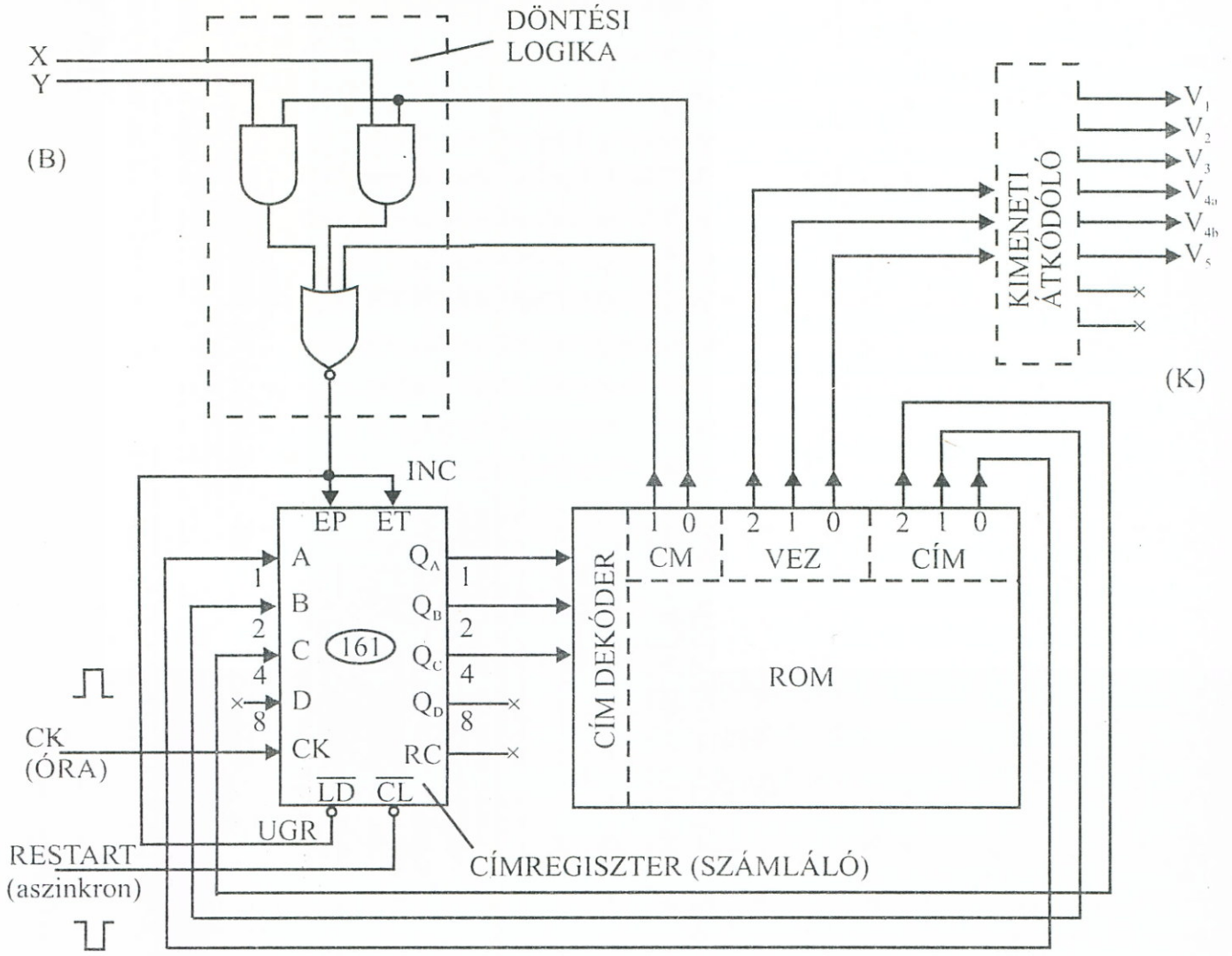
Ezek közül elsőként a *CÍMREGISZTER*-rel foglalkozunk. Az előzőleg tárgyalt CM címzésmódok alapján megállapíthatjuk, hogy:

INC esetén: előre-számlálási funkciót,
JMP esetén: P–P-típusú regiszterfunkciót (átmeneti tárolást),
JCB_i esetén: a fenti két funkció valamelyikét

kell, hogy a CÍMREGISZTER nevű áramkör ellásson. Ilyen sorrendi áramkört a 8.2. és 8.3. pontok alapján már meg is tudnánk tervezni valamelyik klasszikus eljárással. Kényelmesebb a megoldás, ha a funkcionális egységekkel foglalkozó 10. fejezet „Számlálók" című pontjában keresünk erre a célra egy „előregyártott" áramkört.

Ezt a feladatot egy párhuzamosan preszetelhető előre számláló áramkör, pl. MSI realizációnál a tárgyalt 161. típusú számlánc is teljesítheti, vagy BOÁK tervezése esetén az IC-be egy ehhez hasonló egység iktatandó be. Az alkalmazott számláncnál INC esetén a léptetés engedélyezés (ENABLE) bemenetet aktivizáljuk és a preszet engedélyező bemenetet (LOAD) tiltjuk, míg JMP esetén ezt fordítva tesszük a CÍM-biteknek egyidejűleg a PRESET (DATA IN) bemenetekre küldésével.

Az elvi vázlaton ugyancsak szereplő *DÖNTÉSI LOGIKA* látja el a CÍMREGISZTER-SZÁMLÁNC egység előbb elmondott vezérlését. Példánkra alkalmazott logikai vázlatát a 8-58. ábra összefoglaló-hálózatán tüntettük fel. A viszonylag egyszerű döntési hálózat annak köszönhető, hogy a CM-kódolását célszerűen, úgy vettük fel, hogy az ugrási CM-ek kódja „1"-est, az INC kódja pedig csak „0"-t tartalmaz. Az X, ill. Y bemeneti változókról feltételeztük, hogy mindig csak az aktuális ütemben jutnak szerephez.



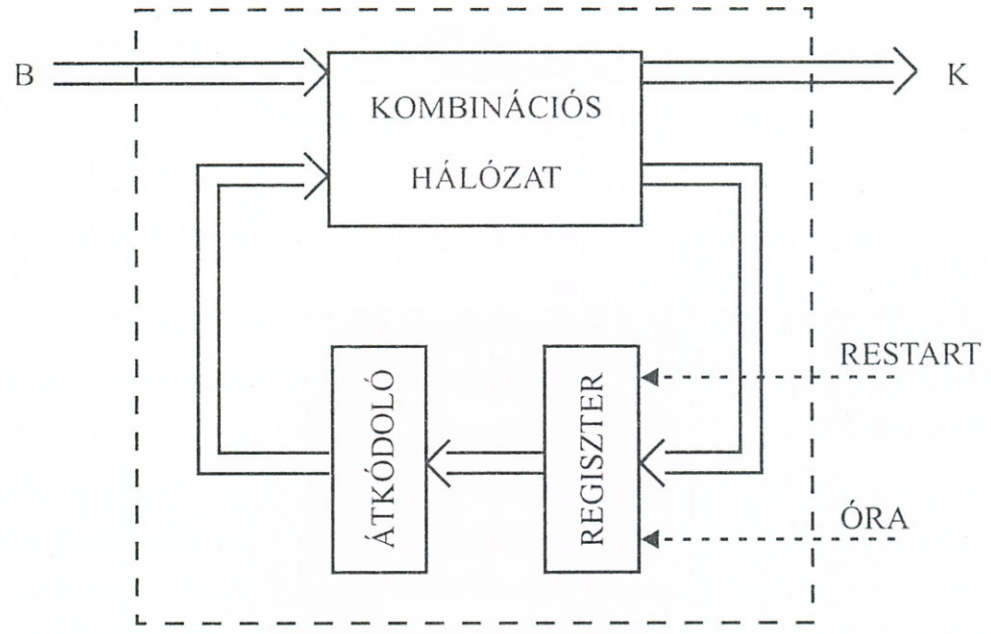
8 - 58. ábra. *A példabeli mikroprogramozott vezérlőegység realizációja*

A berendezés a RESTART bemenetre adott aktív „0" jellel újra indítható.

8.4.2. Fázisregiszteres rendszerek

Vezérlőegységeket – természetesen – klasszikus felépítésű megoldásban is előállíthatunk. Ez olyankor lehet érdekes, ha a vezérelni kívánt rendszer belső állapotainak száma nem túl nagy. A klasszikus felépítésű vezérlőegységeket az ún. *fázisregiszteres* struktúrákban szokták realizálni. Ilyen struktúra látható a 8-59. ábrán.

Az áramkör lényegében egy sorrendi hálózat, mely lehet szinkron, vagy aszinkron működésű. A tárolóelemeket magában foglaló regiszter-rész olyan kialakítású, hogy a vezérlési program időzítéseinek megfelelő fázis-lépéseket biztosítani tudja. Ennek érdekében (innen a



8-59. ábra *Fázisregiszteres vezérlőegység P–P regiszterrel*

„fázisregiszteres" elnevezés) *regiszter-típusú* áramköröket tartalmaz, melyek vagy

- léptetőregiszteres, vagy
- kódátalakítóval kombinált regiszteres (l. 8-59.ábra)

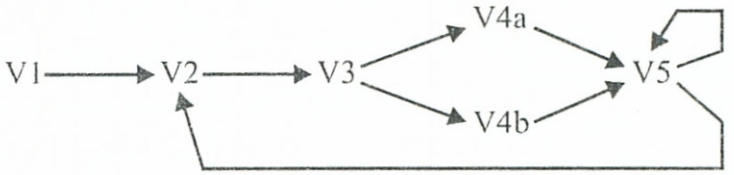
megoldásuk révén a program ütemezése szerinti léptetéseket biztosítani tudják.

Regisztereknek tekintjük az elemi tárolók bizonyos elvek szerint rendezett csoportját, melyekkel részletesen a 10. fejezetben foglalkozunk.

A fázisregiszteres vezérlőegységek tervezésénél – hasonlóan a mikroprogramozott esethez – a kiindulás a vezérlési algoritmus folyamatábrájából, vagy az ebből származtatható állapotgráfból történik, és a behatárolt felépítési struktúra jóvoltából a megoldás során – mint látni fogjuk – néhány egyszerűsítési feltételt figyelembevéve a tervezési folyamat egyszerűbbé tehető. Vizsgáljuk meg a fentieket egy példa keretében.

8.20. példa: Tervezzünk az előző példa 8-57a. ábra állapotgráfjának megfelelő vezérlési folyamathoz most egy fázisregiszteres elven működő vezérlőegységet.

Tételezzük fel, hogy egy digitális rendszer vezérlési igényének felmérése során alakult ki itt is a 8-60a. ábra állapotgráfja, melynél a működési folyamat időben egymást követő fázisonkénti lépéseit kijelölő kimeneti-vezérlési jelek az alábbi sorozatot alkotják:



I. Ezek – mint már megállapítottuk –, egy Moore-modell a, b, c, d, e, f belső állapotaihoz vannak rendelve.

A gráf egy feltételezetten aszinkron RESTART jellel kerül kiinduló-állapotba a vezérlési ciklus lefutását követően, a következő ciklus kezdetekor.

II. A gráf alapján felrajzolhatjuk az állapottáblát, mely a korábbi fejezetekbeli tábláktól csak annyiban tér el, hogy az állapotok közötti feltételes és feltétel nélküli állapotátmeneteket külön rovatokban soroltuk fel. Mint látható, példánkban az X, Y két külső feltétel (pl. mérési eredmény) befolyásolhatja a működési fázisok sorrendjét (8-60b. ábra).

III. Hasonlóan a sorrendi hálózatoknál alkalmazott módszerhez, a következő lépés itt is az *állapotkódolás,* melyet most az egyszerűség kedvéért egyszerű bináris sorrendű háromelemes kódokkal végzünk el (Q_1, Q_2, Q_3) a 8-60c. kódtáblázatnak megfelelően.

IV. Ezt követően már kitölthető a 8-60d. ábrán látható kódolt állapottábla q_t–q_{t+1} rovatos részlete. Amennyiben a realizációhoz *J–K* tárolóelemeket választuk, akkor a J_i–K_i meghajtó bemenetek működtető függvényeinek felírásához fel kell használnunk a már korábban ugyancsak felhasznált $Q_t \rightarrow Q_{t+1}$ vezérlési táblázatot, melyet itt ismételten felrajzoltunk. (8-60e. ábra)

A J_i–K_i táblázat kitöltésénél a feltétel nélküli esetek (a korábbi fejezetek példáihoz hasonló módon) közvetlenül beírhatók. Gondosabb mérlegelést igényel a feltételes esetekhez tartozó értékek kitöltése. Például a „*c*" állapot sorában a Q_1 tárolónál a $Q_t \rightarrow Q_{t+1}$ átmenetek:

$$X = 0 \text{ esetén: } 0 \rightarrow 0$$

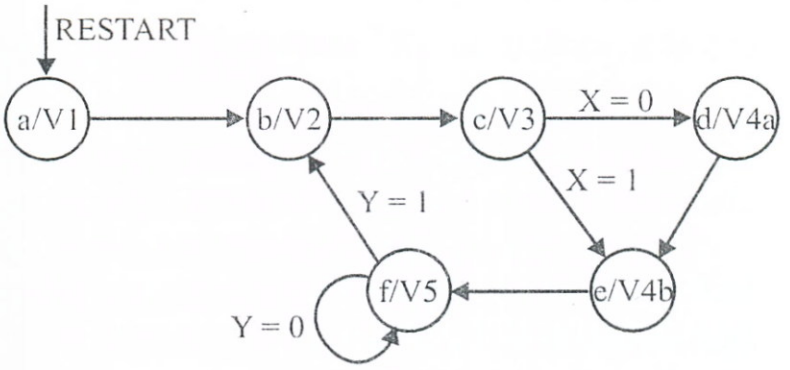
$$X = 1 \text{ esetén: } 0 \rightarrow 1$$

az azokhoz tartozó J_1K_1 értékpárok a 8-60e. táblázatból:

	J_1K_1
X = 0 esetén	0 h
X = 1 esetén	1 h

melyeket egyetlen sorba összefoglalva:

a)



b)

q_t	Felt. nél-kül	q_{t-1} Feltételesen X=0	X=1	Y=0	Y=1
a	b	–	–	–	–
b	c	–	–	–	–
c	–	d	e	–	–
d	e	–	–	–	–
e	f	–	–	–	–
f	–	–	–	f	b

c)

	Q_1	Q_2	Q_3
a	0	0	0
b	0	0	1
c	0	1	0
d	0	1	1
e	1	0	0
f	1	0	1

e)

Q_t	→	Q_{t-1}	J	K
0		0	0	h
0		1	1	h
1		0	h	1
1		1	h	0

d)

	q_t	Felt. nélkül	q_{t-1} Feltételesen X = 0	X = 1	Y = 0	Y = 1	Meghajtás J_1	K_1	J_2	K_2	J_3	K_3
a	0 0 0	0 0 1	–	–	–	–	0	h	0	h	1	h
b	0 0 1	0 1 0	–	–	–	–	0	h	1	h	h	1
c	0 1 0	–	0 1 1	1 0 0	–	–	X	h	h	X	$\overline{X}$	h
d	0 1 1	1 0 0	–	–	–	–	1	h	h	1	h	1
e	1 0 0	1 0 1	–	–	–	–	h	0	0	h	1	h
f	1 0 1	–	–	–	1 0 1	0 0 1	h	Y	0	h	h	0

$J_1 = X \cdot c + d$ $\quad J_2 = b$ $\quad J_3 = \overline{X} \cdot c + a + e$

$K_1 = Y \cdot f$ $\quad K_2 = X \cdot c + d$ $\quad K_3 = \overline{f}$

8-60. ábra *Fázisregiszteres vezérlőegység tervezése az állapotgráfból kiindulva*

	J_1K_1
	X h

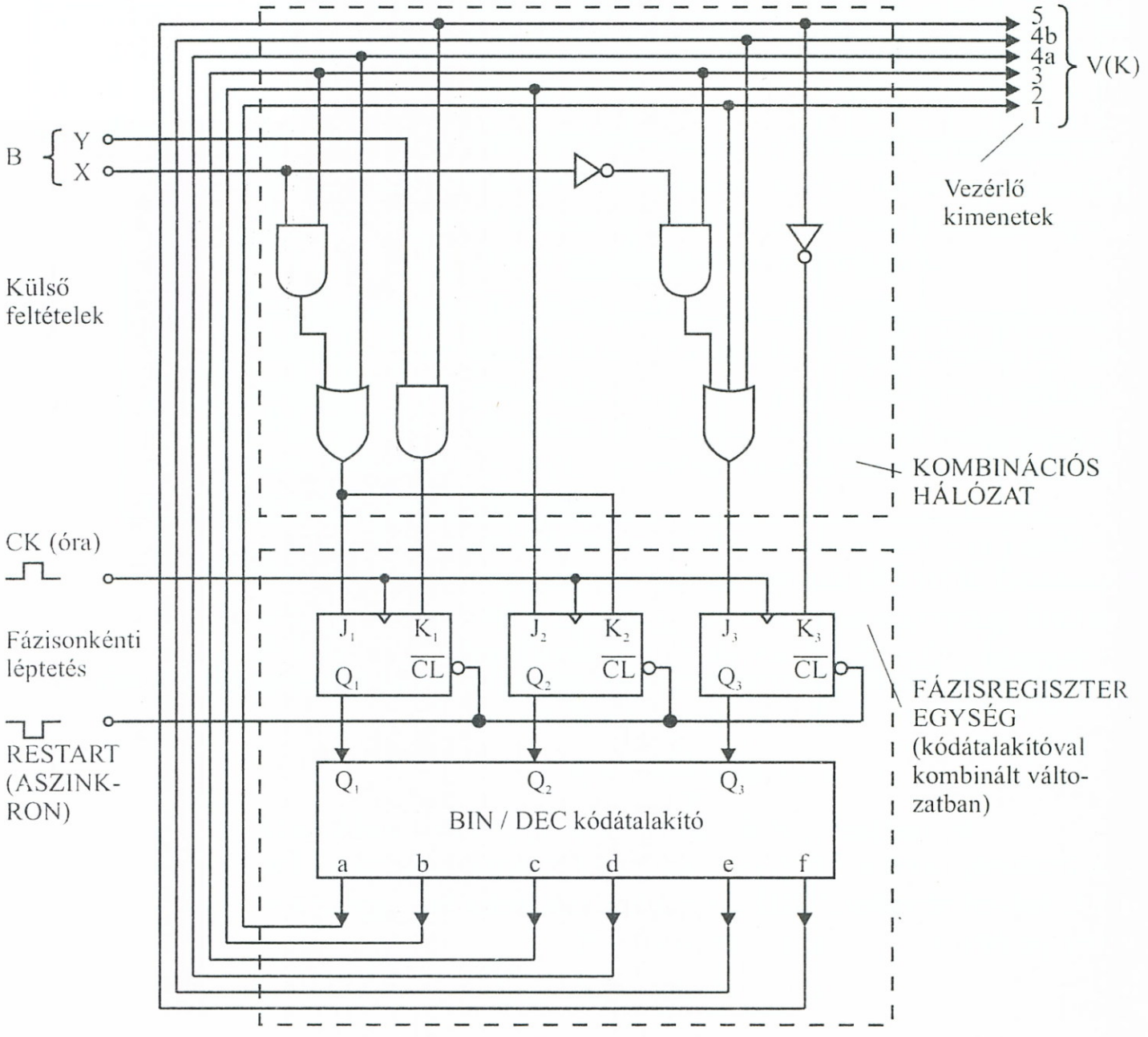
-nak írhatunk, mivel a J_1 helyén mindig az X-szel megegyező értéket kell behelyettesítenünk. Hasonló módon származtattuk ugyanezen sorban például a

	J_3K_3
	$\overline{X}$ h

esetet is, csak itt az „X" szerepe invertáltan jelentkezik.

V. A J_i–K_i függvények algebrai alakjának felírásánál az a, b, ..., f állapotokat építjük be a függvényekbe, melyek a 8-61. ábrán látható realizációs hálózat *kódátalakító*jának kimenetén jelennek meg.

Mint látható, a kapott eredmény követi a 8-59. ábra általános blokksémáját. A fázisregiszter jelen megoldási változatunknál egy *kódátalakítóval kombinált P–P-regiszterből* áll. Az időben egymás után következő vezérlő-parancsok az a, b, ..., f–1, 2, ..., 5 kimeneti pontokon jelennek meg, és működtetik a digitális rendszer megfelelő csatlakozópontjait. A feladatot megoldhattuk volna léptetőregiszteres változatban is, mindkét változat közös jellemzője, hogy a vezérlési program a hardver-struktúrába „beforrasztva" teljesül.



8-61. ábra *A példabeli fázisregiszteres vezérlőegység realizációja*

8.E.Ellenőrző kérdések

E.8.1. Milyen alapvető meggondolásokat kell elvégezni egy sorrendi hálózat kialakításánál?

E.8.2. Mi a különbség a *teljesen* meghatározott és a *részben* meghatározott sorrendi hálózatok között?

E.8.3. Milyen lépéseket kell követnünk *klasszikus intuitív* módszerrel történő sorrendi hálózat kialakításakor, és miért nevezzük a módszert intuitívnak?

E.8.4. Mi a *szekunder*-változó?

E.8.5. Milyen realizációs alapváltozatokban alakítható ki egy sorrendi hálózat?

E.8.6. Rajzoljuk fel egy általános *szinkron*-rendszer elvi vázlatát.

E.8.7. Milyen lépéseket kell követnünk egy szinkron-hálózat kialakításakor?

E.8.8. Miként állapítható meg, hogy hány tárolóelemet kell beépíteni a kialakítandó szinkron-hálózatba?

E.8.9. Mi az *állapotkódolás*?

E.8.10. Milyen szisztematikus eljárásokat ismer a sorrendi hálózat belső állapotainak csökkentésére?

E.8.11. Mire jó a *lépcsős* táblázat?

E.8.12. Mi a *csoportokra bontásos* módszer?

E.8.13. Rajzoljon fel egy részben meghatározott hálózatra utaló *állapotgráfot* és egy *állapottáblát.*

E.8.14. Mi a *szomszédossági* kódolás?

E.8.15. Mit értünk helyettesítési tulajdonságú partíció alatt?

E.8.16. Rajzoljon fel egy elvi sémát *szinkron* sorrendi hálózat PLA-val történő realizálására.

E.8.17. Rajzoljon fel egy elvi sémát *szinkron* szorrendi hálózat ROM-mal történő realizálására.

E.8.18. Mi az a bináris *sorozatdetektor*?

E.8.19. Milyen felépítési struktúrákban realizálhatók az *aszinkron* sorrendi hálózatok?

E.8.20. Milyen fontosabb szempontokra kell figyelni aszinkron sorrendi hálózatok kialakításakor?

E.8.21. Mi a *primitív* állapottábla?

E.8.22. Miben tér el az aszinkron sorrendi hálózatok állapotkódolása a szinkron hálózatokétól?

E.8.23. Foglalja össze az aszinkron hálózatok kialakításának főbb lépéseit.

E.8.24. Mennyiben befolyásolja a kialakítás lépéseit aszinkron sorrendi hálózatoknál a visszacsatolt, ill. tárolóelemes struktúra?
E.8.25. Mit jelent a *sorok egyesítése*?
E.8.26. Milyen módszerekkel küszöbölhetők ki a *tranziensek* okozta problémák aszinkron állapotkódolásnál?
E.8.27. Mit értünk *megkülönböztető partíciós* módszeren?
E.8.28. Rajzoljon fel egy elvi sémát *aszinkron* sorrendi hálózat PLA-s realizálására.
E.8.29. Rajzoljon fel egy elvi sémát aszinkron sorrendi hálózat ROM-os realizálására.
E.8.30. Mit értünk *klasszikus-*, és mit értünk *elkülönített memóriát tartalmazó* rendszerkialakításon?
E.8.31. Foglalja össze egy mikroprogramozott elven működő berendezés kialakításainak lépéseit.
E.8.32. Mi a *mikroprogramozott* berendezések működési alapelve és blokksémája?
E.8.33. Milyen részekre tagolható a mikroprogram-tár?
E.8.34. Mit értünk mikroprogramon?
E.8.35. Milyen *ugrásfajták* szerepelhetnek egy mikroprogramban?
E.8.36. Milyen felépítésű egy mikroprogramozott berendezés *címregisztere*?
E.8.37. Mire kell az ún. *döntési logika* egy mikroprogramozott berendezésnél?
E.8.38. Rajzolja fel egy *fázisregiszteres* elven működő berendezés blokksémáját.
E.8.39. Miben különbözik egy fázisregiszteres berendezés egy klasszikus sorrendi hálózattól?
E.8.40. Foglalja össze egy fázisregiszteres elven működő berendezés kialakításának lépéseit.

Nagykanizsa Vezető: *Németh Zoltán*
8800 Nagykanizsa, Ady Endre u. 74/a
Tel.: 06-93-312-383; 06-93-313-010/730; 06-30-9370-605;
Fax: 06-93-310-107; E-mail: nemethz.gdf@chello.hu

Nyíregyháza Vezető: *Méhész János*
4400 Nyíregyháza, Vasvári Pál u. 1.
Tel.: 06-42-407-027; 06-42-406-850; 06-20-3559-390;
Fax: 06-42-406-848; E-mail: szuvnyirseg@chello.hu
Honlap: www.freeweb.hu/gdf-nyhz

Pápa Vezető: *Gerics Erzsébet*
8500 Pápa, Budai Nagy Antal u. 1.
Tel.: 06-20-9583-058; Tel/Fax: 06-89-311-297;
E-mail: gerics@gege-comp.hu Honlap: www.gege-comp.hu

Pécs Vezető: *Kedves Vera*
7624 Pécs, Tiborc u. 38/c
Tel.: 06-72-213-412; Fax: 06-72-310-259;
E-mail: gdfpecs@axelero.hu

Pilisvörösvár **Szervezése Esztergomban**
Vezető: *Fűrész Tiborné*
2500 Esztergom, Bánomi út. 8.
Tel./Fax: 06-1-230-43-76; 06-20-3518-601;
E-mail: fureszt@axelero.hu Honlap: web.axelero.hu/fureszt

Salgótarján Vezető: *dr. Agócs József*
3100 Salgótarján, Kossuth u. 8.
Tel.: 06-32-416-833; Fax: 06-32-317-420;
E-mail: jozsef.agocs@ncsszi.hu

Sátoraljaújhely **Szervezése Mátészalkán**
Vezető: *Pethő Mária Terézia*
4700 Mátészalka, Seregély u. 17/A.
Tel.: 06-20-9743-125; 06-20-3663-669;
Tel./Fax: 06-44-417-889; E-mail: info@okito.hu

Siófok **Szervezése Székesfehérváron**
Vezető: *Róth Péter*
8000 Székesfehérvár, Mátyás király krt. 5.
Tel./Fax: 06-22-348-542; E-mail: roker@mail.axelero.hu

Sopron Vezető: *Dr. Molnár László*
9400 Sopron, Bajcsy-Zsilinszky u. 4.
Tel.:06-99-518-182; 06-30-4112-941;
Fax: 06-99-518-259; E-mail: molnarl@fmk.nyme.hu

Szeged Vezető: *Malincsák János*
6720 Szeged, Kígyó u. 4.
Tel: 06-20-9245-756; Tel./Fax: 06-62-423-258,
E-mail: malincsa@tvnetwork.hu, gdfszeged@tvnetwork.hu
Honlap: www.gdfszeged.hu

Szekszárd Vezető: *Doszkocs László*
7100 Szekszárd, Rákóczi u. 70.
Tel./Fax: 06-74-413-435; E-mail: gdf@kvantum.hu
Honlap: http://gdf.kvantum.hu/

Székesfehérvár Vezető: *Róth Péter*
8000 Székesfehérvár, Mátyás király krt. 5.
Tel./Fax: 06-22-348-542; E-mail: roker@mail.axelero.hu

Szolnok Vezető: *Nyáry László*
5000 Szolnok, Arany J. u. 4.
Tel.: 06-56-375-122; Fax: 06-56-511-262;
E-mail: titgdf@externet.hu

Szombathely Nyílt nap helye:
POTE Szhelyi Képzési Kp. Jókai Mór u. 14.
Vezető: *Csicseri Andrea*
9700 Szombathely, Kisfaludy u. 51.
Tel.: 06-94-501-894; 06-20-9910-357; Fax: 06-94-501-899;
E-mail: gdf_okt@flagnet.hu Honlap:www.flagnet.hu

Tatabánya Vezető: *Gimesi Lászlóné*
2800 Tatabánya, Vértanuk tere 13.
Tel./Fax: 06-34-510-460; 06-20-9625-047;
E-mail: gnkft@axelero.hu

Vác Vezető: *Dr. Molnár Lajos*
2601 Vác, Németh László u.4-6.
Tel.: 06-27-317-077; 06-27-317-886; Fax: 06-27-315-093;
E-mail: boronkay@vac.hu

Veszprém Vezető: *Nagyné László Mária*
8201 Veszprém, Egyetem u. 10.
Tel.: 06-88-422-022/4191; 06-20-5636-777;
Fax: 06-88-422-022/4452; E-mail: laszlo@almos.vein.hu

Zalaegerszeg Vezető: *Dr. Sárváryné Kiss Katalin*
8900 Zalaegerszeg, Rákóczi u. 4-8.
Tel.: 06-92-311-229; 06-20-9225-546; Fax: 06-92-510-590;
E-mail: zeggdf@szam.hu Honlap: www.szam.hu

Határon túli központok:

Románia

Erdélyi központok szervezése Kolozsváron (Cluj-Napoca)
Vezető: *Dr. Selinger Sándor*
Románia,3400 Cluj-Napoca str.: I. Budai Deleanu 64.
Levélcím: OFP 5. CP 737
Tel./Fax: 00-40/2-64-431-841; E-mail: gdf@gdf.ro
Honlap: www.gdf.ro

Csíkszereda (Miercurea Ciuc)
Kolozsvár (Cluj-Napoca)
Marosvásárhely (Târgu-Mureş)
Nagyvárad (Oradea)
Sepsiszentgyörgy (Sfântu-Gheorghe)
Szatmárnémeti (Satu-Mare)
Székelyudvarhely (Odorheiu-Secuiesc)

Szerbia-Montenegro

Szabadka (Subotica) Vezető: *Bóni László*
24000 Szabadka, Szegedi út 74. Szerbia-Montenegro
Tel.:00-381-24-546-067; 00-381-24-546-463;
Fax: 00-381-24-546-021; E-mail: imc@magnotron.co.yu

Szlovákia

Kassa (Košice) Vezető: *Dr. Kiss Imre*
04001 Košice, Moyzesova 58., Slovenská Republika,
Tel.: 00-421-55-727-4435, Fax: 00-421-55-727-4429;
E-mail: kiss@teledom.sk Honlap: www.teledom.sk

Diószeg Sládkovičovo Vezető: *Ladislav Spalek*
92521 Sládkovičovo, Fučikova ul. 269.
Slovenská Republika
Tel.: 00-421-31-788-1733; 00-421-31-788-1712;
Fax: 00-421-31-788-1710;
E-mail: ladislav.spalek@ivosr.sk, takacsatti@hotmail.com

ISBN 963-577-262-9
9 789635 772629

GÁBOR DÉNES FŐISKOLA
MŰKÖDÉSI HELYEI

Budapest **Informatikai Rendszerek Intézete:**
Vezető: *Dr. Kovács Magda*
1037 Budapest, Bécsi út 324.
Információ
Tel.:06-1-436-65-19; Fax:06-1-436-65-28
Honlap: www.gdf.hu

Informatikai Alkalmazások Intézete:
Vezető: *Dr. Zárda Sarolta*
1115 Budapest, Etele út 68.
Tanulmányi Osztály
Tel.: 06-1-203-02-83; 06-1-203-03-04/8900
E-mail: : tanoszt@gdf.hu Honlap: www.gdf.hu

Ajka Vezető: *Kovács Sándor*
Tel.: 06-88-453-948, 06-30-3902-576;

Baja Vezető: *Búcsú Lajos*
6500 Baja, Oltványi u. 14.
Tel./Fax: 06-79-426-427; E-mail: oktatas@fit.hu
Honlap: www.fit.hu

Balatonboglár Vezető: *Lakos István*
8630 Balatonboglár, Szabadság u. 41.
Tel.: 06-85-351-633; 06-30-2544-995;
Tel./Fax: 06-85-351-316 E-mail: lakist@mathiasz.sulinet.hu
Honlap: www.extra.hu/balatonboglar

Békéscsaba Vezető: *Kovács Zoltánné*
5600 Békéscsaba, Andrássy u. 73/1.
Tel.: 06-66-448-385; 06-30-3552-039;
Fax: 06-66-448-385; E-mail: gdf-bkk@nap-szam.hu
Honlap: www.gdf-bkk-03.nap-szam.hu

Cegléd Vezető: *Sági Ferenc*
2700 Cegléd, Kossuth F.u. 32.
Tel.: 06-20-9575-958;
Tel./Fax: 06-53-311-695; E-mail: sagif@infotars.hu
Honlap: www.extra.hu/gdf-cegled

Debrecen Vezető: *Kovács Jánosné*
4029 Debrecen, Maróthy Gy. u. 5-7.
Tel./Fax: 06-52-418-660; E-mail: gdf@cts.hu
Honlap: www.cts.hu

Dunaújváros **Szervezése Székesfehérváron**
Vezető: *Róth Péter*
8000 Székesfehérvár, Mátyás király krt. 5.
Tel./Fax: 06-22-348-542; E-mail: roker@mail.axelero.hu

Eger Vezető: *Csathó Csaba*
3300 Eger, Széchenyi u. 58.
Tel.: 06-30-9581-822; Tel./Fax: 06-36-411-811;
E-mail: sprinter@mail.agria.hu Honlap: http://sprinter.agria.hu

Esztergom Vezető: *Fűrész Tiborné*
2500 Esztergom, Bánomi út 8.
Tel./Fax: 06-1-230-43-76; 06-20-3518-601;
E-mail: fureszt@axelero.hu Honlap: web.axelero.hu/fureszt

Érd Vezető: *Budai Csaba*
2030 Érd, Széchenyi tér 1.
Tel./Fax: 06-20-9344-770; 06-1-283-79-79;
E-mail: budacsa@axelero.hu

Gyöngyös Vezető: *Gerják István*
3200 Gyöngyös Kőrösi Csoma S. u. 9.
Tel./Fax: 06-37-303-683; 06-30-9585-488
E-mail: gerjak@mail.datanet.hu, trivium@tvnetwork.hu

Győr Vezető: *Domonkos Gyuláné*
9021 Győr, Árpád u. 2.
Tel.: 06-96-550-200; Fax: 06-96-550-201
E-mail: etelka@gdfgyor.axelero.net Honlap: www.gdfgyor.axelero.net

Hódmezővásárhely Vezető: *Dr.Gál József*
6800 Hódmezővásárhely, Szántó K. J. u. 64.
Tel.: 06-62-535-536; 06-30-3135-873;
Fax: 06-62-535-530; E-mail: imsuli@delfin.hu
Honlap: www.gdf.vasarhely.hu

Isaszeg Vezető: *Keresztúri Jusztina*
2117 Isaszeg, Madách u. 1/a
Tel./Fax: 06-28-496-206; E-mail: gdfisa@mail.sziszi.hu

Kaposvár Vezető: *dr.Paál Jenő*
7400 Kaposvár, Guba S. u. 36-40.
Tel.: 06-82-314-155/147; 06-82-424-339;
Fax: 06-82-320-757; E-mail: posane@atk.kaposvar.pate.hu

Kecskemét Vezető: *Pósfayné Bakota Éva*
6000 Kecskemét, Hunyadi János tér 2.
Tel.: 06-76-411-494; 06-20-9762-100; 06-20-9935-735;
Fax: 06-76-411-041; E-mail: gdfkecsk@axelero.hu

Kisvárda Vezető: *Meskó Marianna*
4600 Kisvárda, Szent László út 27.
Tel.: 06-45-500-290; Fax: 06-45-500-291;
E-mail: info@felveteliiroda.hu Honlap:www.felveteliiroda.hu

Keszthely Vezető: *dr Vargáné Dugonics Rita*
8360 Keszthely, Deák F. u. 57.
Tel.: 06-83-312-330/262; 06-83-312-330/290; 06-30-2165-583
Fax: 06-83-314-334; E-mail: vdr@georgikon.hu

Mátészalka Vezető: *Pethő Mária Terézia*
4700 Mátészalka, Seregély u. 17/A.
Tel.: 06-44-417-889; 06-20-9743-125; 06-20-3663-669
Tel./Fax: 06-44-417-889;
E-mail: fic@okito.hu, info@okito.hu Honlap: www.okito.hu

Miskolc Vezető: *Dr Czap László*
3535 Miskolc, Árpád u. 2.
Tel.:06-20-3132-869; Tel./Fax: 06-46-414-429;
E-mail: czap@mazsola.iit.uni-miskolc.hu
Honlap: http://gdfm.homeip.net